

# Полигармонические колебания



*Полигармоническими* называют колебания, которые могут быть представлены в виде суммы двух или более гармонических колебаний с частотами, находящимися в рациональном соотношении.

$$u(t) = A_1 \cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t).$$

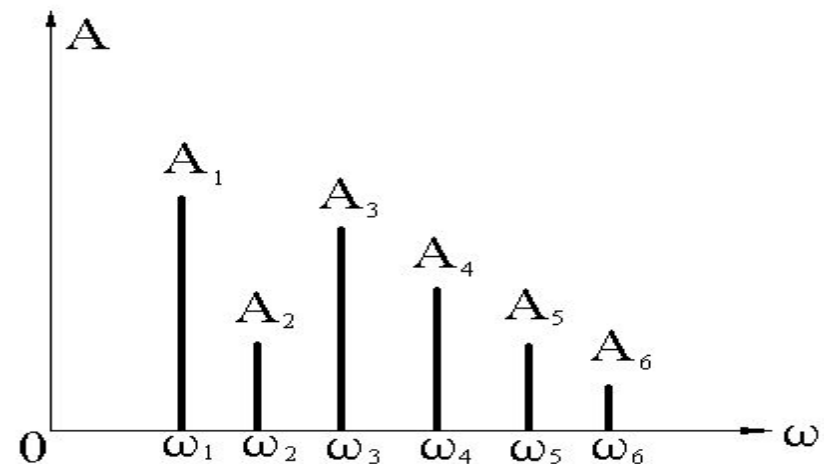
Существенно, чтобы отношение частот  $\omega_1 / \omega_2$  было рациональным числом. Пусть  $\omega_1$  и  $\omega_2$  выражаются через некоторую частоту  $\omega$  так, что  $\omega_1 = n\omega$  и  $\omega_2 = m\omega$ , где  $m$  и  $n$  целые числа, и  $n/m$  несократимая дробь. Тогда сумма этих колебаний будет периодической функцией с периодом  $2\pi/\omega$ .

## Ряд Фурье для периодического процесса

В общем случае периодические функции с периодом  $T$  могут быть представлены в виде ряда:

$$u(t) = \frac{1}{2} A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t + \varphi_k)$$

Где  $1/2 A_0$  - среднее значение колебания;  
 $A_k$  и  $\varphi_k$  - амплитуда и фаза  $k$ -й гармоники.



# Другие характеристики колебательных процессов

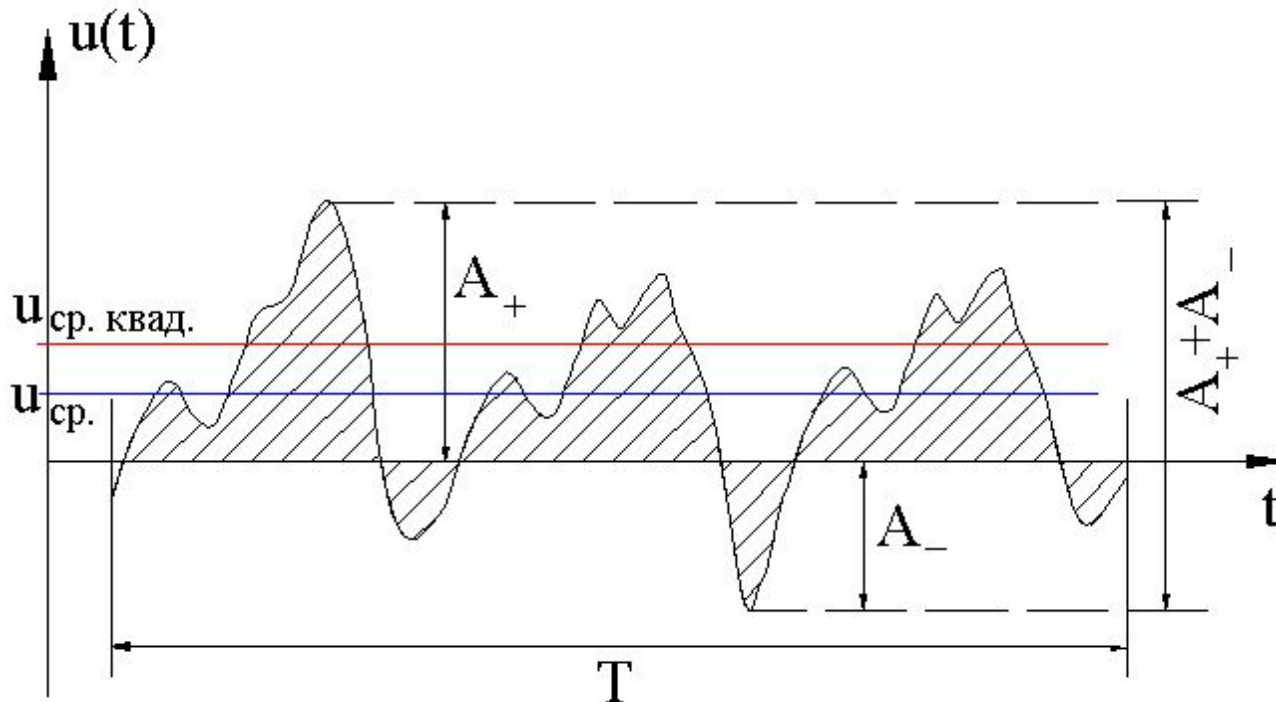


- Пиковое значение и размах.

$$A_+ = \max_{t \in T} |u(t)|, \quad A_- = \min_{t \in T} |u(t)|; \quad A_+ + A_-$$

- Осредненные характеристики  
среднее значение и СКЗ:

$$u_{\text{ср.}} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt, \quad u_{\text{ср. квал.}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u(t))^2 dt}.$$



# Колебания системы с одной

## степенью свободы

При изучении колебаний различных механических систем необходимо в зависимости от поставленной задачи по возможности упрощать картину данного колебательного процесса т.е. пользоваться *моделями*.

$$F_k = -kx, \quad \text{- сила упругости}$$

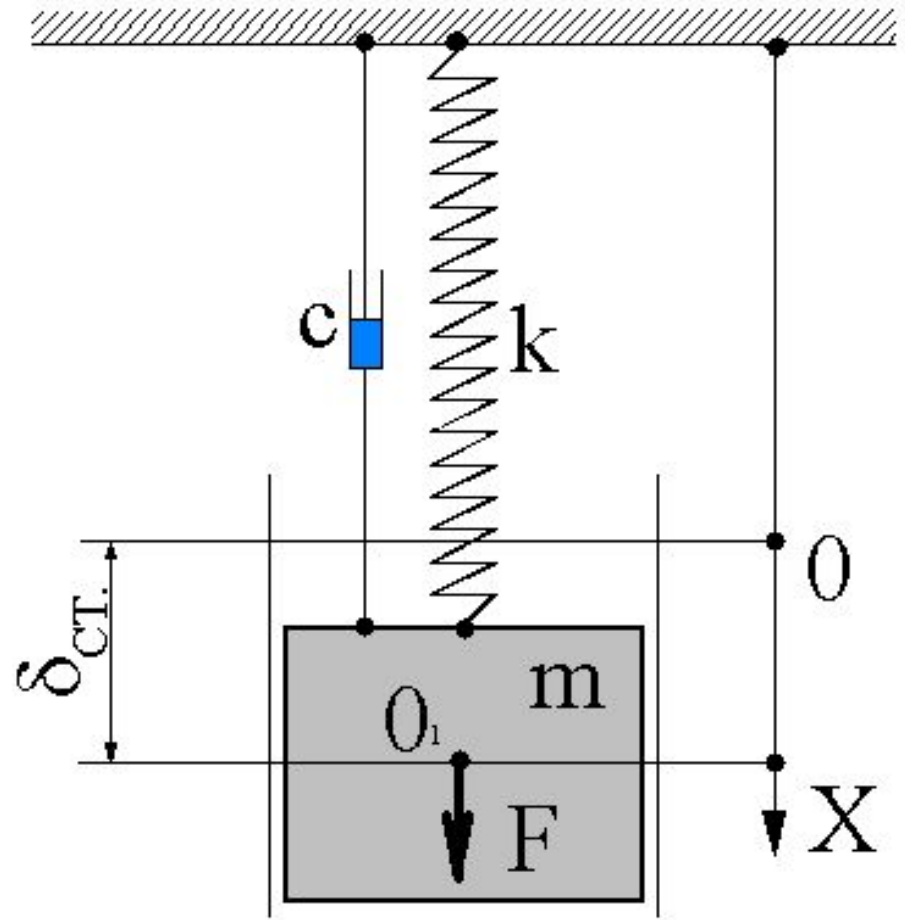
$$F_c = -c\dot{x}, \quad \text{- сила трения}$$

$$\delta_{ст} = \frac{mg}{k} \quad \text{- статический прогиб}$$

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = \frac{F}{m},$$

$$\ddot{x} + 2\varepsilon \dot{x} + \omega^2 x = f,$$

$$\varepsilon = \frac{c}{2m}; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$



# Колебания системы с одной степенью свободы

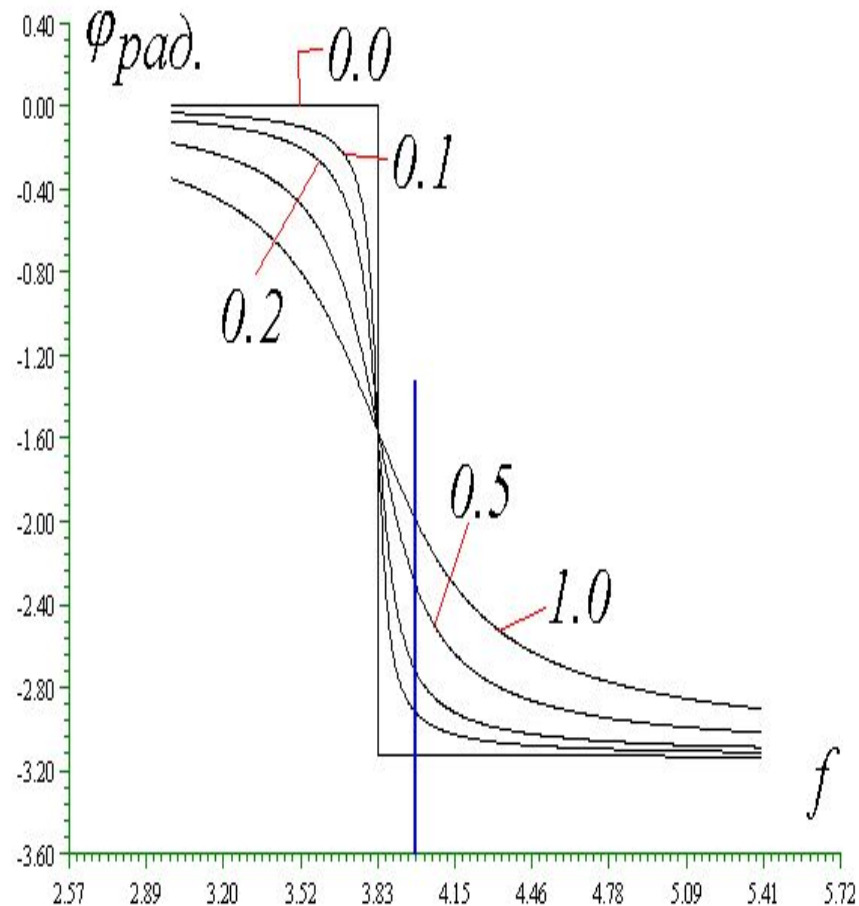
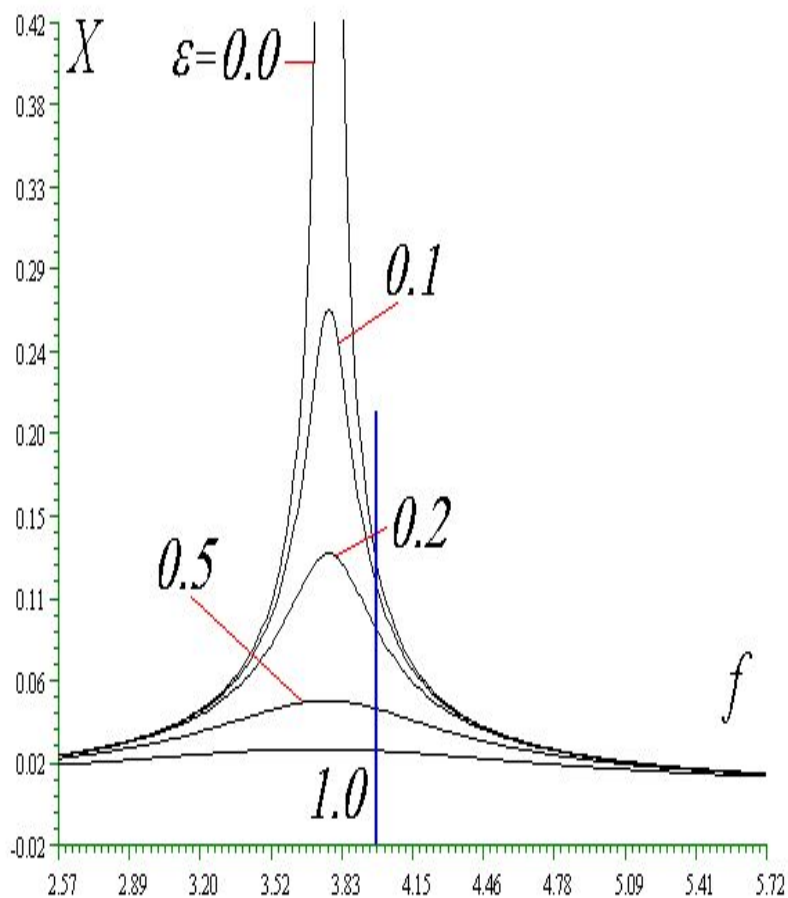


$$m\dot{w} + b\dot{v} + kx = F(t) \quad w + \frac{b}{m}v + \frac{k}{m}x = \frac{1}{m}F(t)$$

$$w + 2\varepsilon v + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t), \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x = \frac{x_{cm}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{x_{cm}}{1 - \eta^2} = \chi x_{cm} \quad \chi = \left| \left(\frac{1}{\eta}\right)^2 - 1 \right|^{-1}$$

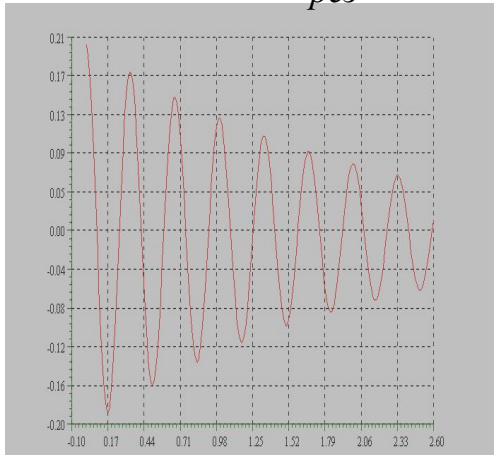
# АЧХ и ФЧХ системы с одной степенью свободы



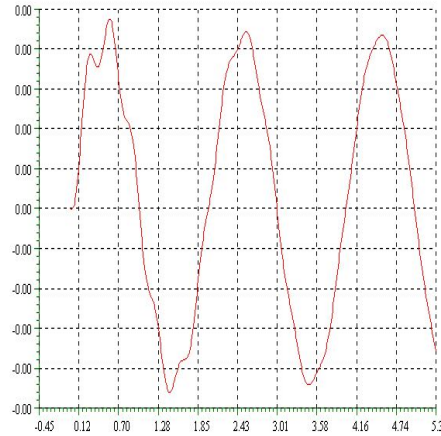
# Колебания системы с малым демпфированием. Переходные процессы.



