

# ЭТЮДЫ О КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Механика микромира



# Классические основы

- Законы Ньютона
- Закон Всемирного тяготения
- Электромагнетизм
- Специальная теория относительности

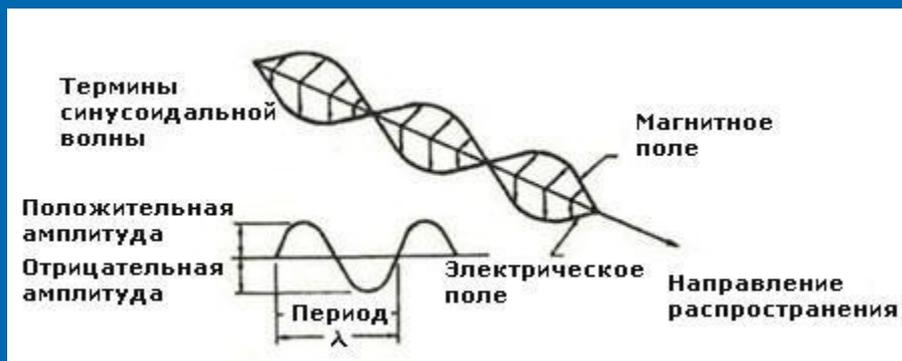
# Макроскопические проявления квантовой теории

- Существование твердых тел
- Цвет веществ
- Замерзание и кипение
- Устойчивость наследственного кода
- Без квантовой механики, видимо, невозможно появление мыслящих и чувствующих существ

# Проблемы с классической теорией



# Электромагнитные волны

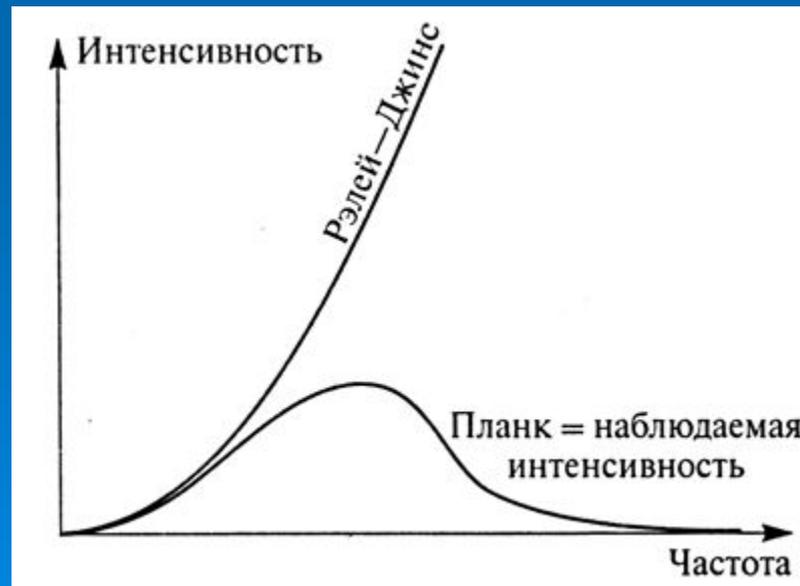


$$v\lambda = c$$

$$\omega = 2\pi\nu$$

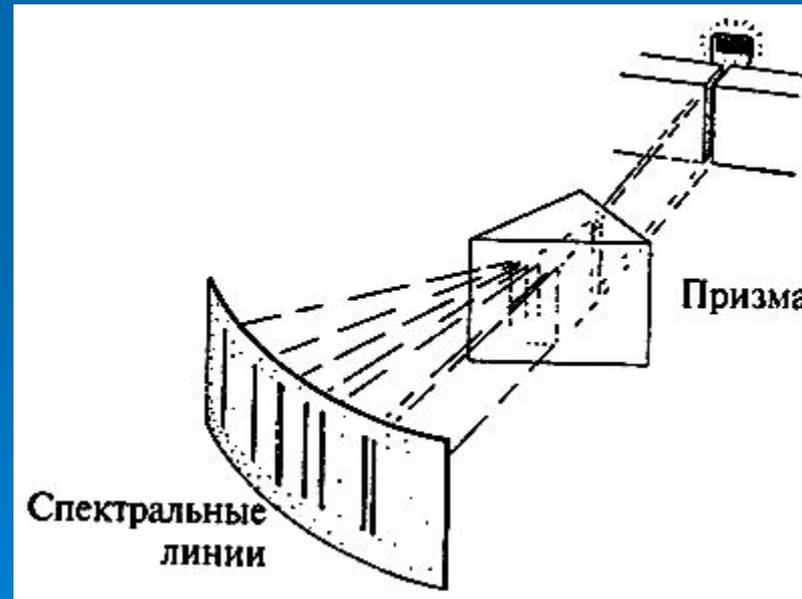
# Излучение черного тела

- Дж. Стефан. Излучение АЧТ пропорционально четвертой степени температуры
- лорд Релей, Больцман поставили задачу описать зависимость энергии излучения АЧТ от температуры как функцию частоты  $u = u(\omega, T)$



# Излучение газов

- Г.Киргоф, 1850 г. – основы спектрального анализа.



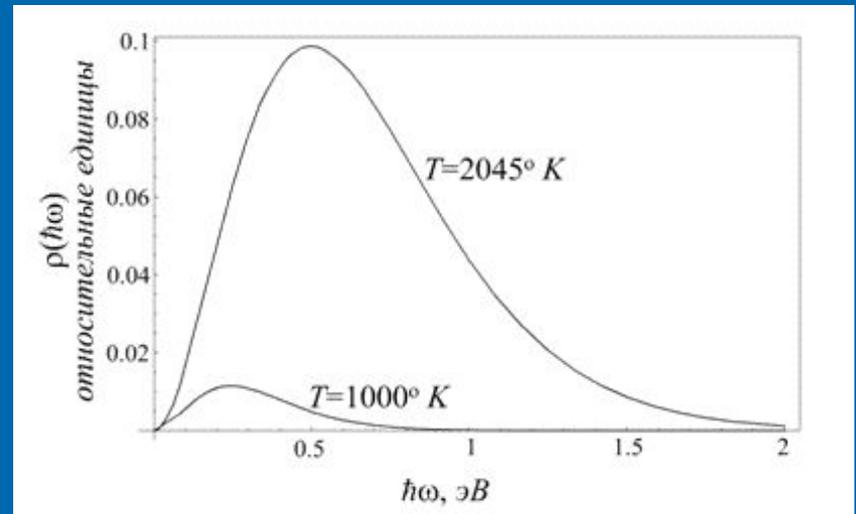
# Начало квантовой механики



# Формула Планка

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\left(\frac{\hbar\omega}{kT} - 1\right)}}$$



$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/}^\circ\text{K}, \quad E = \frac{3}{2} kT$$

$$h = 6.6210 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

# Волны материи де Бройля

Луи де Бройль, 1923 г.

