

Цифровая обработка сигналов при нескольких скоростях

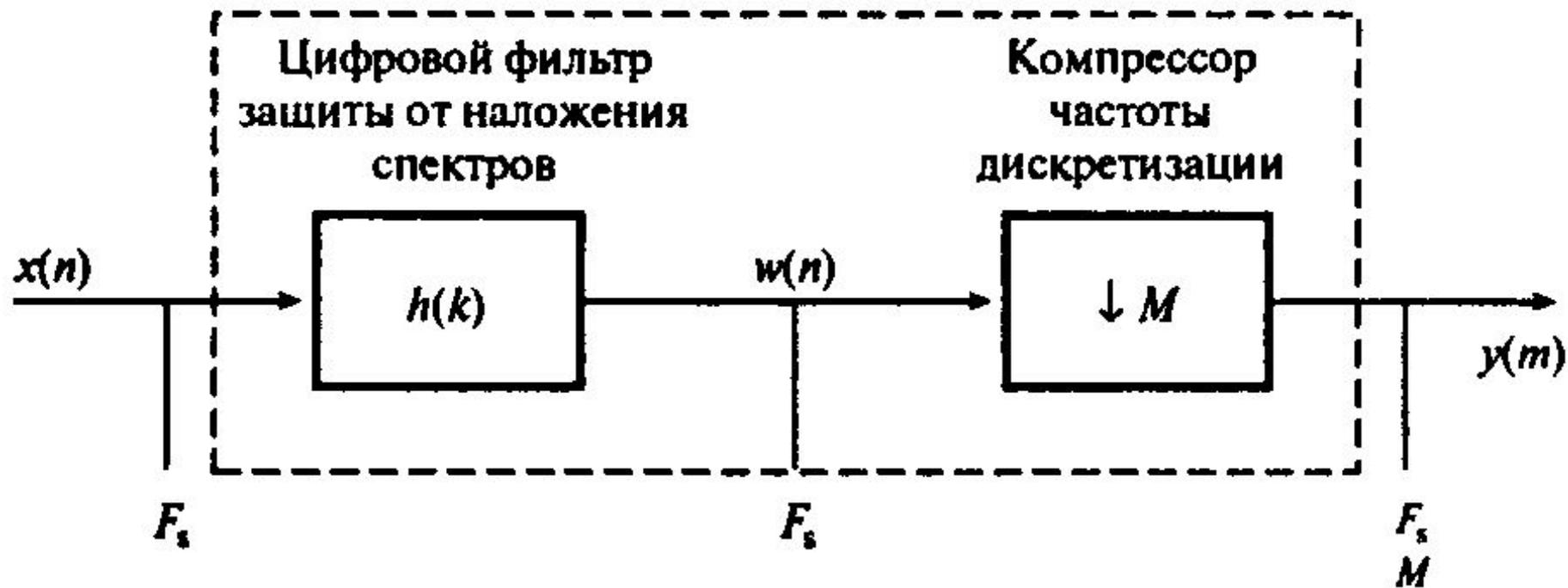
Децимация

$$y(m) = w(mM) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) x(mM - k),$$

