

Цифровые системы управления (ЦСУ)

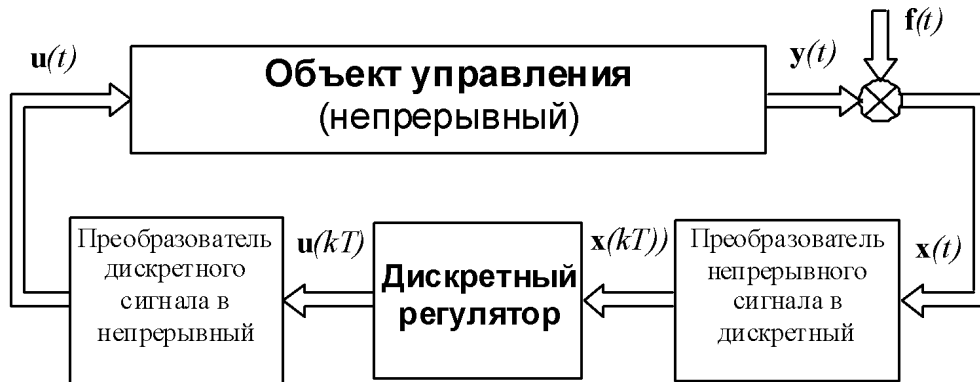
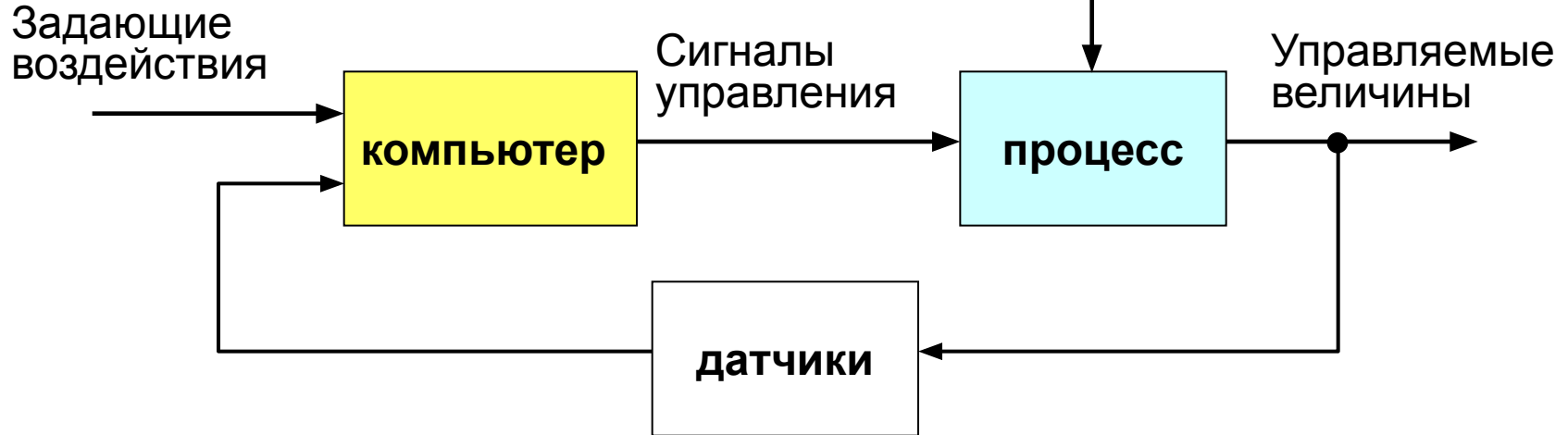
Основные понятия

- Структуры и особенности ЦСУ
- Квантование сигналов
- Управляющая программа
- Восстановление непрерывных сигналов (экстраполяторы)

Литература

- **Поляков К.Ю.** Основы теории цифровых систем управления, - СПб: Изд-во СПбГМТУ, 2012.
- **Острём К., Виттенмарк Б.** Системы управления с ЭВМ, М.: Мир, 1987.
- **Бесекерский В.А.,** Цифровые автоматические системы, М.: Наука, 1976.
- Микропроцессорные системы автоматического управления // **Бесекерский В.А.** и др., Л.: Машиностроение, 1989.
- **Б. Куо,** Теория и проектирование цифровых систем управления, М.: Машиностроение, 1986.
- **Розенвассер Е.Н.,** Линейная теория цифрового управления в непрерывном времени, М.: Наука, 1994.

Структуры ЦСУ



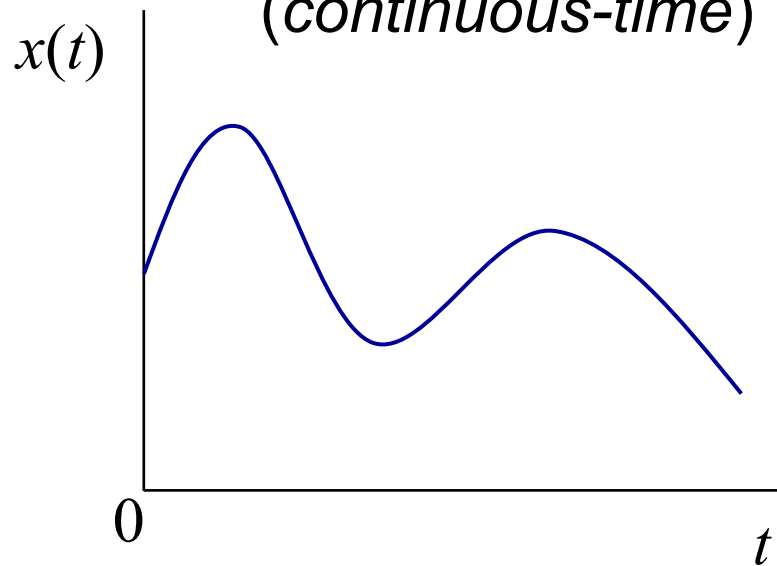
Процесс преобразования непрерывных сигналов в дискретные сопровождается такими явлениями:

- 1) квантование по времени;
- 2) квантование по уровню;
- 3) запаздывание;
- 4) экстраполяция.

