

## *Тема 4.*

# **Взаимодействие излучения с полупроводниками.**

# Типы оптических переходов в пп

Поглощение на свободных носителях

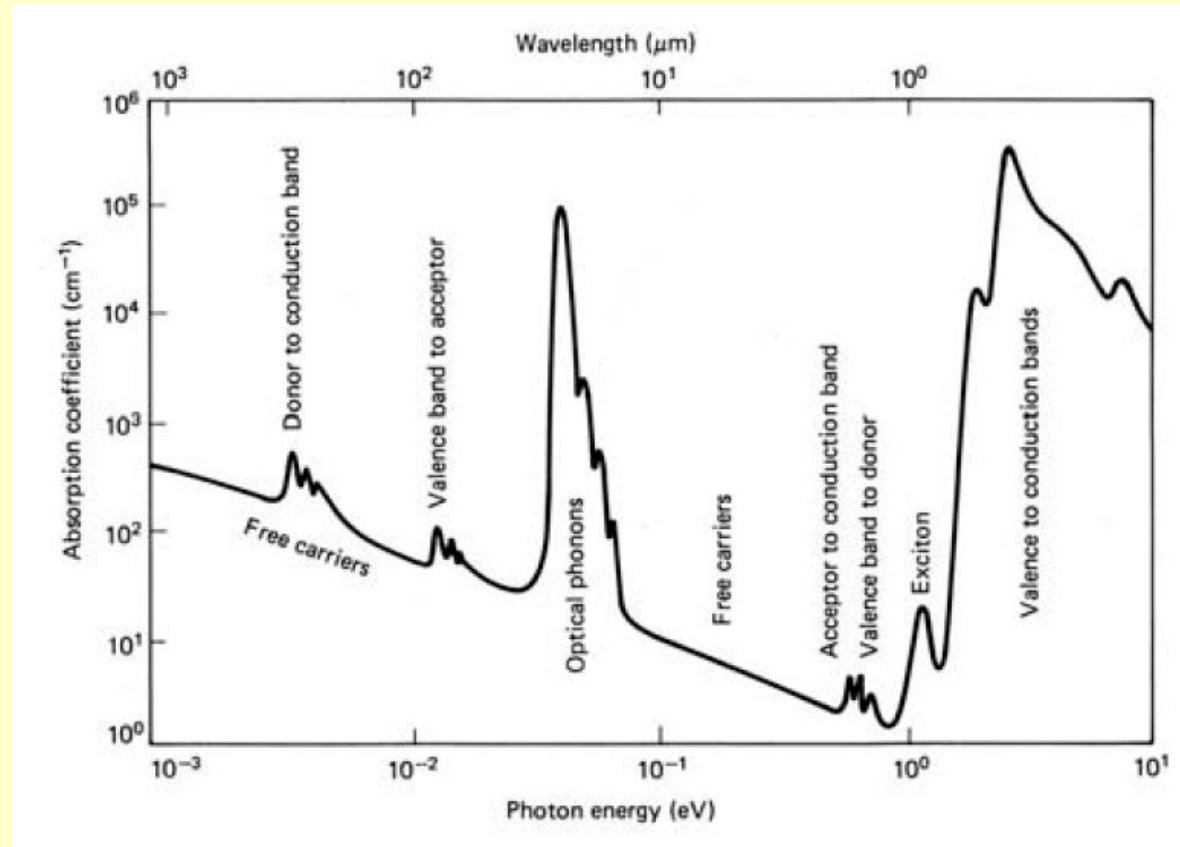
Зона – зона: прямой и не прямой

Экситонный

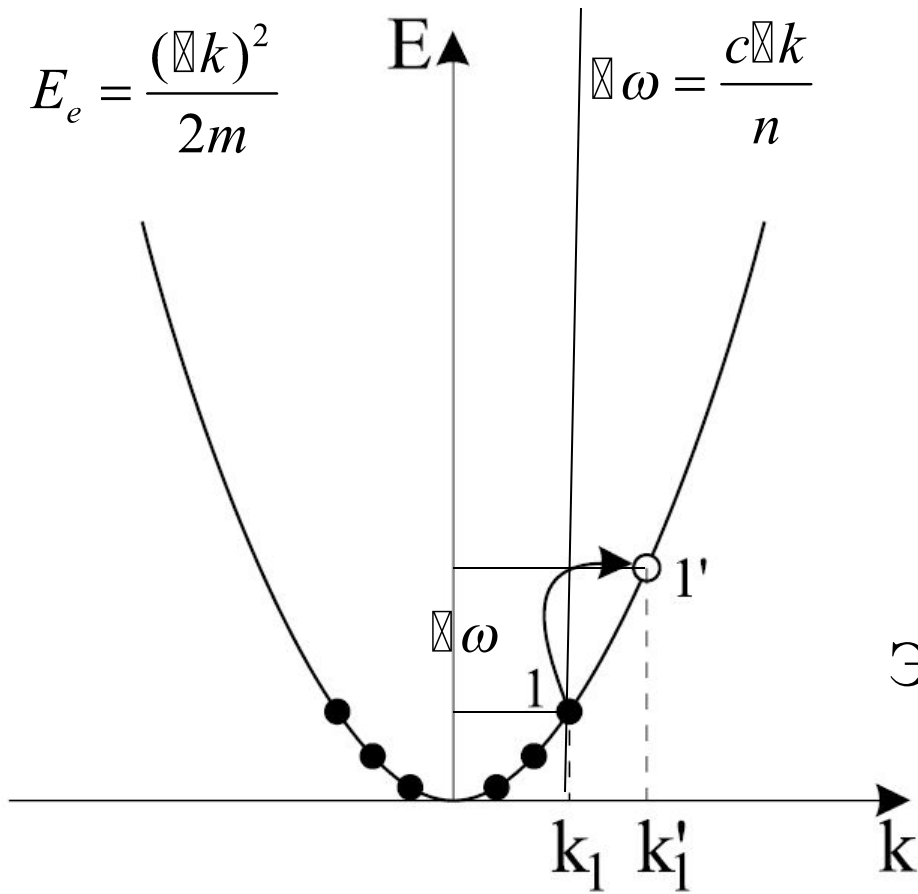
Зона-примесь

Примесь-примесь

Безызлучательный



# Поглощение на свободных носителях



$$\hbar\omega < kT \quad E(t) = E_0 \cos(\omega t)$$

$$m \frac{dv}{dt} = eE(t)$$

$$v = \frac{eE_0}{\omega m} \sin(\omega t)$$

Энергия, поглощаемая в ед.времени  
в ед.объема

$$W = \frac{en}{T} \int_0^T E(t)v(t)dt =$$

$$\frac{e^2 n E_0}{\omega m T} \int_0^T \cos(\omega t) \sin(\omega t) dt = 0$$

## Поглощение на свободных носителях

$$m \frac{dv}{dt} = eE(t) - \frac{mv}{\tau}$$

$$v = \frac{e\tau}{m} \frac{E}{1 - i\omega\tau} = \mu \frac{E}{1 - i\omega\tau}$$

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$$

$$j = env = en\mu \frac{E}{1 - i\omega\tau} = \sigma(\omega)E$$

$$\sigma_0 = \frac{e^2 n \tau}{m}$$

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega\tau)^2} + i \frac{\omega\tau\sigma_0}{1 + (\omega\tau)^2}$$

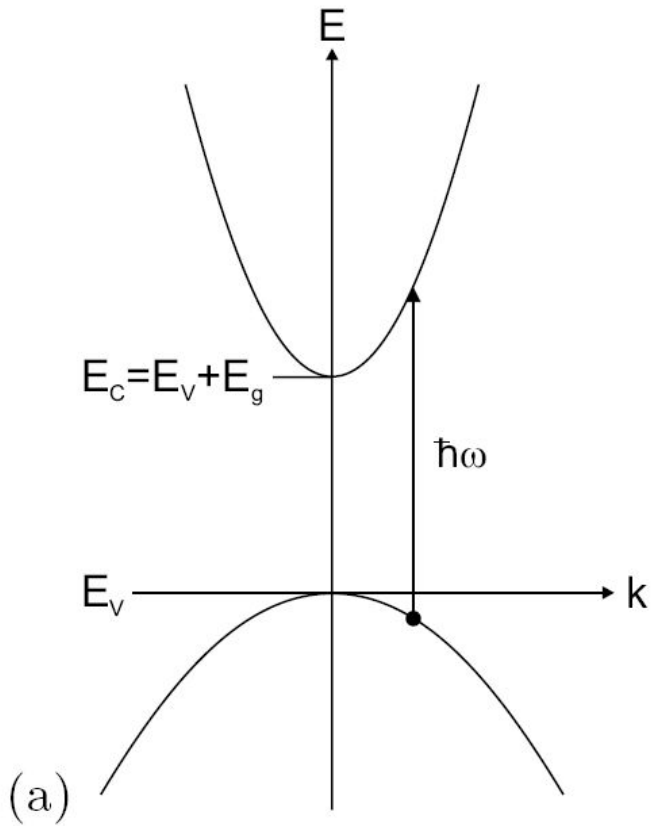
Энергия, поглощаемая в  
ед.времени в ед.объема