где

$$w(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) x(n - k).$$

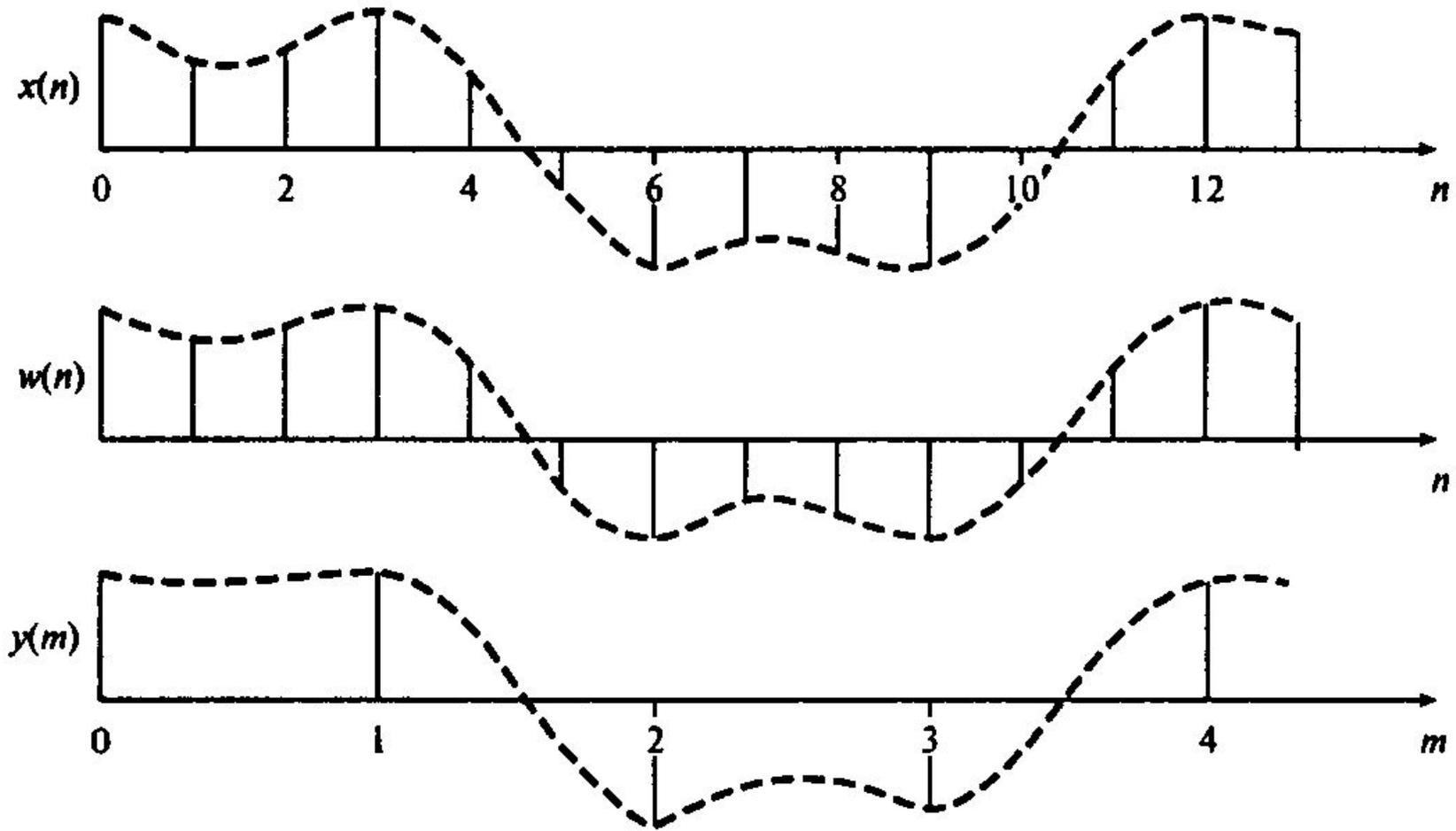
Децимация



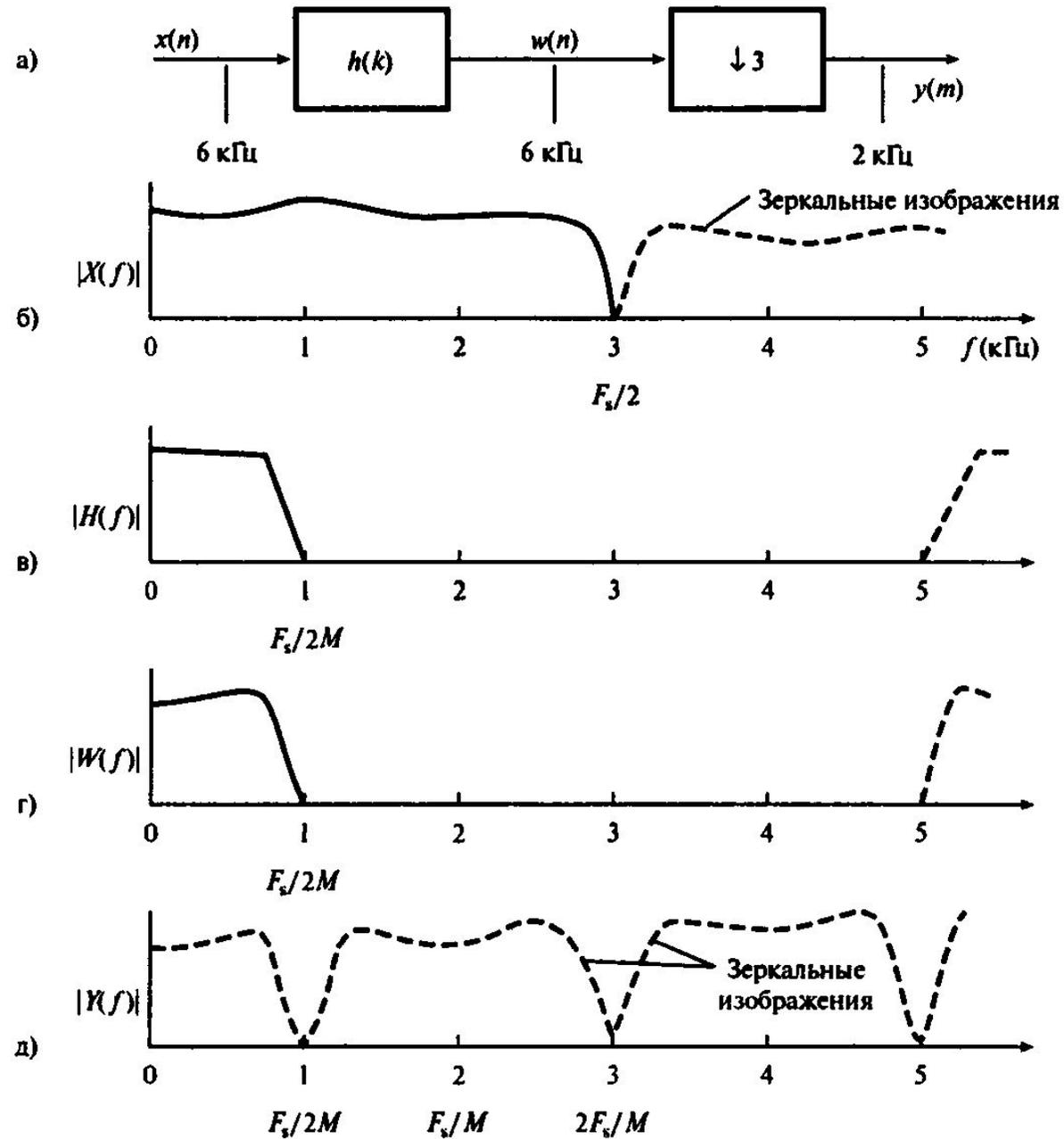
Децимация

Для предотвращения наложения при более низкой частоте выборки используется цифровой фильтр, предварительно ограничивающий полосу входного сигнала до $F_s/2$