Обобщенная структурная схема дискретной САУ

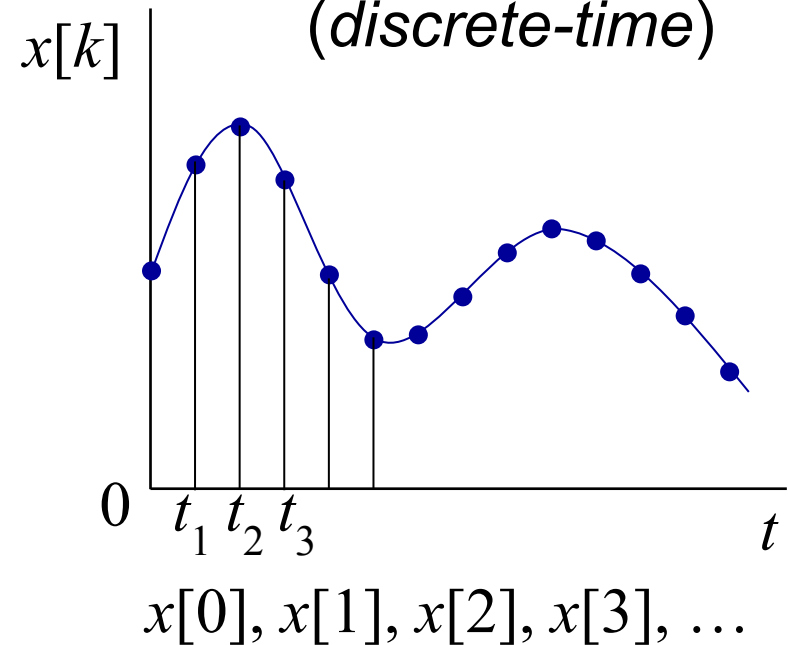
Типы сигналов

Аналоговый сигнал
(*continuous-time*)



Функция
непрерывного
времени!

Дискретный сигнал
(*discrete-time*)



**Числовая
последовательность!**

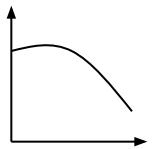
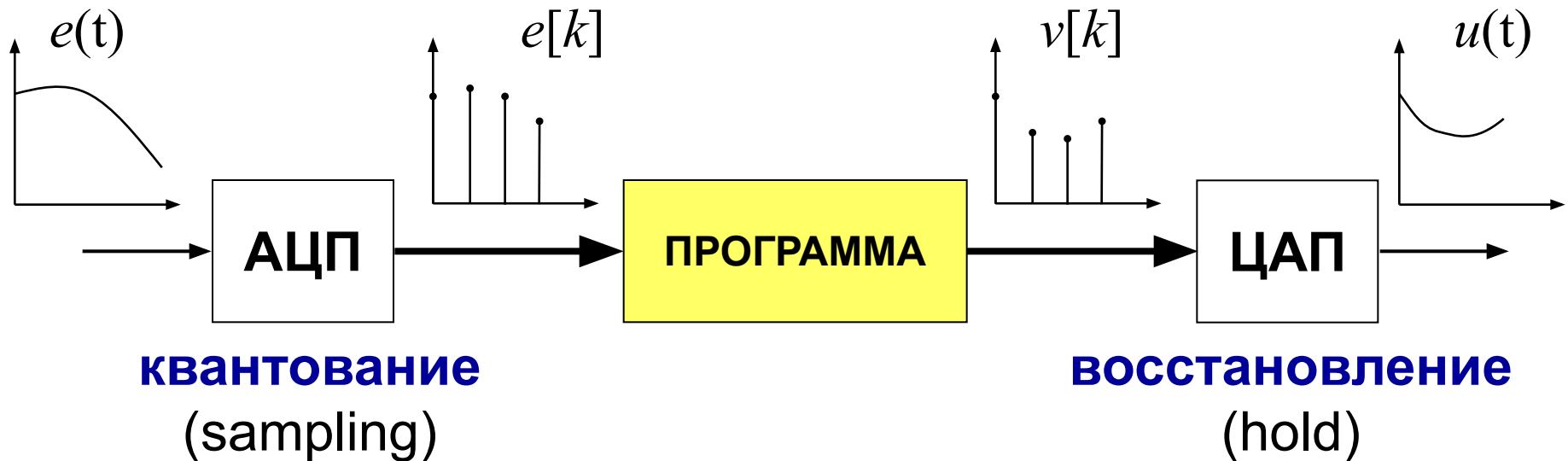
Типы систем управления

Аналоговые (*continuous-time*) – обмен информацией между элементами с помощью аналоговых сигналов. *Дифференциальные уравнения.*

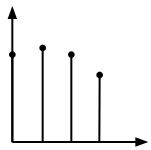
Дискретные (*discrete-time*) – ... с помощью дискретных сигналов. *Разностные уравнения.*

Цифровые (непрерывно-дискретные, аналого-цифровые, *sampled-data*) – ... с помощью аналоговых и дискретных сигналов. **Проблемы математического описания!**

Цифровой компьютер



Аналоговые (непрерывные сигналы)



Дискретные сигналы (числовые последовательности)



Сигнал управления зависит только от $e[k]$!

Особенности ЦСУ



- **стандартная аппаратура, простота серийного производства**

сокращение времени их технического обслуживания, повышение ремонтпригодности, уменьшение габаритов, снижение энергозатрат, повышение уровня унификации и стандартизации.

- **высокая точность (определяется разрядностью цифрового кода сигналов)** Для современных цифровых электромеханических САУ характерным является использование 64-разрядных кодов, что дает возможность обеспечения точности регулирования координат (например, скорости электропривода) на уровне 0,005...0,01% и выше, что невозможно выполнить в аналоговых системах электропривода.

- **нет дрейфа параметров, повышенный уровень помехозащищенности** обеспечивается использованием двухуровневых логических сигналов, специальных видов кодирования сигналов (например, циклический код Грея, V-код и т.п.), исключение длинных линий передачи аналоговых сигналов, использованием датчиков с усреднением сигналов на отдельном интервале времени, возможностью использования цифровых алгоритмов фильтрации.

- **надежность, отказоустойчивость**

- **можно реализовать сложные законы управления**

- **просто перестроить на новый алгоритм**

- **возможностью использования дополнительных функций** (диагностика, диспетчеризация, запоминание информации и передача её по компьютерным сетям, самонастройка и т.п.)