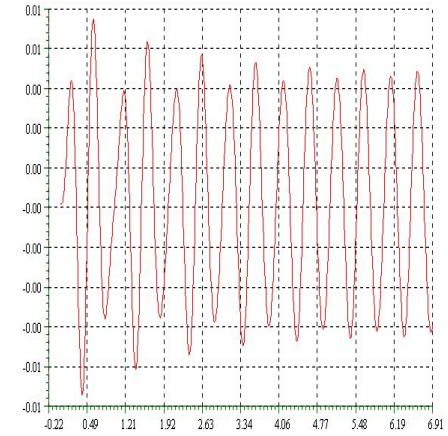
Свободные  $f_{рез} = 3$  Гц



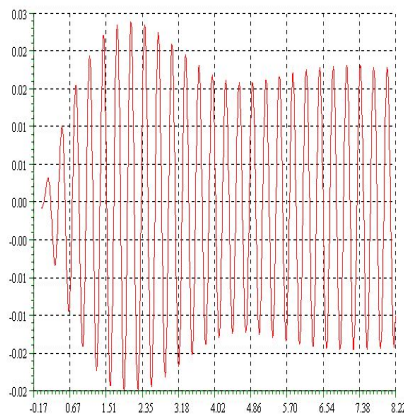
вынужденные  $f = 0.5$  Гц



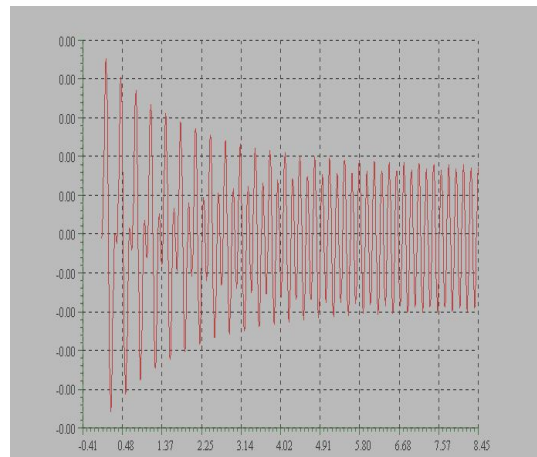
вынужденные  $f = 2$  Гц



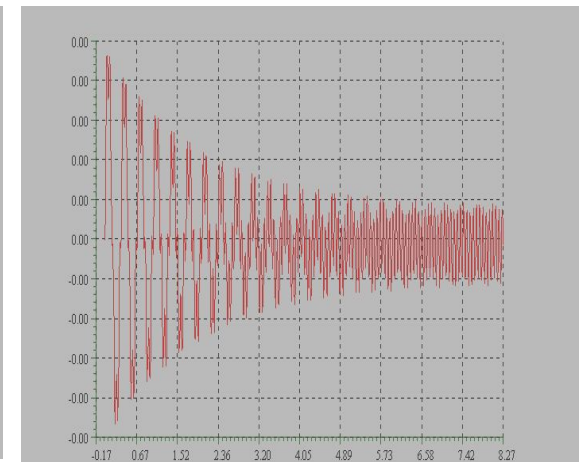
вынужденные  $f = 3.2$  Гц



вынужденные  $f = 6$  Гц

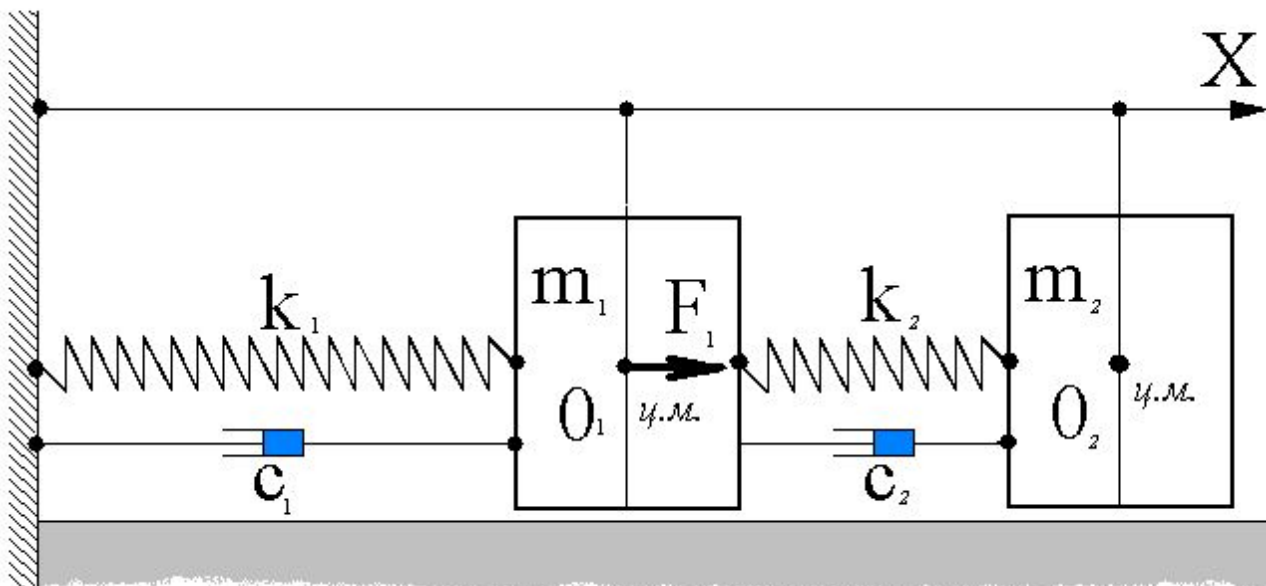


вынужденные  $f = 15$  Гц

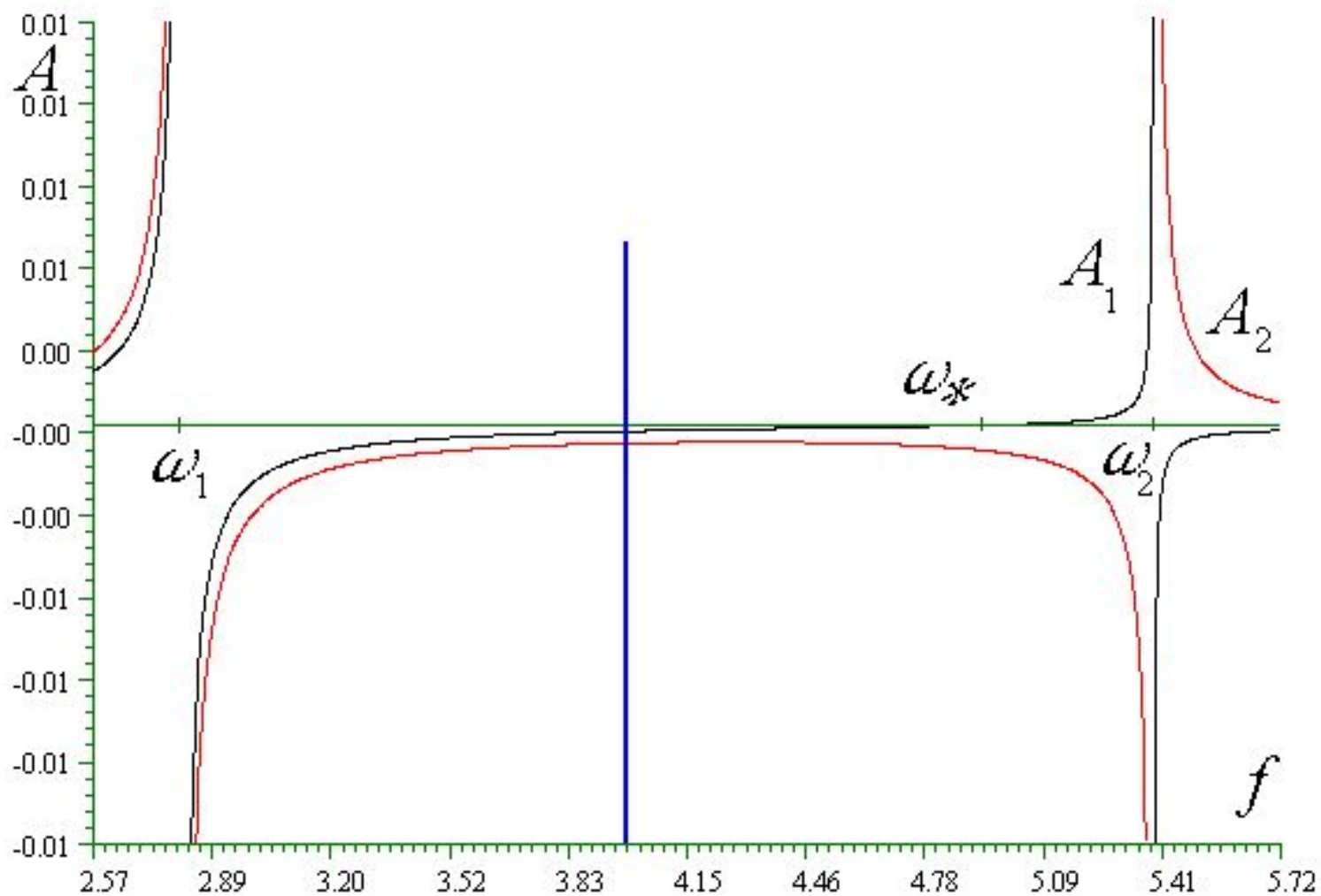


# Колебания системы с двумя степенями свободы

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1 x_1 - k_2 (x_2 - x_1) = F_1 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) = 0 \end{cases}$$

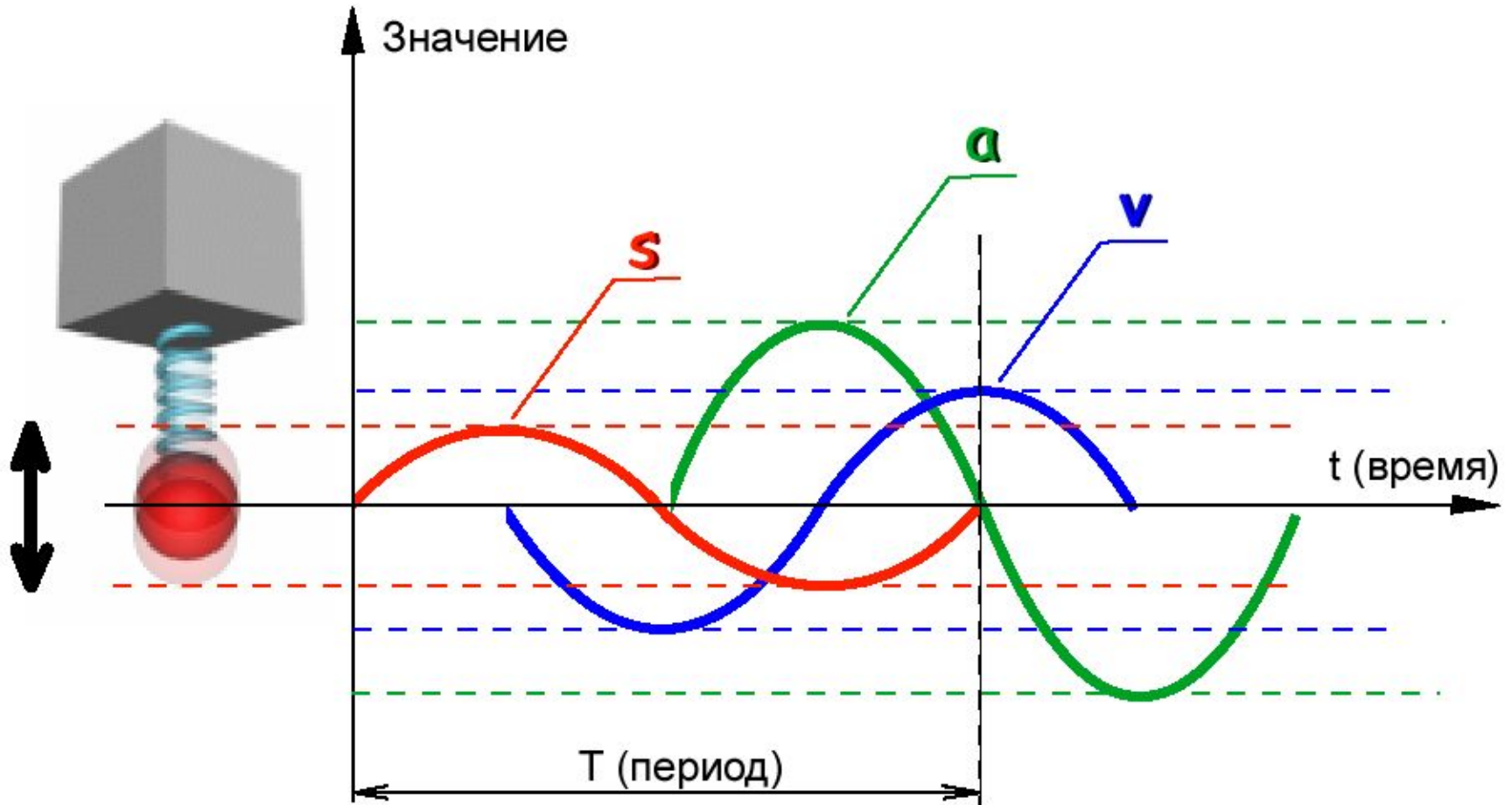


# АЧХ системы с двумя степенями свободы

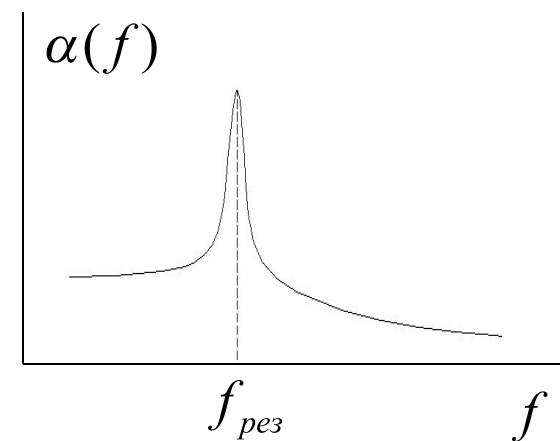
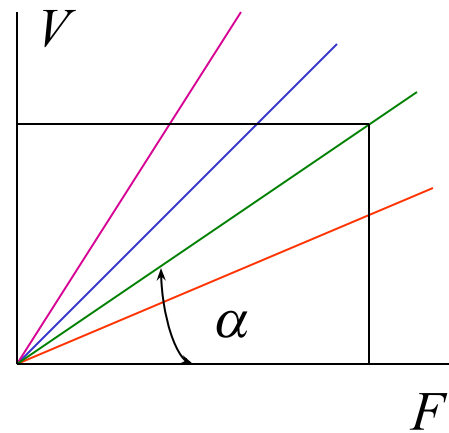
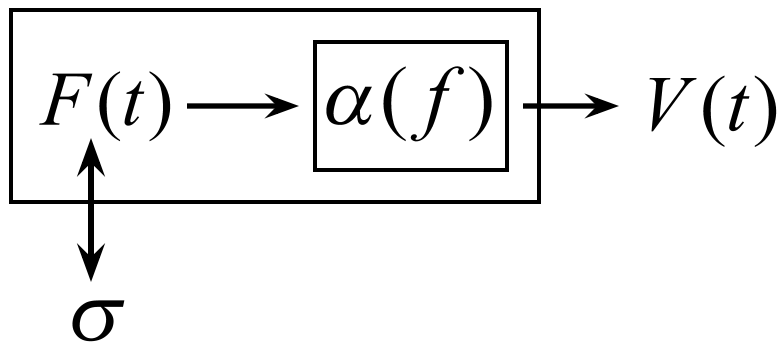
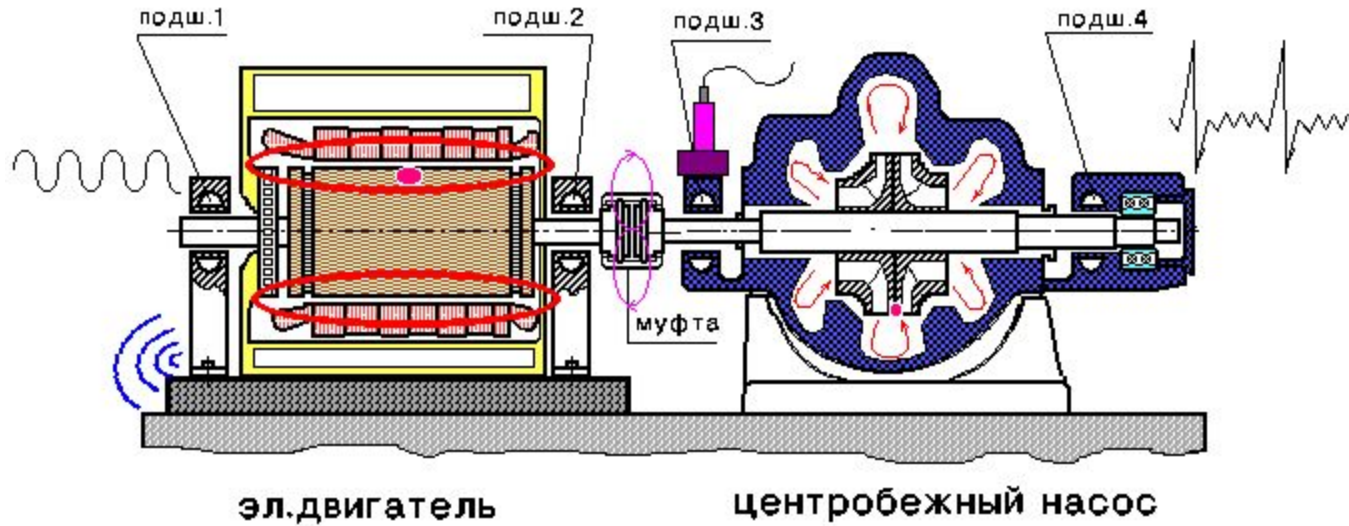


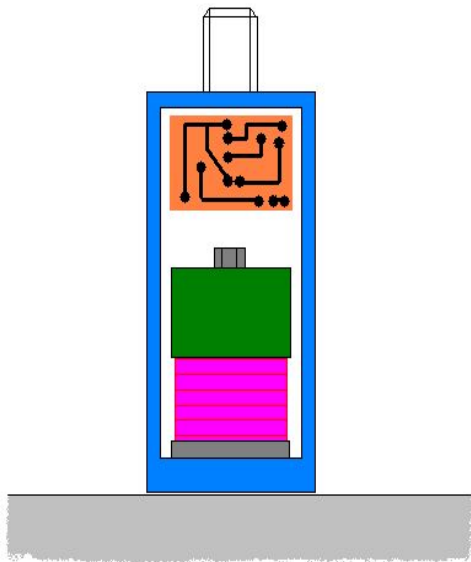


# Колебания системы с одной степенью свободы

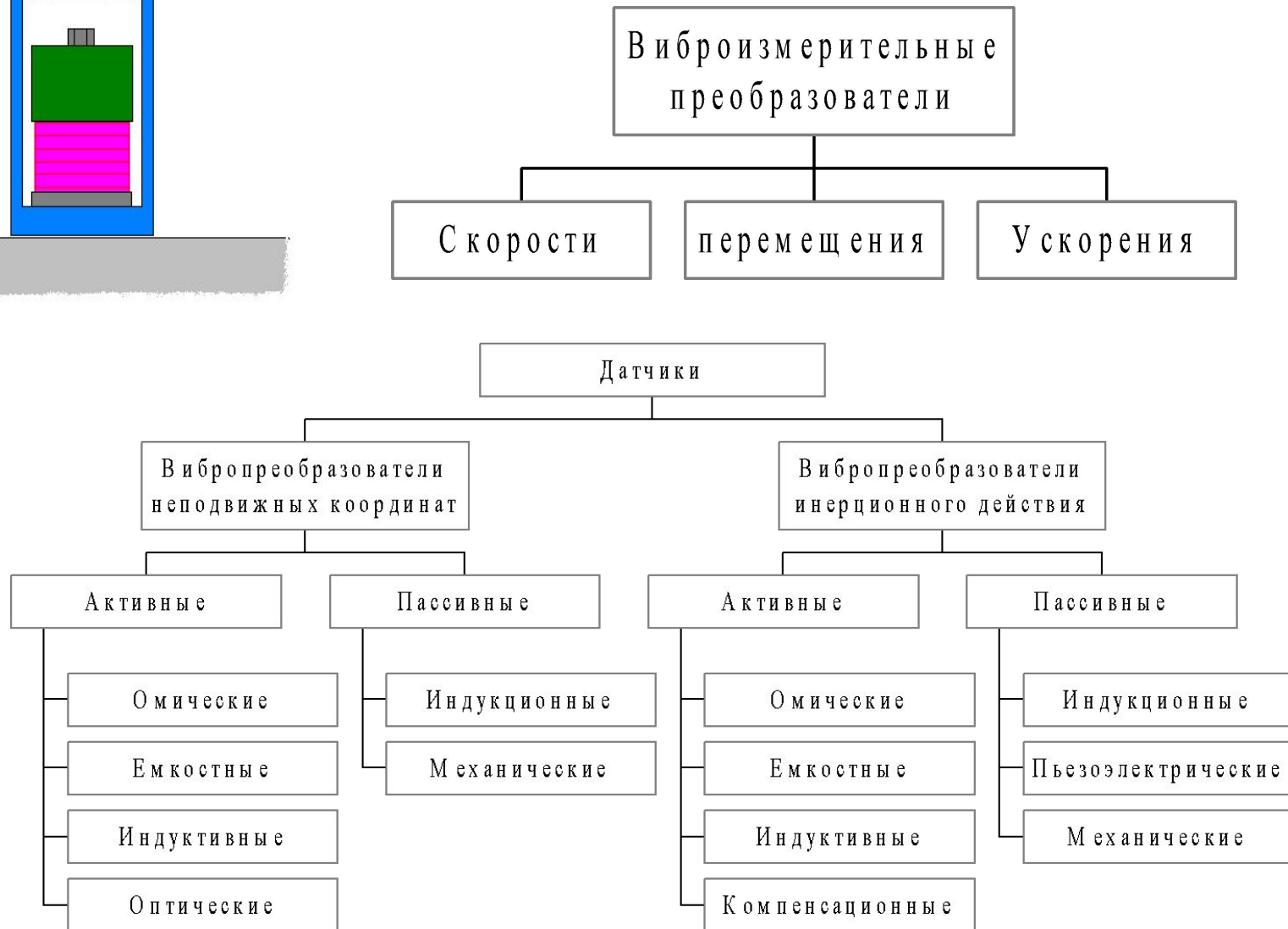


# Идеология

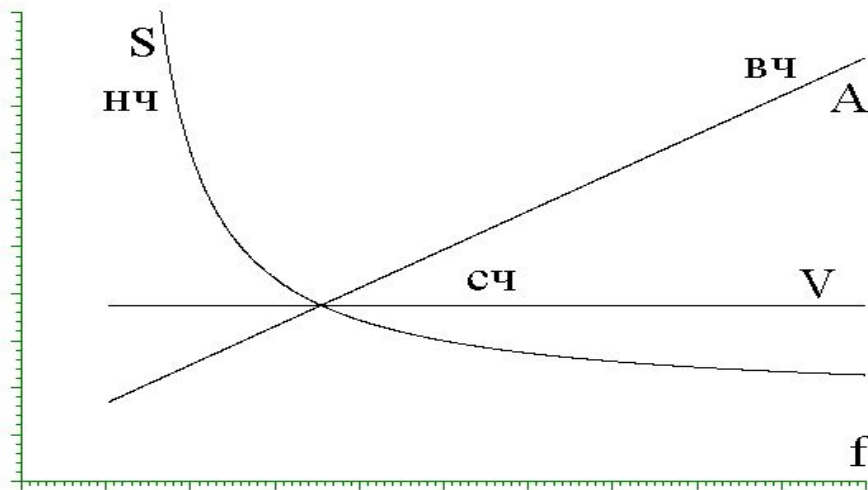




# Виброметрия



# Чем, где, как и что мерить



•Частотный диапазон:

НЧ - 0 - 200 Гц

СЧ - 10 - 1000 Гц

ВЧ - 100 - 10000 Гц и выше

•Масса датчика уменьшает амплитуду колебаний и собственные частоты для тонкостенных конструкций

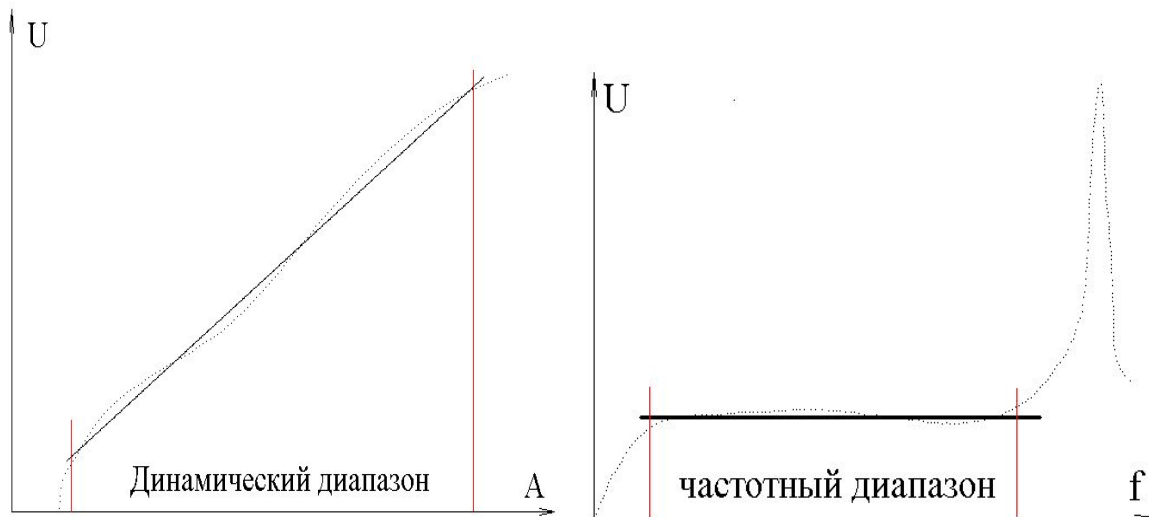
•Способ крепления датчика определяет установочный резонанс датчика и следовательно определяет частотный диапазон измеряемых

величин:

- ручной щуп - 0 - 200 Гц

- магнит - 0 - 1500 Гц

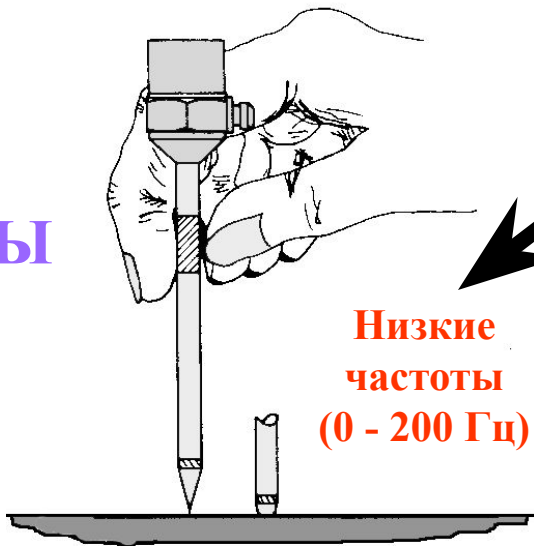
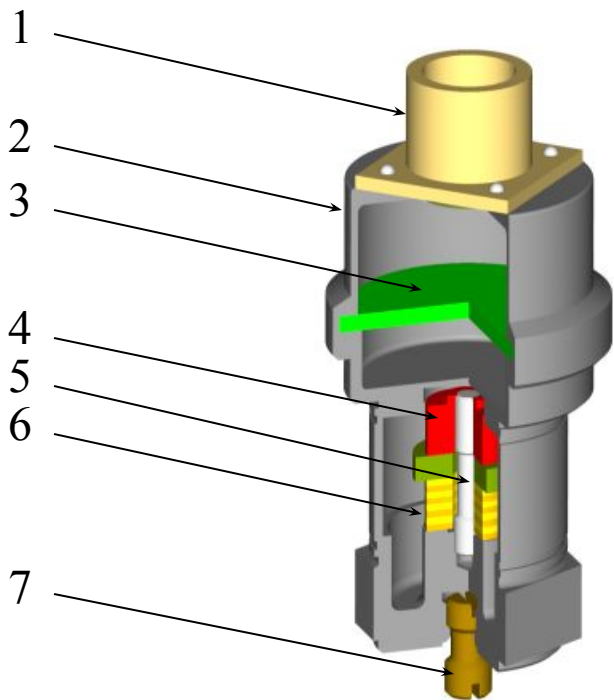
- шпилька - 0 - 10000 Гц





# АКСЕЛЕРОМЕТРЫ

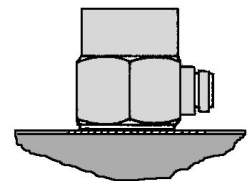
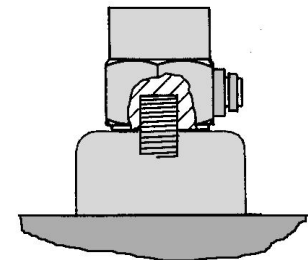
## Частотный диапазон



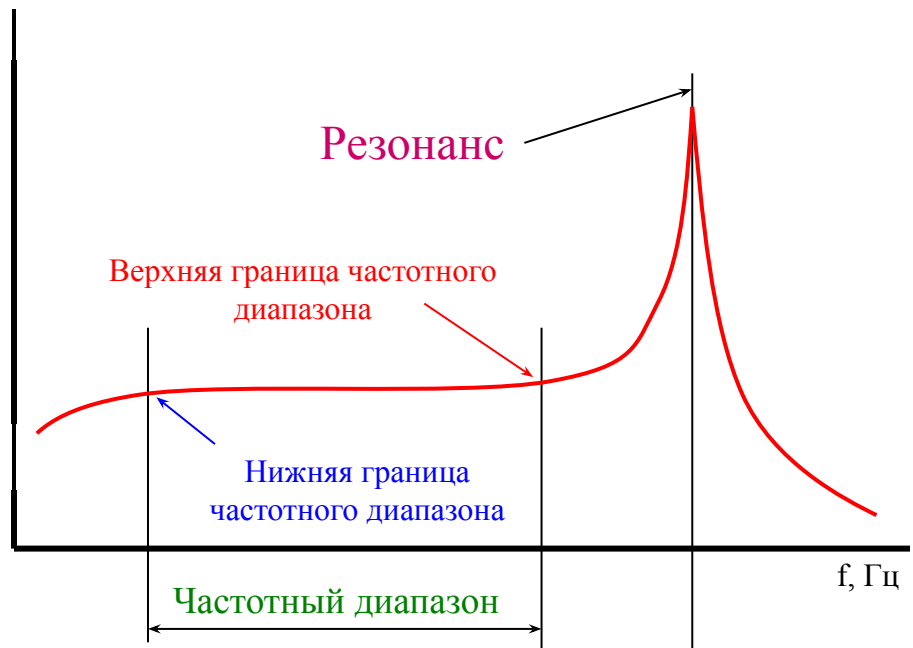
## Способы установки датчиков

Средние частоты (0 - 4000 Гц)

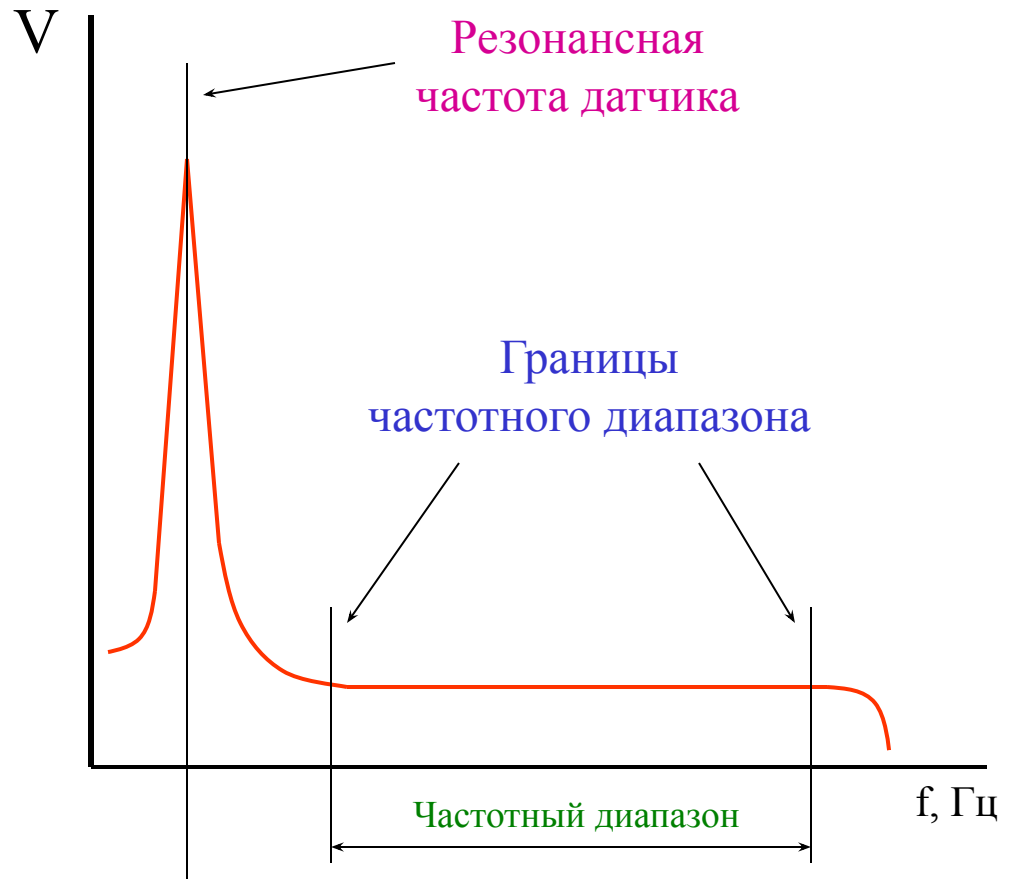
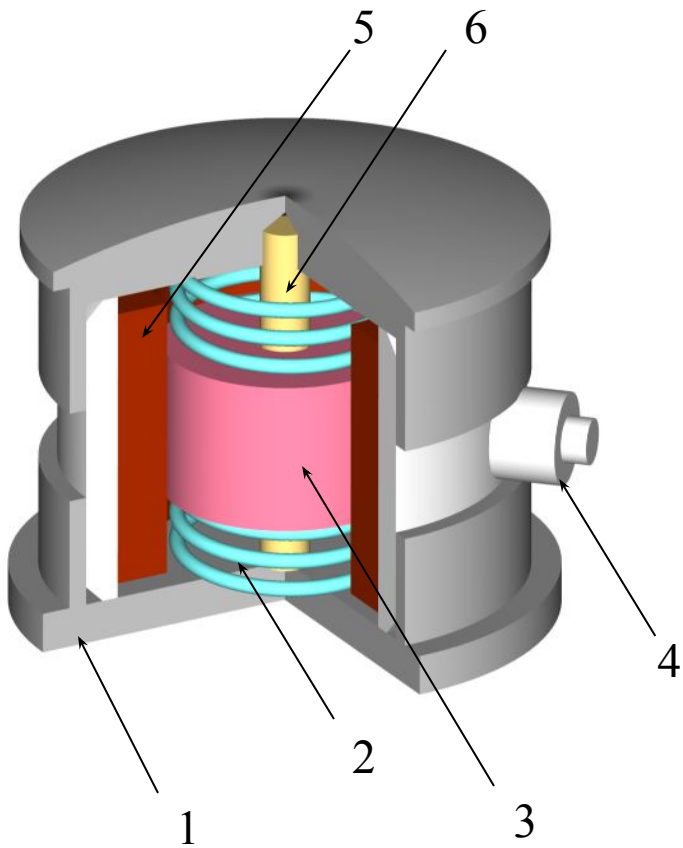
Высокие частоты (0 - 20000 Гц)



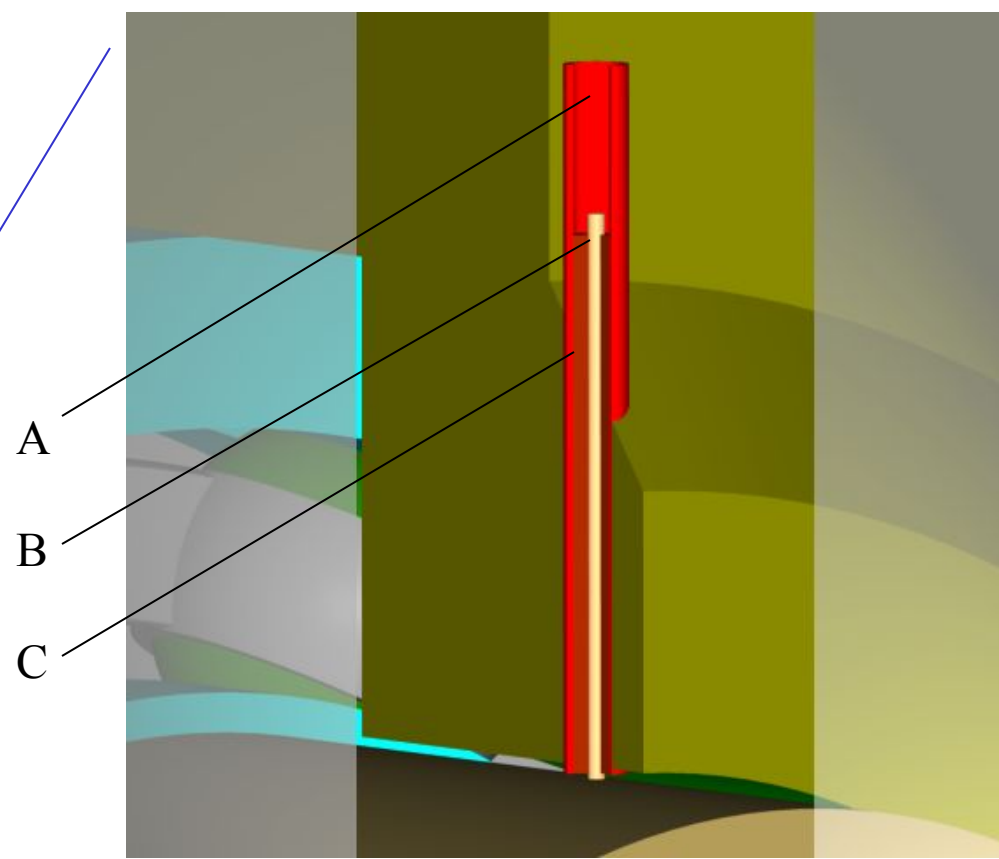
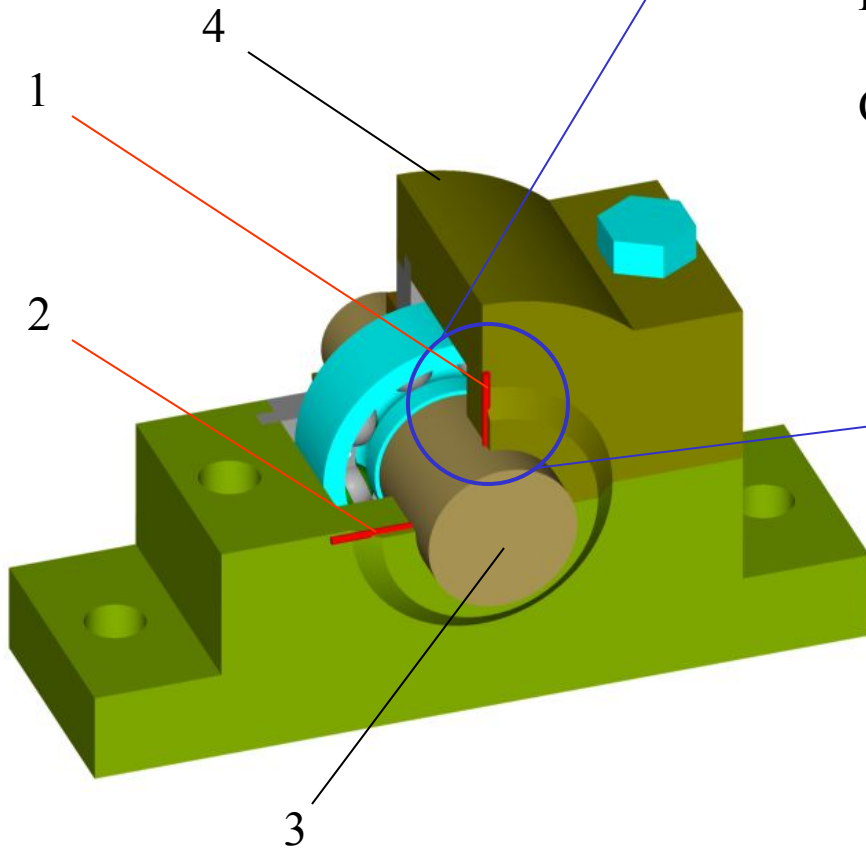
A