Если фотон имеет импульс, то почему бы электрону не иметь длину волны?

$$E = h\nu = mc^2$$

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

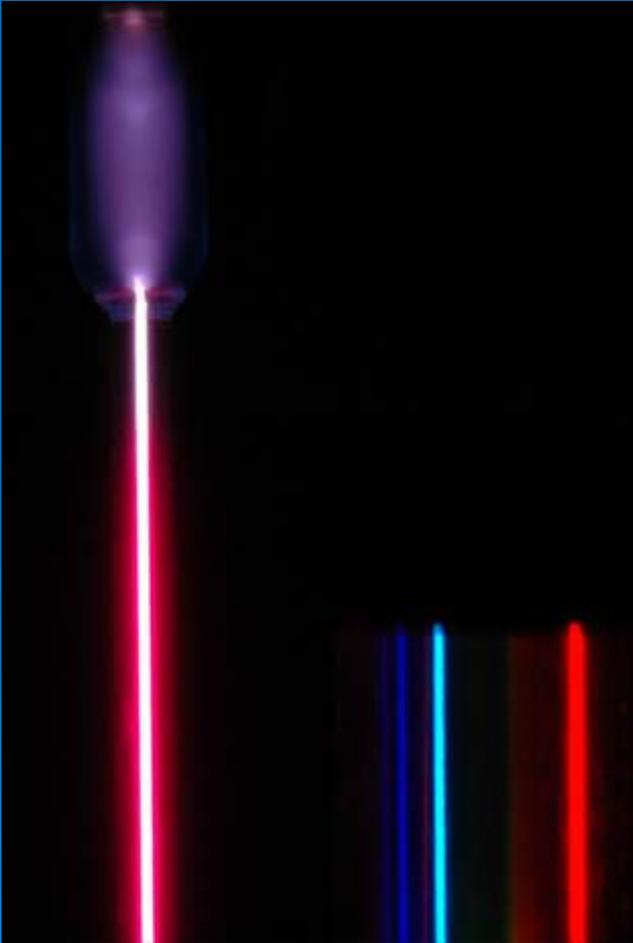
$$\nu = \frac{mc^2}{h}$$

# Спектроскопия

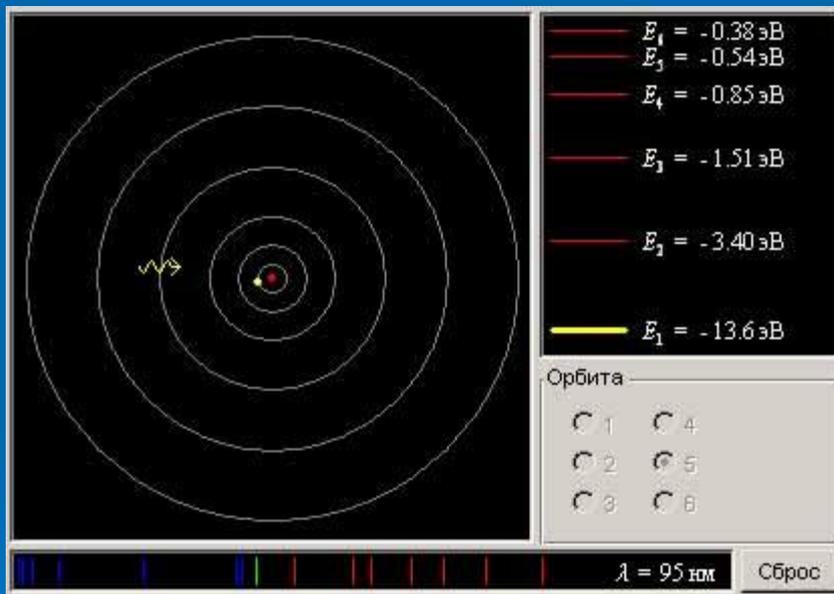
Иоганн Бальмер (1825-1898)

$$\frac{1}{\lambda_m} = \text{const} \times \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

0, 1, 2, 3, ...



# Квантовая модель Бора



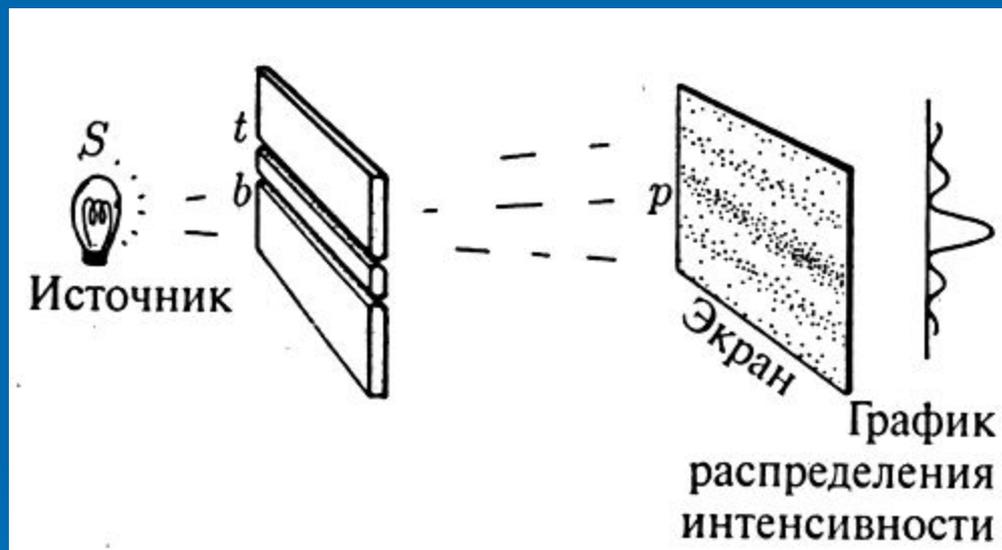
$$E_n = -\frac{Z^2}{n^2} \left( \frac{me^4}{2\hbar^2} \right)$$

$$E_\gamma = h\nu = E_n - E_m$$

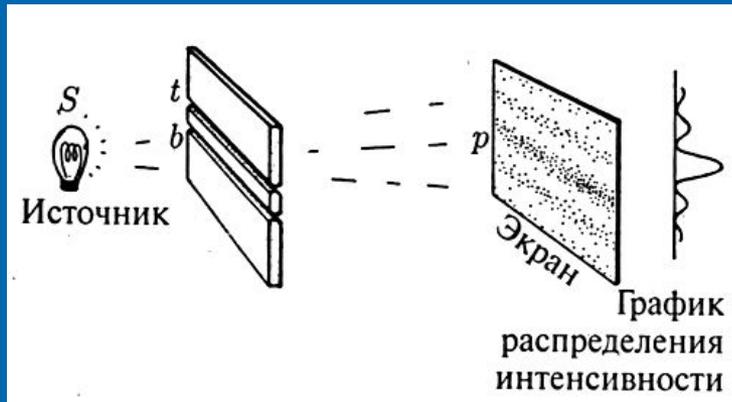
# Трудности математического описания

- Вернер Гейзенберг:  
Матричная механика
- Эрвин Шредингер:  
Волновая механика
- Поль Адриен Морис Дирак  
показал эквивалентность обоих  
подходов