Особенности ЦСУ



- между моментами квантования система не управляется
- теряется информация о сигналах между моментами квантования
- **квантование по уровню** (ограниченная разрядность, отсутствие нуля в арифметике с плавающей точкой – потеря точности, автоколебания)
- **последовательный принцип работы** (операции выполняются последовательно, одна за другой, усложняет реализацию алгоритмов с наличием алгебраических контуров)
- сложность синтеза цифровых устройств, связанная с необходимостью дискретизации или непрерывного объекта, либо известного непрерывного алгоритма
- использование численных методов интегрирования и решения дифференциальных уравнений, снижающее точность реализации алгоритмов управления

Методы исследования ЦСУ

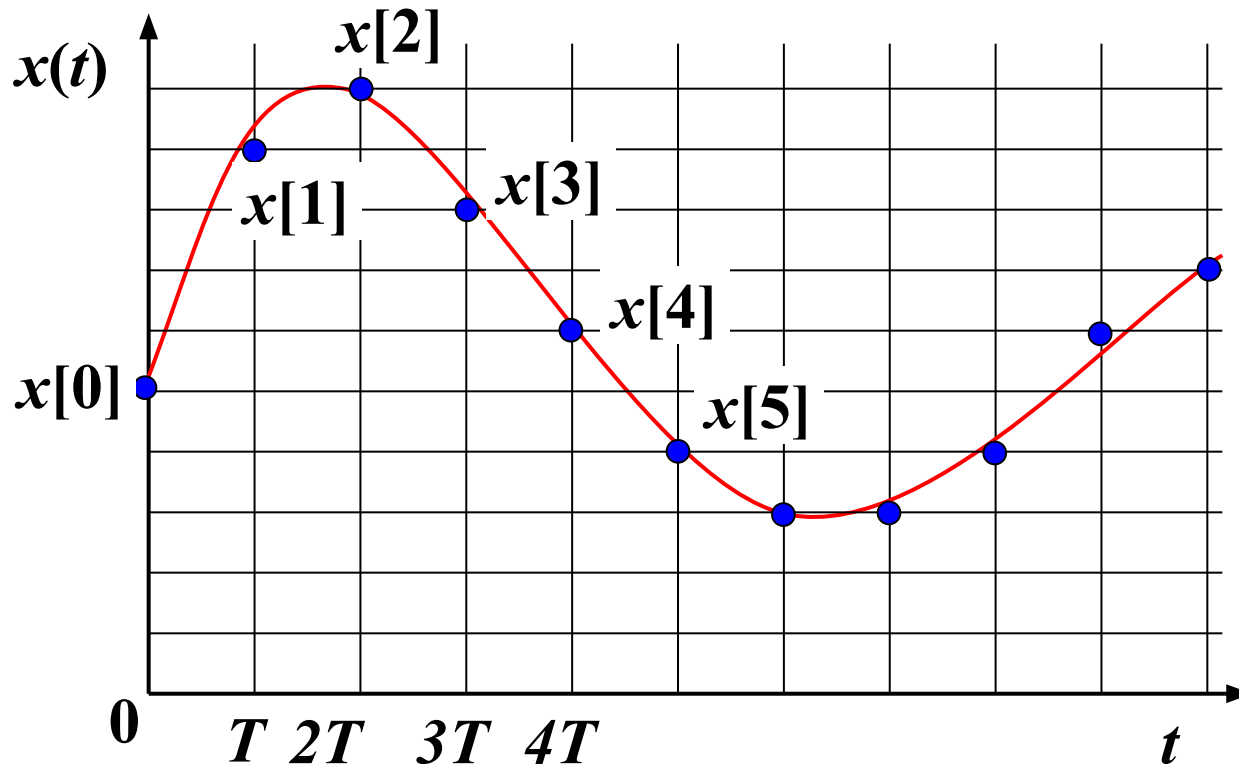
Сведение к непрерывной системе – приближенная замена цифрового алгоритма управления непрерывным управлением.

Сведение к дискретной системе – приближенная замена непрерывных объектов их дискретными моделями.

Точные методы – без упрощений...

- **Chen T., Francis B.A.** Optimal sampled-data control systems, NY: Springer-Verlag, 1995.
- **Розенвассер Е.Н.**, Линейная теория цифрового управления в непрерывном времени, М.: Наука, 1994.

Квантование по времени и по уровню



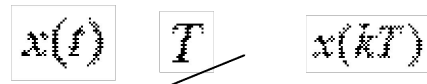
- квантование по времени (*sampling*)
(с периодом T) (Импульсные системы)
- квантование по уровню (8-16 бита)
(Релейные системы)

Квантование по времени

Такой тип квантования осуществляется путем фиксации выходного сигнала в дискретные моменты времени $t_i = kT$, $k=1,2,\dots$

Выходной сигнал элемента, который осуществляет такое **квантование**, имеет характер последовательности импульсов разной амплитуды, но постоянной частоты. Величина T , которая определяет время между двумя соседними импульсами при таком квантовании, называется **тактом квантования**, или **периодом дискретности**, или **периодом прерывания** (в англоязычной литературе эту величину называют **Sample Time** и обозначают T_s).

Дискретная функция, полученная в результате такого преобразования называется **решетчатой функцией**. Квантование по времени осуществляется так называемыми **импульсными элементами**, поэтому такое квантование называется также импульсным.



Изображение идеального импульсного элемента на структурных схемах

Квантование по уровню

При таком преобразовании дискретный сигнал формируется путем фиксации непрерывного сигнала на заранее определенных (фиксированных) уровнях в произвольные моменты времени. Т.е., непрерывный сигнал произвольной формы заменяется последовательным рядом фиксированных дискретных значений соответственно со статической характеристикой преобразователя (непрерывного сигнала в дискретный).

Поскольку такое квантование наиболее удобно выполняется с помощью элементов с многопозиционной статической характеристикой релейного типа, оно также имеет название релейного квантования.

При работе цифровых устройств в арифметике с плавающей точкой или при использовании многоразрядных устройств эффектом квантования по уровню обычно пренебрегают. Иногда это делают даже при небольшом количестве разрядов.

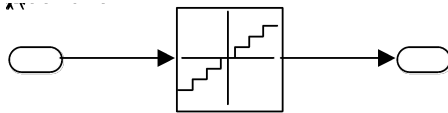
Например, при работе с целыми положительными числами 8-разрядный АЦП может реализовать 255-уровневое релейное преобразование ($2^8-1=255$).

Тогда при входном сигнале $U \leq 10\text{В}$ $\delta U = 10/255 \approx 0.04\text{В}$

т.е. значение дискретности по уровню имеет порядок погрешностей измерения и может не учитываться.