# ВЕЛОМЕТРЫ. Частотный диапазон



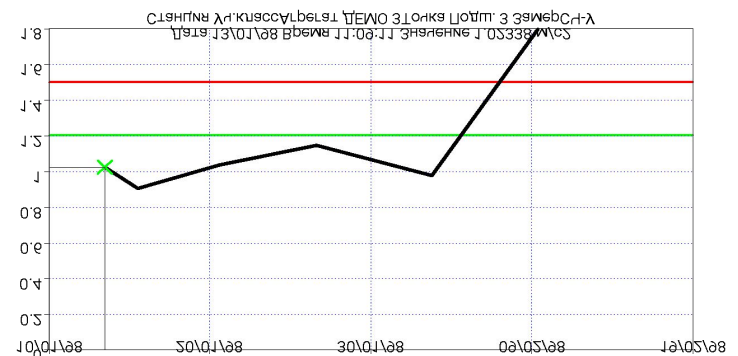
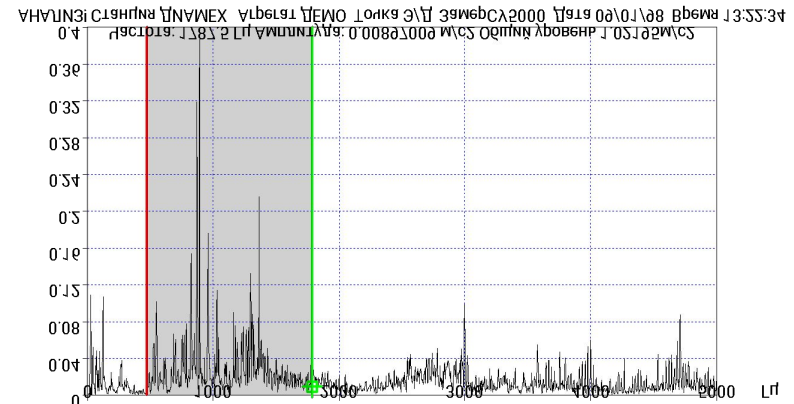
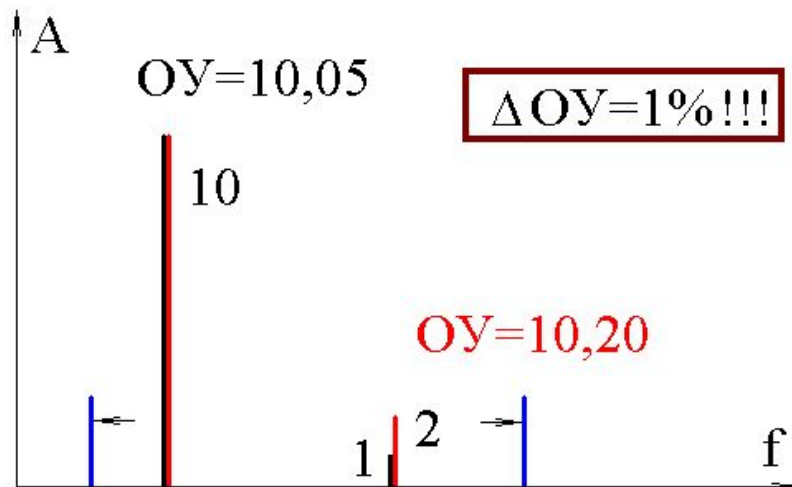
# ПРОКСИМЕТРЫ



# Периодический мониторинг I уровня



I уровень периодический мониторинг вибрационного состояния роторного оборудования в стандартных полосах частот; тренд-анализ; прогнозирование ресурса работы оборудования.  
Необходим ВИБРОМЕТР





# Периодический мониторинг

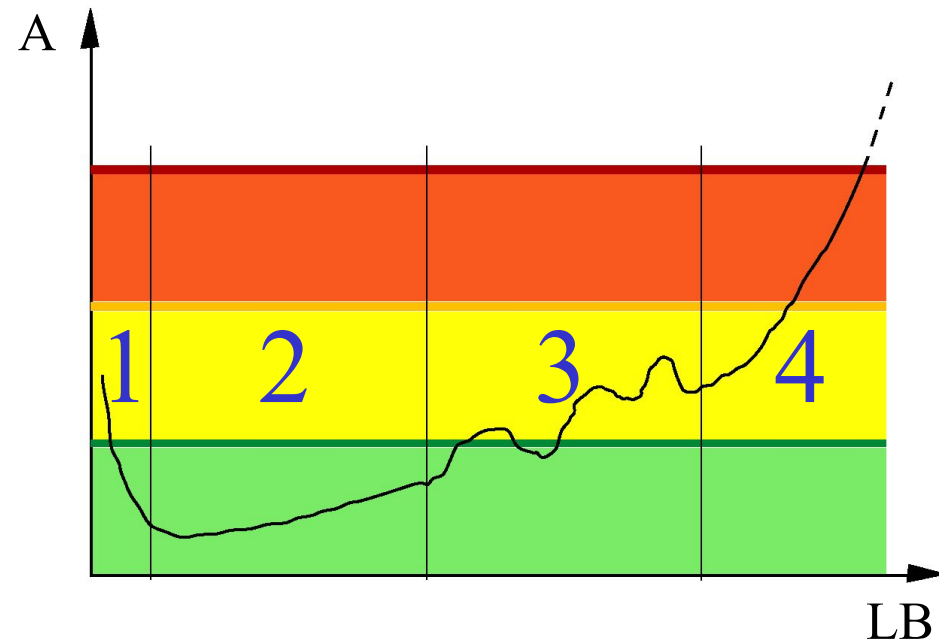
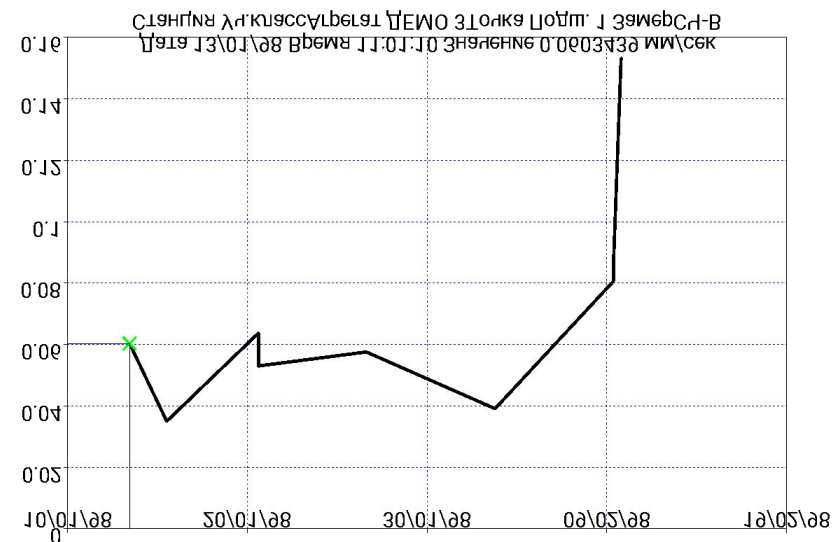
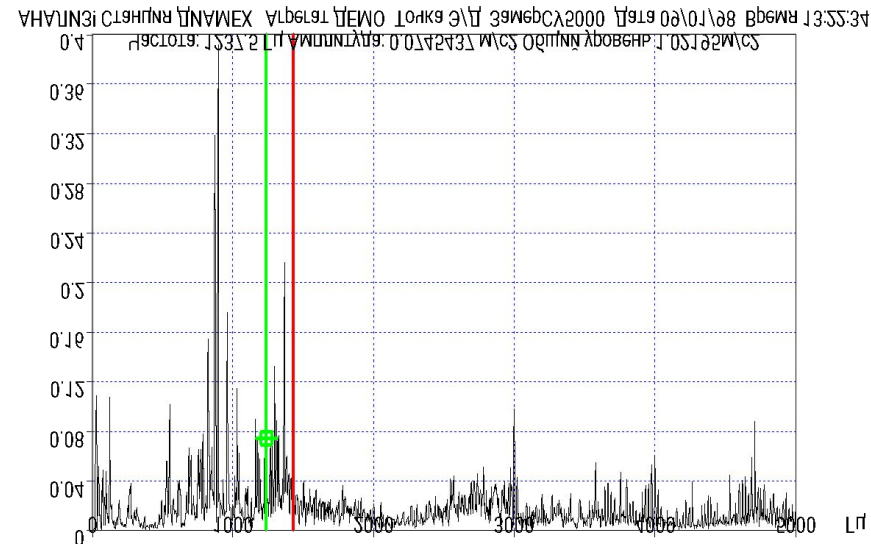


II уровень контроль вибрации в полосах, тренд-анализ; прогнозирование ресурса работы оборудования, выявление причин повышенной вибрации.

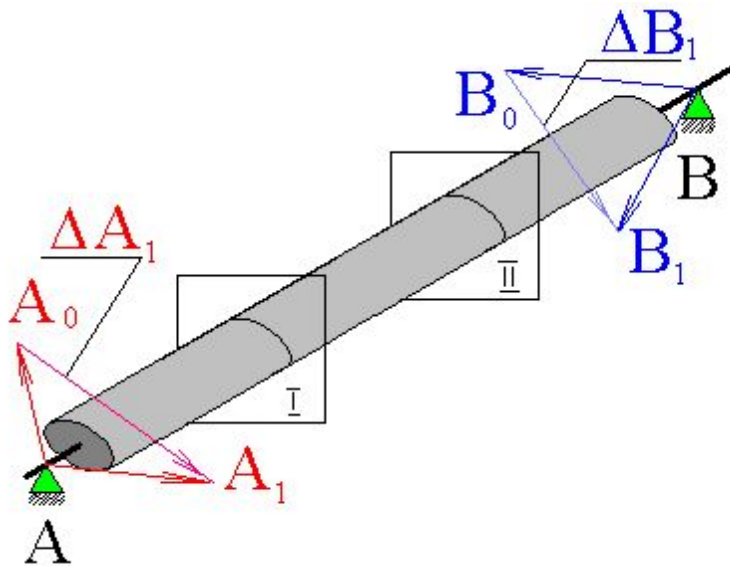
Необходим ВИБРОАНАЛИЗАТОР

III уровень применение специальных методов анализа

(ПИК-ФАКТОР, СПЕКТРЫ  
ОГИБАЮЩИХ, СТАТИСТИЧЕСКИЕ  
МЕТОДЫ, и т. д.)



# Уравновешивание в собственных опорах **ДИ** **М** **Е** **Х**



Нулевой пуск:  $A_0 B_0$

Первый пробный пуск:  $A_1 B_1$

$$\Delta \bar{A}_1 = \bar{A}_1 - \bar{A}_0, \quad \Delta \bar{B}_1 = \bar{B}_1 - \bar{B}_0$$

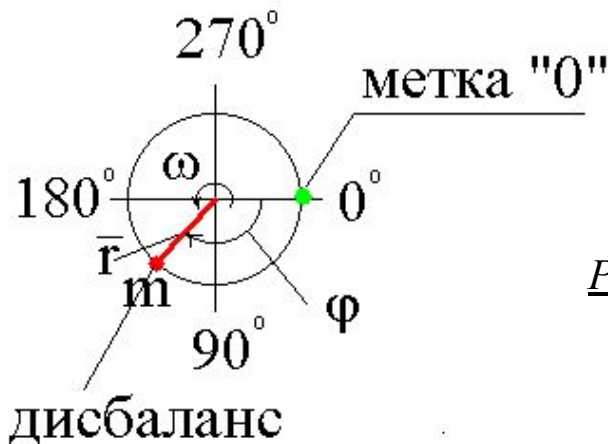
$$\tilde{\alpha}_{AI} = \frac{\Delta \bar{A}_1}{\bar{D}_I}, \quad \tilde{\alpha}_{BI} = \frac{\Delta \bar{B}_1}{\bar{D}_I}$$

Второй пробный пуск:  $A_2 B_2$

$$\Delta \bar{A}_2 = \bar{A}_2 - \bar{A}_0, \quad \Delta \bar{B}_2 = \bar{B}_2 - \bar{B}_0$$

$$\tilde{\alpha}_{AII} = \frac{\Delta \bar{A}_2}{\bar{D}_{II}}, \quad \tilde{\alpha}_{BII} = \frac{\Delta \bar{B}_2}{\bar{D}_{II}};$$

Где  $D$  - дисбаланс:  $D = mr$



Решение:

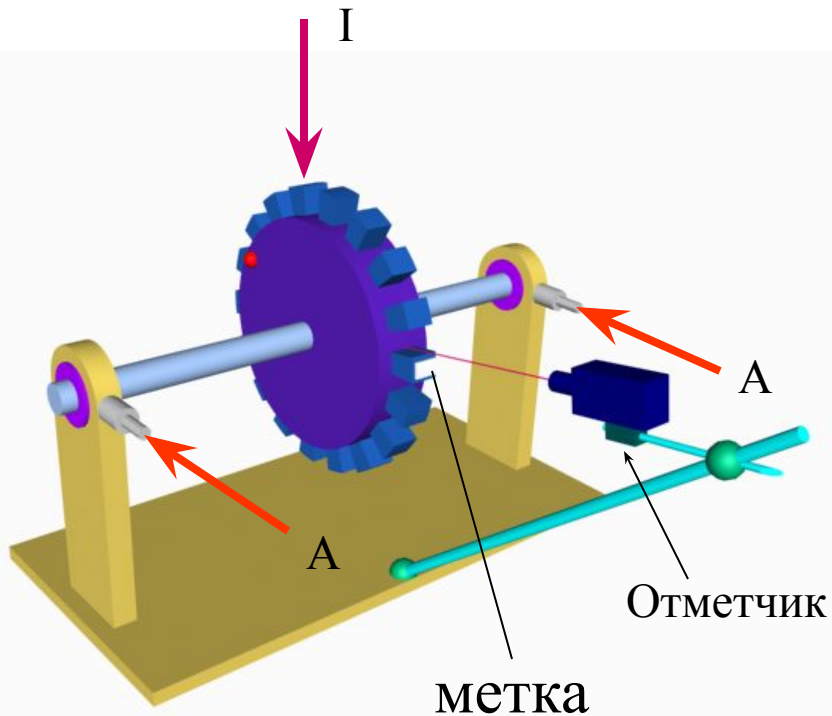
$$\begin{cases} \tilde{\alpha}_{AI} \bar{D}_I + \tilde{\alpha}_{AII} \bar{D}_{II} = -\bar{A}_0 \\ \tilde{\alpha}_{BI} \bar{D}_I + \tilde{\alpha}_{BII} \bar{D}_{II} = -\bar{B}_0 \end{cases}$$

# Одноплоскостная и двухплоскостная балансировка роторов



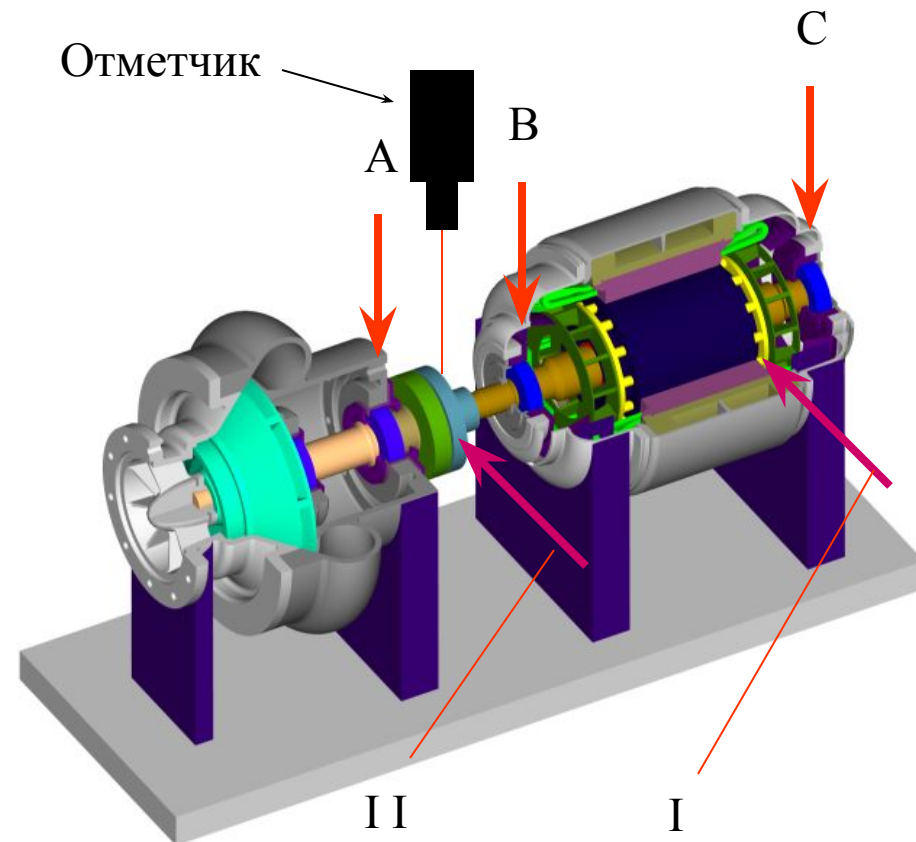
## Одноплоскостная балансировка

$$A = \alpha_{AI} \cdot m_I$$



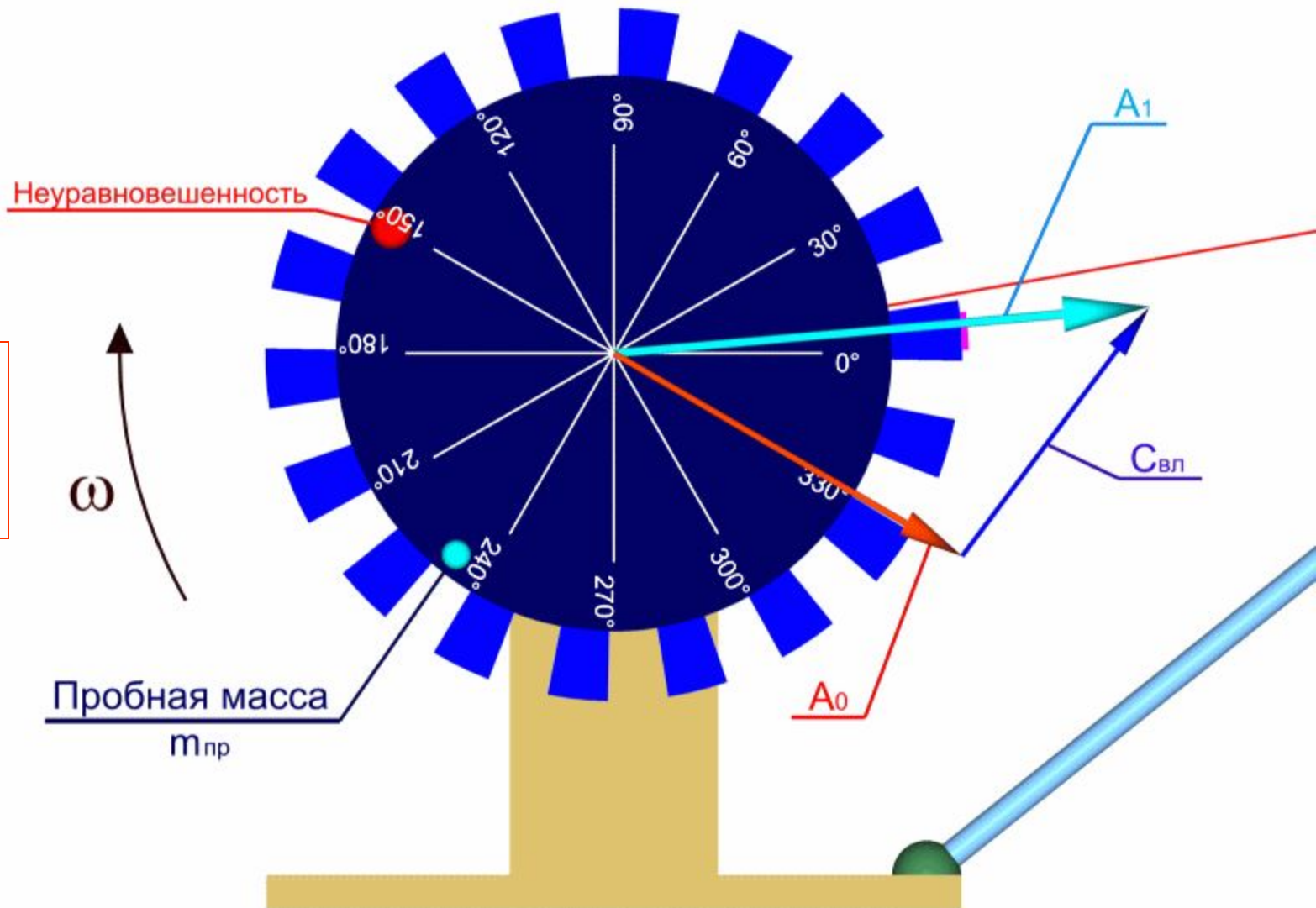
## Двухплоскостная балансировка

$$\begin{cases} -A_0 = \alpha_{AI} \cdot m_I + \alpha_{AII} \cdot m_{II} \\ -B_0 = \alpha_{BI} \cdot m_I + \alpha_{BII} \cdot m_{II} \\ -C_0 = \alpha_{CI} \cdot m_I + \alpha_{CII} \cdot m_{II} \end{cases}$$