$$W = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega\tau)^2} E^2$$

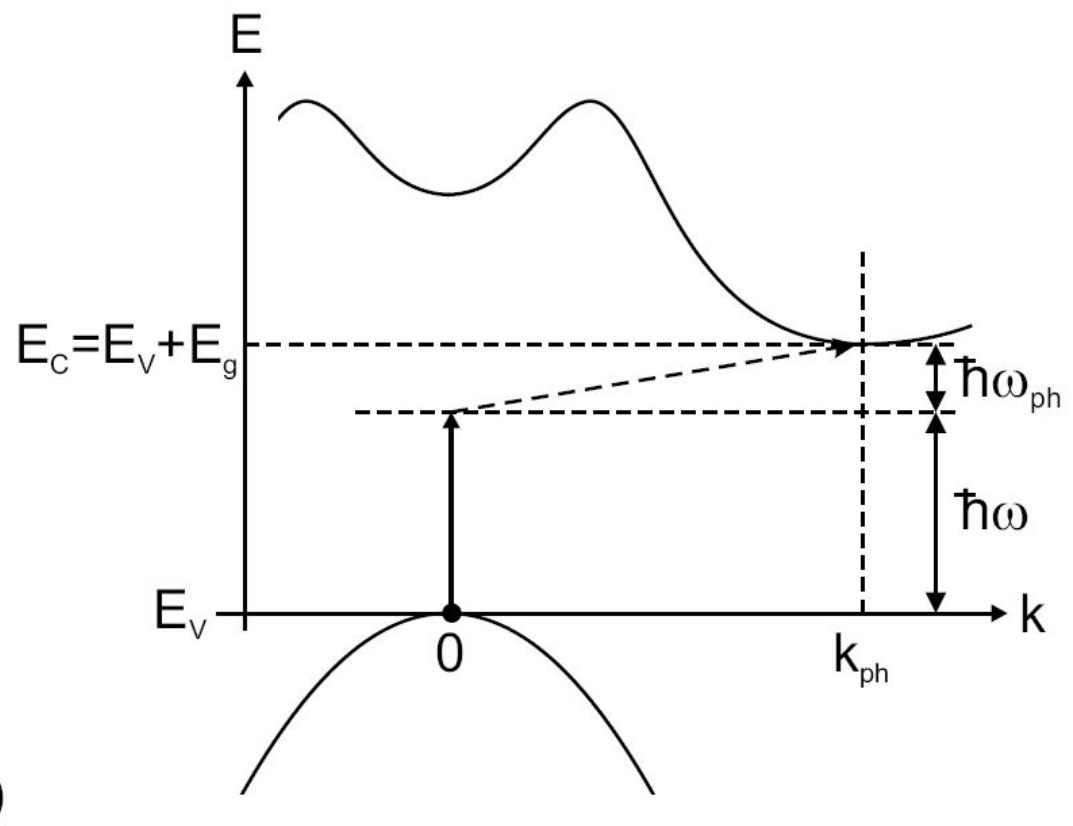
$W \approx \sigma_0$ , когда  $\omega\tau \ll 1$

$W \propto \frac{1}{\omega^2}$ , когда  $\omega\tau \gg 1$

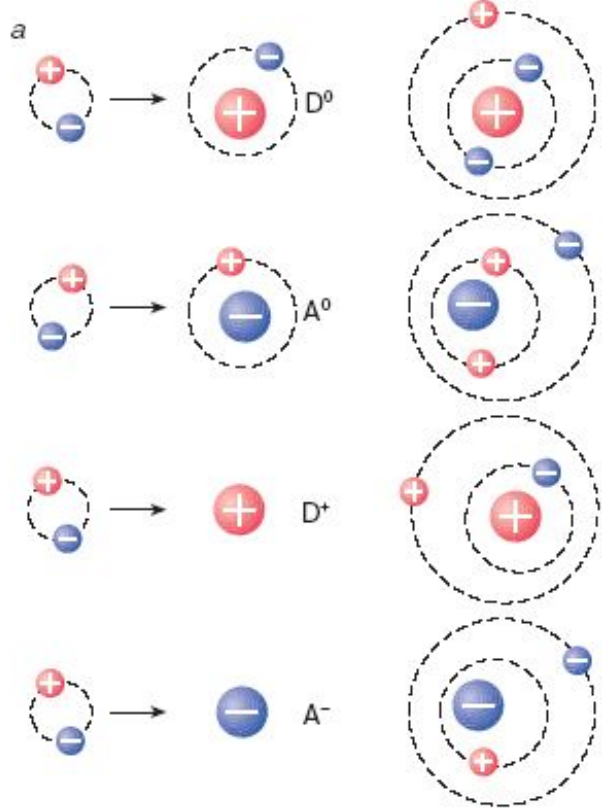
# Зона – зона: прямой и не прямой



$$\alpha \propto (E - E_g)^{1/2}$$



$$\alpha \propto (E - E_g - \hbar\omega_{ph})^2$$

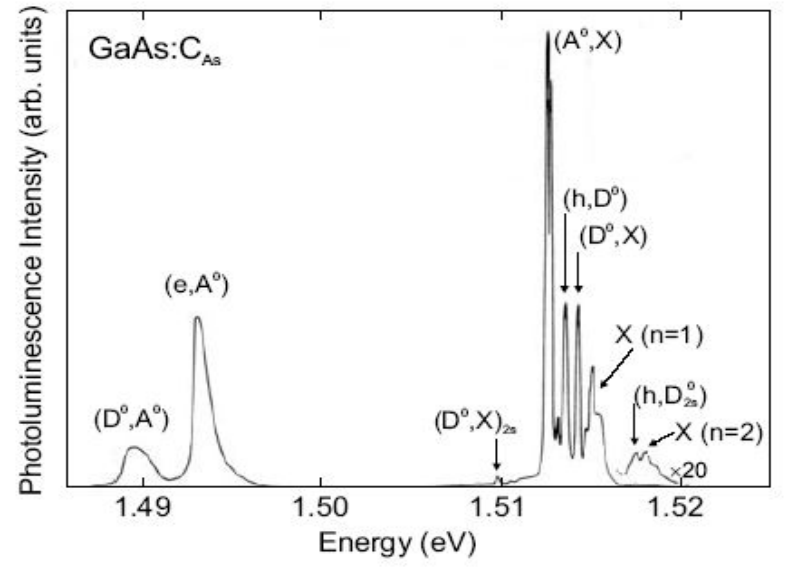
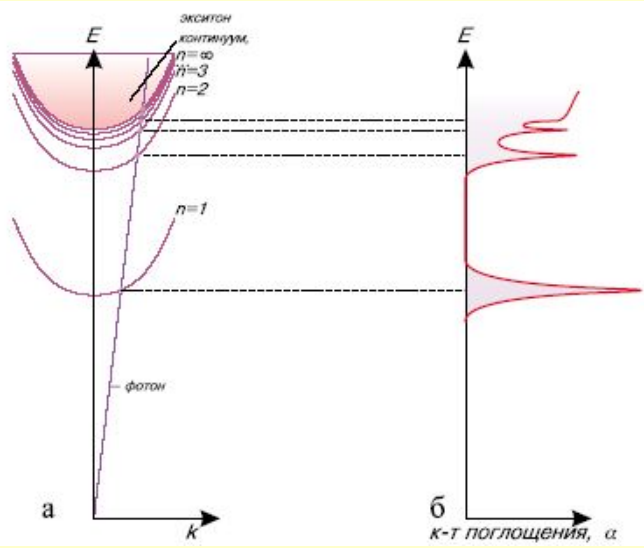
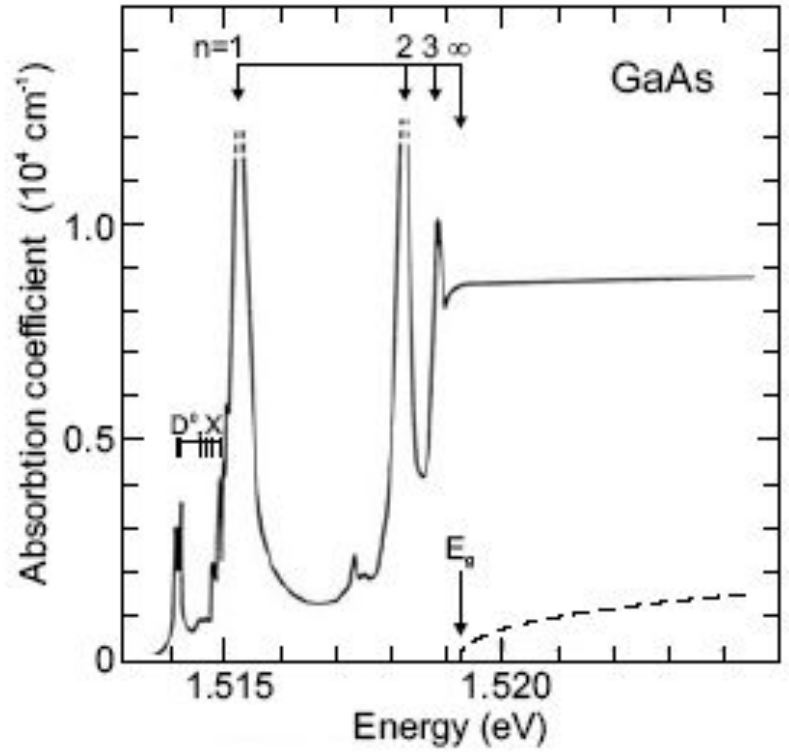


# ЭКСИТОНЫ

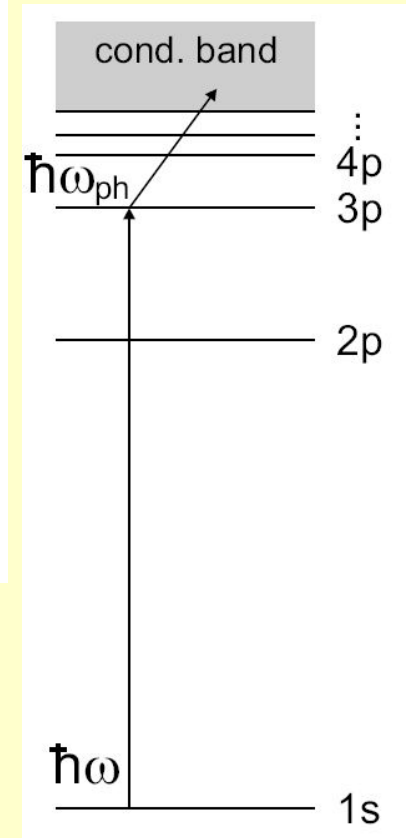
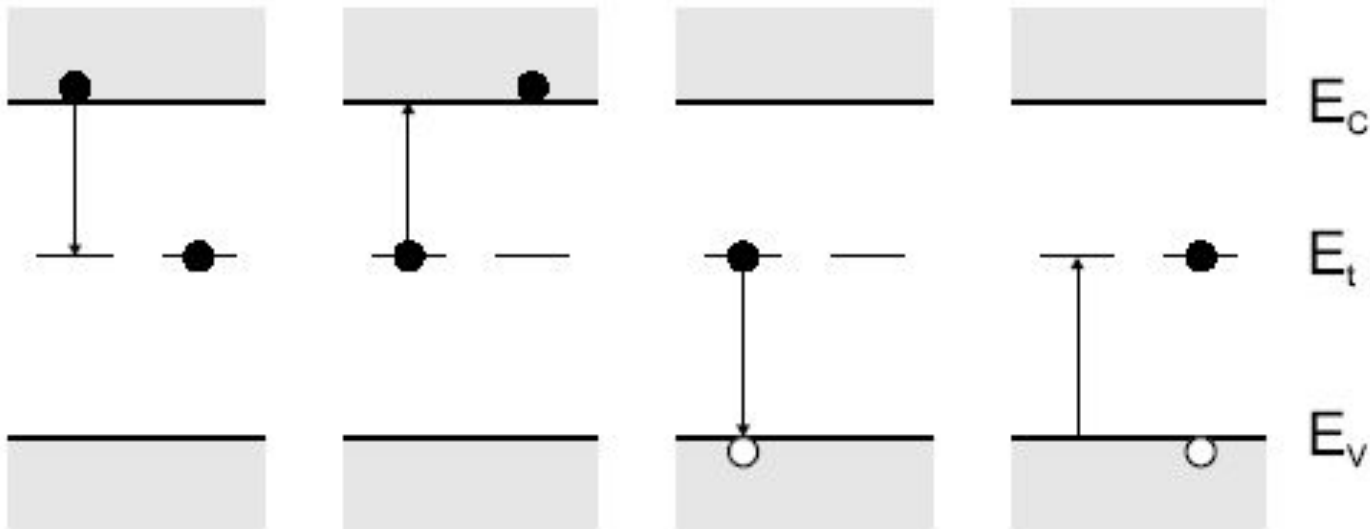
$$E_n = \frac{e^4 \mu}{2\varepsilon^2 \hbar^2 n^2}$$