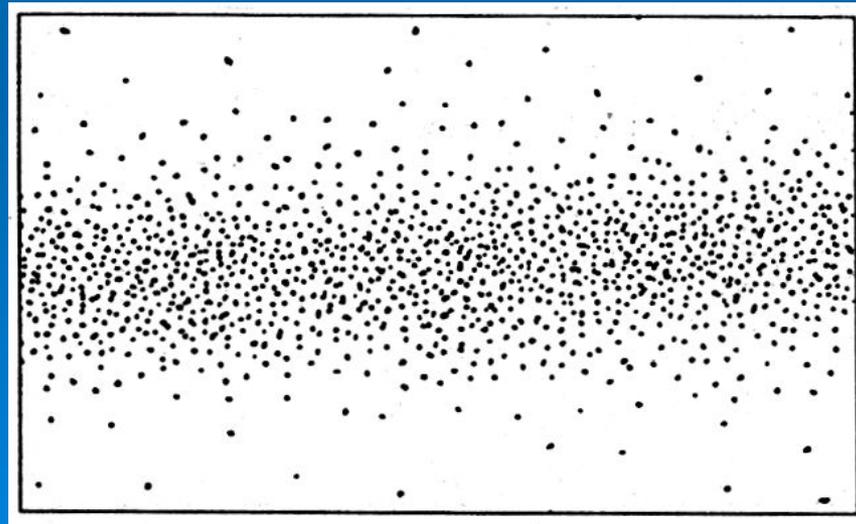
# Эксперимент с двумя щелями



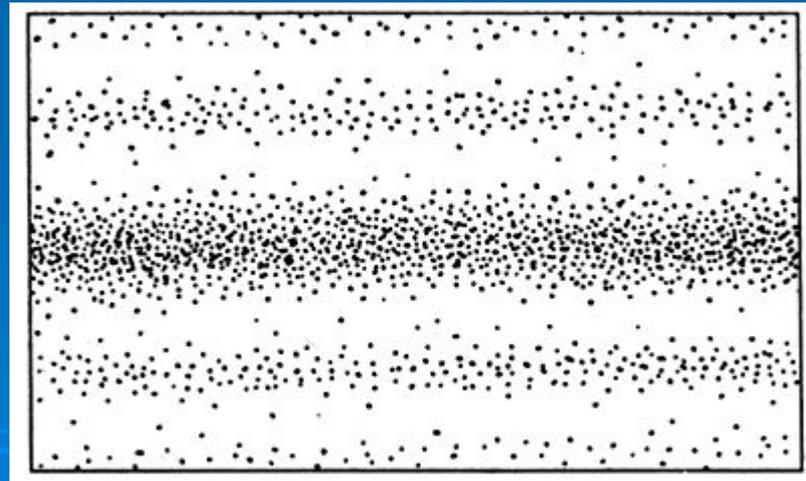
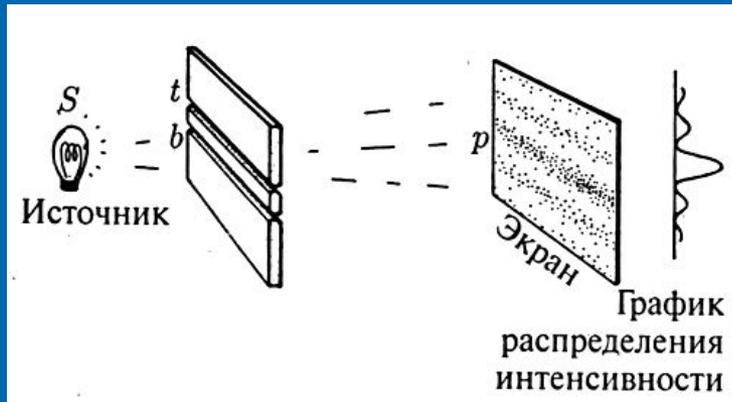
# Открыта одна щель



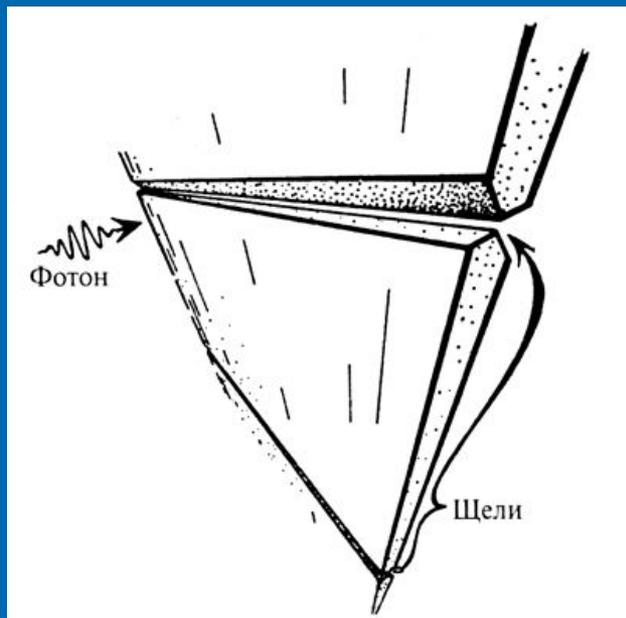
Эл. Лампа 60 Вт излучает  
около  $10^{20}$  фотонов в секунду



# Открыты обе щели



# Волна или частица



Длина волны  $5 \cdot 10^{-7}$  м

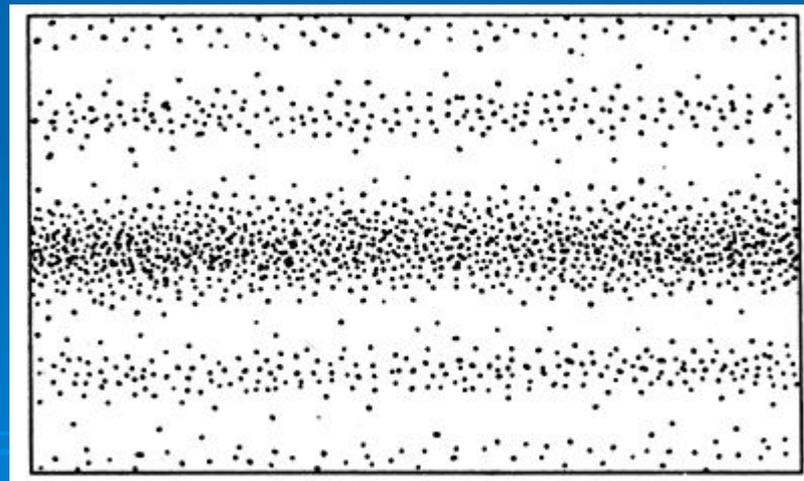
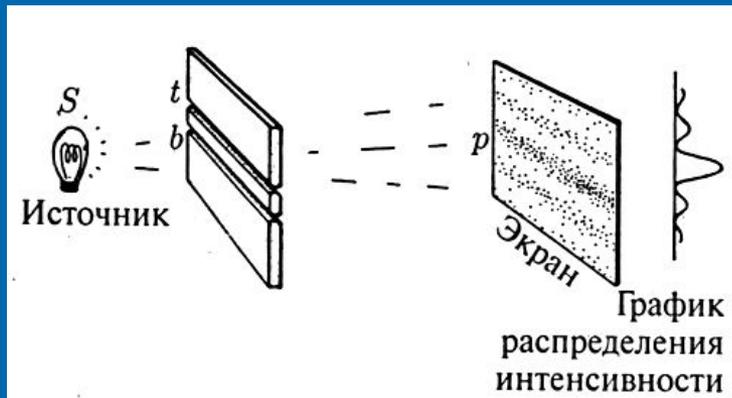
Размер щели 0.001 мм

Расстояние между ними 0.15 мм

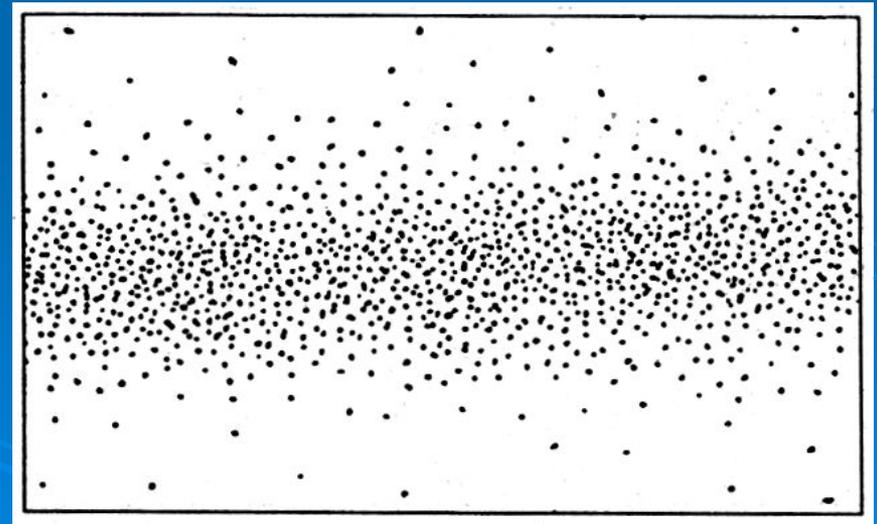
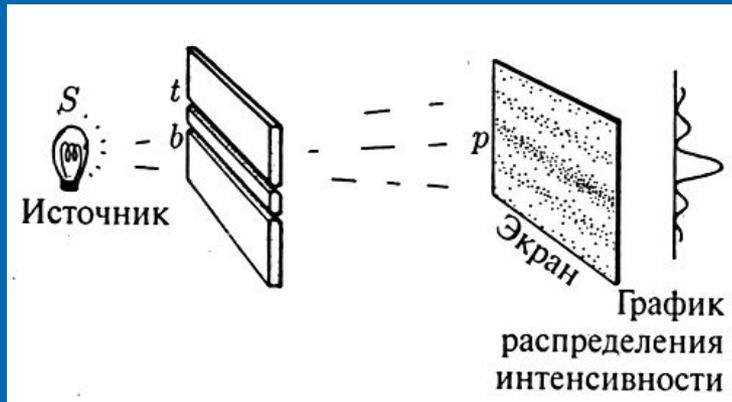
Расстояние до экрана 1 м