# Определение коэффициента влияния при одноплоскостной балансировке ротора

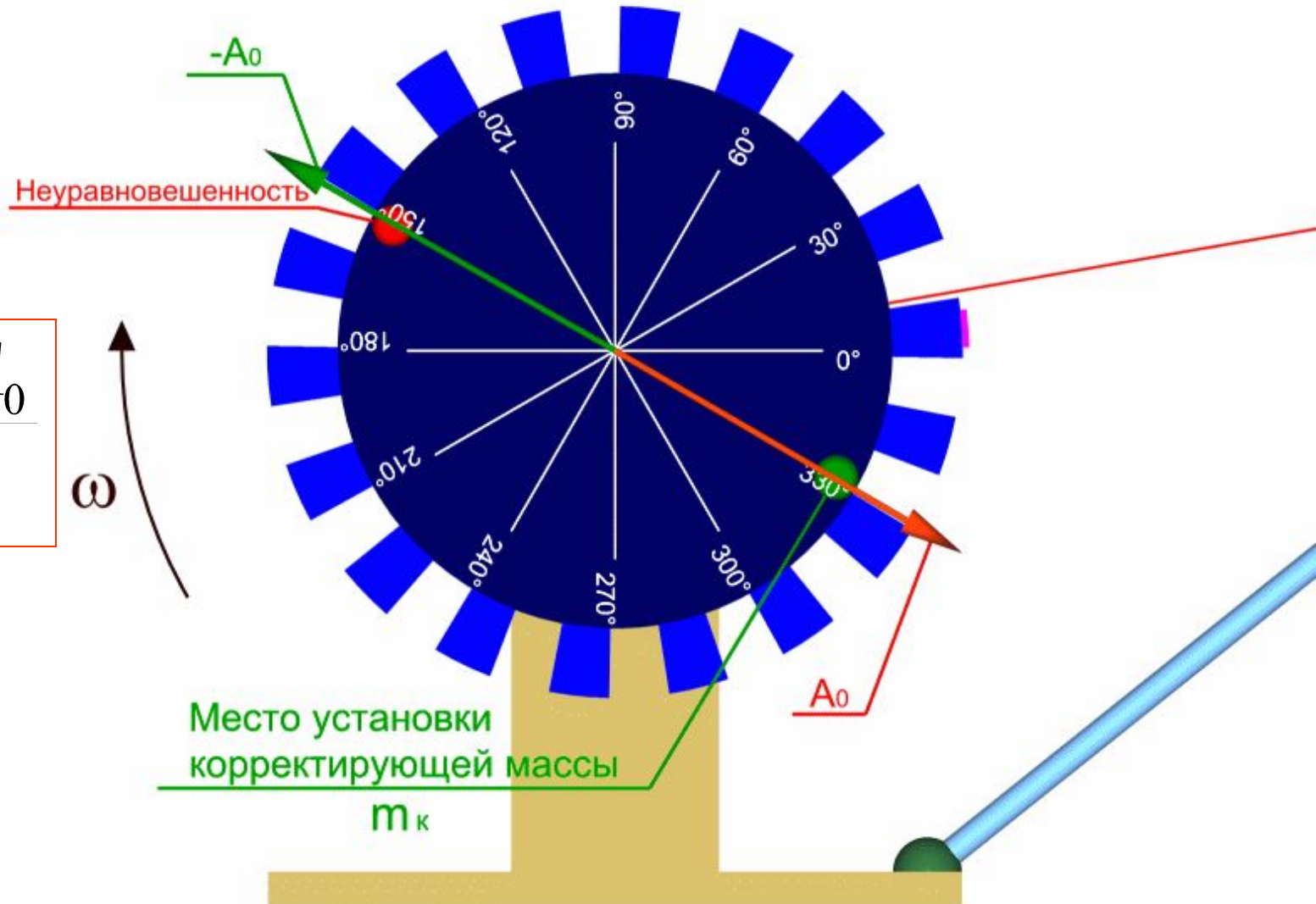
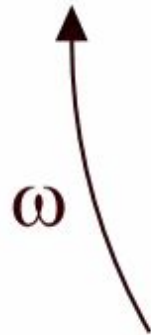
$$\alpha = \frac{C_{вл}}{m_{пр}}$$



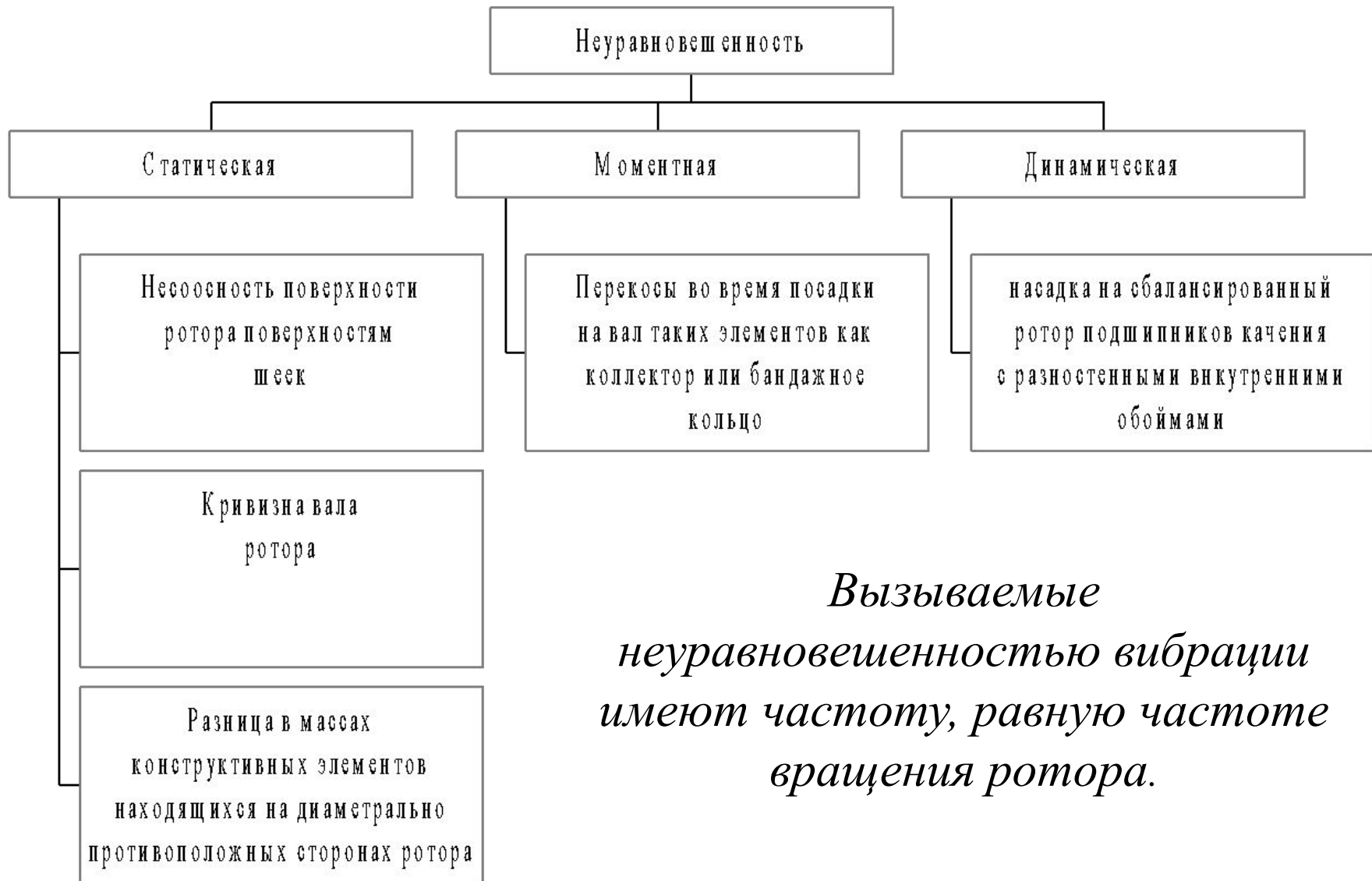
# Определение места установки и величины корректирующей массы при одноплоскостной балансировке ротора



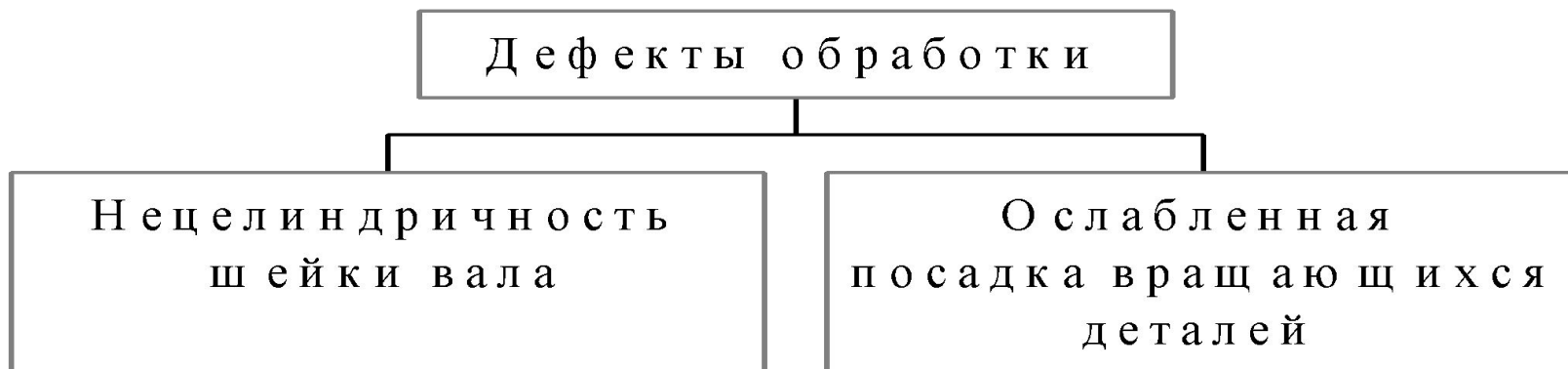
$$m_k = -\frac{A_0}{\alpha}$$



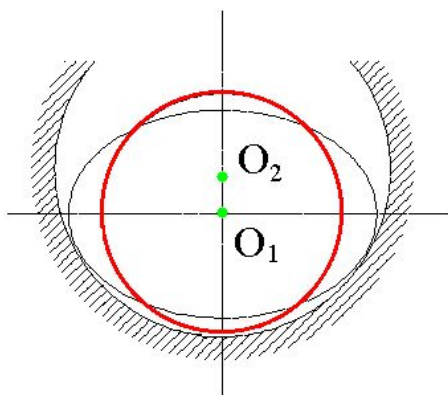
# Неуравновешенность ротора



# Некоторые дефекты механической обработки



$$f_{\text{ов}} = 2 f_{\text{вала}}$$

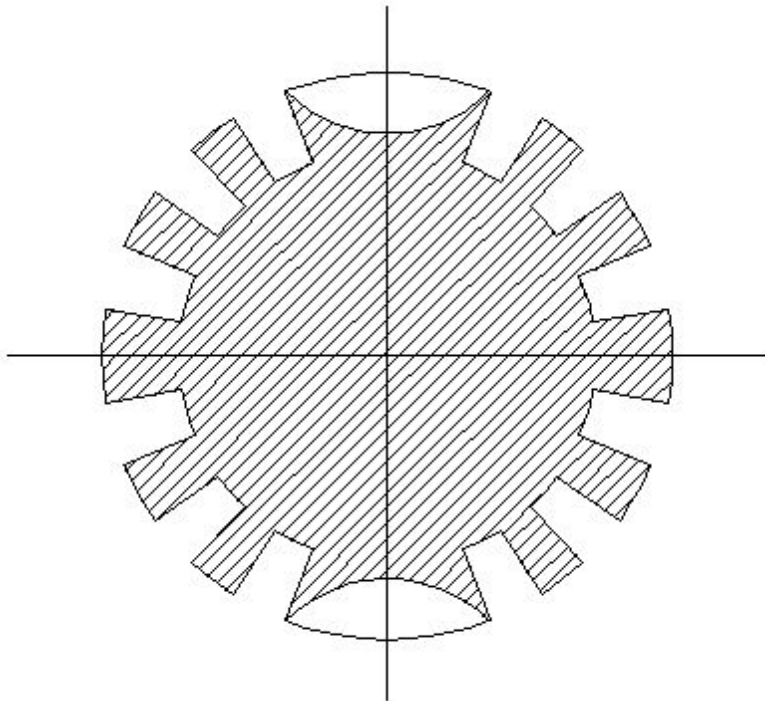


*Нагрев и воздействие центробежной силы приводят к радиальному смещению деталей, насаженных с натягом. Это приводит к неуравновешенности и повышенной вибрации. При снижении температуры и частоты вращения восстанавливается плотное соединение с валом, но ее новое положение может отличаться от исходного. Как правило происходит и исчезает внезапно.*

# Анизотропия жесткости ротора



Часто появление второй гармоники может быть вызвано анизотропией жесткости ротора. При вращении происходит два полных цикла изменения статического прогиба ротора. При снятии скоростных характеристик по первой и второй гармоникам можно наблюдать резонансы на частотах, равных критическим для нечетных форм колебаний, деленным на 2.

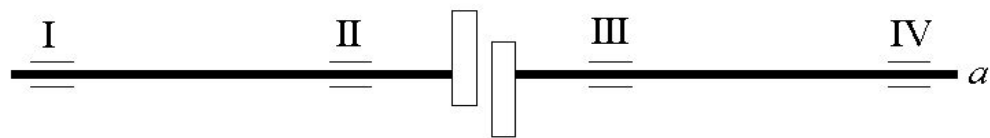


*Максимумы виброперемещений двойной частоты, вызванные анизотропией, не могут быть уменьшены балансировкой, и зависят лишь от соотношения жесткостей в главных плоскостях ротора.*

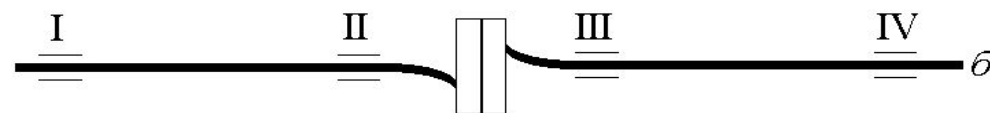
*Так как, половина третьей «критики» обычно приближается к рабочей частоте вращения, даже небольшая разница в жесткостях приводит к значительным амплитудам вибрации. Поэтому, для устранения этого явления используют динамические гасители колебаний.*



# Расцентровка, жесткая муфта

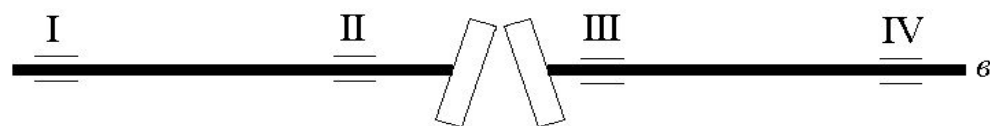


Дефектная муфта (а, б, в, г)



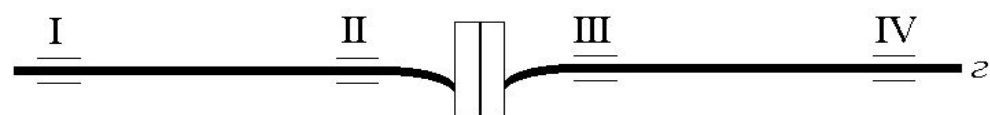
*а:* моментная  
неуравновешенность

$$V^{II} = -V^{III}$$



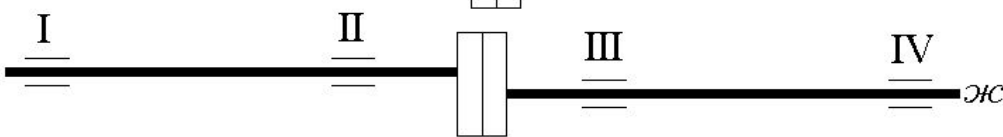
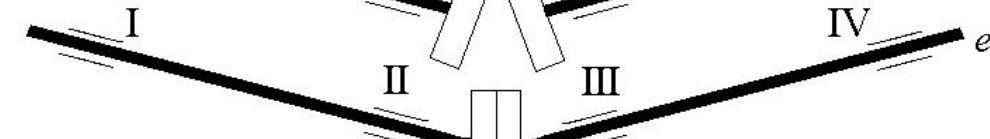
*в:* статическая  
неуравновешенность