$$= 13,6 \frac{\mu}{m_0 \varepsilon^2} \text{ эВ}$$

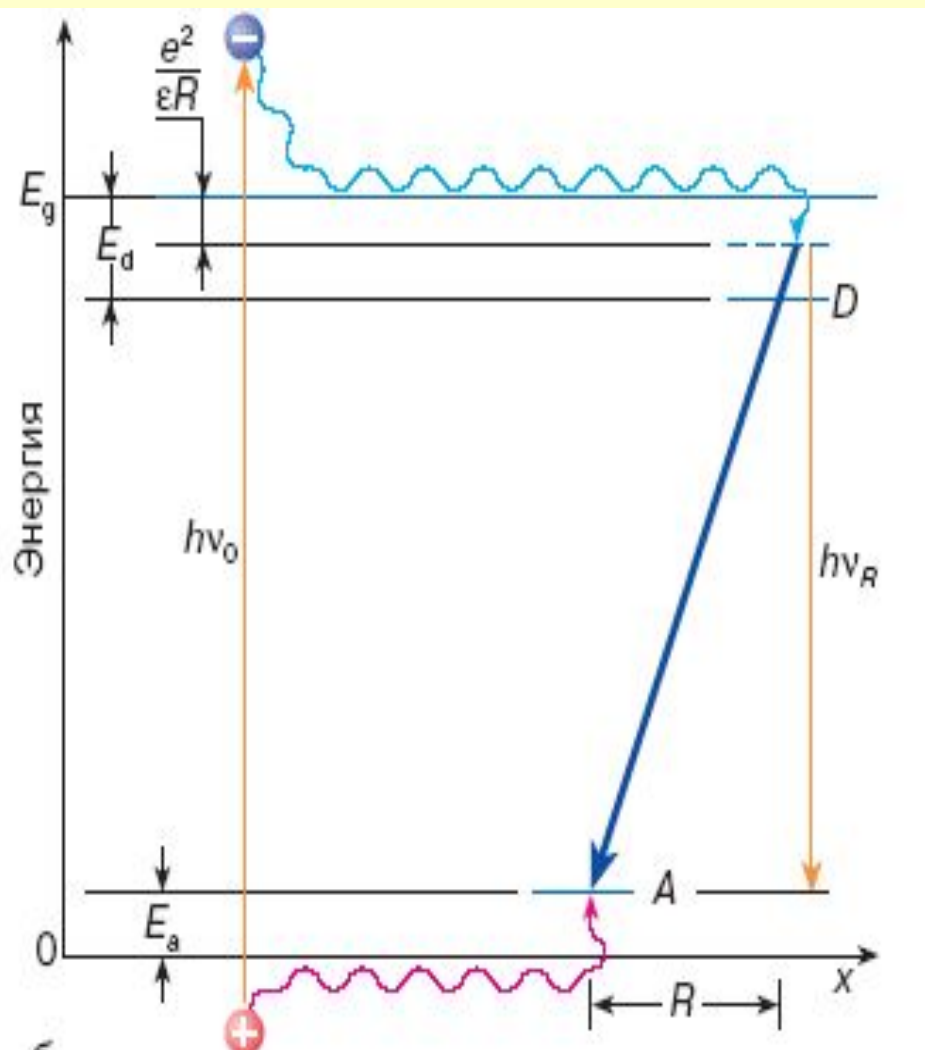
$$\mu = \frac{m_e m_h}{m_e + m_h}$$



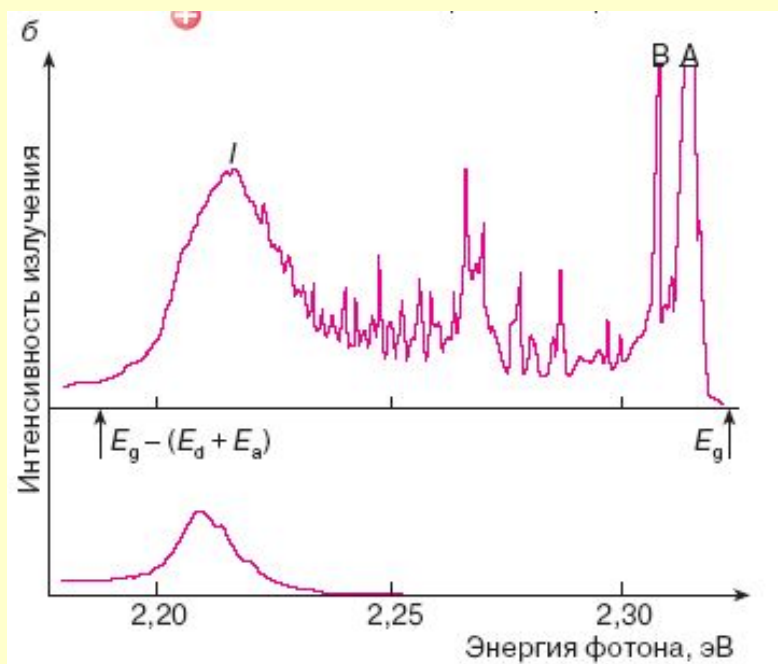
# Зона-примесь



# Примесь-примесь: донорно-акцепторные переходы



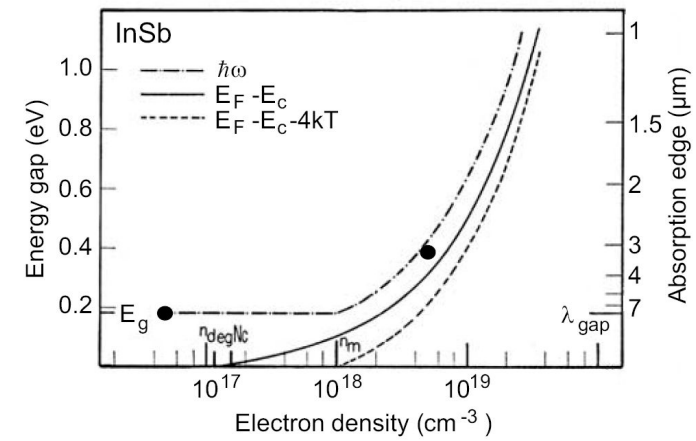
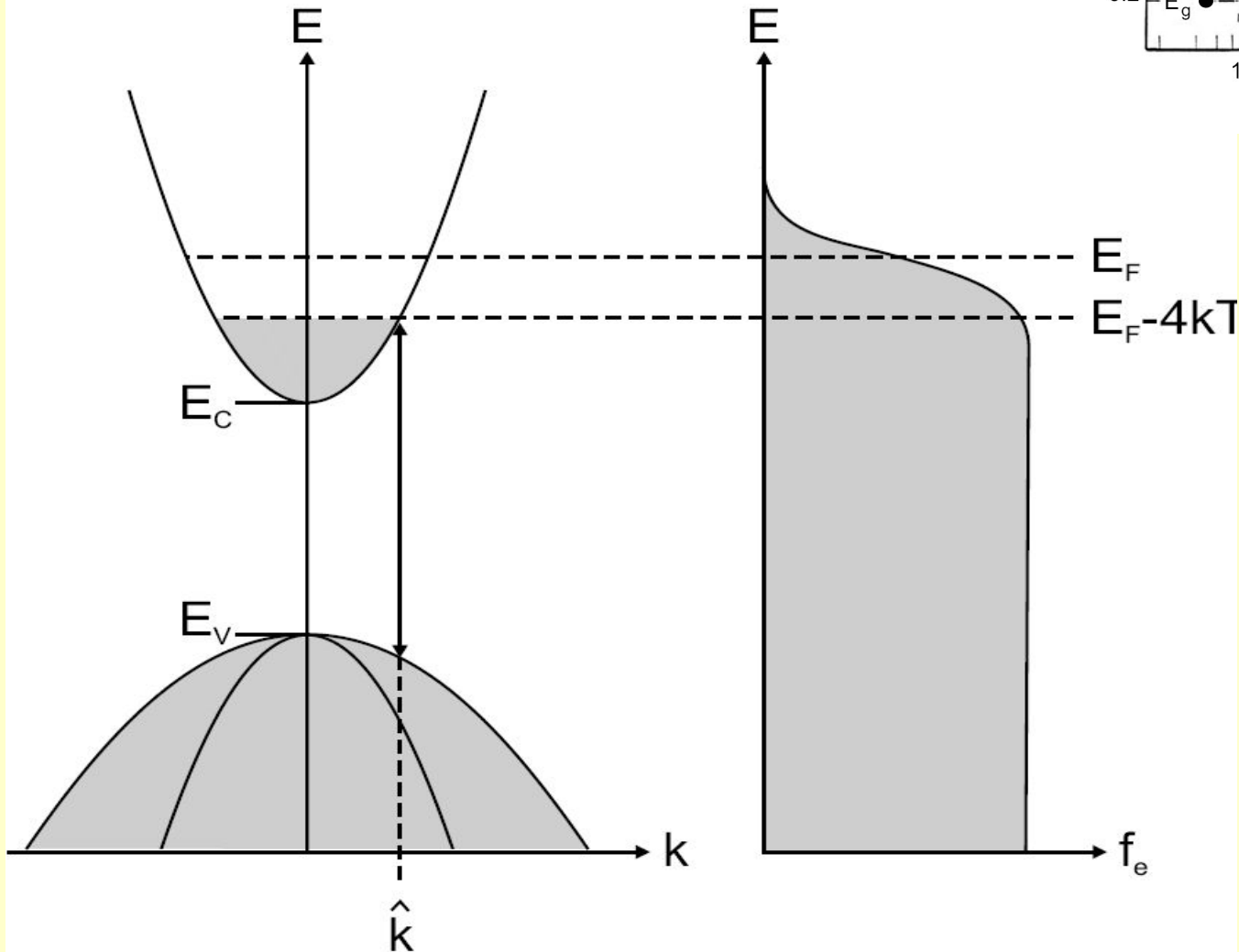
$$\hbar \omega = E_g - E_a - E_d - \frac{e^2}{\epsilon R}$$