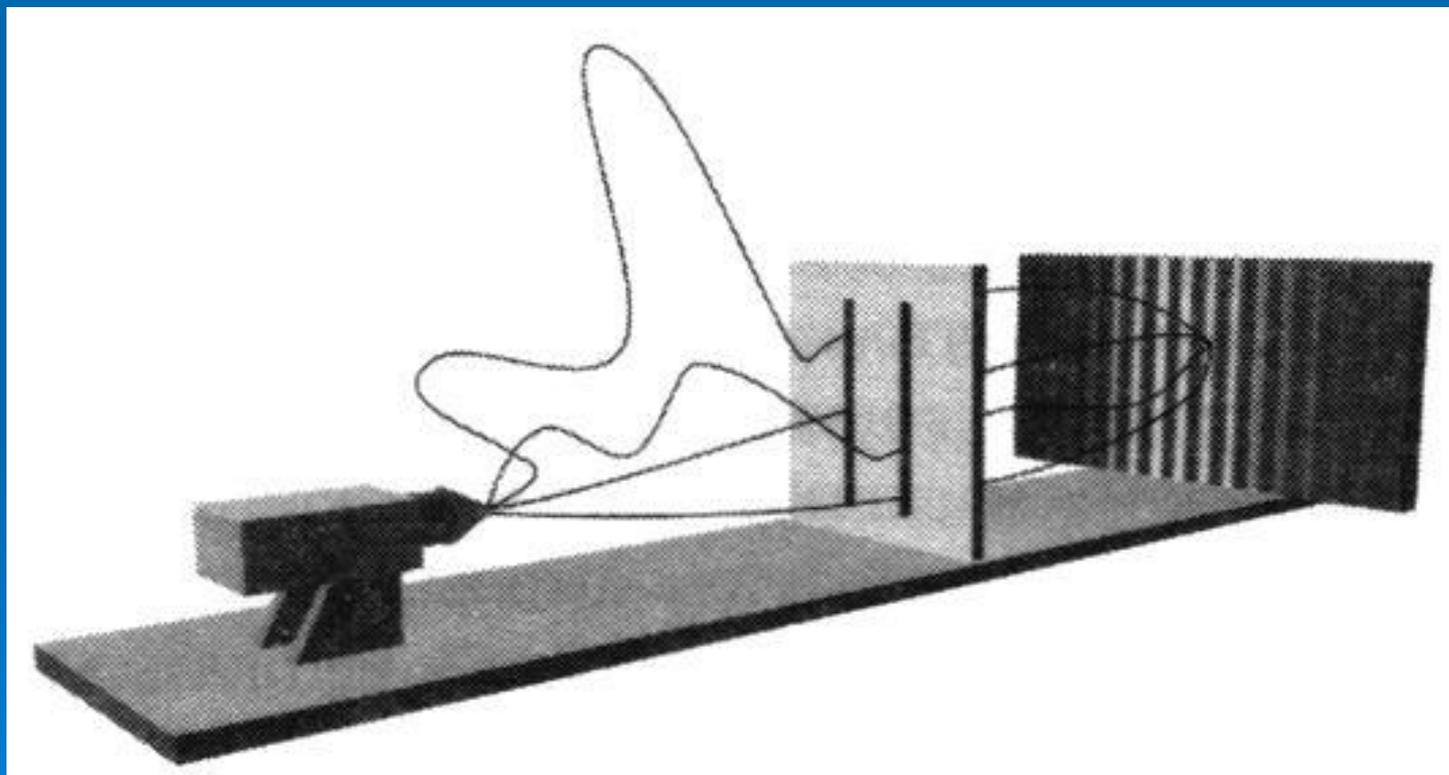
# Пускаем фотоны по одному



# Ставим детектор на одну из щелей



# Точка зрения Р.Фейнмана



# Волновое уравнение

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + Vu = Eu$$

$E$  – энергия системы

$V = V(x, y, z)$  – потенциал системы

$u = u(x, y, z)$  – волновая функция

$$V = -Z \frac{e^2}{r}$$

Потенциальная энергия для атома водорода

# Уравнение Шредингера

$$\Psi(x, y, z, t) - \text{âî ëí î âàÿ ô óí êöèÿ}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + V\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

$$z = a + ib, z^* = a - ib, z \cdot z^* = a^2 + b^2 = \|z\|^2$$

$$P(x, y, z, t) = \Psi\Psi^* - \text{âãđî ÿòí î ñòü î áí àđóæè òü ÷ãñèè öó}$$

# Концепция операторов

$$\tilde{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad \tilde{p}_x f = -i\hbar \frac{\partial f}{\partial x} \quad \tilde{p}_x u = p_x u$$

$$\tilde{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + V$$

$$\tilde{H}u = Eu$$

$$\tilde{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

# Постоянная Планка

$$h = 6.62607015 \pm 0.00000036 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \quad .$$

$$\hbar = h/2\pi = 1.0545886 \pm 0.0000007 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \quad .$$

$$l_{\text{Дж}} = \sqrt{G\hbar/c^3} \approx 1.6 \cdot 10^{-33} \text{ м} \quad .$$

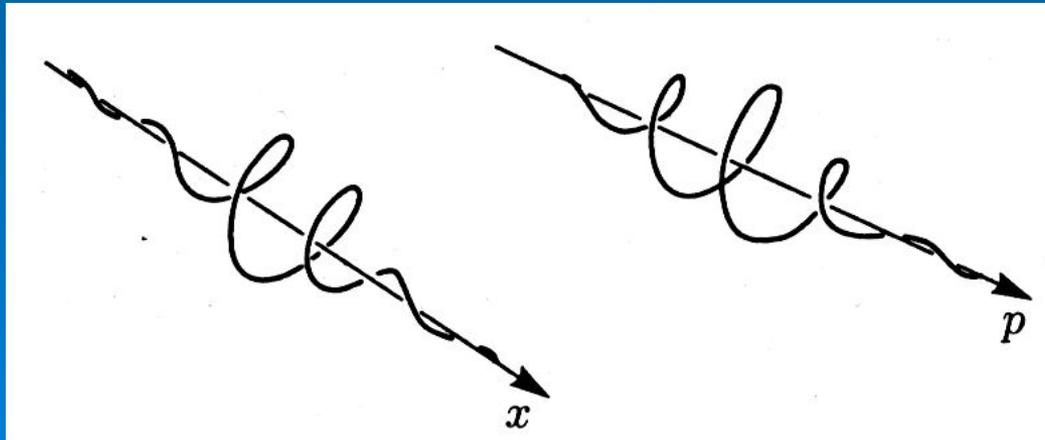
$$t_{\text{Дж}} = \sqrt{G\hbar/c^5} \approx 5 \cdot 10^{-44} \text{ с} \quad .$$

$$m_{\text{Дж}} = \sqrt{\hbar c/G} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \quad .$$