Децимация



Спектральная интерпретация децимации

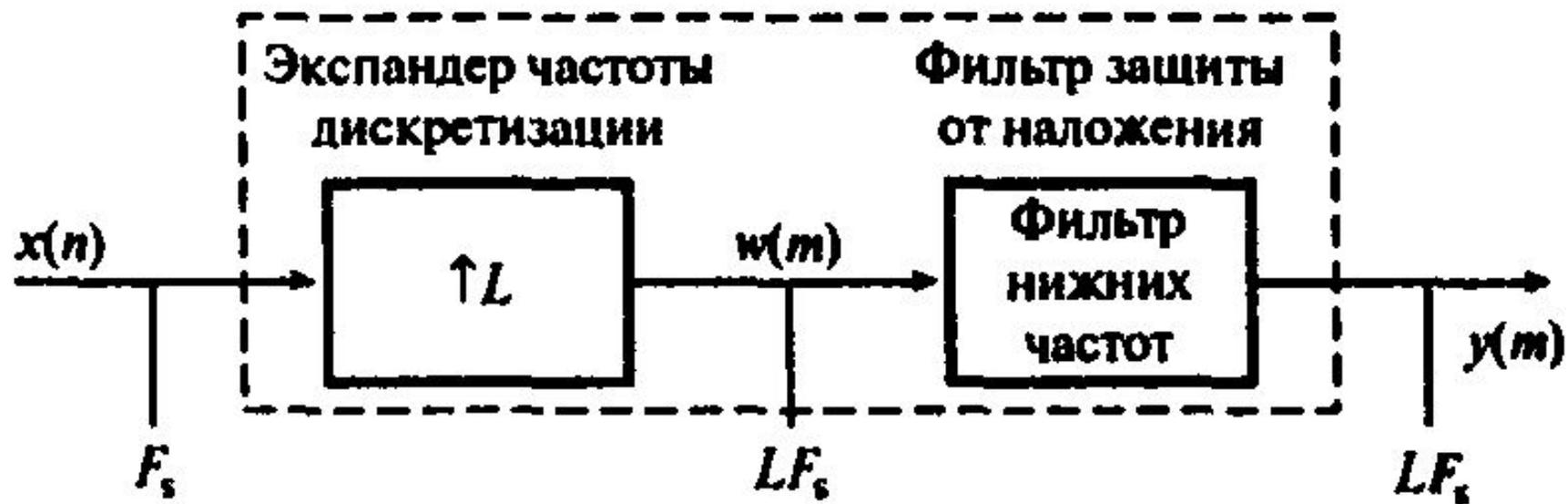


Интерполяция

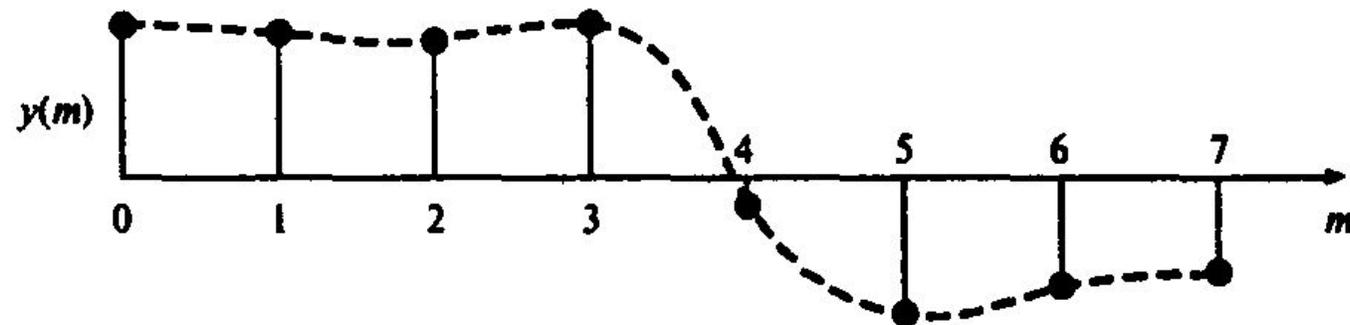
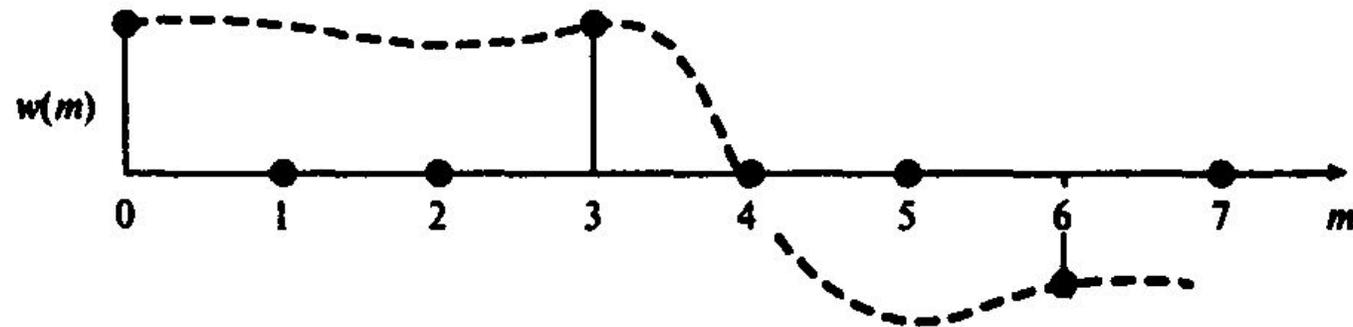
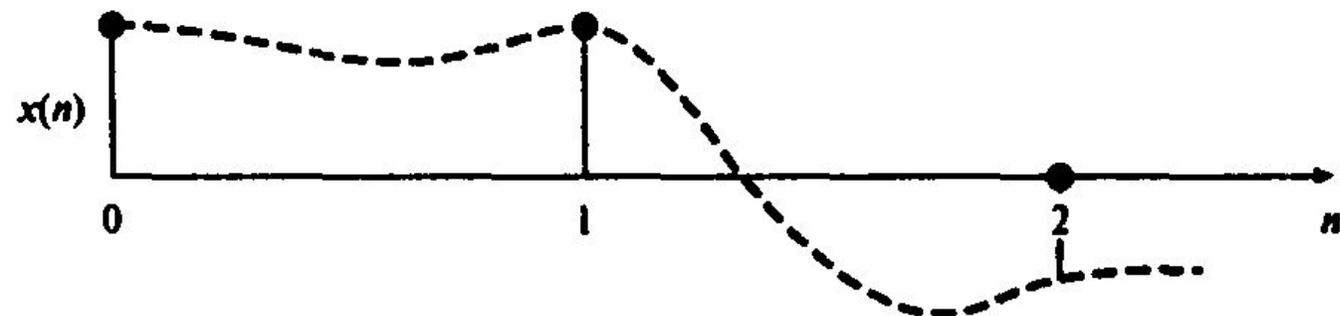
$$y(m) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) w(m-k),$$

где $w(m) = \begin{cases} x\left(\frac{m}{L}\right), & m = 0, \pm L, \pm 2L, \dots \\ 0 & \end{cases}$