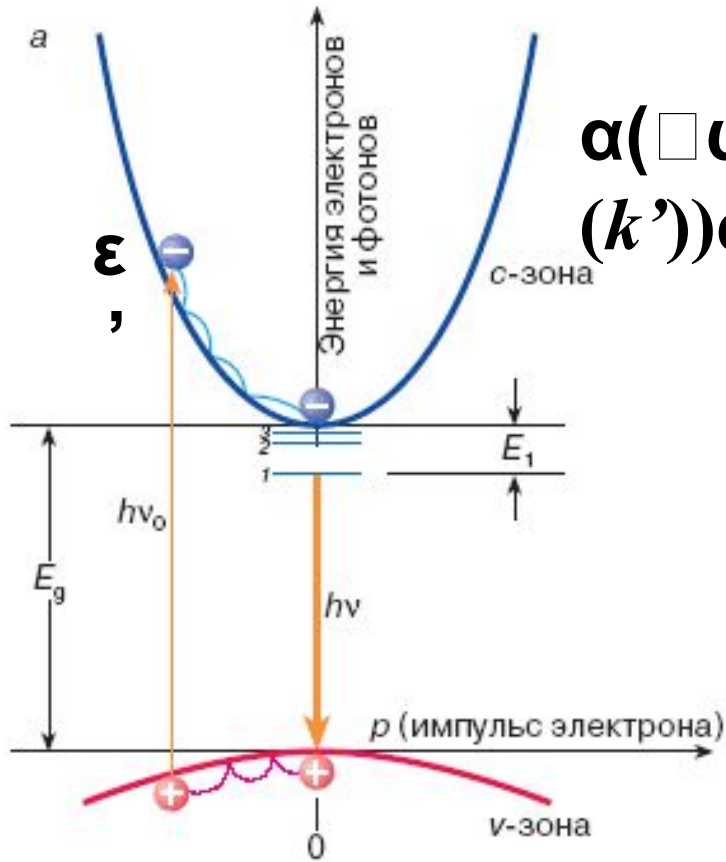


# Влияние сильного легирования!

- 1 Эффект Бурштейна Мосса - уширение
- 2 Эффективное сужение



# Поглощение света в п.п.



$$\alpha(\omega) \sim \int \gamma^{eh} \delta(\epsilon' - \epsilon - \omega) f(k) (1 - f(k')) d^3 k'$$

$$f(k) = 1; \quad f(k') = 0$$

$$\epsilon' = \frac{\hbar^2 k'^2}{2m_e}$$

$$\epsilon = -E_g - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h}$$

$$\alpha(\omega) \sim \int \gamma^{eh} \delta(E_g + \frac{\hbar^2 k'^2}{2m_e} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} - \omega) d^3 k'$$

## Поглощение света в п.п.

$$k' = k + k_{\phi} \cong k$$

$$\gamma^{\text{eh}}(\square \omega) \cong \text{const}$$

$$\alpha(\square \omega) \sim \gamma^{\text{eh}} \int \delta(E_g + \square^2 k^2 (1/2m_e + 1/2m_h) - \square \omega) d^3k$$

$$1/2m_r = (1/2m_e + 1/2m_h)$$

$$\alpha(\square \omega) \sim \gamma^{\text{eh}} \int 4\pi \delta(E_g + \square^2 k^2 / 2m_r - \square \omega) k^2 dk$$

$$\int 4\pi \delta(E_g + \square^2 k^2 / 2m_r - \square \omega) k^2 dk =$$

$$2\pi [2m_r / \square^2]^{3/2} \int \delta(E_g + \square^2 k^2 / 2m_r - \square \omega) [\square^2 k^2 / 2m_r]^{1/2} d[\square^2 k^2 / 2m_r]$$
$$y = \square^2 k^2 / 2m_r$$

## Поглощение света в п.п.

$$2\pi[2m_r/\hbar^2]^{3/2} \int \delta(E_g + y - \hbar\omega)y^{1/2}dy = 2\pi[2m_r/\hbar^2]^{3/2}(E_g - \hbar\omega)^{1/2}$$

$$J = 2\pi[2m_r/\hbar^2]^{3/2}(E_g - \hbar\omega)^{1/2}$$

**МЕЖЗОННАЯ ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ**

Как вычислить  $\gamma^{eh}$  ?

$$|V_{ij}|^2 = \int \psi_j^* V \psi_i |\psi_i|^2 dr^3$$

$H\psi = E\psi$        $V$  возмущение  
вероятность перехода

**Необходимо найти оператор возмущения !!!**

## Поглощение света в п.п.

$$\hat{H}_0 = p^2/2m + U \qquad \hat{H} = (1/2m) [p - (e/c)A]^2 + e\phi + U$$

$$[p - (e/c)A]^2 = -(\nabla^2) - (e/c)A i \nabla - i \nabla (e/c)A$$

$$+ [(e/c)A]^2$$

$$A i \nabla - i \nabla A = i \nabla \cdot A$$

divA

$$[p - (e/c)A]^2 = -(\nabla^2) - 2(e/c)A i \nabla - i \nabla \cdot A +$$

$$[(e/c)A]^2$$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - (i \nabla \cdot e/mc)A - i \nabla \cdot A + [(e/c)A]^2$$

$$+ e\phi$$

**Кулоновская калибровка:  $\text{div}A=0, \phi = 0$**

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - (i \nabla \cdot e/mc)A + [(e/c)A]^2$$

$$[(e/c)A]^2 \ll (i \nabla \cdot e/mc)A \longrightarrow$$

$$V = -(e/mc) \nabla \cdot A p$$

## Поглощение света в п.п.

Для монохроматической волны

$$E(r,t) = E_0 \sin(\omega t - qr)$$

$$A(r,t) = (c/\omega) E_0 \cos(\omega t - qr) = \\ = (cE_0/2\omega) [\exp(i(\omega t - qr)) + \exp(-i(\omega t - qr))] ]$$

$$V(r,t) = -(eE_0/2\omega m) \times \\ \times [\exp(iqr) p \exp(i\omega t) + \exp(-iqr) p^* \exp(-i\omega t)]$$

↓
↓
↓

$$V(r) \quad C/ \quad V^*(r)$$

$i \square$

$$V^{eh} = |V_{ij}|^2 = \left| \int \psi_j^* V(r) \psi_i dr \right|^2$$

## Поглощение света в п.п.

$$V_{ij} = \int \psi_j^* \mathbf{V} \psi_i \mathbf{dr} = C \int \psi_j^* \exp(i \mathbf{qr}) \nabla \psi_i \mathbf{dr}$$

$$\exp(i \mathbf{qr}) = 1 + i \mathbf{qr} + \dots \quad \longleftarrow \quad \mathbf{q} = 2\pi/\lambda \quad \mathbf{r} = \mathbf{a}$$

$\psi(\mathbf{r}) = u(\mathbf{r}) \cdot \phi(\mathbf{r})$  Медленная часть!!! (теорема Блоха)

$$V_{ij} = C \int u(\mathbf{r})^* \cdot \phi(\mathbf{r})^* \nabla u(\mathbf{r}) \cdot \phi(\mathbf{r}) \mathbf{dr} =$$

$$C \int u(\mathbf{r})^* \cdot u(\mathbf{r}) \cdot \phi(\mathbf{r})^* \nabla \phi(\mathbf{r}) + \phi(\mathbf{r})^* \cdot \phi(\mathbf{r}) \cdot u(\mathbf{r})^* \nabla u(\mathbf{r}) \mathbf{dr}$$

$$\Sigma \phi(\mathbf{r})^* \nabla \phi(\mathbf{r}) \int u(\mathbf{r})^* \cdot u(\mathbf{r}) \mathbf{dr} + \Sigma \phi(\mathbf{r})^* \cdot \phi(\mathbf{r}) \cdot \int u(\mathbf{r})^* \nabla u(\mathbf{r}) \mathbf{dr}$$

↓  
 $\delta_i$

↓  
 $\mathbf{p}_{ij}$

$$V_{ij} = C \cdot [\delta_{ij} \cdot \int \phi(\mathbf{r})^* \nabla \phi(\mathbf{r}) \mathbf{dr} + \mathbf{p}_{ij} \cdot \int \phi(\mathbf{r})^* \cdot \phi(\mathbf{r}) \mathbf{dr}]$$

# Поглощение света в п.п.

$$V_{ij} = C \cdot [\delta_{ij} \cdot \int \phi(r)^* \nabla \phi(r) dr + p_{ij} \cdot \int \phi(r)^* \cdot \phi(r) dr]$$