$$V^{II} = V^{III}$$



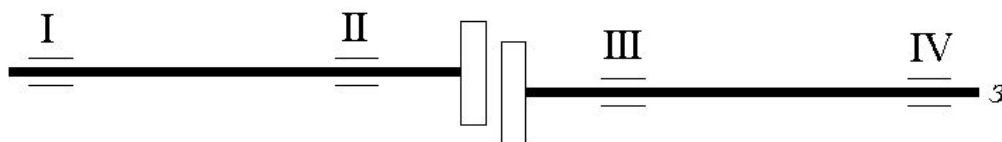
*д:* статическая  
неуравновешенность

$$V^{II} = V^{III}$$

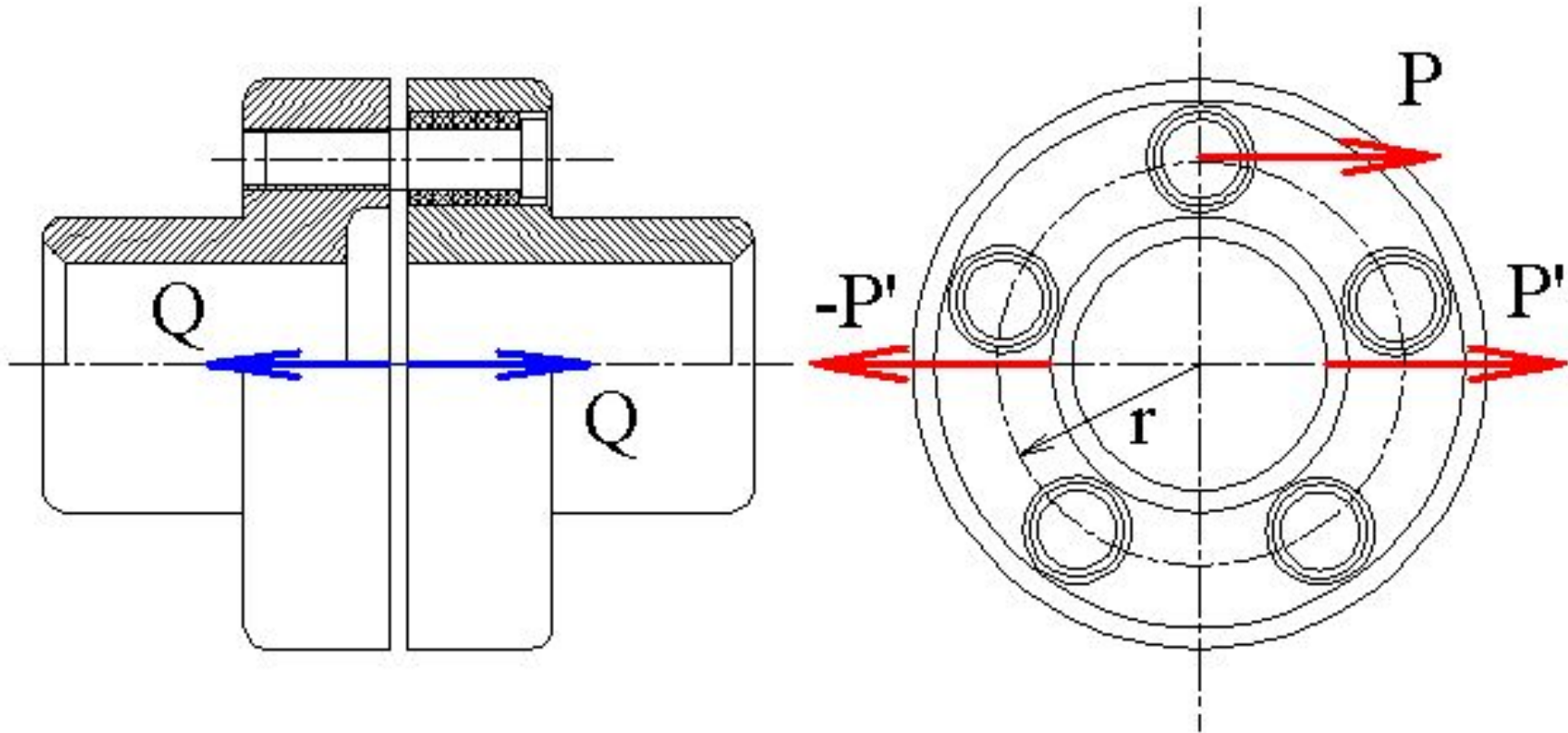


*жс:* моментная  
неуравновешенность

$$V^{II} = -V^{III}$$



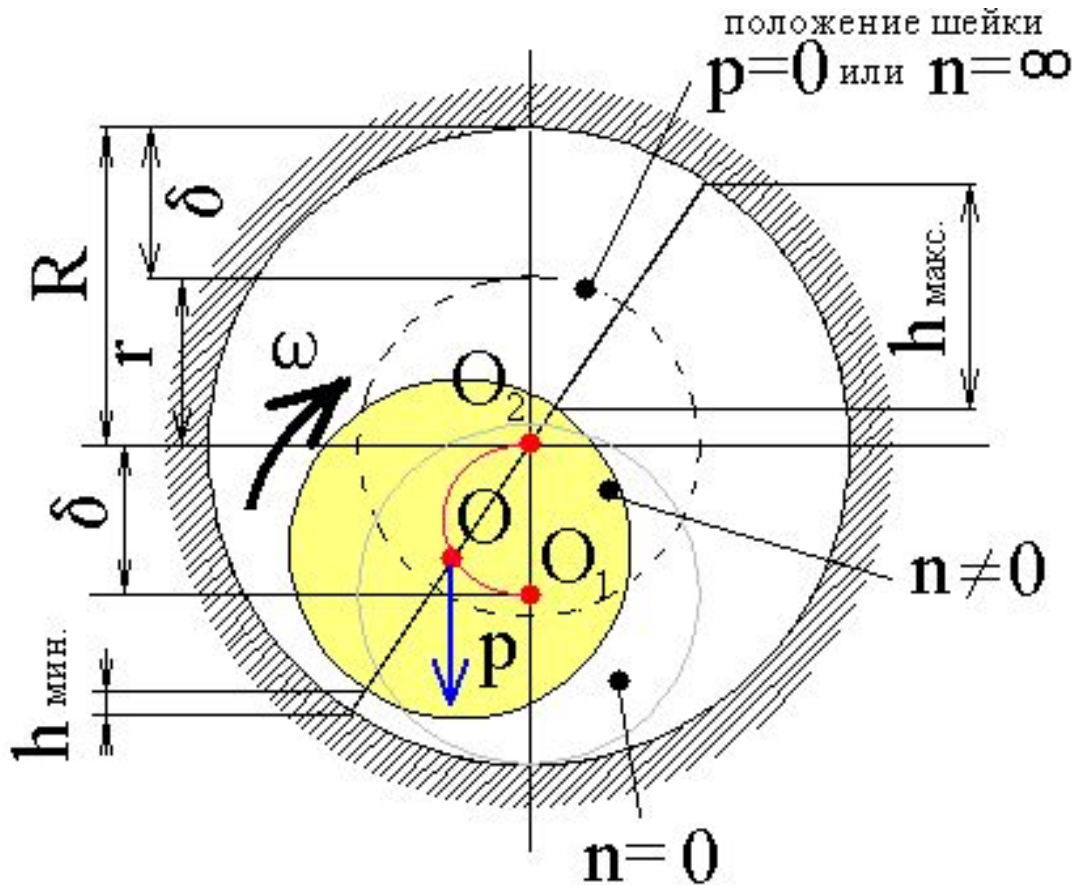
# Расцентровка, подвижная муфта



$$Q \approx (0.1 \div 0.3) P$$

*Размах виброперемещения возрастает пропорционально передаваемой мощности*

# Подшипники скольжения



*Средний зазор:*

$$\delta = (D - d) / 2 = R - r$$

*Относительный зазор:*

$$\psi = \delta / r = 2\delta / d$$

*Где: относительный эксцентриситет  $\chi = e / \delta$ ;*

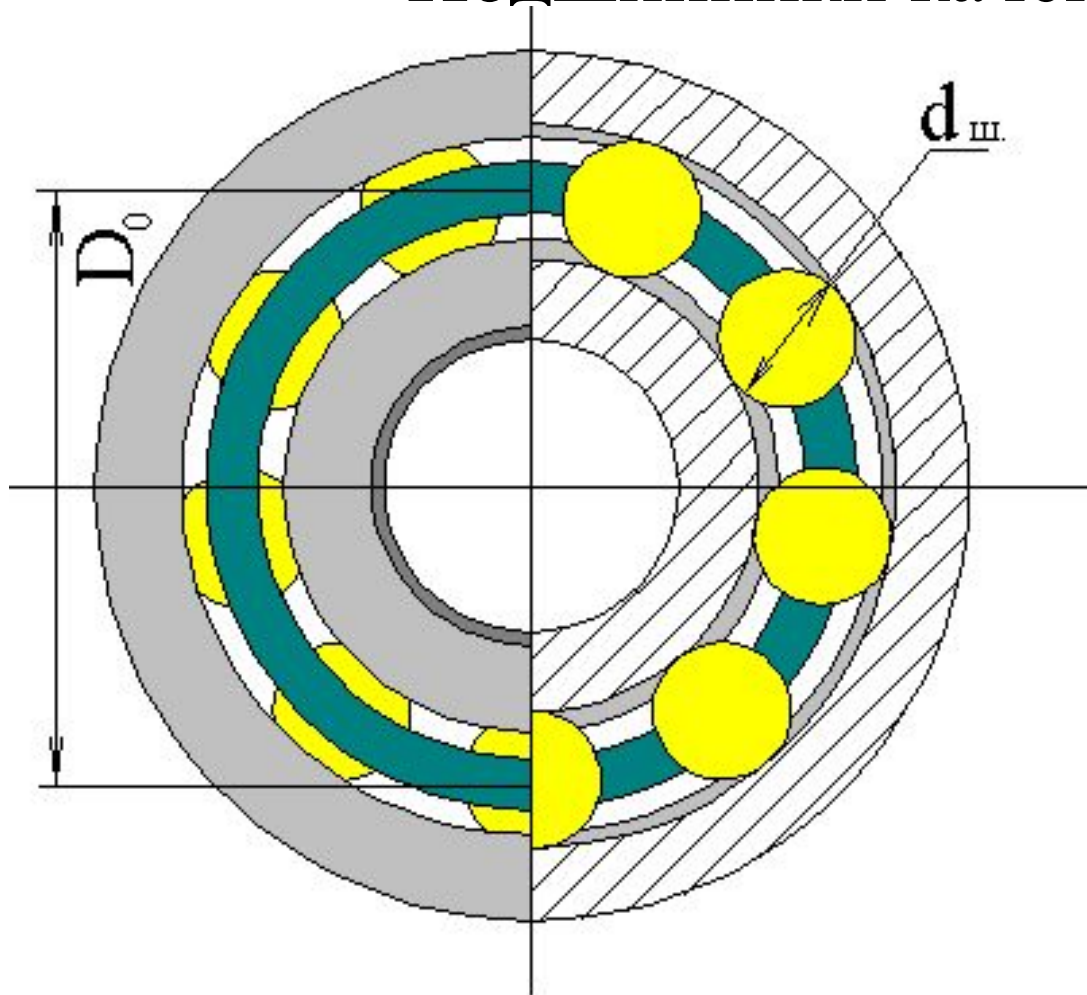
$$e = OO_2;$$

*$\alpha$  - угол охвата шейки (границы несущего слоя);  
динамическая вязкость*

*смазки  $\mu$*

$$h_{\text{мин}} = \Phi \left( \frac{\mu \omega}{P} \right)$$

# Подшипники качения



Частота дефекта сепаратора:

$$f_c = k_1 f_1$$

Частота дефекта нар. кольца:

$$f_H = k_1 f_1 z$$

Частота дефекта внут. кольца:

$$f_B = k_2 f_1 z$$

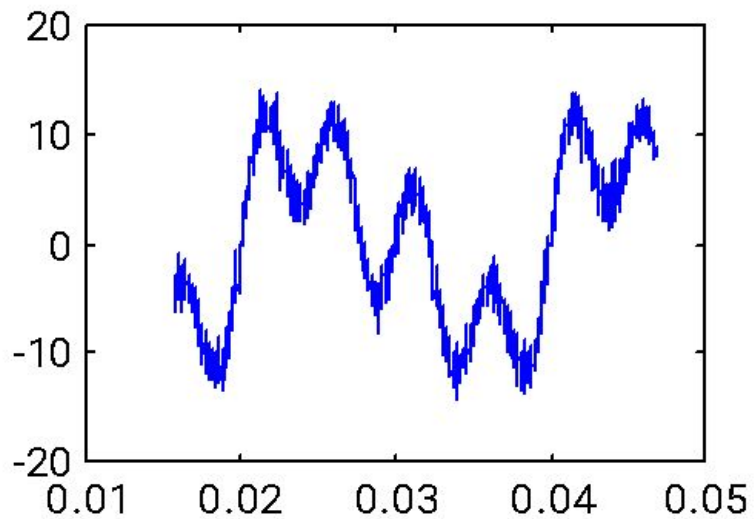
Дефект тел качения:

$$t^m = \sum t^j \frac{q^m}{D_0} K^j K^s$$

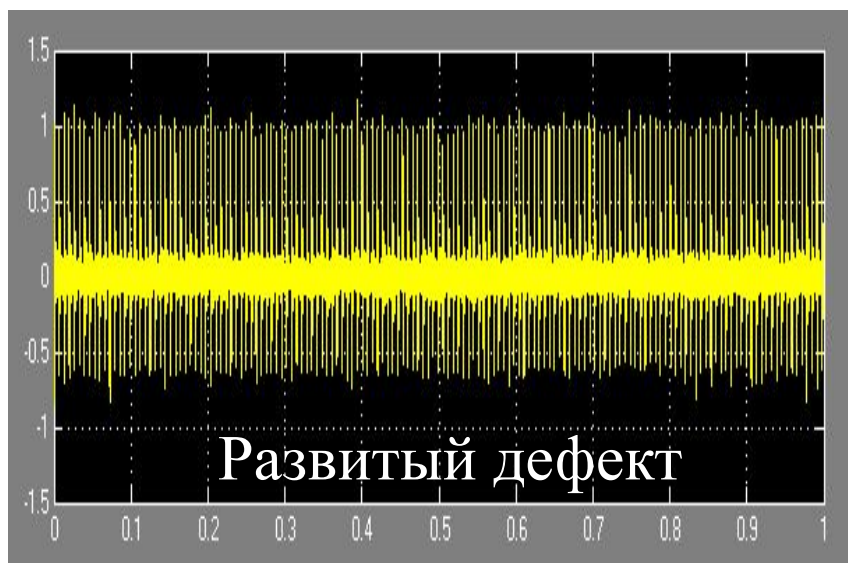
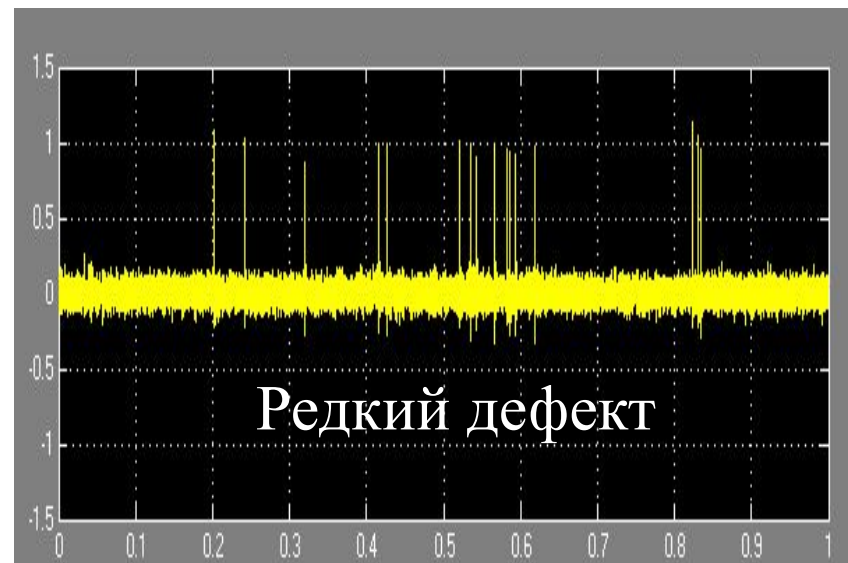
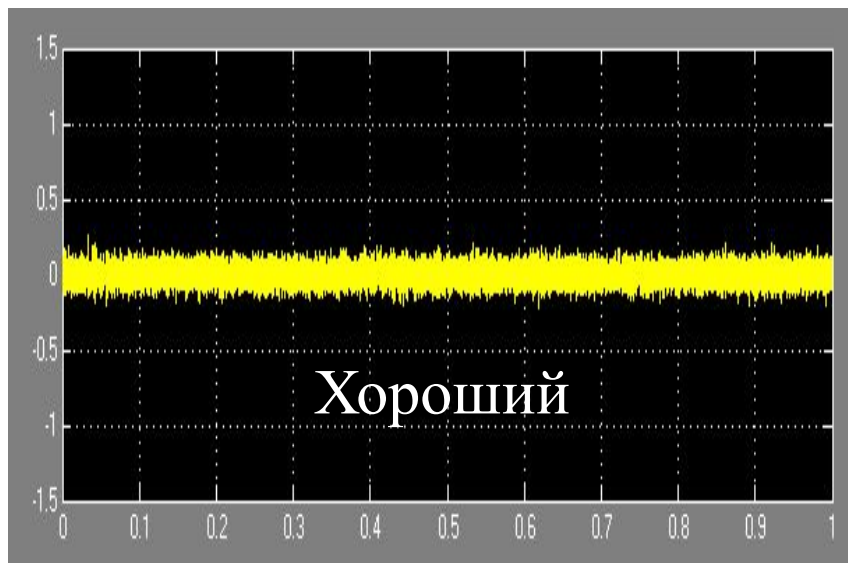
Где:

$$k_1 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{d_{ш}}{D_0} \cos(\gamma) \right) \quad k_2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{d_{ш}}{D_0} \cos(\gamma) \right)$$

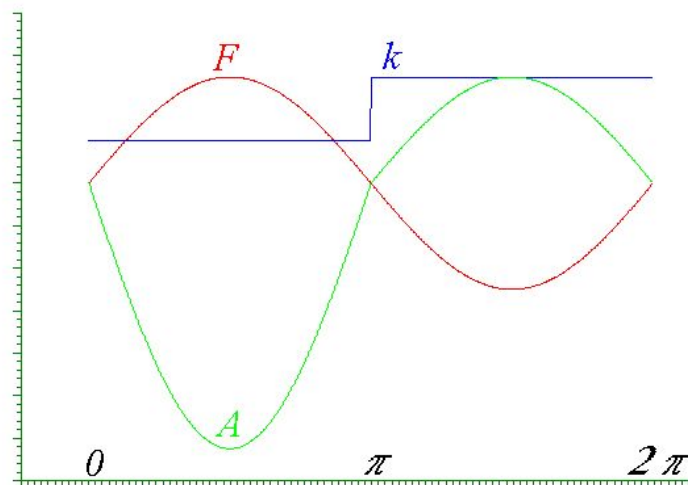
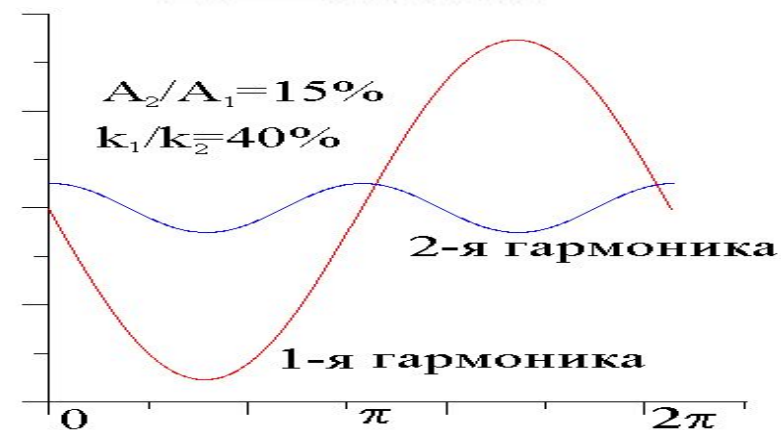
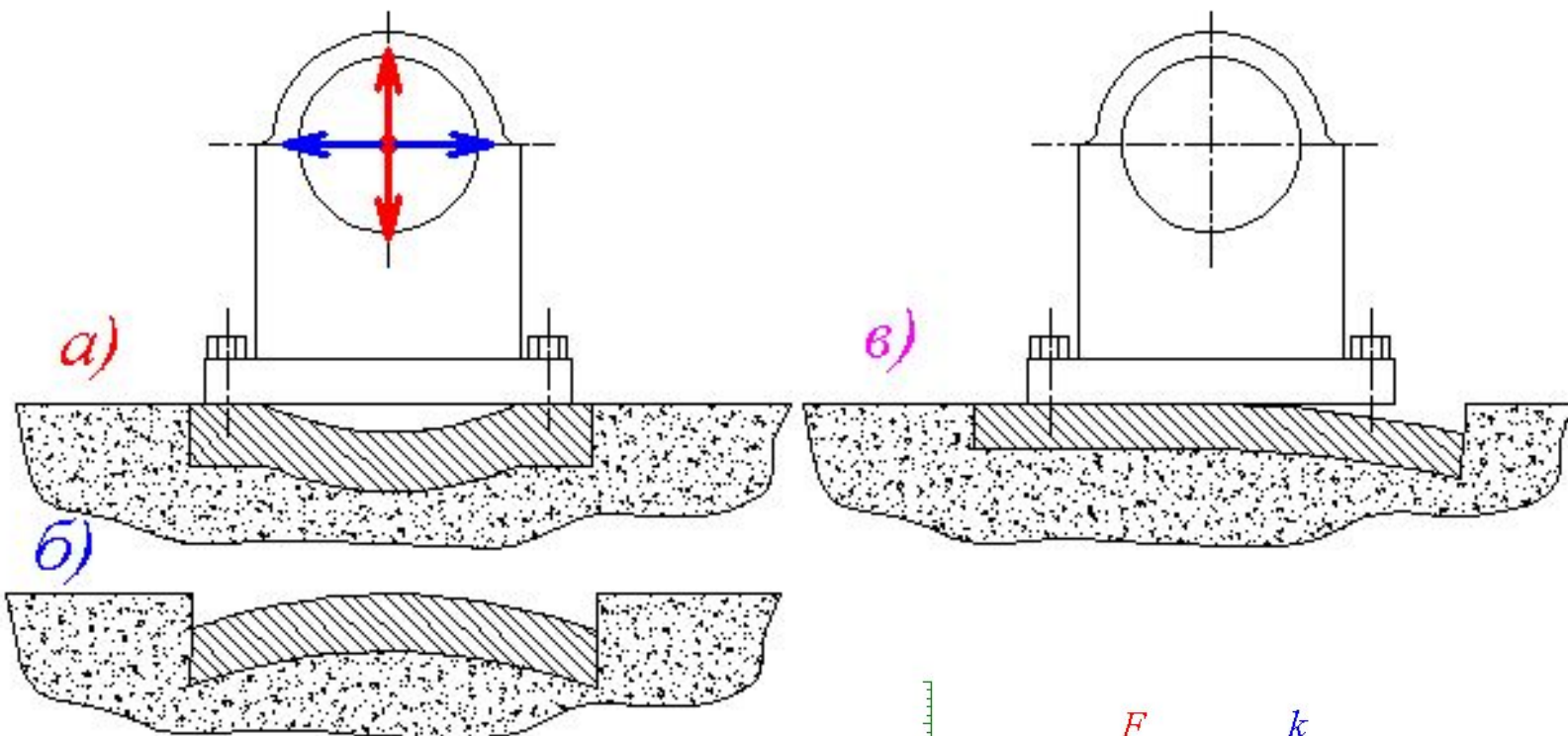
# Метод огибающей