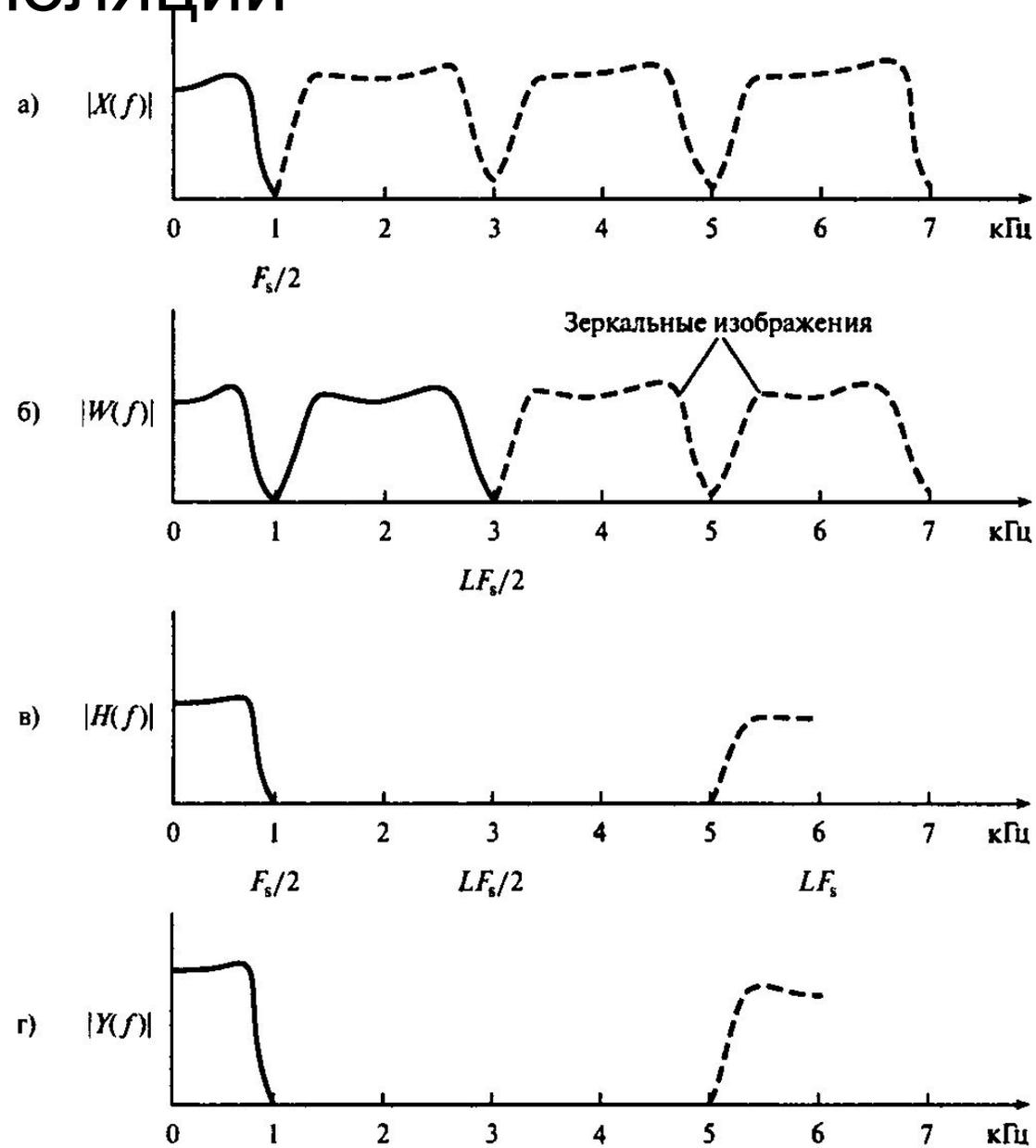
Интерполяция



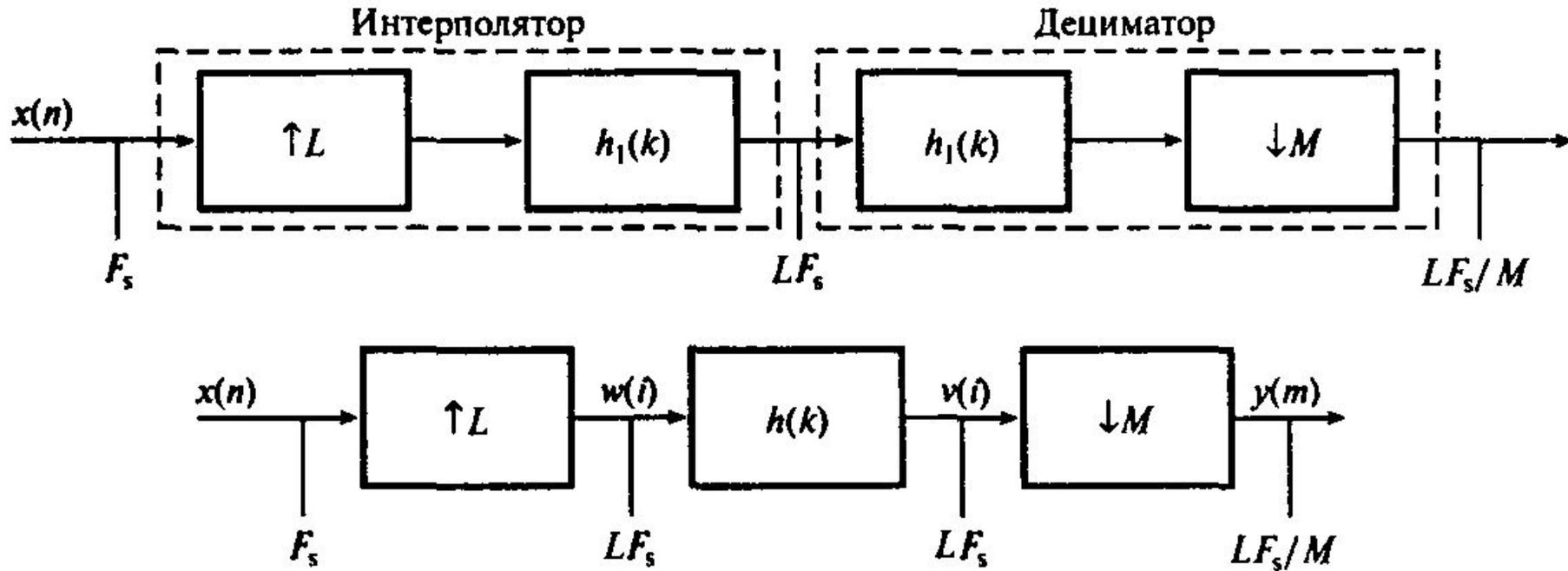
Интерполяция



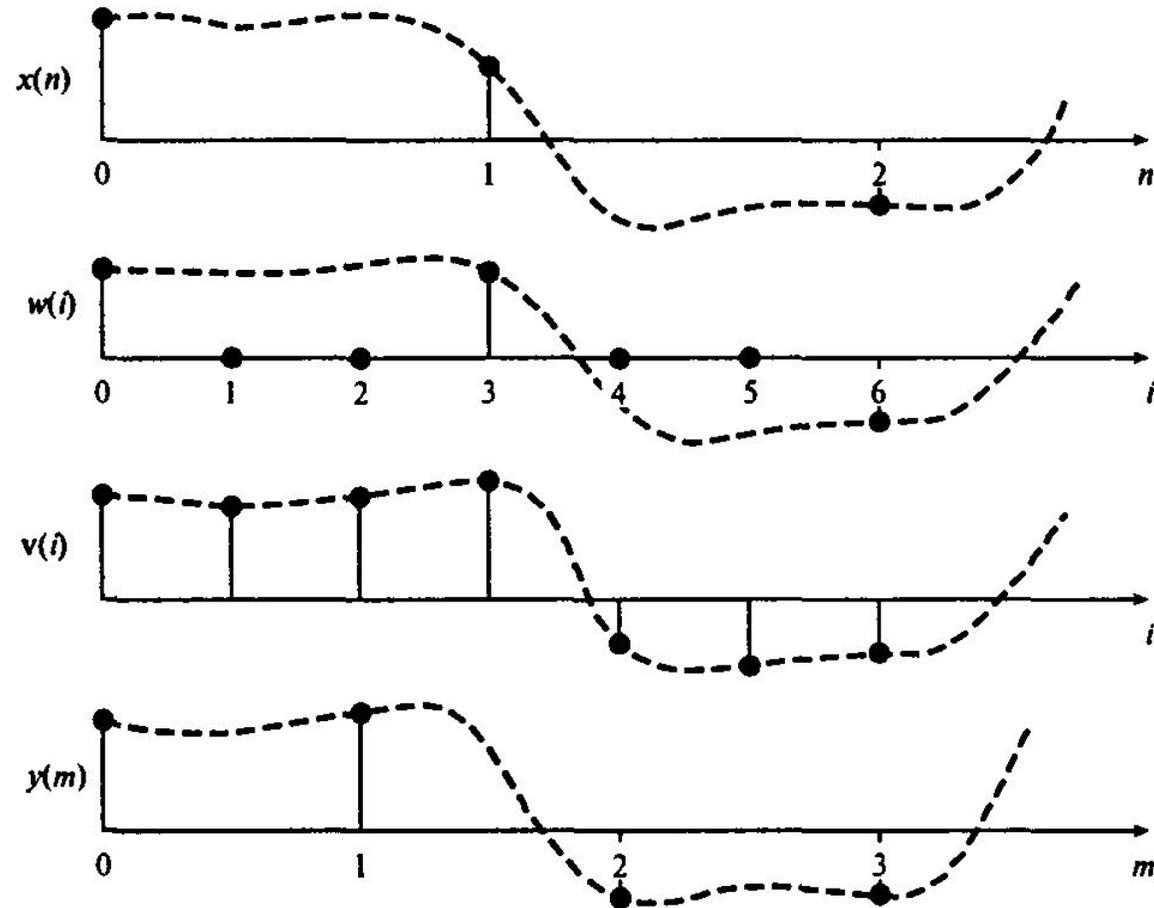
Спектральная интерпретация интерполяции



Преобразование частоты дискретизации с нецелым шагом



Преобразование частоты дискретизации с нецелым шагом



Разработка практических конвертеров частоты дискретизации

1. Задать общие требования к фильтрам защиты от наложения спектров и подавления зеркальных частот.
2. Определить оптимальное число каскадов децимации или интерполяции, дающих наиболее эффективную реализацию.