## Внутризонные переходы

$$V_{ij} = C \cdot \delta_{ij} \cdot \int \phi(r)^* \nabla \phi(r) dr$$

## Межзонные переходы

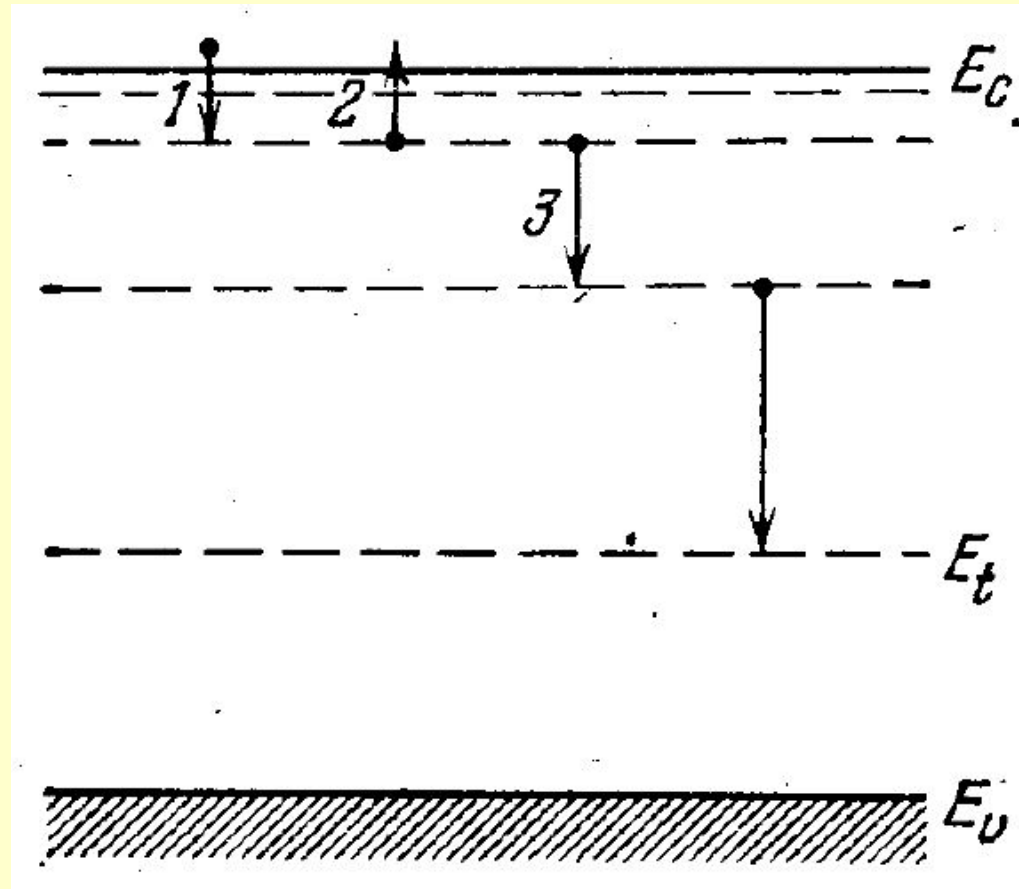
$$V_{ij} = C \cdot p_{ij} \cdot \int \phi(r)^* \cdot \phi(r) dr$$

$$\alpha(\omega) \sim \frac{J}{|V_{ij}|^2}$$



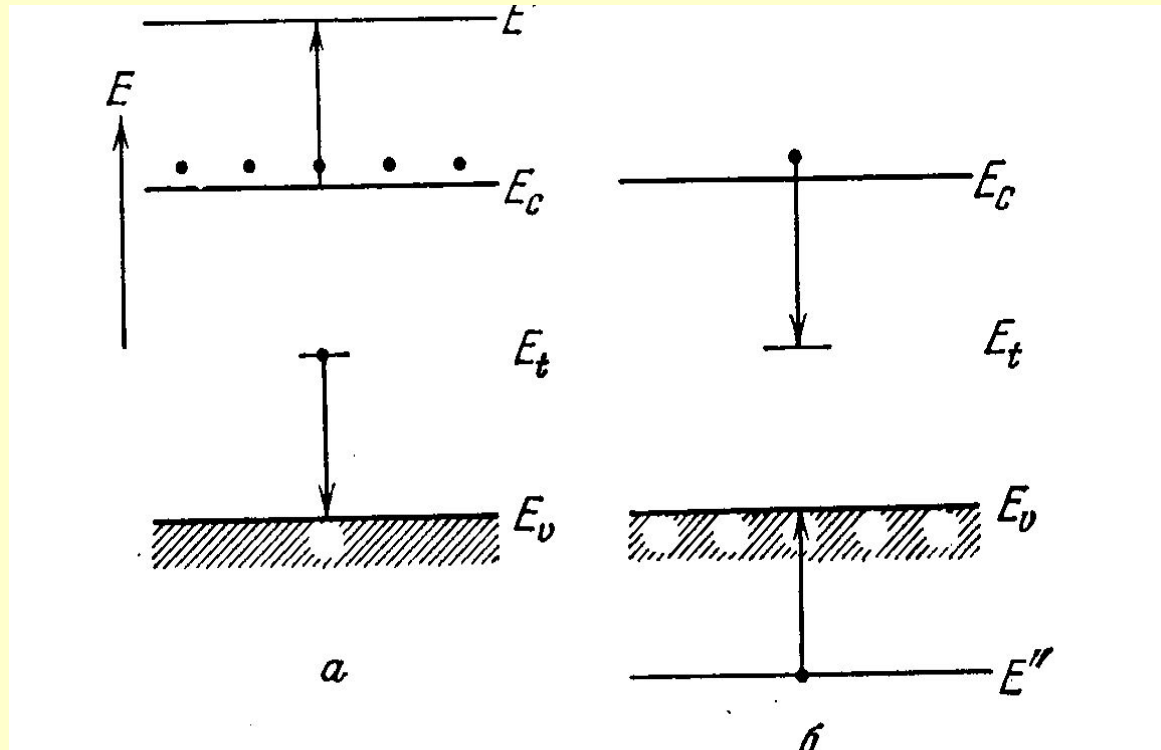
# Безызлучательный В чем проблема?

## Каскадная модель Лэкса



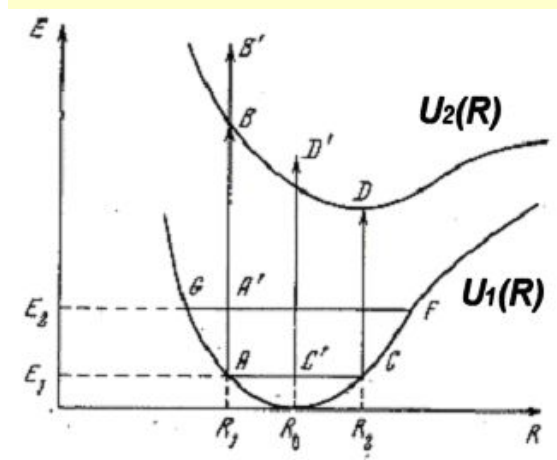
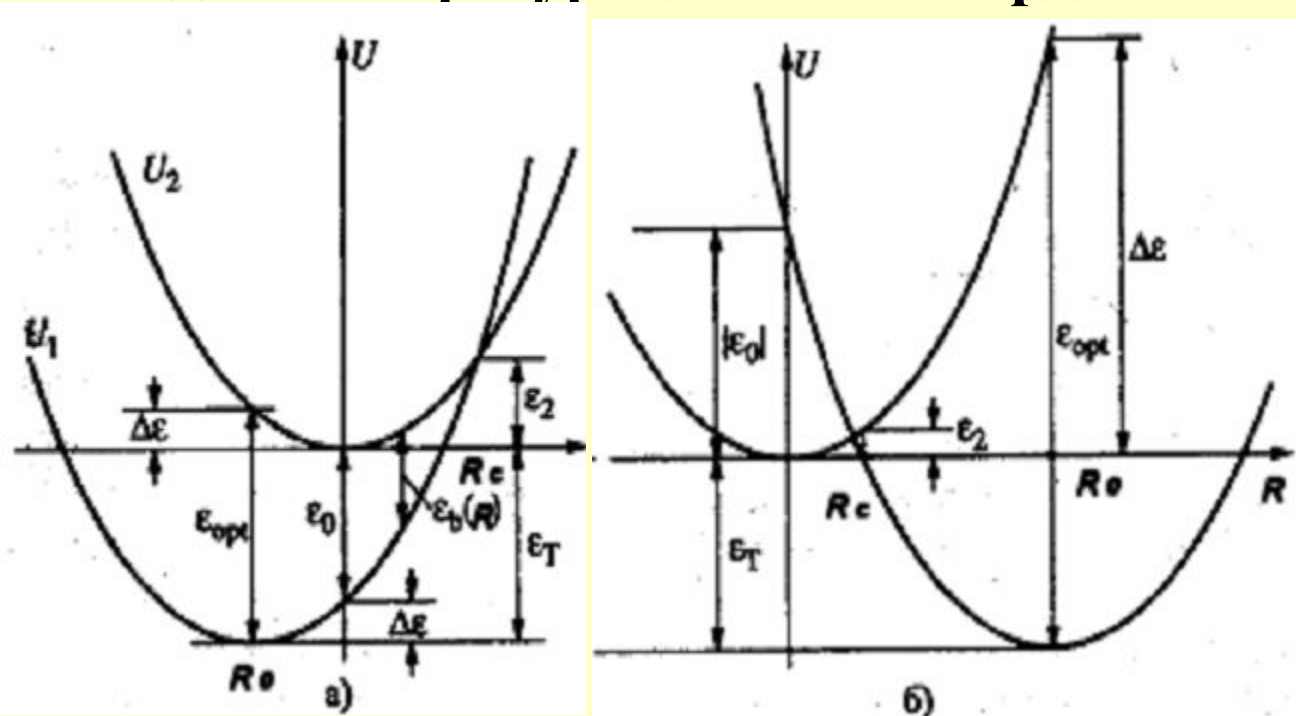
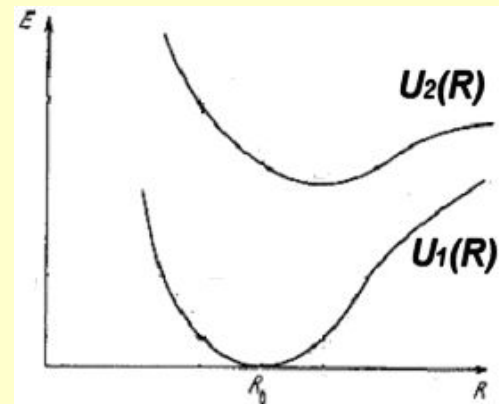
# Безызлучательная рекомбинация