# Принцип неопределенности

Для любой волновой функции выполняется

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{1}{2} \hbar$$

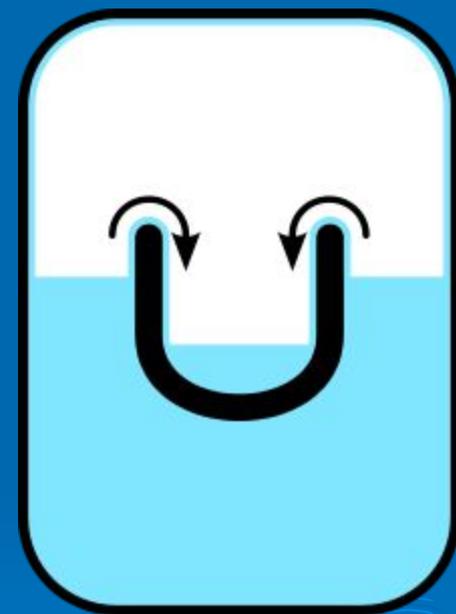


# Неопределенность для энергии и времени

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{1}{2} \hbar$$

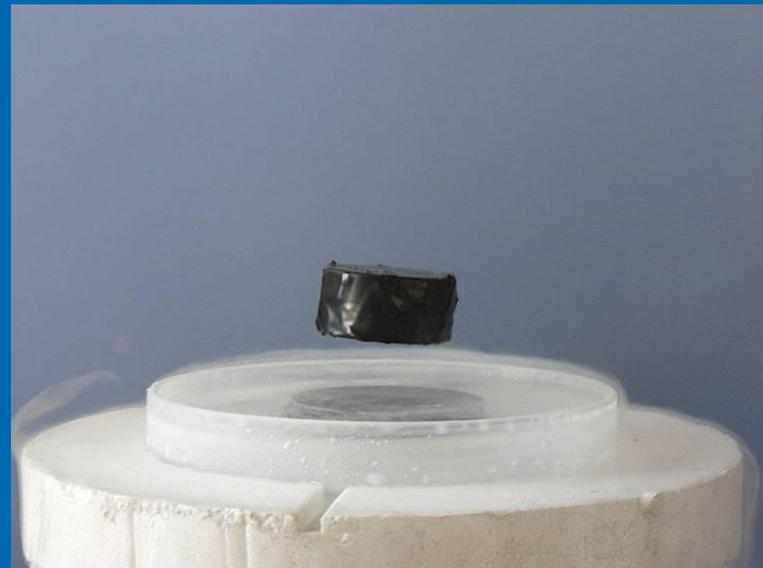
# Сверхтекучесть

Сверхтекучесть жидкого гелия-II ниже лямбда-точки ( $T = 2,172 \text{ K}$ ) была экспериментально открыта в 1938 году П. Л. Капицей (Нобелевская премия по физике за 1978 год). Уже до этого было известно, что при прохождении этой точки жидкий гелий испытывает фазовый переход, переходя из полностью «нормального» состояния (называемого гелий-I) в новое состояние так называемого гелия-II, однако только Капица показал, что гелий-II течёт вообще (в пределах экспериментальных погрешностей) без трения.



# Сверхпроводимость

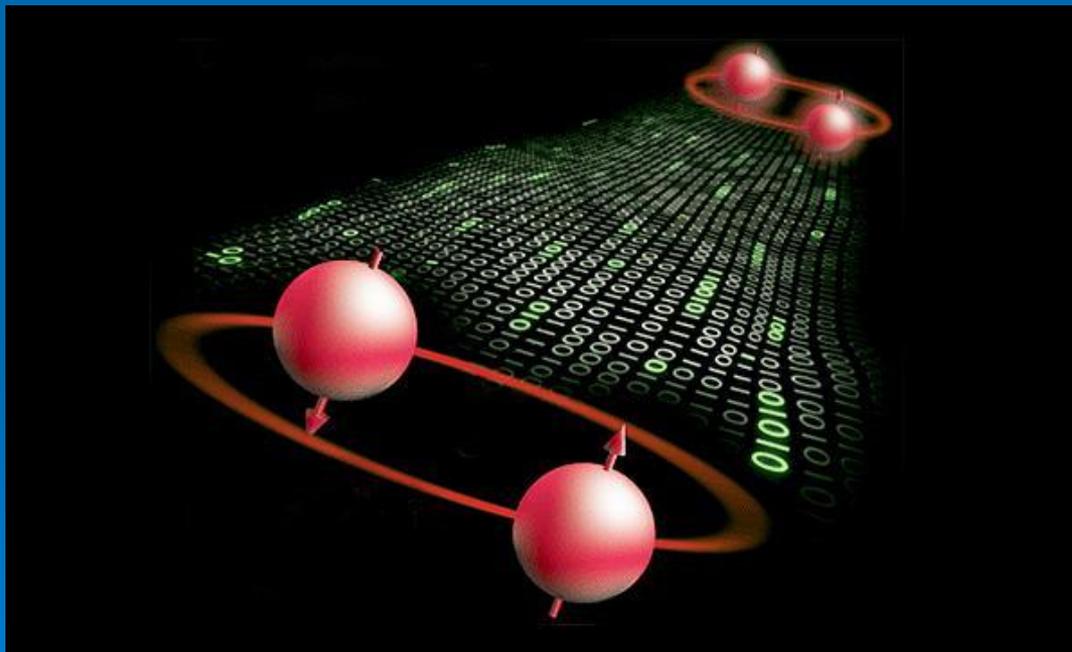
Сверхпроводимость — свойство некоторых материалов обладать строго нулевым электрическим сопротивлением при достижении ими температуры ниже определённого значения (критическая температура). Известны несколько десятков чистых элементов, сплавов и керамик, переходящих в сверхпроводящее состояние. Сверхпроводимость — квантовое явление. Оно характеризуется также эффектом Мейснера, заключающемся в полном вытеснении магнитного поля из объема сверхпроводника. Существование этого эффекта показывает, что сверхпроводимость не может быть описана просто как идеальная проводимость в классическом понимании.



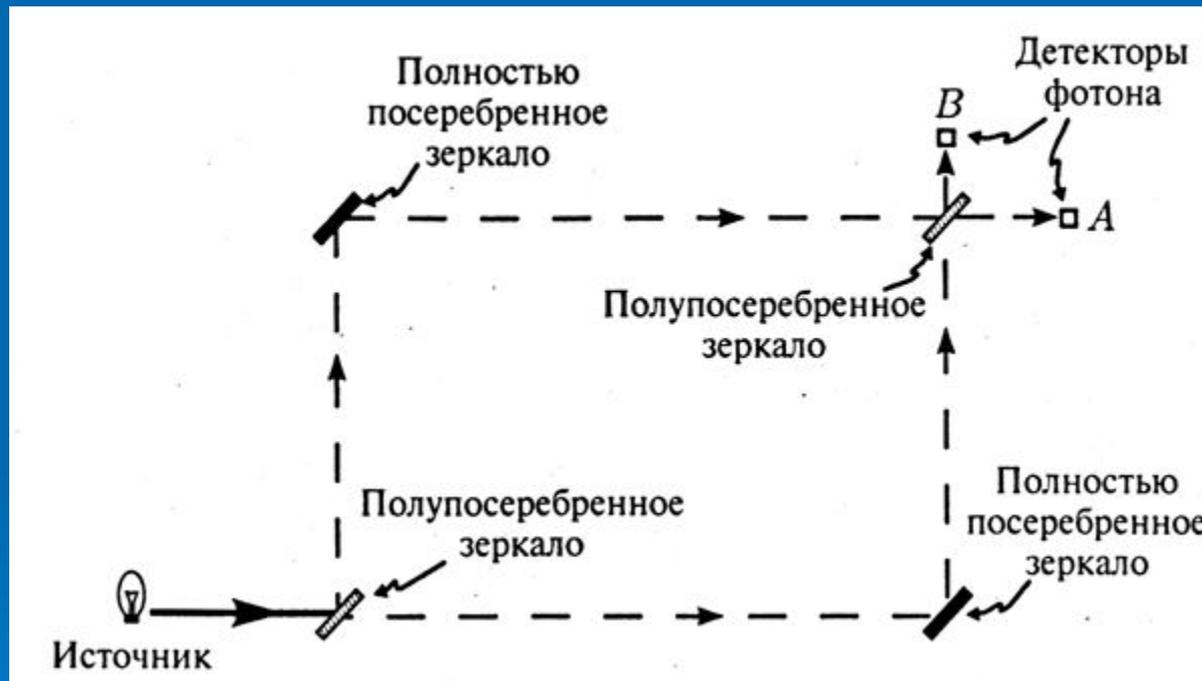
Достигнуты значительные успехи в получении высокотемпературной сверхпроводимости. На базе металлокерамики, например, состава  $YBa_2Cu_3O_x$ , получены вещества, для которых температура  $T_c$  перехода в сверхпроводящее состояние превышает 77 К (температуру сжижения азота).