3. Определить для каждого каскада шаги децимации или интерполяции.
4. Разработать для каждого каскада подходящий фильтр.

Требования к фильтру дециматора:

полоса пропускания $0 \leq f \leq f_p$

полоса подавления $F_s/2M \leq f \leq F_s/2$

отклонение в полосе пропускания δ_p

отклонение в полосе подавления δ_s

где $f_p \leq F_s/2M$, а F_s – исходная частота дискретизации

Требования к фильтру интерполятора:

полоса пропускания $0 \leq f \leq f_p$

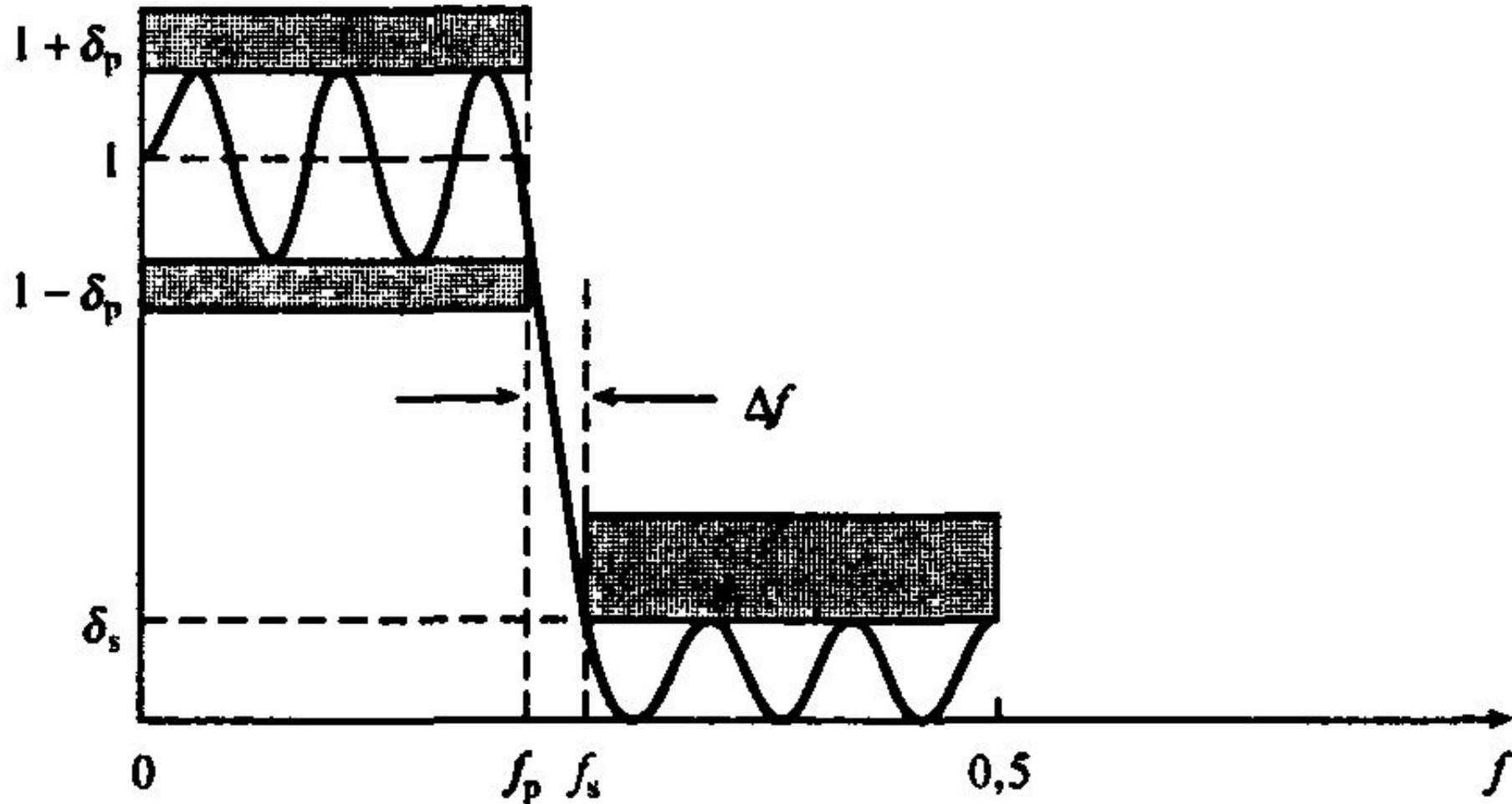
полоса подавления $F_s/2 \leq f \leq LF_s/2$