## Модель ударной ионизации и захвата



# Безызлучательный

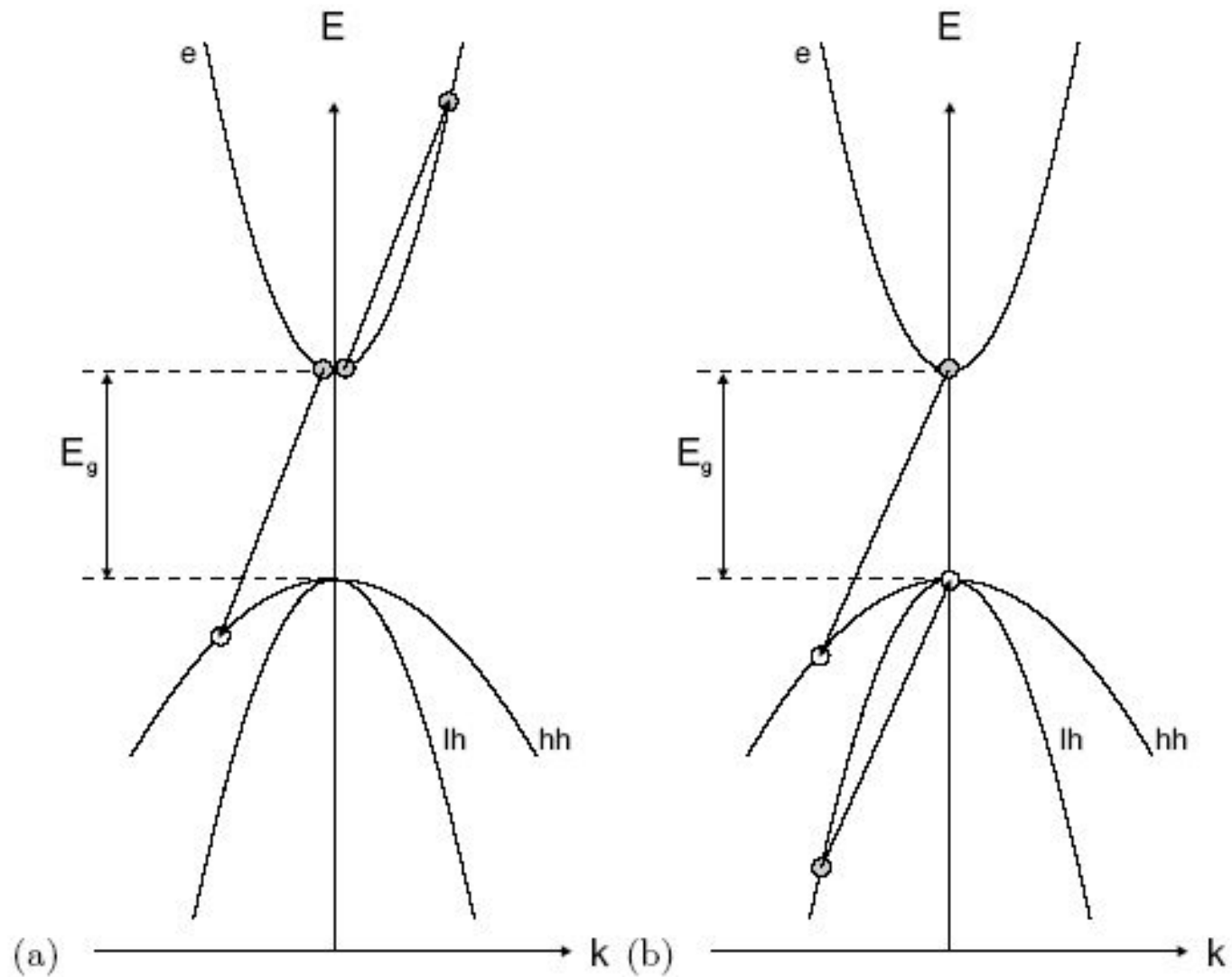
## Модель конфигурационных координат



Принцип Франка-Кондона

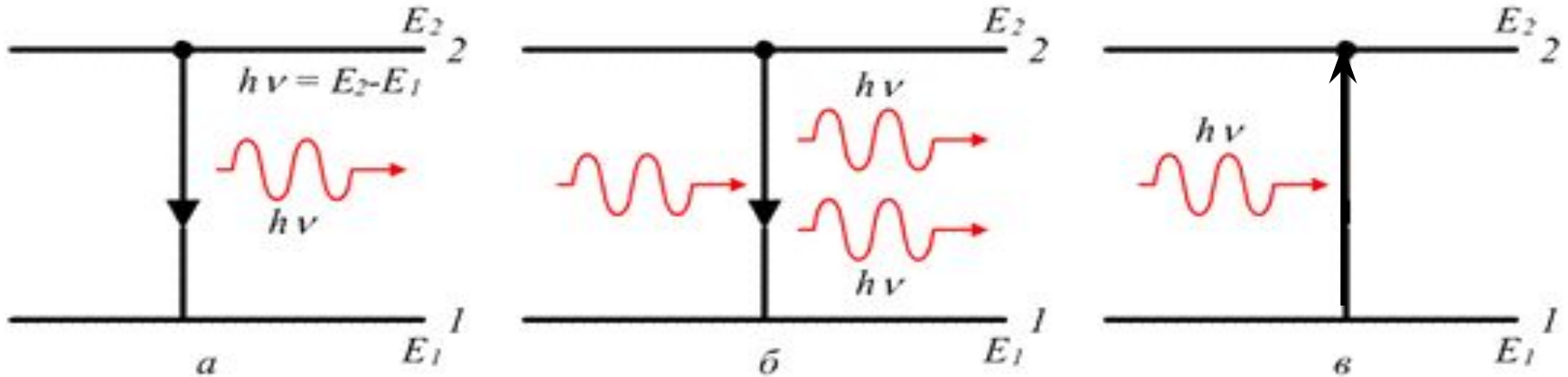
Модель Хуанга и Риса

# Оже рекомбинация



# Лазер

## Light amplification by stimulated emission of radiation



$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\text{sp}} = -AN_2 \quad \tau = 1/A \quad N_2(t) = N_2(0) \exp(-t/\tau)$$

**A** коэф. Эйнштейна для спонтанного излучения

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\text{ind}} = -W_{21}N_2$$

**$W_{21}$  и  $W_{12}$**  коэф. Эйнштейна для  
вынужденного

излучения и поглощения

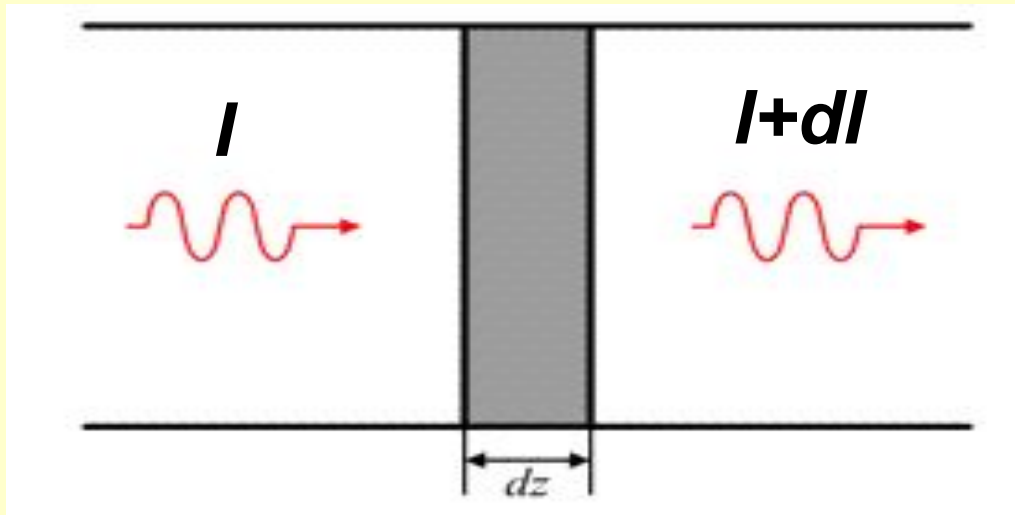
$$\left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{\text{ind}} = -W_{12}N_1$$

$$W_{21} = W_{12}$$

$$W_{21} = \sigma_{21} I_{\nu}$$

$$\sigma_{12} = \frac{W_{12}}{I_{\nu}}$$

# Лазер



$$\frac{dI}{dz} = \sigma I (N_2 - N_1)$$

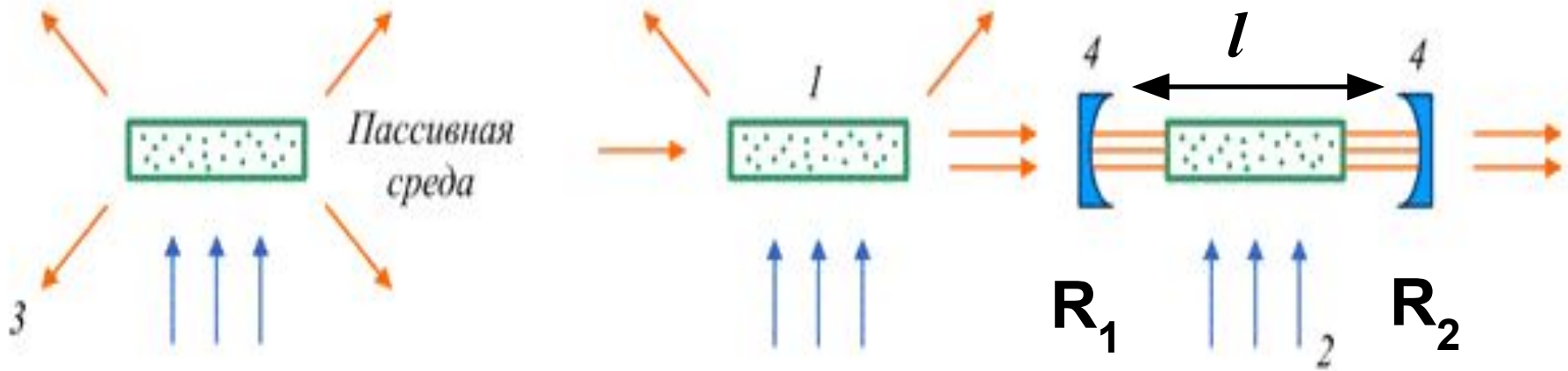
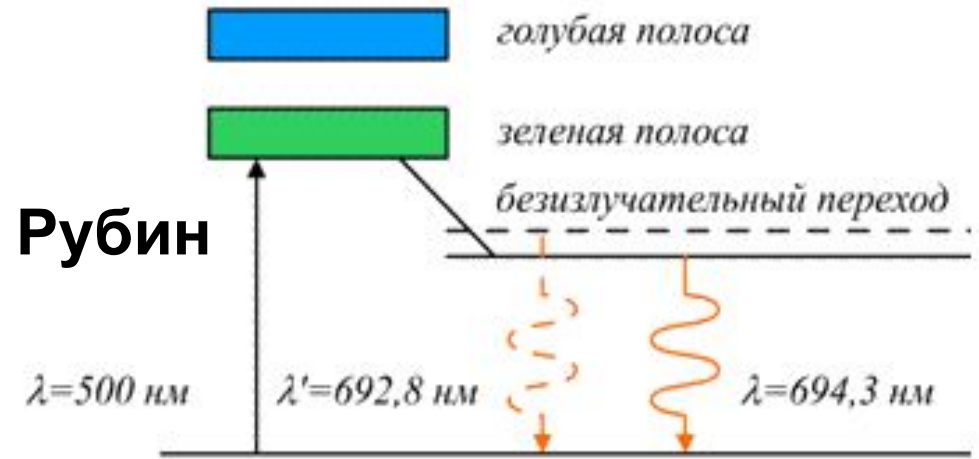
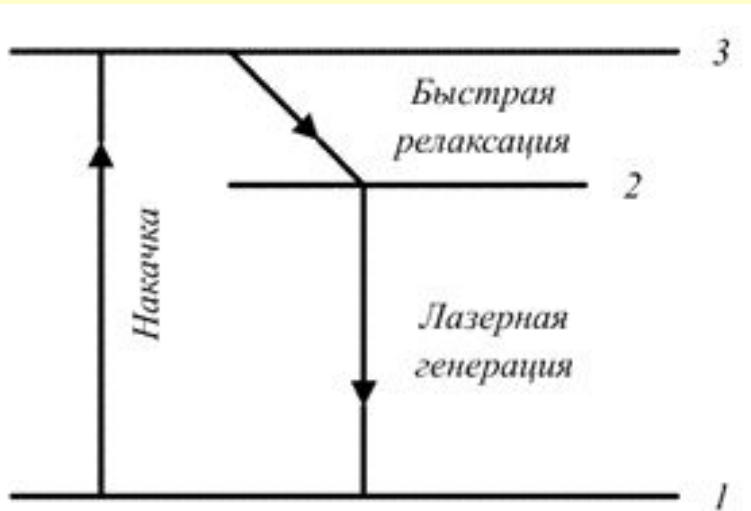
$N_1 > N_2$  поглощение