Квантование по уровню

При моделировании в Simulink релейное квантование осуществляет блок Quantizer библиотеки Discontinuities



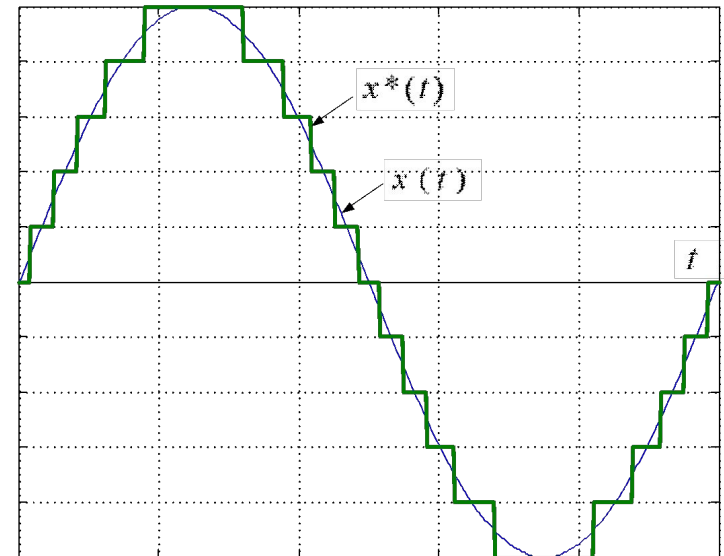
Его статическая характеристика имеет зону нечувствительности $[-\delta x / 2, \delta x / 2]$

Квантизатор в Simulink осуществляет округление чисел по правилам округления.

Квантование по уровню и по времени.

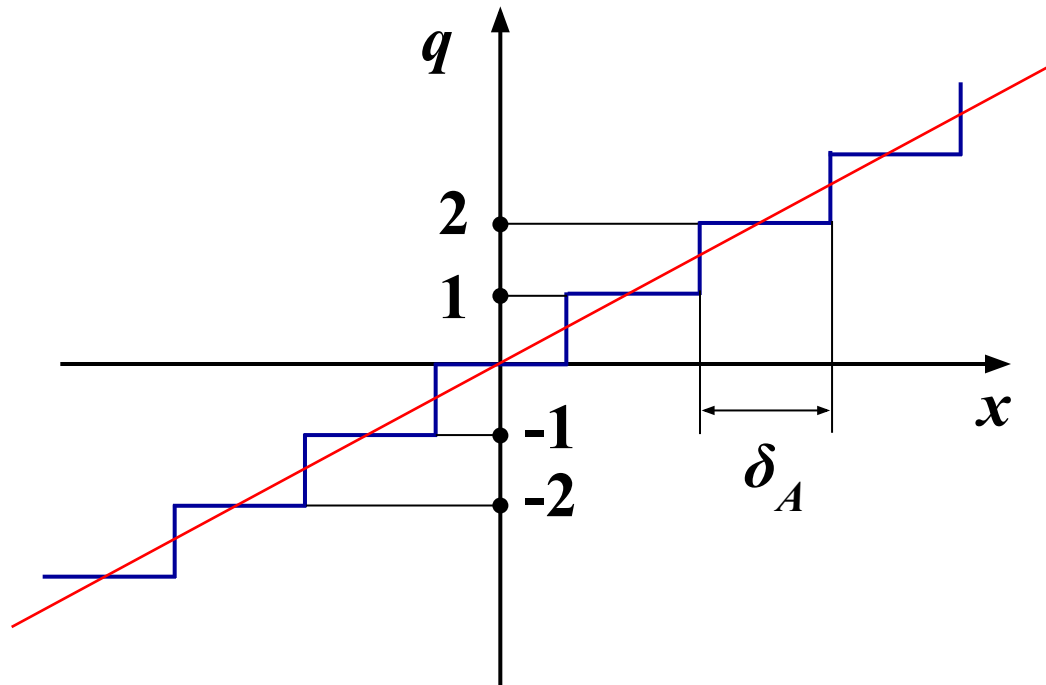
При использовании такого квантования выходной сигнал преобразующего элемента создается путем последовательного квантования по уровню и по времени

Преобразователи, осуществляющие такое квантование, называются *кодимпульсными модуляторами*, а системы, использующие этот тип преобразования непрерывного сигнала в дискретный, называются *цифровыми*.



Релейное квантование непрерывного сигнала Simulink-блоком *Quantizer*
 $\delta x = 0.2$

АЦП – линеаризация



- ошибка не более $\delta_A/2$
- учитывается как случайный шум
- линейная модель:
 $\{x[k]\} = x[0], x[1], x[2], \dots$

Запаздывание.

Эффект наличия чистого, или транспортного запаздывания (*Transport Delay*) в цифровых системах обусловлен временем, необходимым цифровому устройству для выполнения алгоритма управления, т. е. длительностью этой задержки определяется быстродействием вычислительного устройства.

Звено чистого запаздывания описывается передаточной функцией $W_{td}(p) = e^{-\tau p}$

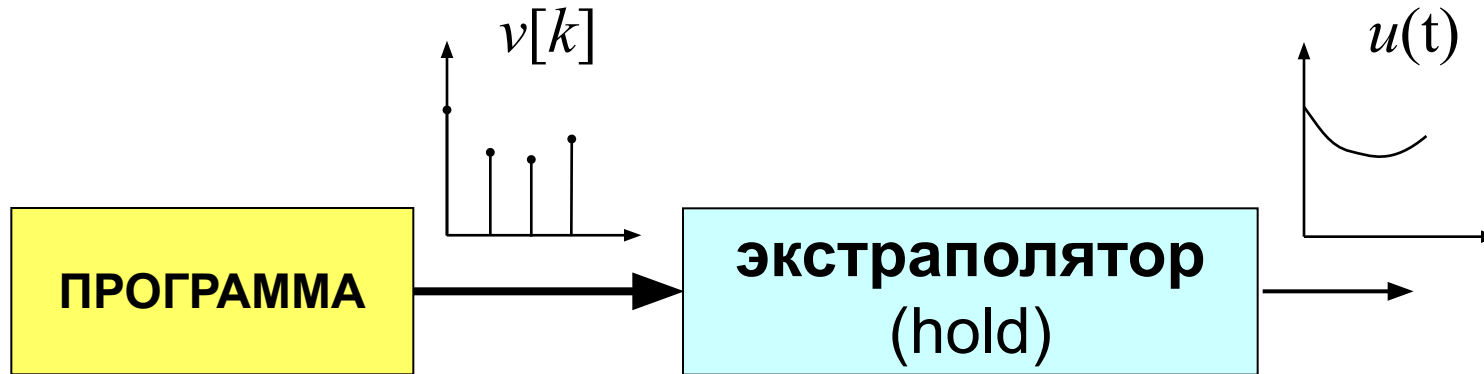
В цифровых системах наличие запаздывания приводит к тому, что дискретные сигналы изменяют свои значения не в моменты времени, кратные периоду дискретизации kT , а в моменты $kT + \tau$