# Квантовая телепортация

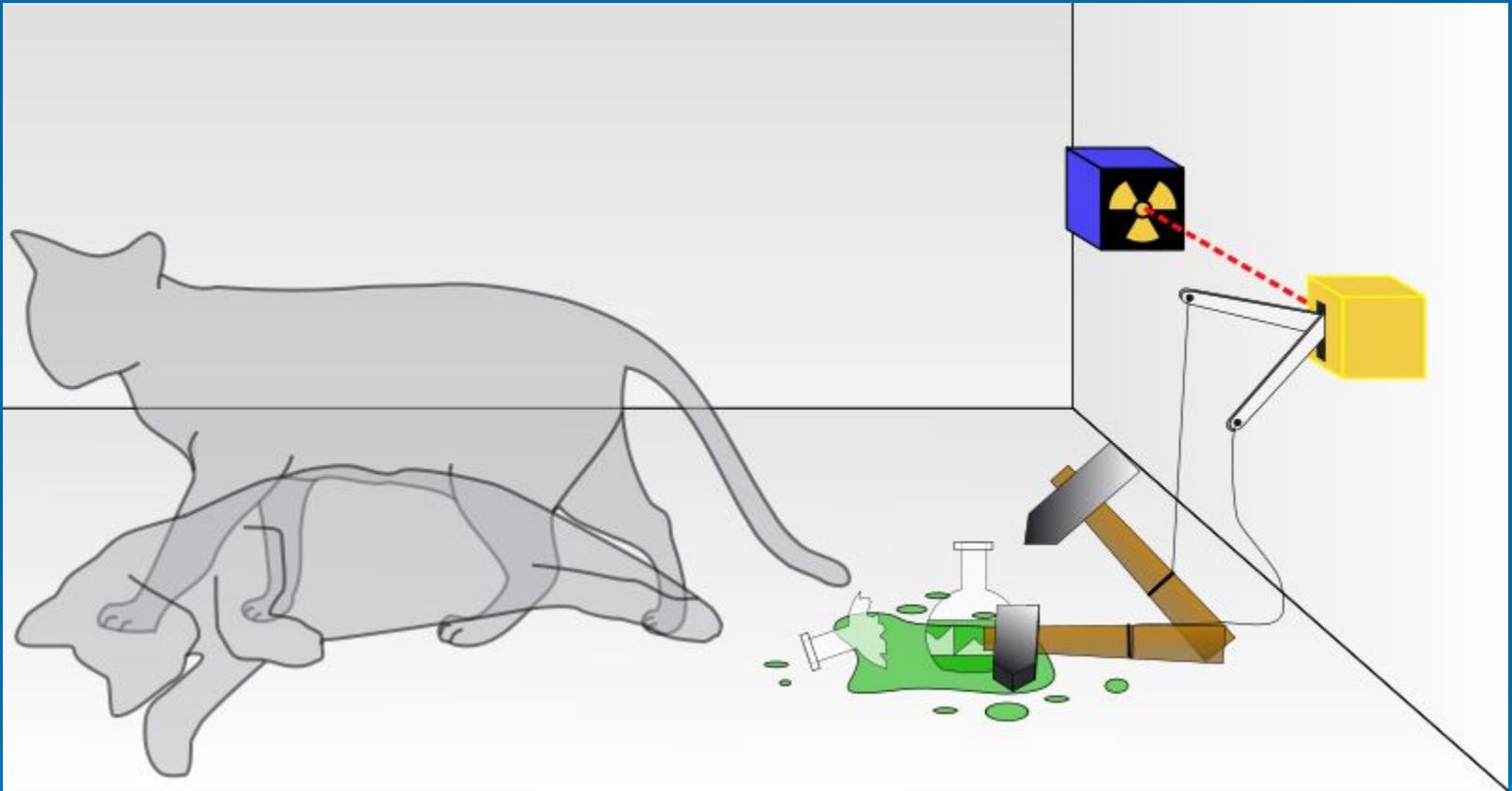
Фантастическое понятие телепортации происходит из специфичной интерпретации эксперимента: «исходное состояние частицы А после всего произошедшего разрушается. То есть, состояние было не скопировано, а перенесено из одного места в другое».



# Одна частица в двух местах?



# Кот Шредингера



- Копенгагенская интерпретация
- Многомировая интерпретация Эверетта и совместные истории

# Практическое применение в криптографии

Вышеописанное применяется на практике: в квантовых вычислениях и в квантовой криптографии. По волоконно-оптическому кабелю пересылается световой сигнал, находящийся в суперпозиции двух состояний. Если злоумышленники подключатся к кабелю где-то посередине и сделают там отвод сигнала, чтобы подслушивать передаваемую информацию, то это схлопнет волновую функцию (с точки зрения копенгагенской интерпретации будет произведено наблюдение) и свет перейдет в одно из состояний. Проведя статистические пробы света на приёмном конце кабеля, можно будет обнаружить, находится ли свет в суперпозиции состояний или над ним уже произведено наблюдение и передача в другой пункт. Это делает возможным создание средств связи, которые исключают незаметный перехват сигнала и подслушивание.

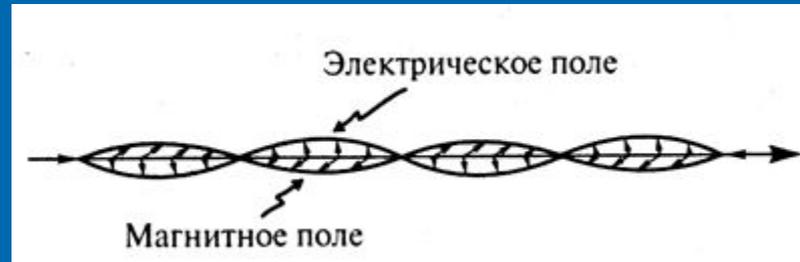
# Влияние измерения

- В микромире измерение оказывает катастрофическое влияние на объект
- Вопрос о том, что мы можем измерять, и что вычисляем
- Невозможно скопировать квантовое состояние, оставив оригинальное состояние в неприкосновенном виде (клонирования не бывает!)

# Спин

- Спин – мера «вращения» частицы
- Для частиц определенного вида спин всегда один и тот же
- Частица с полуцелым спином  $\hbar/2$ ,  $3\hbar/2$ , ... называются фермионами
- Частицы с целым спином  $\hbar$ ,  $2\hbar$ , ... называются бозонами

# Спин фотона



# Фермионы

- Полный поворот на  $360^\circ$  переводит вектор состояния не в себя, а в себя со знаком «минус».
- Частица и античастица.
- В каждом месте пространства может находиться только одна частица с заданными свойствами.

# Бозоны

- Полный поворот частицы переводит ее в себя же.
- Частица совпадает с античастицей.
- В каждой точке пространства может находиться сколько угодно частиц..

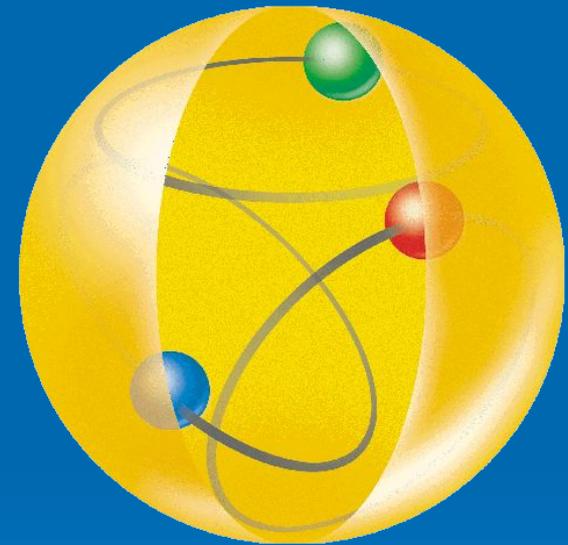


# Элементарные частицы

- Электроны
- Протоны, Нейтроны
- Нейтрино
- $\pi$ -мезоны
- $\mu$ -мезоны
- Известное число частиц перевалило за 200!