$N_1 < N_2$  усиление

В термодинамическом равновесии

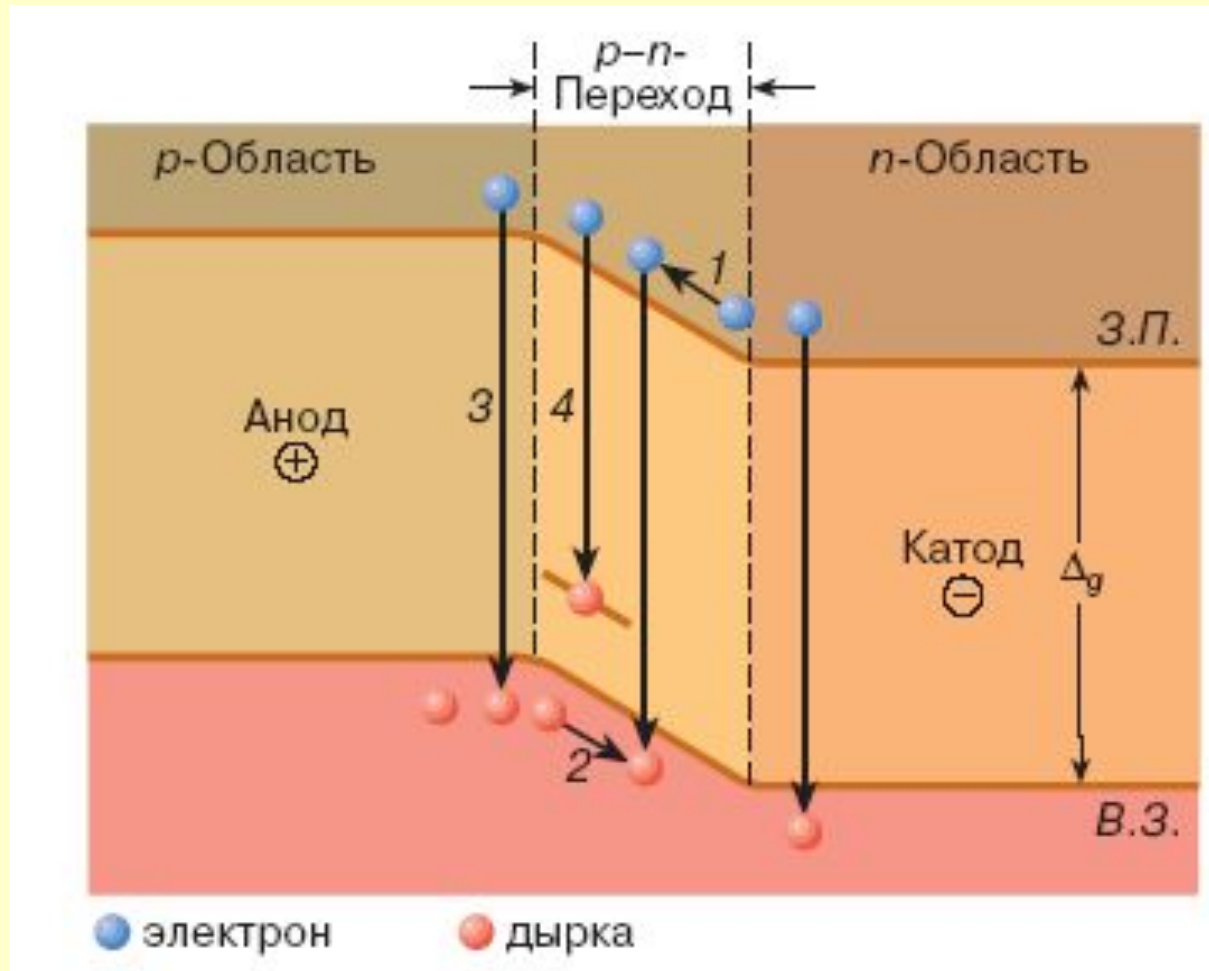
$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) < 1$$

Для усиления необходимо создать инверсную заселенность  $N_2 > N_1$



$$R_1 R_2 \exp[2\sigma(N_2 - N_1)l] = 1 \quad \text{Порог генерации}$$

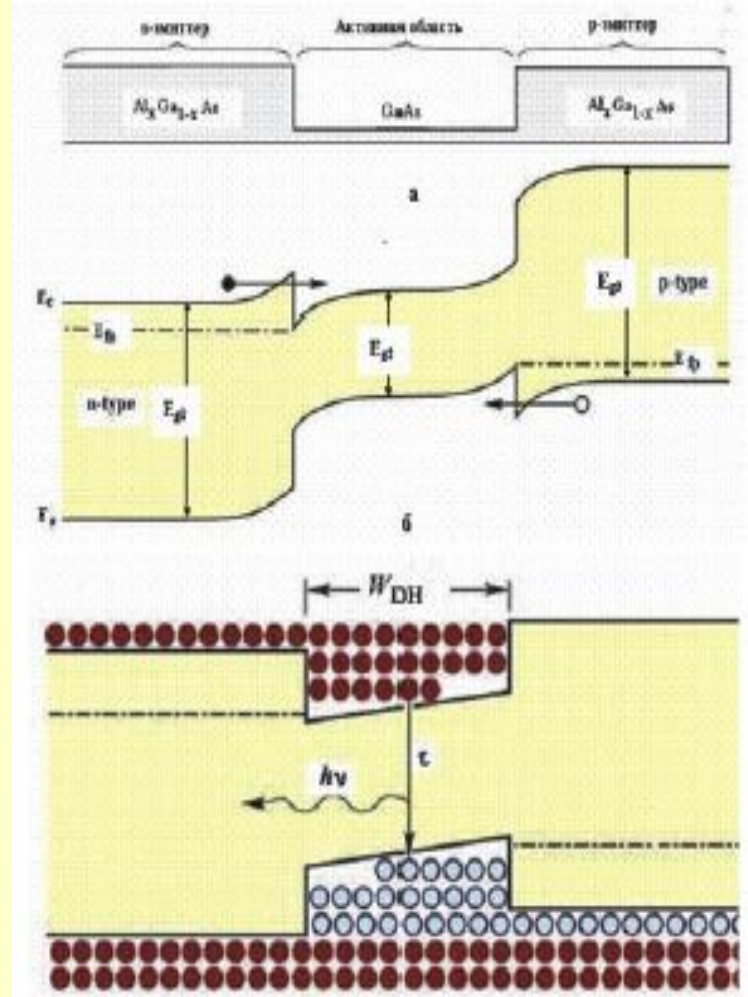
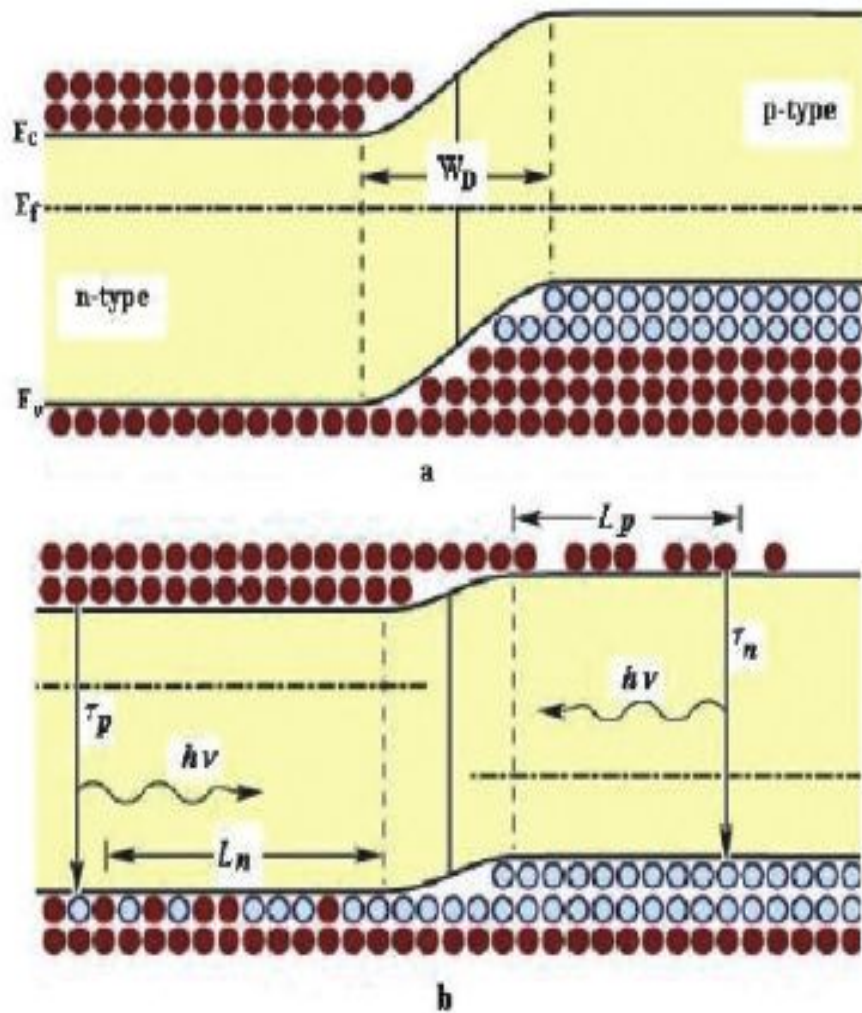
# Лазера на п.п.