т.е. функция $x(kT)$ преобразуется в функцию $x(kT - \tau)$

При простых алгоритмах этим явлением пренебрегают, т.е. считают $\tau = 0$

Восстановление непрерывных сигналов ¹⁶

Экстраполятор

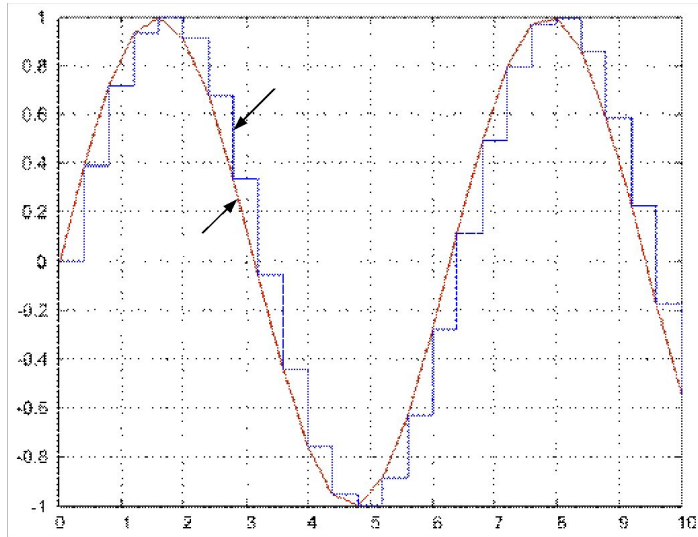


Экстраполяция.

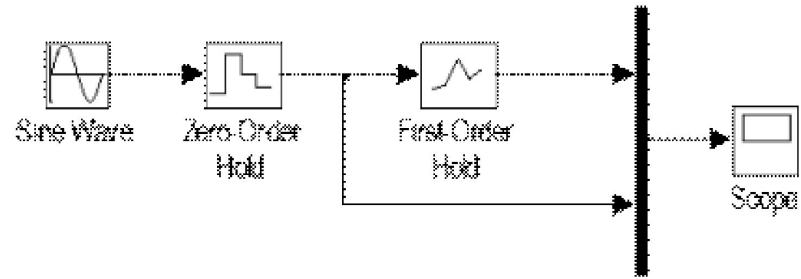
Экстраполяцией называют процесс определения дискретного сигнала в промежутках времени между моментами формирования идеальных импульсов в виде решетчатой функции. В решетчатой функции сигнал между импульсами имеет нулевые значения. Но, если алгоритм управления реализуется каким-либо цифровым устройством, то значение сигнала, рассчитанное в некоторый дискретный момент времени, удерживается (фиксируется) в оперативной памяти в течение всего периода прерывания.

Поскольку удерживаемый на периоде сигнал является неизменным, т.е. таким, что описывается степенным полиномом нулевого порядка, то этот способ экстраполяции называют фиксацией или экстраполяцией нулевого порядка (англ. **Zero Order Hold**, сокращенно **ZOH**). Этот способ экстраполяции является естественным для цифровых устройств с запоминанием. Принудительно можно изменить тип экстраполяции, например, использовать полиномиальную экстраполяцию первого порядка (англ. **First Order Hold**, сокращенно **FOH**).

Экстраполяция.



Результат преобразования непрерывной синусоиды экстраполяторами нулевого и первого порядков



Simulink-модель преобразования непрерывной синусоиды экстраполяторами нулевого и первого порядков

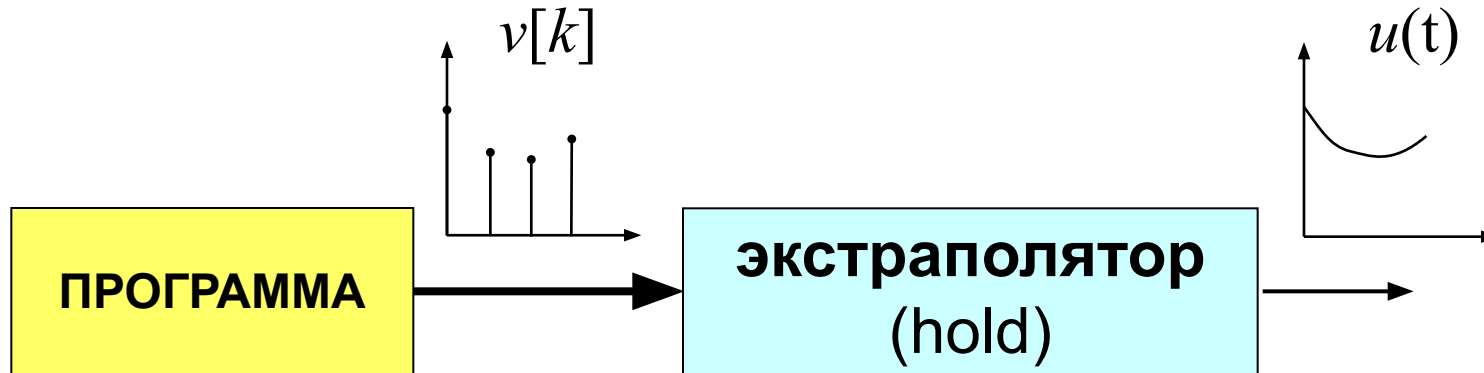
В среде *Simulink* все блоки библиотеки *Discrete* сами по себе имеют свойства экстраполяторов нулевого порядка. К тому же все они имеют параметр *Sample Time*, который может задаваться одним числом T_s или парой чисел $[T_s, offset]$, где первая компонента T_s определяет период дискретности, а вторая *offset* – величину сдвига дискретных сигналов относительно моментов nT , т.е. время запаздывания .

τ

Поэтому устанавливать блоки *Transport Delay* и *ZOH* на выходе дискретных динамических блоков в *Simulink*-моделях не имеет смысла.

Восстановление непрерывных сигналов ¹⁸

Экстраполятор



Экстраполятор нулевого порядка (только по последнему значению):

$$u(t) = F(v[k]), \quad kT < t < (k+1)T$$

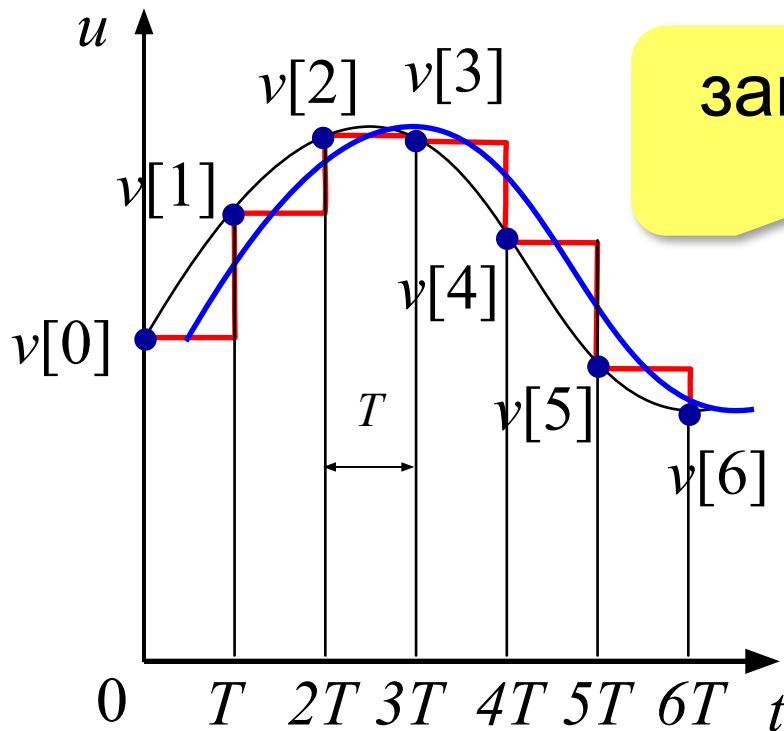
Экстраполятор N-го порядка:

$$u(t) = F(v[k], v[k-1], \dots, v[k-N]),$$
$$kT < t < (k+1)T$$

Фиксатор нулевого порядка

ZOH = zero-order hold

$$u(t) = v[k], \quad kT \leq t < (k+1)T$$



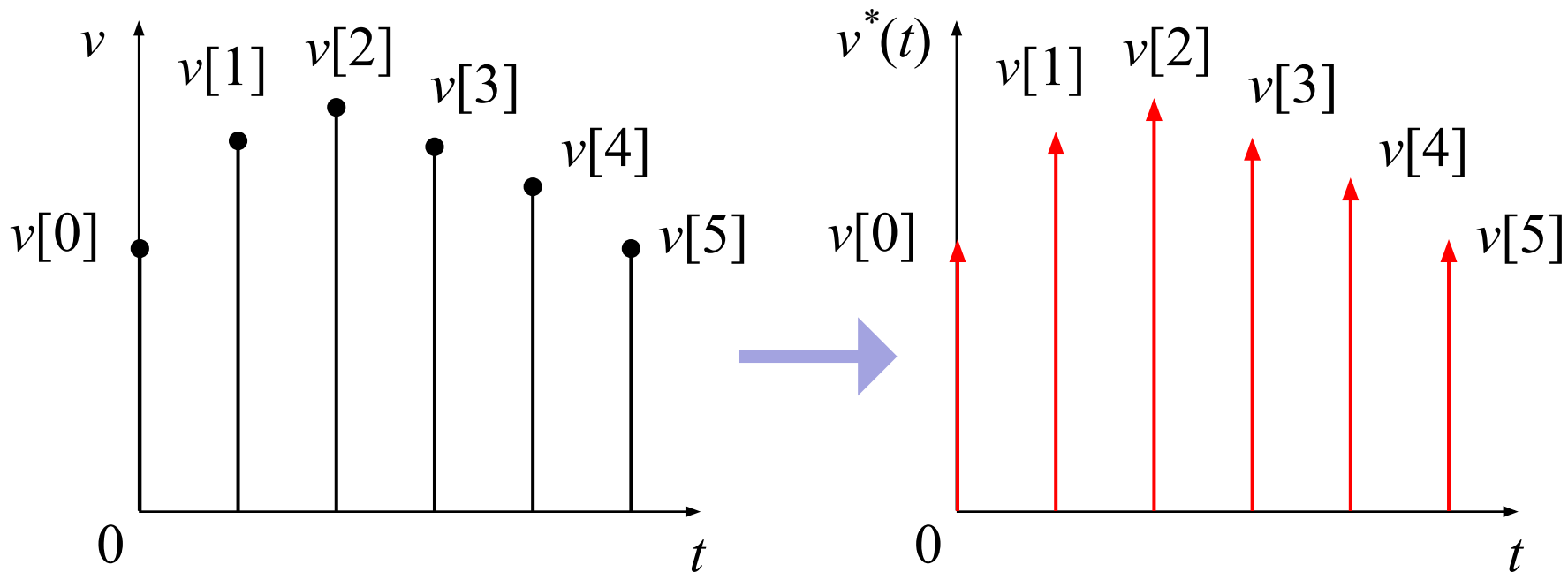
запаздывание
на $T/2$



Как построить
передаточную
функцию?

Импульсная модель дискретного сигнала

$$\{v[k]\} = v[0], v[1], v[2], \dots$$



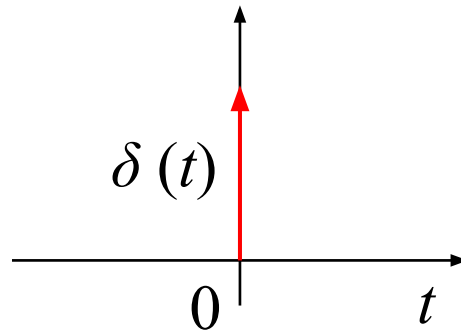
$$v^*(t) = v[0]\delta(t) + v[1]\delta(t - T) + v[2]\delta(t - 2T) \dots$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} v[k] \delta(t - kT)$$

дельта-функция

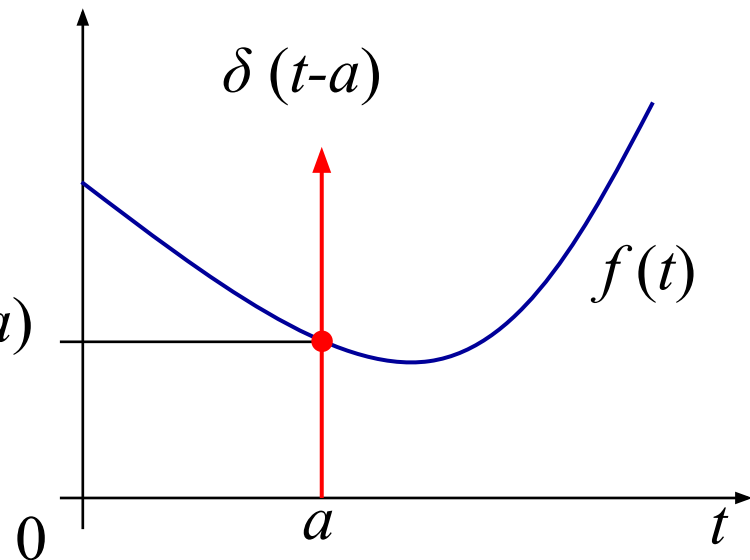
Дельта-функция

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ \infty, & t = 0 \end{cases}$$