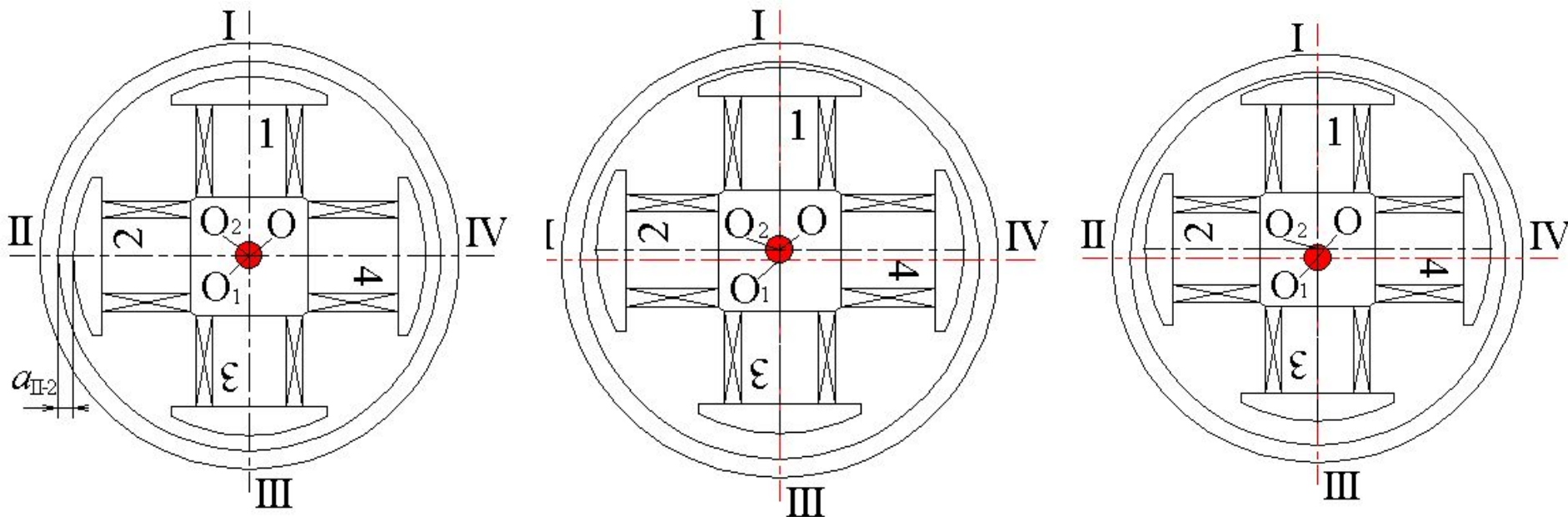
# Развитие дефекта подшипника качения во времени



# Плохое крепление машины на



# Неравномерные воздушные зазоры



$2f_c$

$f_p$

$O_1$  - ось цилиндрической расточки;  $O_2$  - ось симметрии поверхности полюсов  
 $O$  - ось вращения



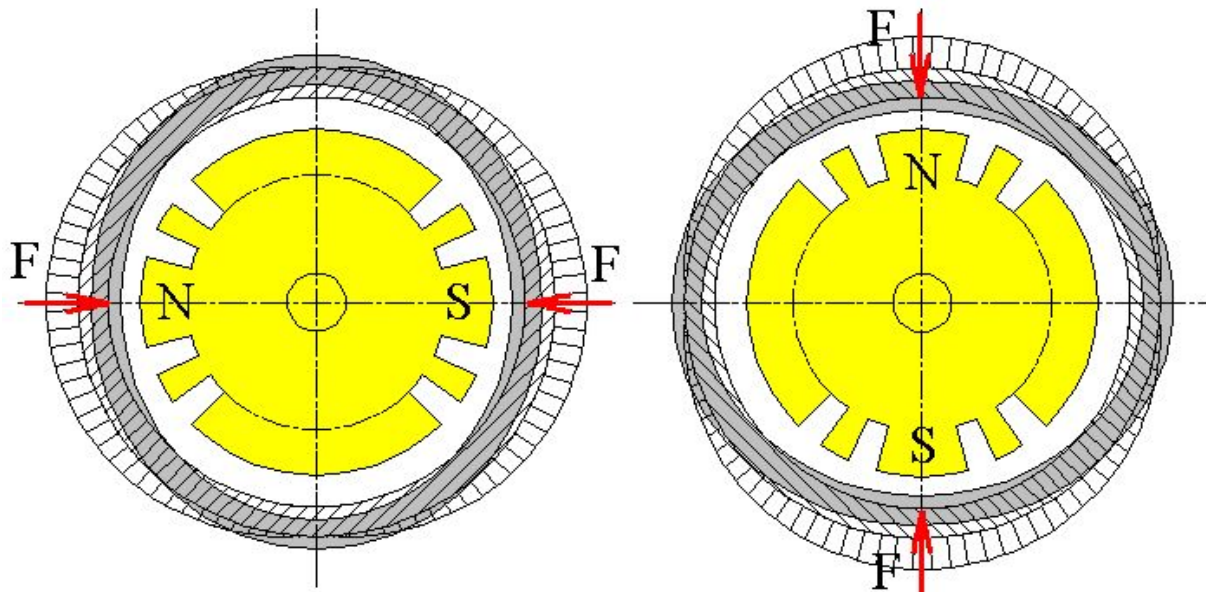
# Магнитная несимметрия при равномерных воздушных зазорах



Магнитная несимметрия  
при равномерных воздушных зазорах

Витковые замыкания  
в роторах

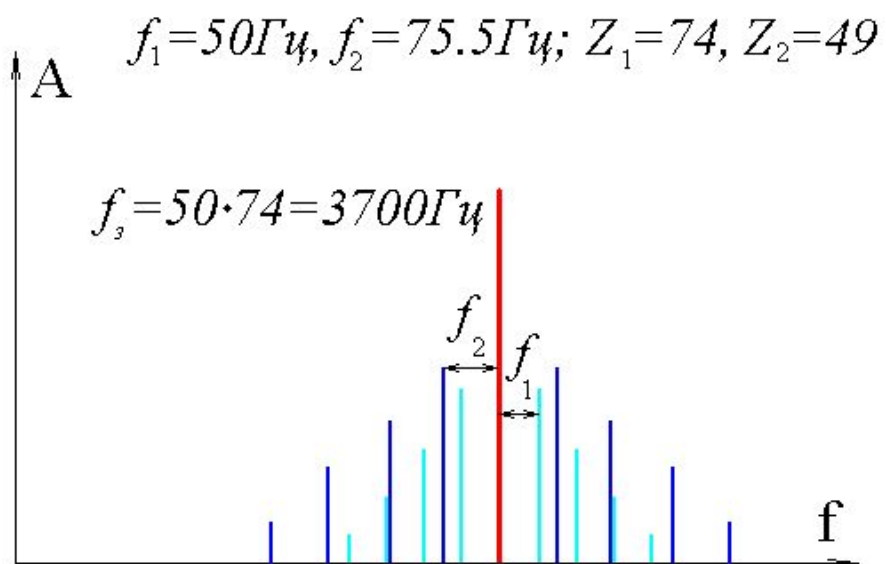
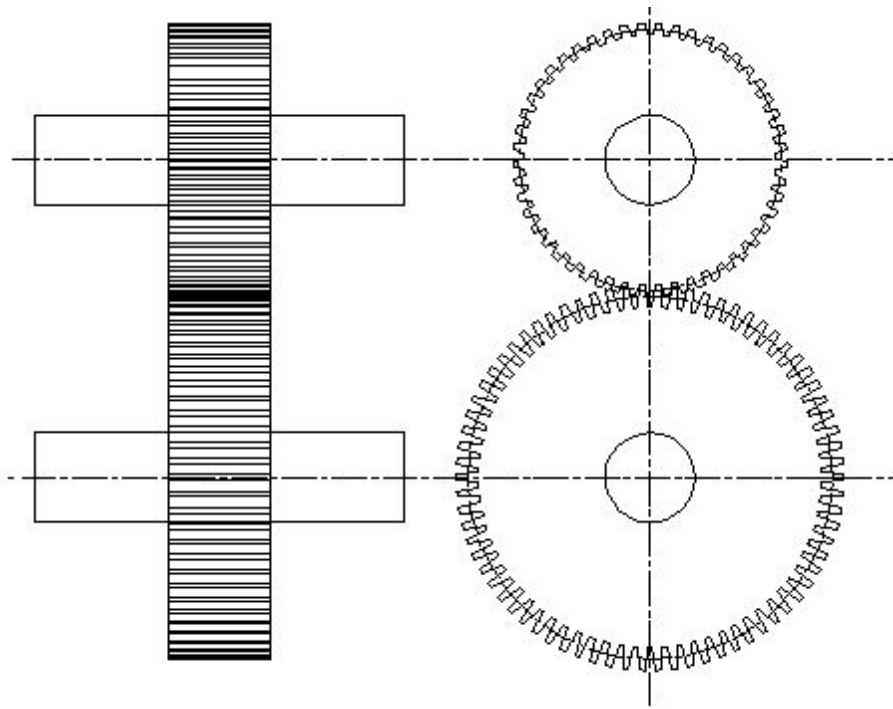
Вибрации, связанные с  
деформациями статора  
или магнитной системы



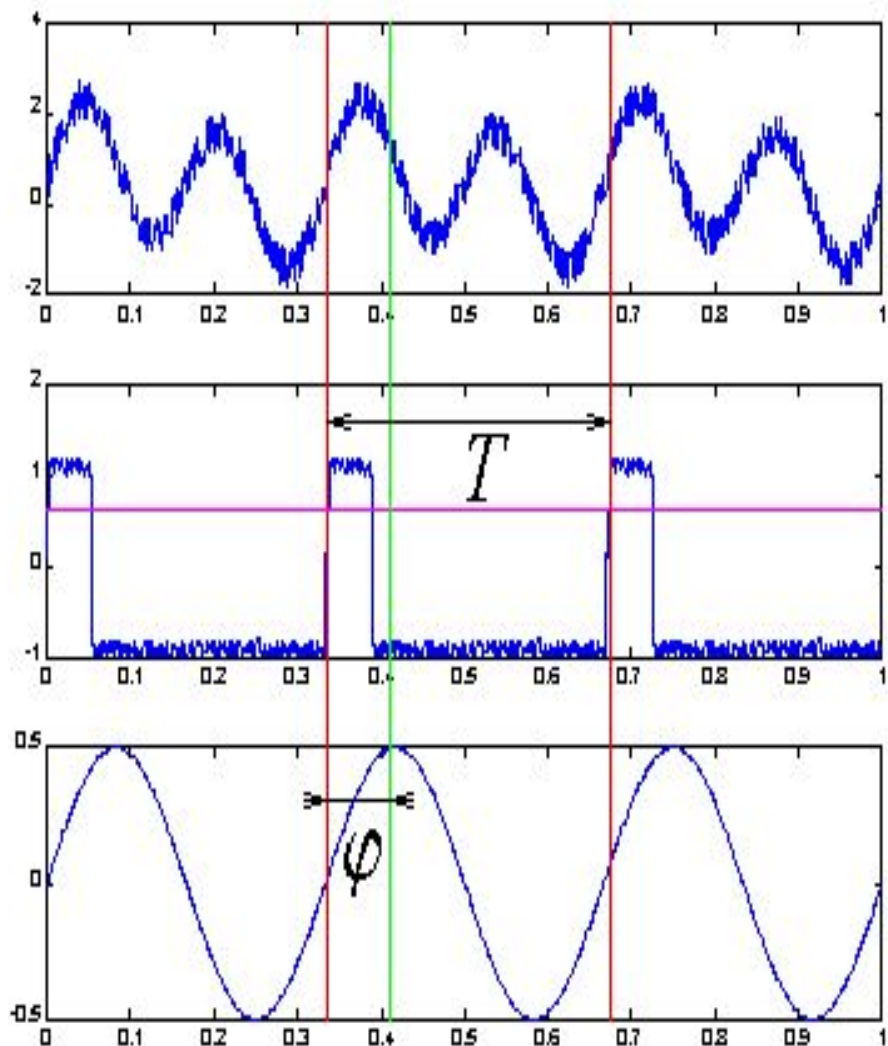
$$f_z = f_p$$

$$f_{ст} = 2f_{сети}$$

# Зубчатые передачи

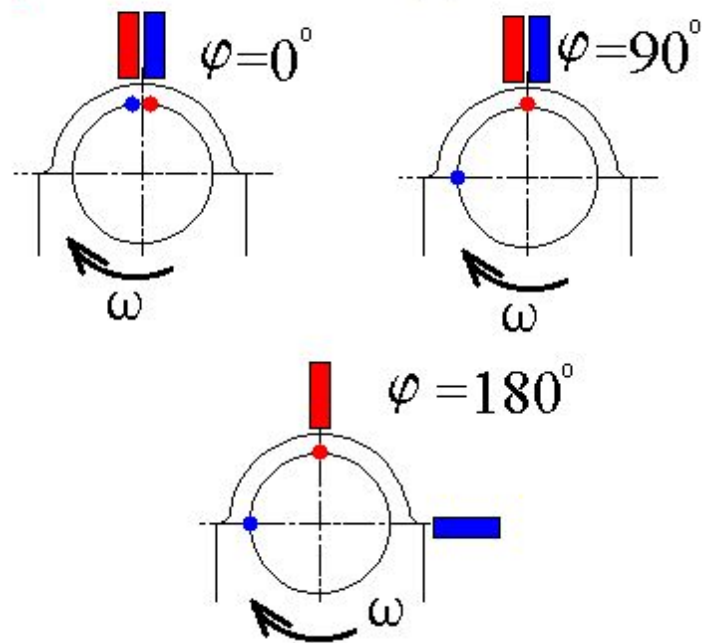


# Сдвиг фазы и фазовая поправка

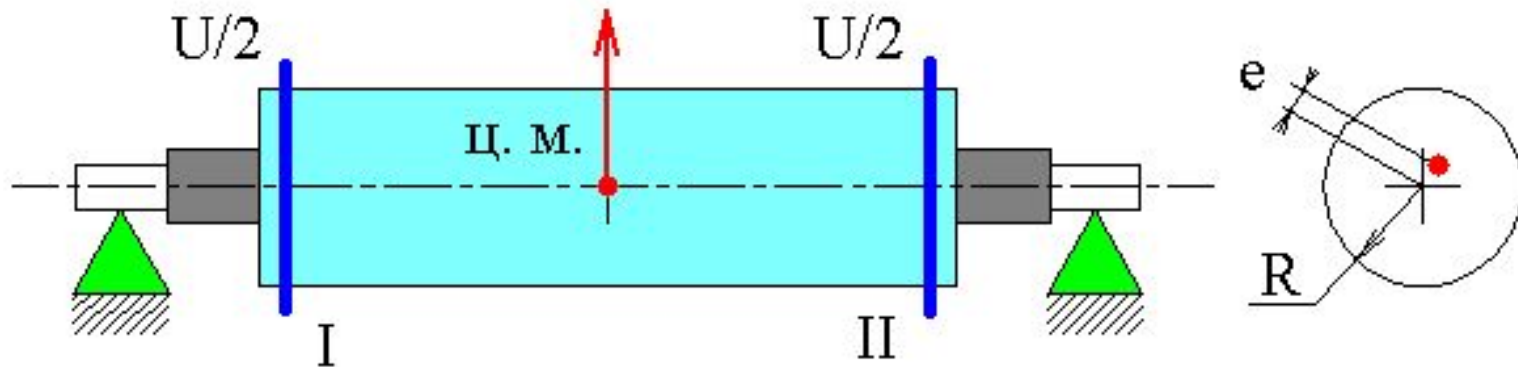


фотоотметчик

датчик



# Пример расчета допустимой остаточной неуравновешенности



Масса ротора  $W=100$  кг; класс точности балансировки  $G=2,5$ ;

тах частота вращения ротора  $N=3000$  об./мин;