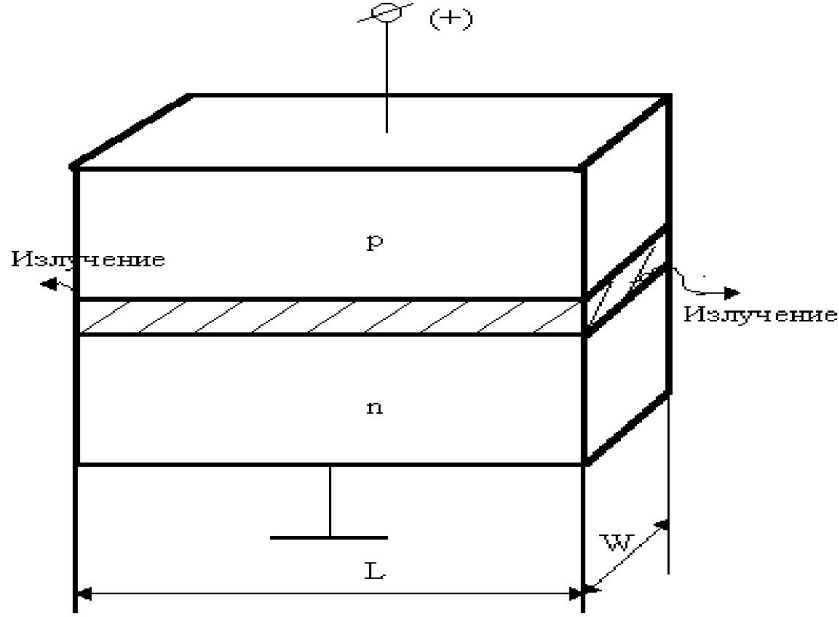
**Электролюминесценция – светоизлучающий диод**



# Лазера на п.п.



## Лазера на п.п.



$$g\Gamma = \alpha + (1/L)\ln(1/R)$$

Для GaAs  $g(\text{cm}^{-1}) = 5 \cdot 10^{-2} [J \eta / d - 4,5 \cdot 10^3]$  при 300 К  
d - толщина активной области

$\eta$  - квантовый выход

L - длина резонатора

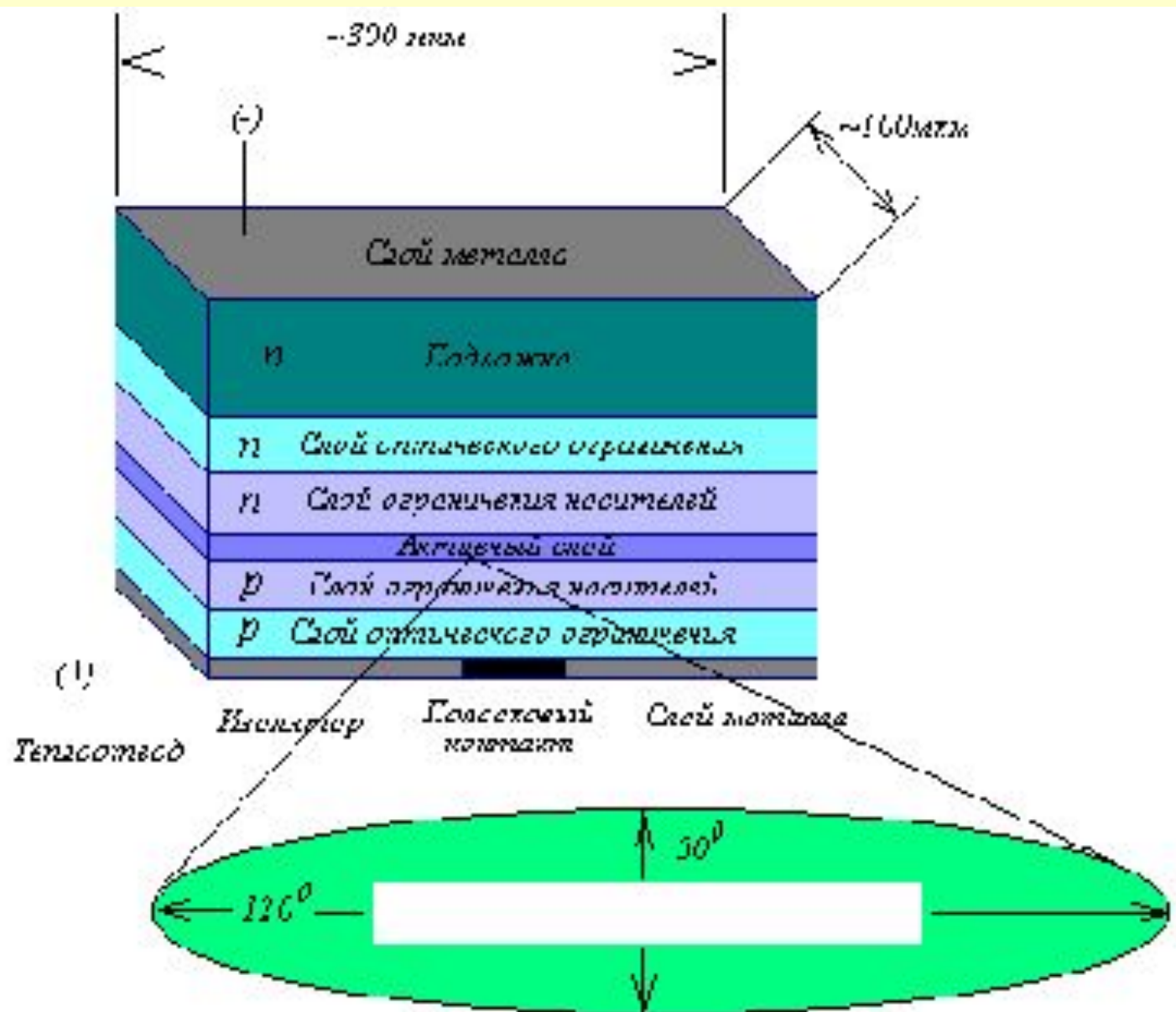
$\Gamma$  - коэффициент оптического ограничения (сколько излучения приходится на область генерации)

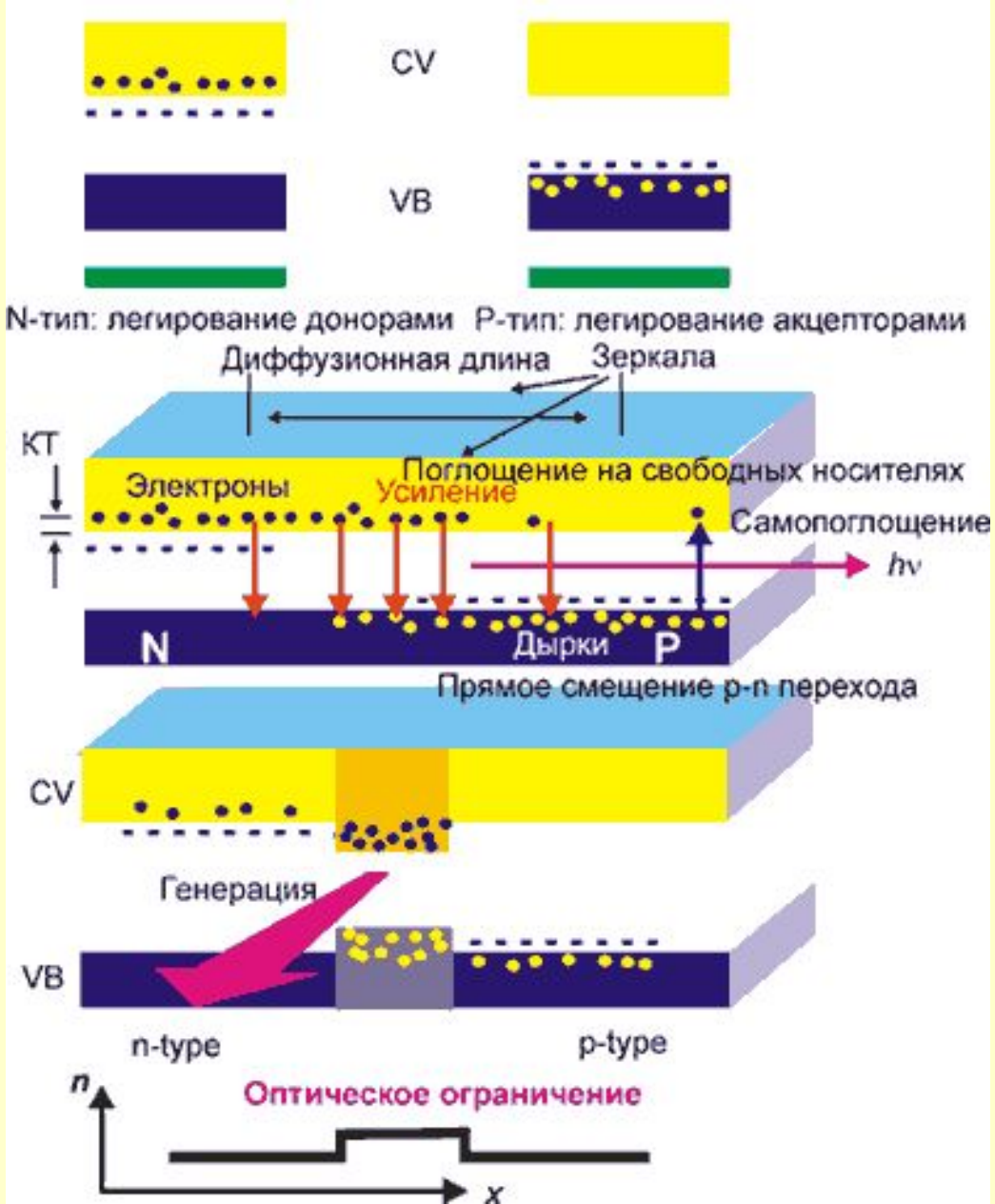
$$J = 4,5 \cdot 10^3 d / \eta - 20 (d / \eta \Gamma) [\alpha + (1/L)\ln(1/R)] \quad (\text{А см}^{-2})$$

Пороговый ток

$\alpha$  - коэф. поглощения

# Лазера на п.п.





Гомолазер  $> 50 \text{ кА/см}^2$

ДГС Гетеролазер  $1 \text{ кА/см}^2$

Лазер на квантовых ямах  $50 \text{ А/см}^2$

Носителей заряда в области генерации

Лазер на КТ  $10 \text{ А/см}^2$

# Лазера на п.п.