$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

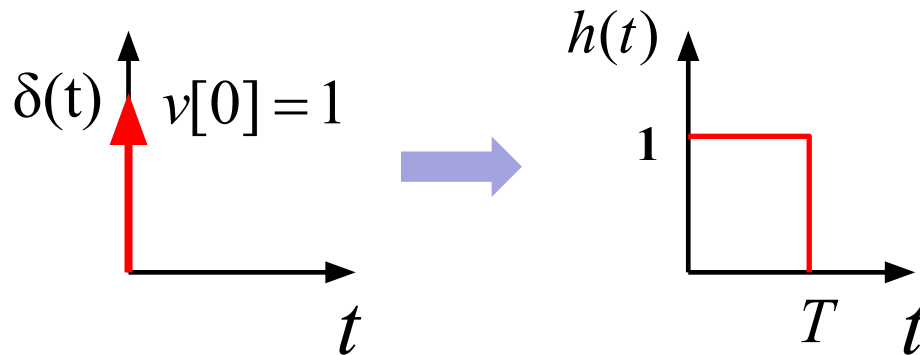
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-a) f(t) dt = f(a)$$



фильтрующее
свойство

Фиксатор как аналоговое звено

Импульсная характеристика



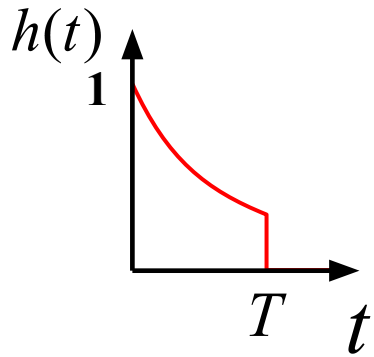
$$h_0(t) = 1(t) - 1(t - T)$$

Передаточная функция

$$H_0(s) = \int_0^{\infty} [1(t) - 1(t - T)] e^{-st} dt = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

Подавляющее большинство реальных восстанавливающих устройств описываются именно моделью ЗОН. Это наиболее простой экстраполятор, легко реализуемый с помощью ЦАП.

Экспоненциальный экстраполятор



$$h_0(t) = \begin{cases} e^{\alpha t}, & 0 \leq t < T \\ 0, & t > T \end{cases}$$

Передаточная функция

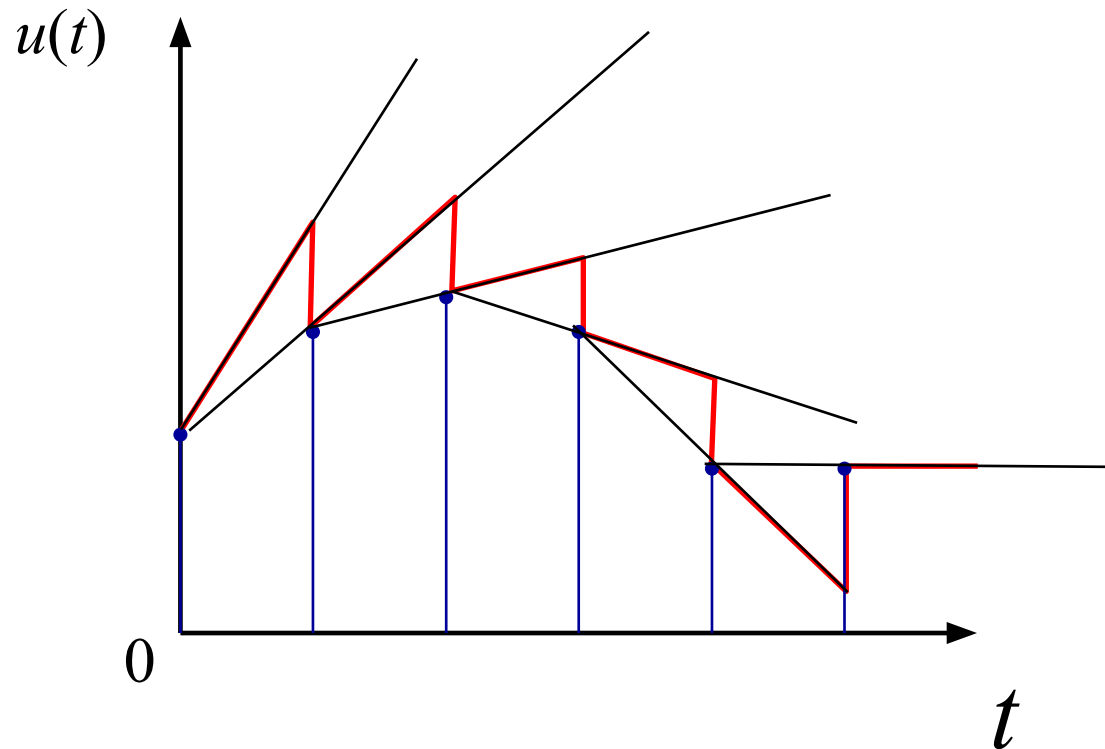
$$H_0(s) = \int_0^T e^{\alpha t} e^{-st} dt = \frac{1 - e^{-(s-\alpha)T}}{s}$$

Используется в задачах цифровой фильтрации при случайных помехах

Техническая реализация сложна.

Экстраполятор первого порядка

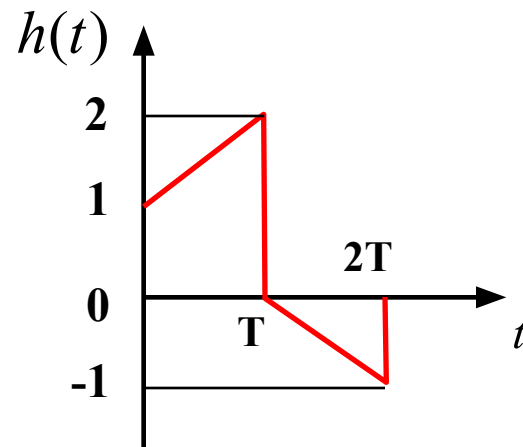
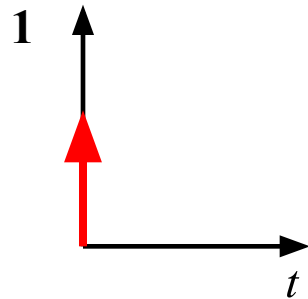
$$u(t) = v[k] + \frac{t - kT}{T} (v[k] - v[k - 1])$$



FOH = first-order hold

Экстраполятор первого порядка

Импульсная характеристика



Передаточная функция

$$H_1(s) = \int_0^{\infty} h_1(t) e^{-st} dt = \left(\frac{1 - e^{-sT}}{s} \right)^2 \left(\frac{Ts + 1}{T} \right)$$

Использование ФОН может дать некоторый выигрыш в точности восстановления сигнала при частом квантовании достаточно гладких сигналов.