отклонение в полосе пропускания δ_p

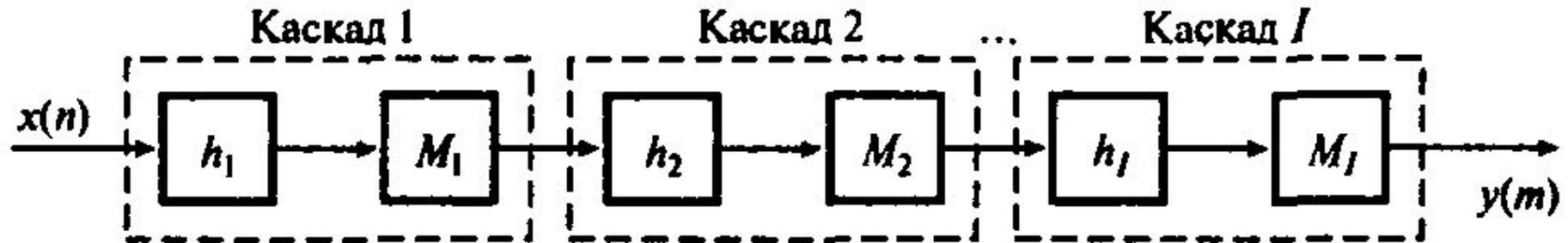
отклонение в полосе подавления δ_s

где $f_p \leq F_s/2M$

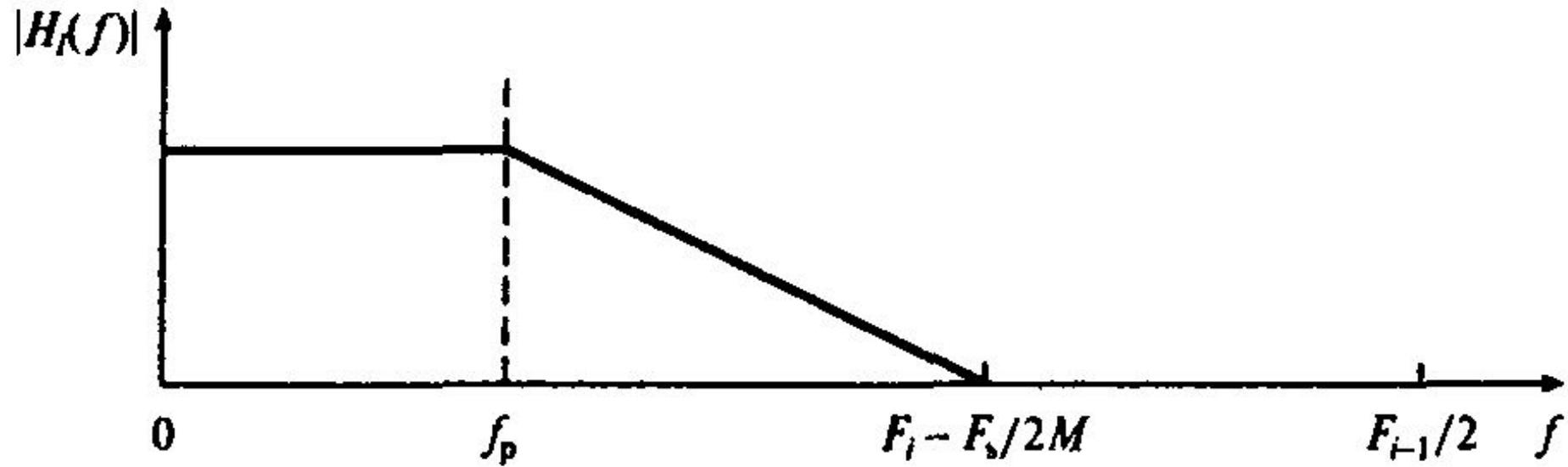
Схема допуска ФНЧ с равными колебаниями характеристики



Многокаскадная структура



Спецификации фильтра i -го каскада,
 $i = 1, 2, \dots, l$



Требования к фильтрам отдельных каскадов на примере дециматора:

полоса пропускания $0 \leq f \leq f_p$

полоса подавления $(F_i - F_s/2M) \leq f \leq F_{i-1}/2, i=1,2,\dots,l$

отклонение в полосе пропускания δ_p/l

отклонение в полосе подавления δ_s

где F_i – частота дискретизации на выходе i -го каскада, $F_i = F_{i-1}/M_i$

Определение числа каскадов и шагов децимации

Критерии оптимальности:

Число операций умножения в секунду $УВС = \sum_{i=1}^I N_i F_i,$

где N_i – число коэффициентов фильтра i -го каскада

Общая требуемая память: $ОТМ = \sum_{i=1}^I N_i$

Целесообразно определить все возможные множители M , т.е. весь набор значений M_i и соответствующие им параметры УВС и ОТП. Затем следует методом перебора выбрать наиболее эффективное или предпочтительное решение.

Шаги децимации должны удовлетворять
следующему соотношению:

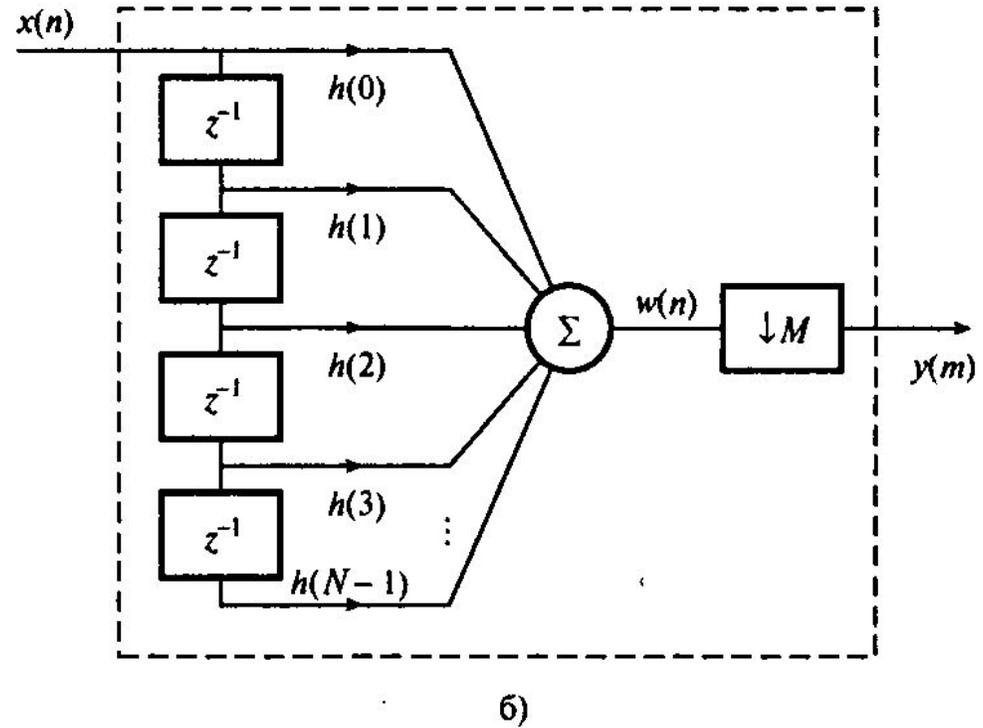
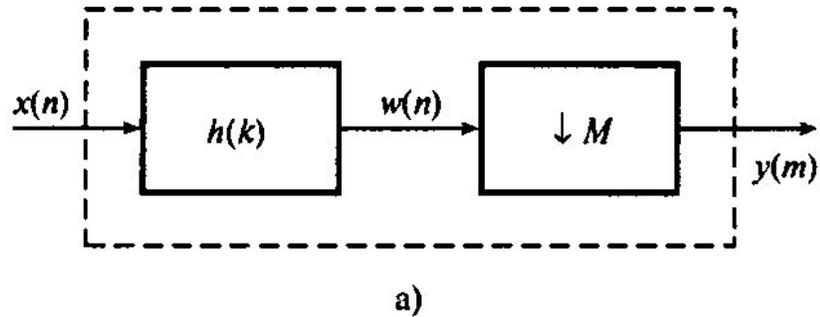
$$M_1 > M_2 > \dots > M_1$$