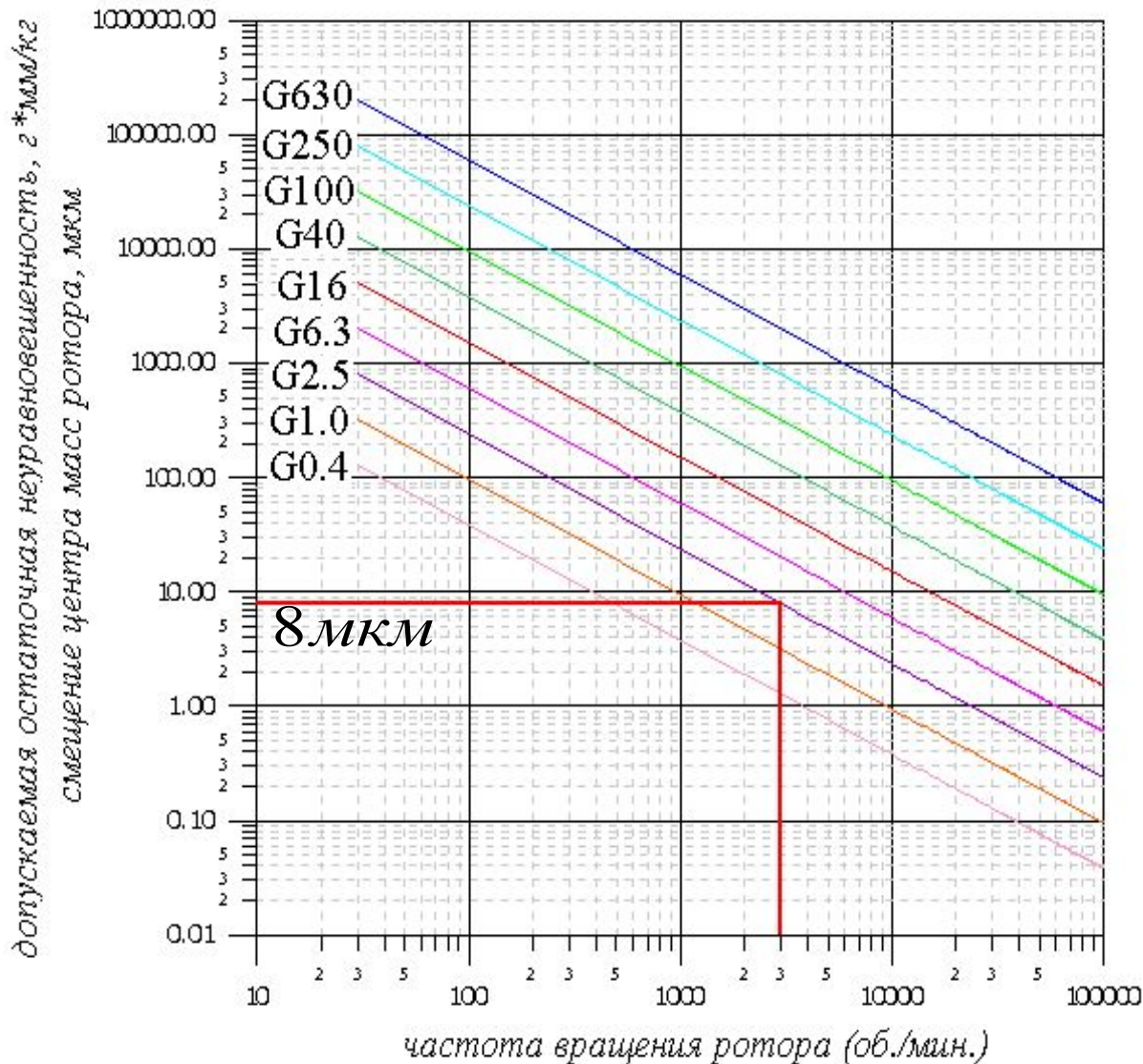
радиус плоскостей коррекции  $R=100$  мм.

Доп. остаточная неуравновешенность  $U=e*W=100*10^3[\text{г}]*8[\text{мкм}]*10^{-3}=800$  г\*мм

Для симметричного ротора  $u_1=u_2=U/2=400$  г\*мм

При радиусе места коррекции  $r_1=r_2=R$  получим  $m_{\text{доб1}}=m_{\text{доб2}}=400/100=4$  г.

# Нормы на уравнивание роторов



G16 - приводы специального назначения, детали двигателей, коленчатые валы, части сельскохозяйственных машин и дробилок

G6.3 - рабочие колеса насосов и вентиляторов, ротора электромашин общего назначения

G2.5 - паровые и газовые турбины, турбокомпрессоры, приводы станков, маленькие и специальные ротора электромашин

G1 - маленькие ротора электромашин и приводов специального назначения

G0.4 - прецизионные шлифовальные колеса, гироскопы

$$U = \frac{9459GW}{N}$$

# Нормы вибрации



Диапазоны		Градации вибросостояния			
Диапазон	Граница	Класс I	Класс II	Класс III	Класс IV
0,28	—	A	A	A	A
0,45	—0,28				
0,71	—0,45				
1,12	—0,71	B	B	B	A
1,8	—1,12				
2,8	—1,8	C	B	B	B
4,5	—2,8	D	C	C	
7,1	—4,5		D	D	C
11,2	—7,1	D			D
18	—11,2		D	D	
28	—18	D			D
45	—28		D	D	
71	—45	D			D

**A - Низкая вибрация**

(новые машины)

**B - Нормальная**

(машина пригодна для эксплуатации без ограничения срока)

**C - Повышенная**

(машина не пригодна для длительной эксплуатации)

**D - Авария**

Класс I: Отдельные узлы двигателей и агрегатов, полностью соединительные с основной машиной в рабочих условиях. (Электродвигатели до 15 кВт).

Класс II: Машины средней мощности (электродвигатели 15 – 875 кВт) без специального фундамента, жестко установленные двигатели или машины (до 300 кВт) на специальном фундаменте.

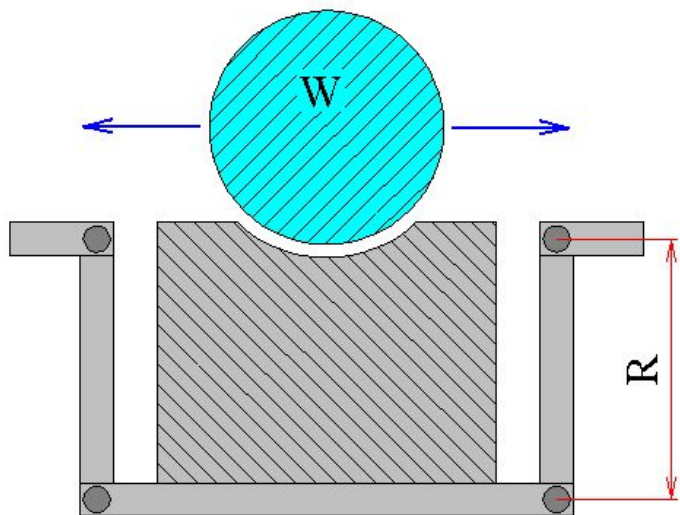
Класс III: Большие первичные двигатели и другие большие машины с вращающимися массами, установленные на жестком и тяжелом фундаменте, относительно жестком в направлении измерения вибрации.

Класс IV: Большие первичные двигатели и другие большие машины с вращающимися массами, установленные на относительно податливом в направлении вибрации фундаменте.

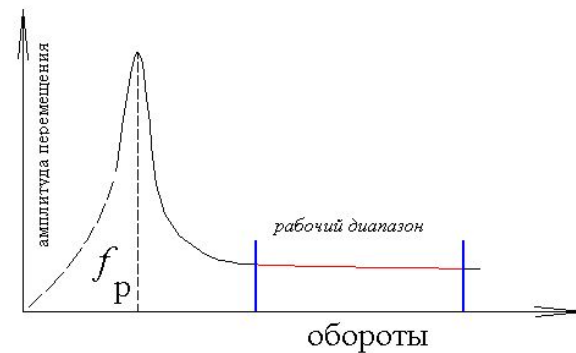
# Типы опор балансировочных станков



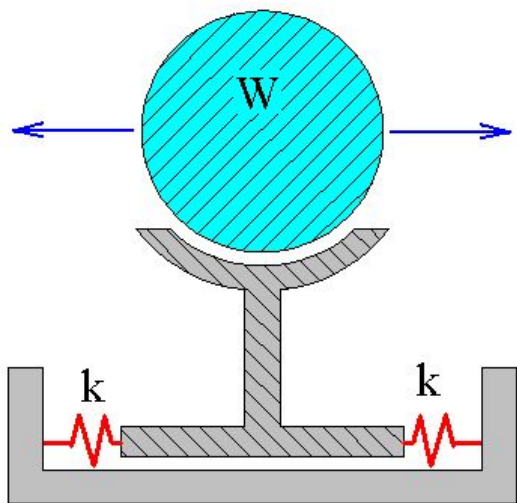
Наша схема:



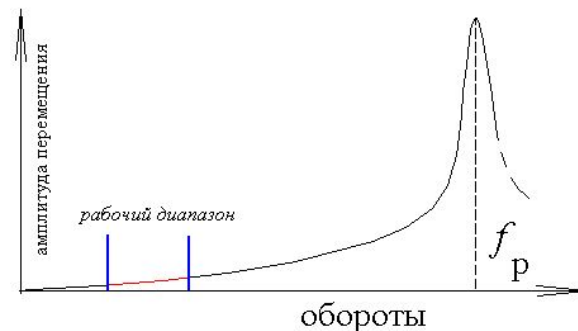
$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}}$$



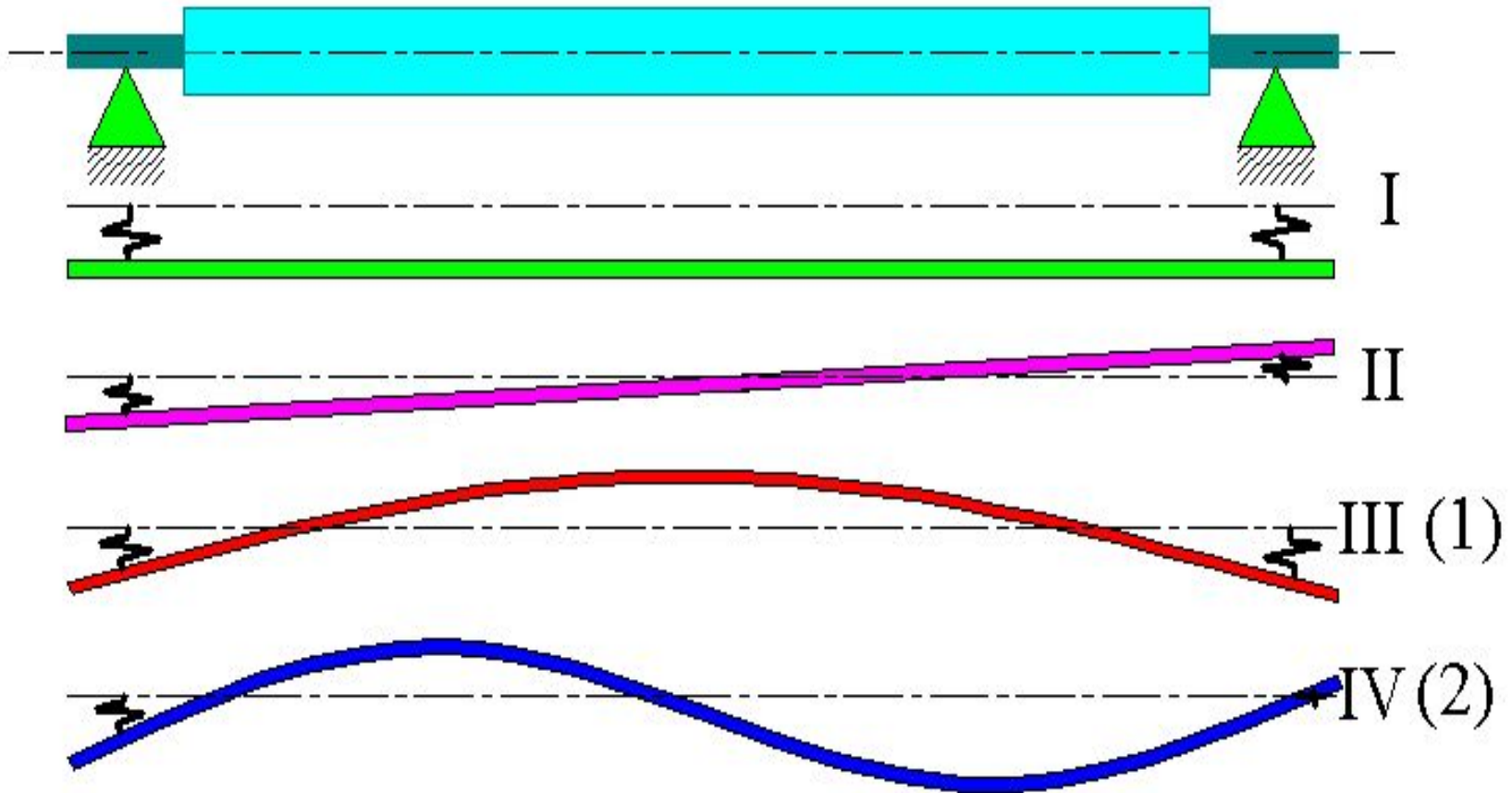
Классическая схема:



$$f_p = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$



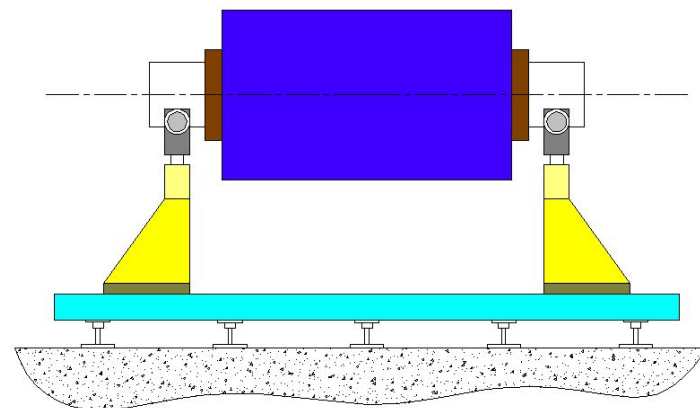
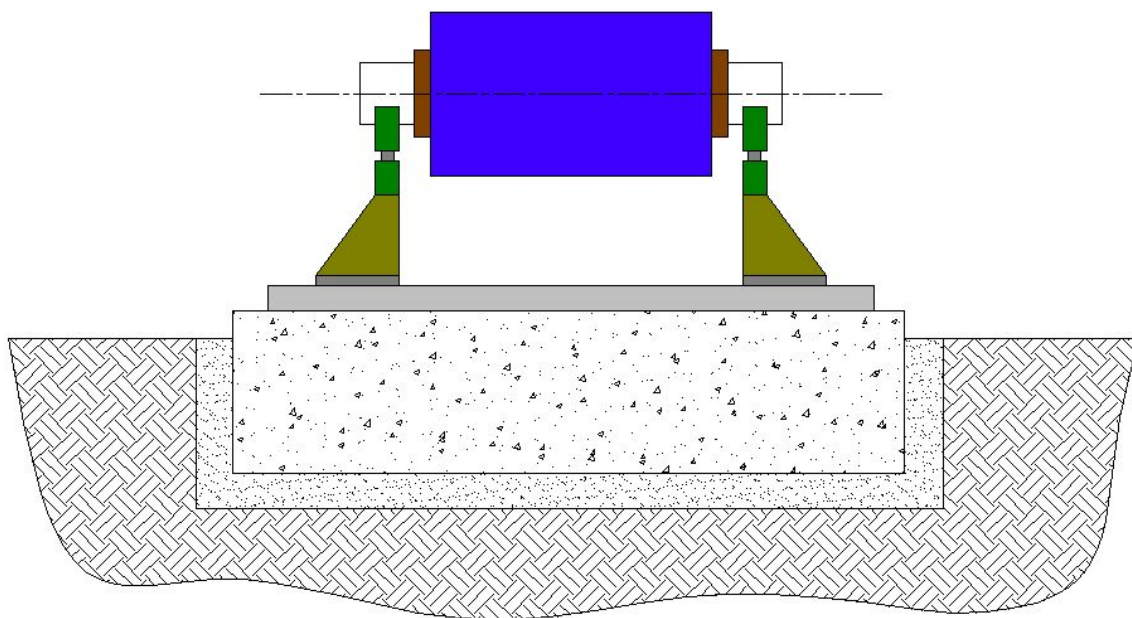
# Собственные частоты и формы колебаний системы ротор-опоры



I, II - ротор остается жестким, III, IV - ротор изгибается  
1, 2 - изгибные формы



# Отличительные особенности станков



Станки серии VM

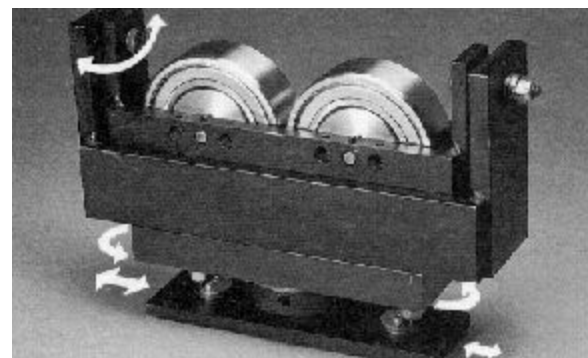
## Отличительные особенности станка VM 3000:

- отсутствие затрат на монтаж (устанавливается на обычный цеховой пол)
- транспортабельность (возможность перемещения станка к ротору)
- широкий диапазон уравниваемых роторов (15 кг - 3 тонны)

# Особенности роликового блока



Станки серии ВМ,  
благодаря оригинальной  
конструкции роликового  
блока полностью  
исключают возможность  
накатки шеек ротора

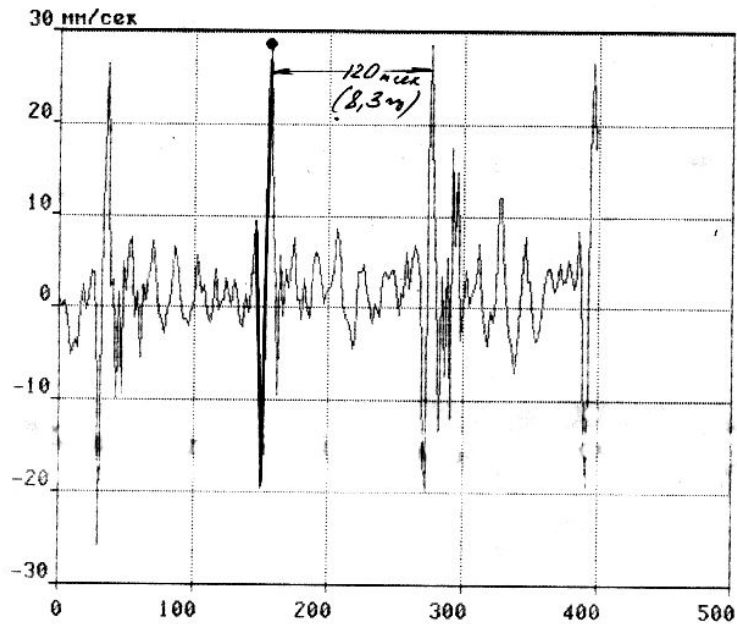


Станки серии ВМ

SPC:RUM Стан:разное Точка: мм/сек

Дата: 30.12.97 Время: 10:48:15

dt = 10.0 нс ( 100.0 Гц ) dv = -19.189 мм/сек



SPC:RUM Стан:разное Точка: мм/сек

Дата: 30.12.97 Время: 10:45:57

Частота: 93.0 Гц Значение: 2.0893 мм/сек