# Кварковая модель

Кварк	Название	Масса	Заряд
u	up	от 1.5 до 5 МэВ	2/3
d	down	от 3 до 9 МэВ	-1/3
s	strange	от 60 до 170 МэВ	-1/3
c	charm	от 1.1 до 1.4 ГэВ	2/3
b	bottom	от 4.1 до 4.4 ГэВ	-1/3
t	top	от 168 до 178 ГэВ	2/3



# Четыре фундаментальных взаимодействия

- Гравитационное
- Электромагнитное
- Сильное
- Слабое
  
- Электослабое взаимодействие
- Великое объединение
- Суперобъединение

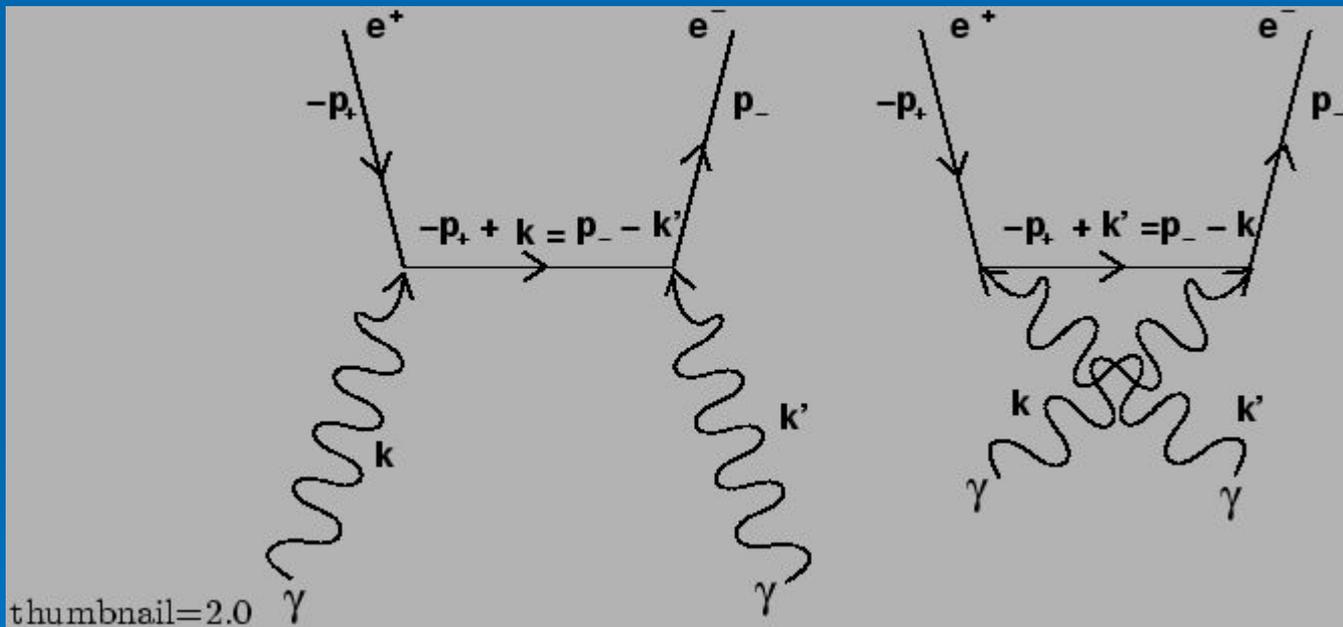
$$\alpha_{em} = e^2 / \hbar c \approx 1/137$$

# Квантовая теория поля

- Объединение специальной теории относительности и квантовой механики
- «Море виртуальных частиц-античастиц»
- Передача взаимодействия через виртуальные частицы