При $l=2$ (т.е. для двухкаскадного дециматора)
оптимальные значения шагов децимации,
минимизирующие параметр ОТП, равны

$$M_{1opt} = \frac{2M}{2 - \Delta f + (2M \Delta f)^{1/2}},$$

$$M_{2opt} = \frac{M}{M_{1opt}},$$

Простая схема дециматора (а), функциональная схема прохождения сигнала через дециматор (б)



Если фильтр реализован в прямой форме (т.е. используются линии задержки с отводами), выход фильтра $\omega(n)$ и его вход $x(n)$ связаны следующим соотношением:

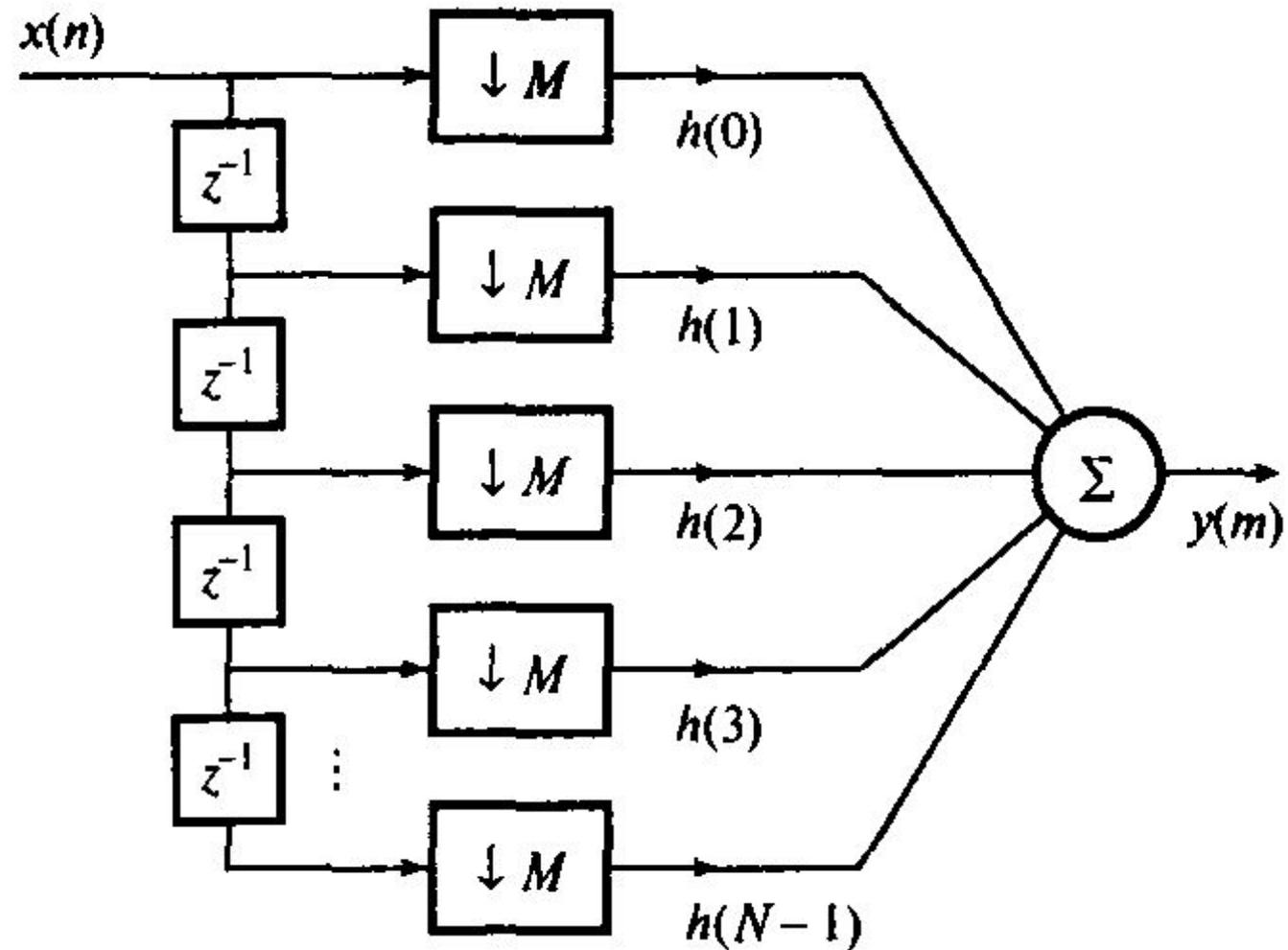
$$\omega(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k),$$

Поскольку выход дециматора $y(m) = \omega(mM)$,

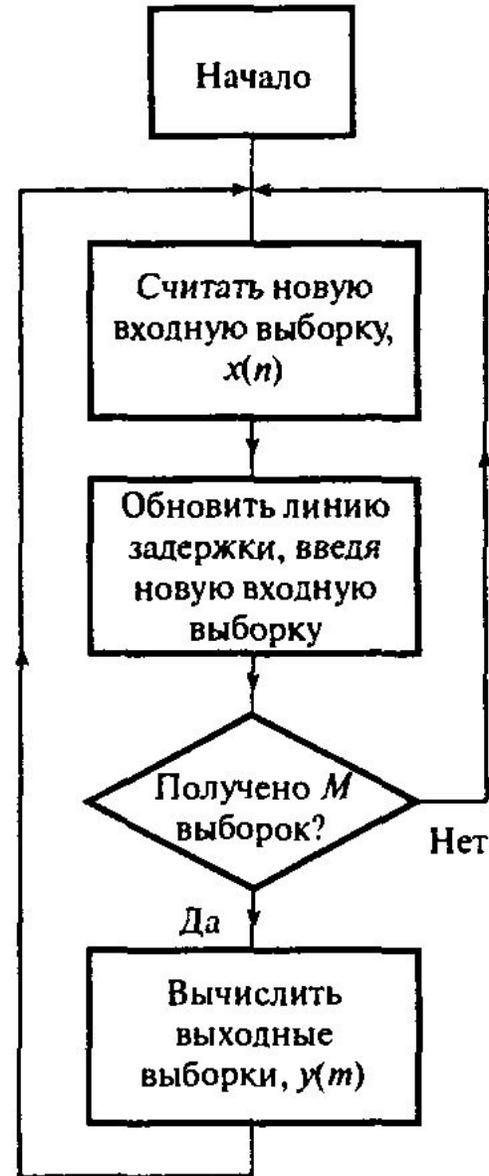
уравнение дециматора можно записать следующим образом:

$$y(m) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(Mm-k).$$

Более эффективная диаграмма
прохождения сигнала через
дециматор



Функциональная схема процесса децимации



Выходная задержка дециматора

$$T(1 \text{ каскад}) = \frac{1}{M} [T_1 - (M - 1)] \text{ выборков,}$$

$$T(2 \text{ каскада}) = \frac{1}{M_1 M_2} [T_1 + M_1 T_2 - (M_1 M_2 - 1)]$$

выборков,

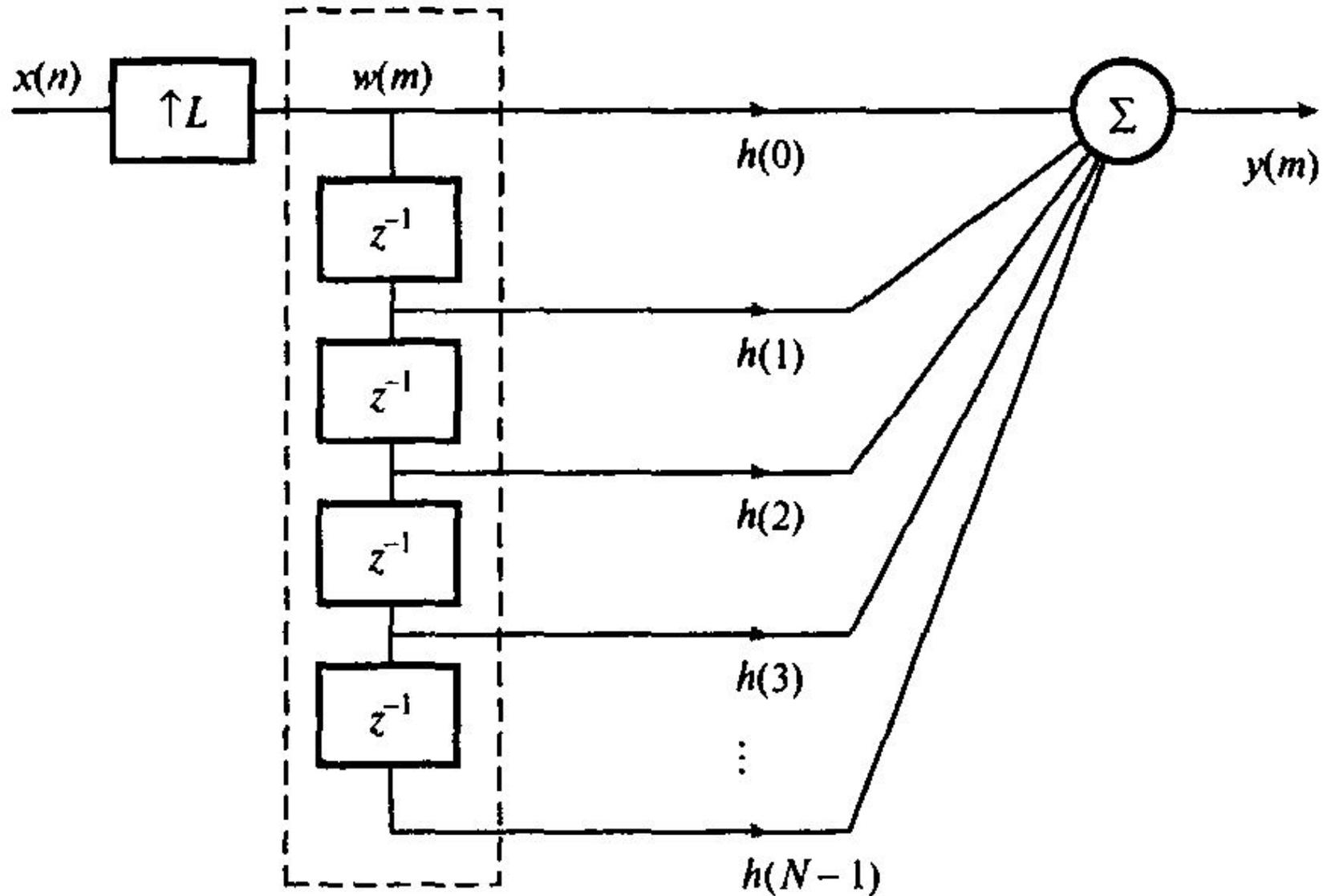
$$T(3 \text{ каскада}) = \frac{1}{M_1 M_2 M_3} [T_1 + M_1 T_2 + M_1 M_2 T_3 - (M_1 M_2 M_3 - 1)]$$

выборков, где T_i – задержка фильтра i -го каскада:

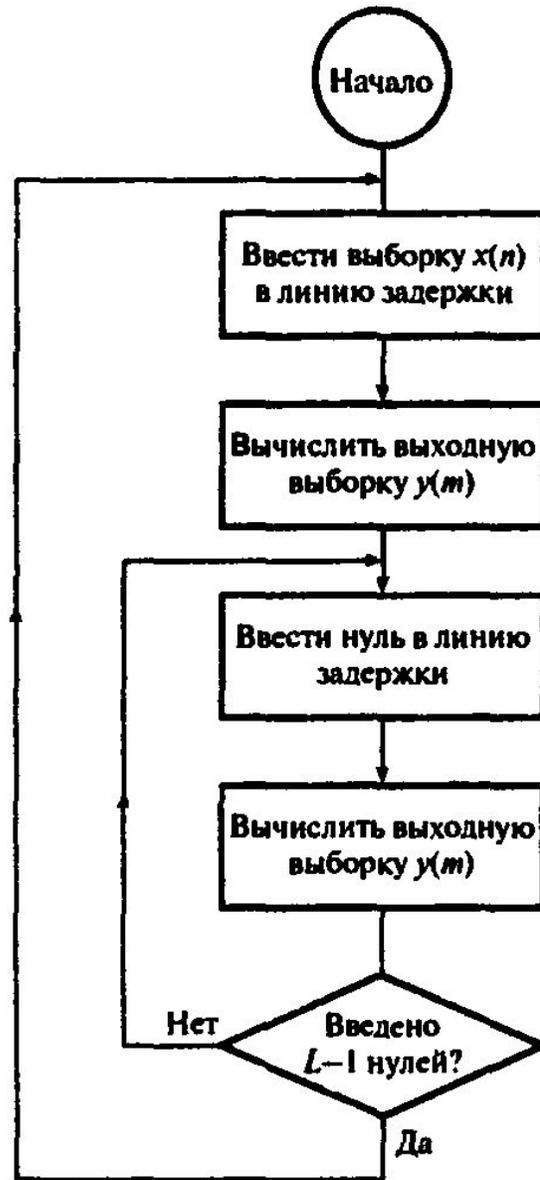
$$T_i = (N_i + 1) / 2$$

выборков

Функциональная схема интерполятора



Функциональная схема процесса интерполяции



Выходная задержка интерполятора

$T(1 \text{ каскад}) = T_1$ выборков,

$T(2 \text{ каскада}) = (T_1 + M_1 T_2)$ выборков,

$T(3 \text{ каскада}) = (T_1 + M_1 T_2 + M_1 M_2 T_3)$ выборков, где T_i – задержка фильтра i -го каскада:

$$T_i = (N_i + 1) / 2 \text{ выборков}$$