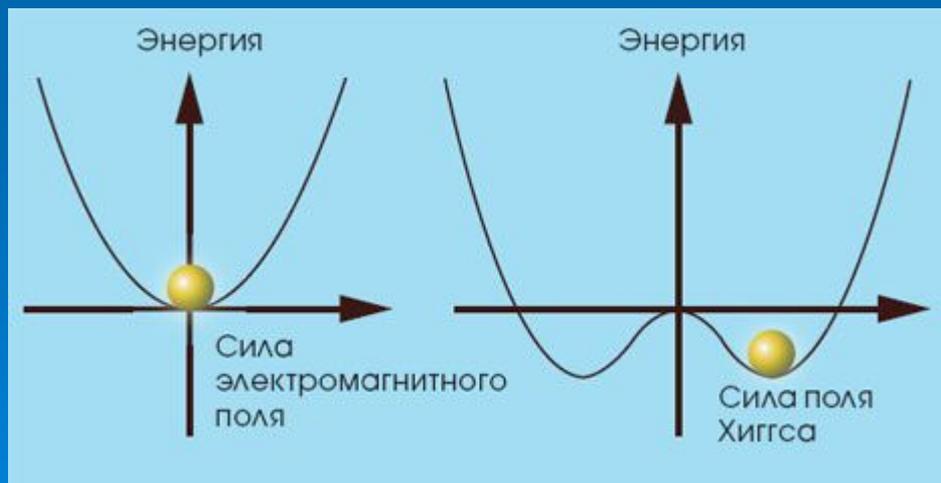
# Рождение пар частиц



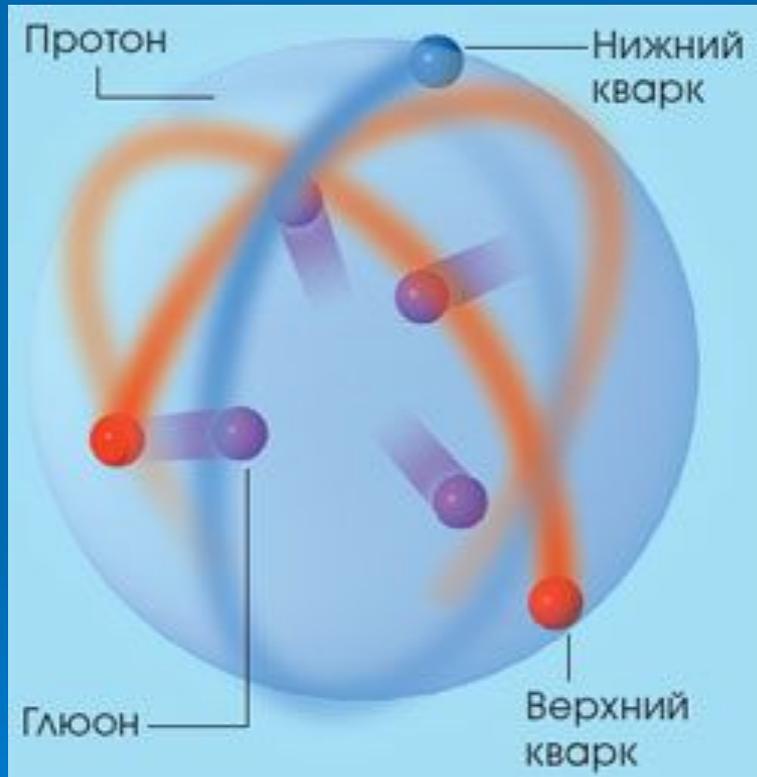
# Загадки массы



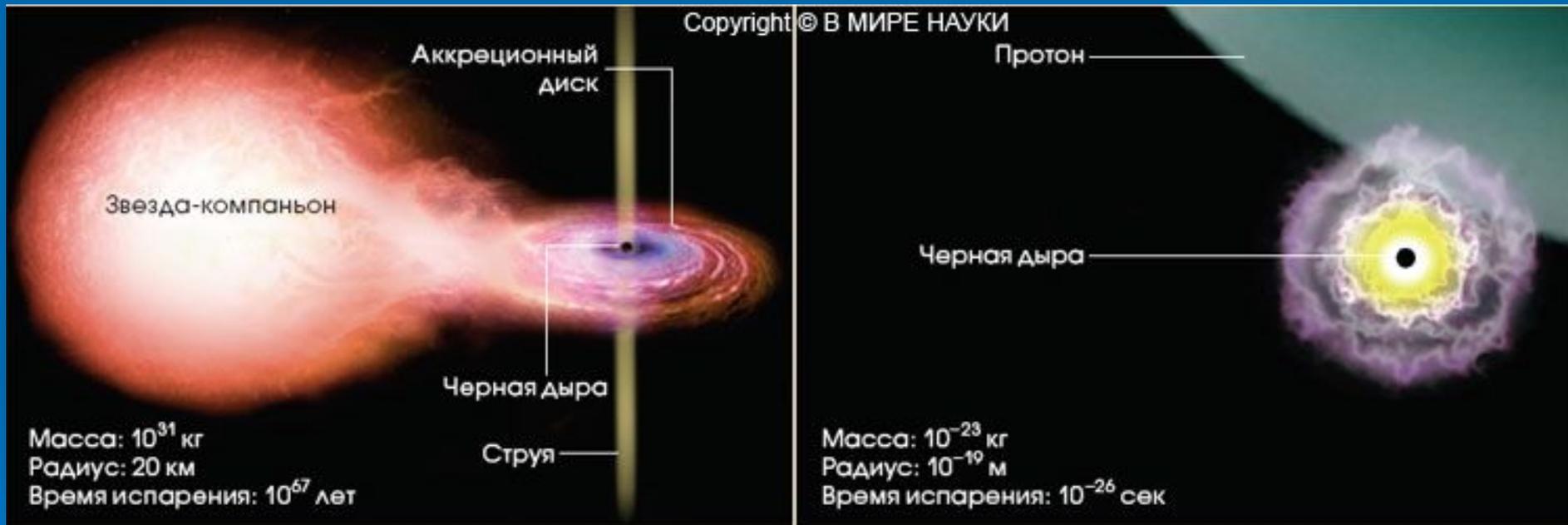
# Бозоны Хигса



# Кварки и глюоны

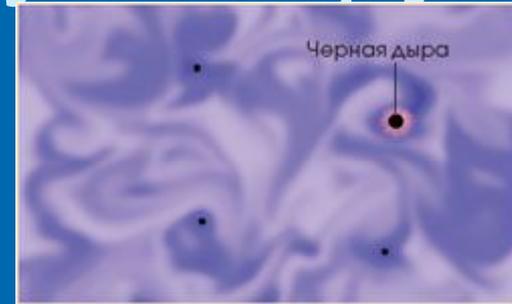


# Квантовые черные дыры



# Как сделать черную дыру?

- Первичные флуктуации плотности
- Столкновения космических лучей
- Ускоритель частиц



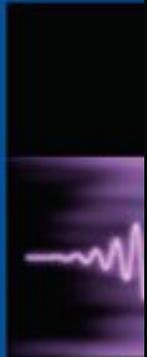
# Рождение и смерть квантовой черной дыры

Шварцшильдовская стадия

Стадия Планка

Copyright © В МИРЕ НАУКИ

Рождени



Масса:

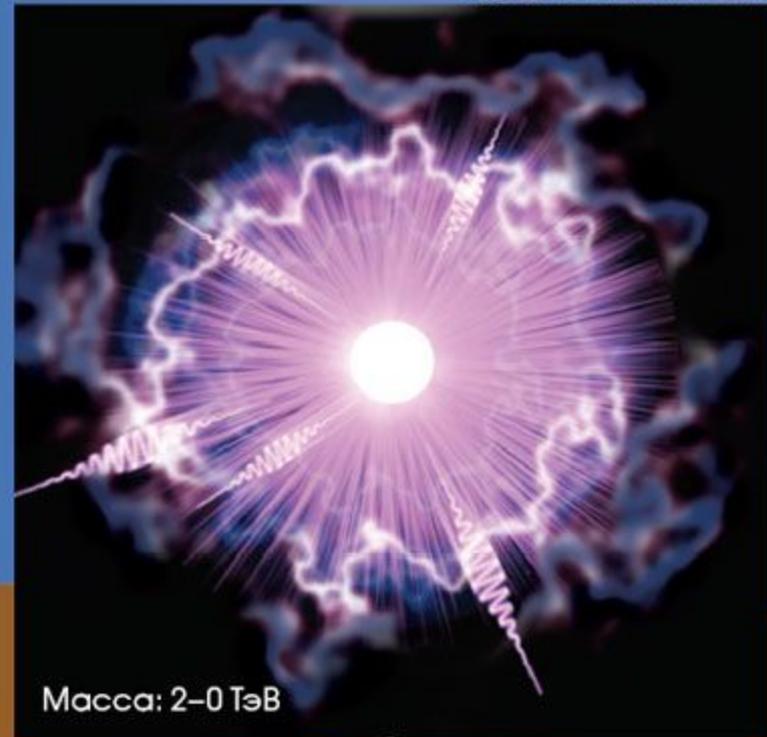
Время: 0

Copyright ©



Масса:  $6-2 \text{ ТэВ}$

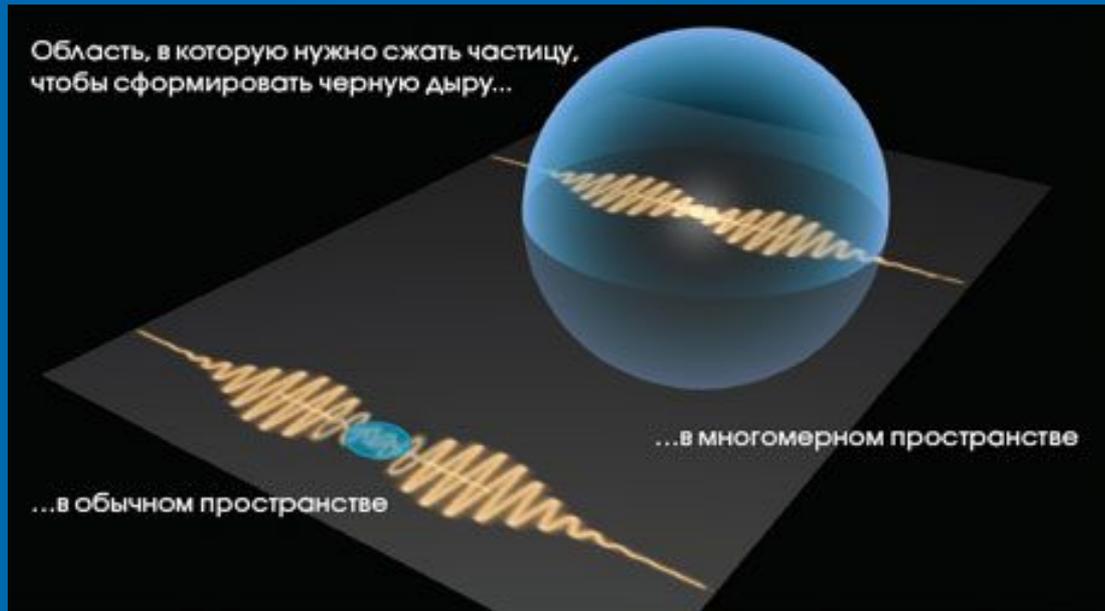
Время:  $(3-20) \times 10^{-27} \text{ сек}$



Масса:  $2-0 \text{ ТэВ}$

Время:  $(20-22) \times 10^{-27} \text{ сек}$

# Скрытые размерности?



# Постулаты квантовой механики

- Каждую физическую величину можно представить линейным оператором.
- В результате измерения физической величины, представленной оператором, может получиться лишь одно из собственных значений оператора.
- При измерениях, осуществляемых над системой, находящейся в состоянии, определяемом волновой функцией, вероятность получить значение физической величины равна квадрату модуля коэффициента разложения волновой функции по собственным функциям оператора .

# Вместо заключения

В письме от 4 декабря 1926 года

Эйнштейн писал Макс Борну: "Квантовая механика внушает большое почтение. Но внутренний голос говорит мне, что это не истинный Иаков. Теория дает много, но едва ли она подводит нас ближе к тайне Старика. Во всяком случае, я убежден, что он не играет в кости..."