Когда можно восстановить сигнал?

$$\{x[k]\} = x[0], x[1], x[2], \dots \Rightarrow \mathbf{x(t)}$$

1933 г. **В. Котельников**

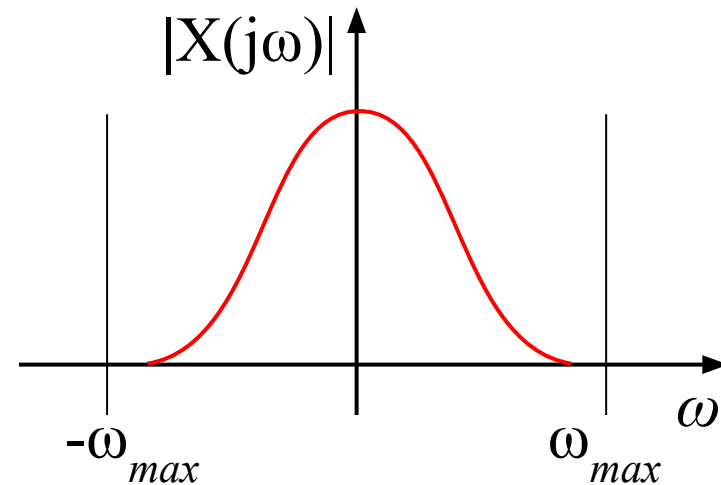
1949 г. **К. Шеннон**

Спектр сигнала (преобразование Фурье):

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

Частота квантования:

$$\omega_s = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$



Теорема Котельникова-Шеннона

Непрерывный сигнал, спектр которого равен вне интервала $(-\omega_{\max}, \omega_{\max})$, однозначно представляется своими значениями в равноотстоящих точках, если

$$\omega_s > 2\omega_{\max}$$

Непрерывный сигнал может быть получен из дискретного по формуле

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \frac{\sin \omega_s (t - kT) / 2}{\omega_s (t - kT) / 2}$$

Частота
Найквиста

$$\omega_N = \frac{\omega_s}{2}$$



Дана $\omega_s \Rightarrow$ восстанавливается сигнал с $\omega_{\max} < \omega_s / 2!$

Теорема Котельникова-Шеннона

Т.о. непрерывный сигнал теоретически может быть восстановлен по дискретным измерениям, если его максимальная частота ω_{\max} меньше частоты Найквиста

$$\omega_N = \frac{\omega_s}{2} = \frac{\pi}{T}$$

Например, для восстановления синусоидального сигнала надо брать отсчеты чаще, чем два раза за период функции.

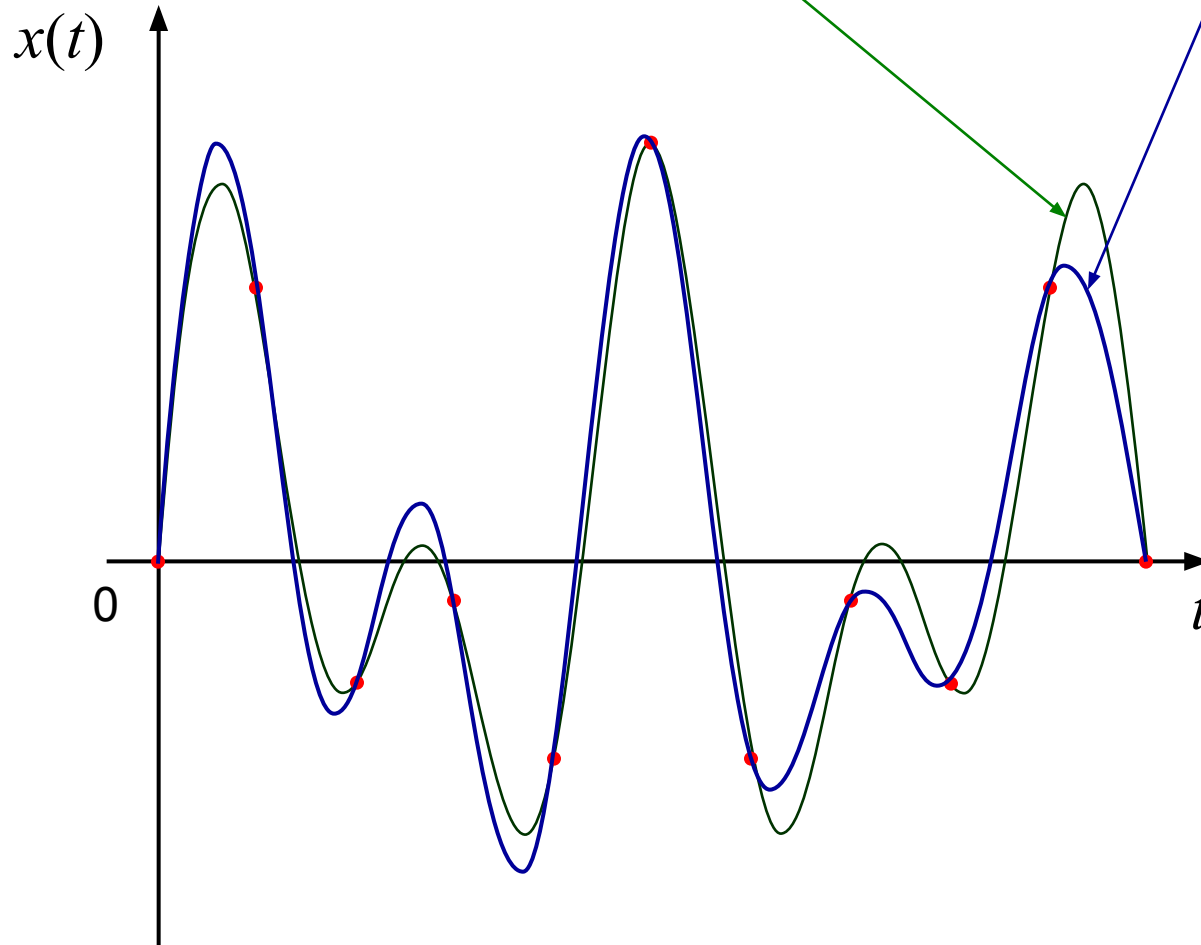
Если кроме самого сигнала $g(t)$ в моменты квантования известны также и значения его производных, частота квантования может быть уменьшена.

Восстановление сигнала (численно)

$$x(t) = \sin(0,9\omega_N) + \sin(0,5\omega_N)$$

$$x(t) = \sum_{k=-N}^N x[k] \frac{\sin \omega_s (t - kT) / 2}{\omega_s (t - kT) / 2}$$

$$N = 10$$

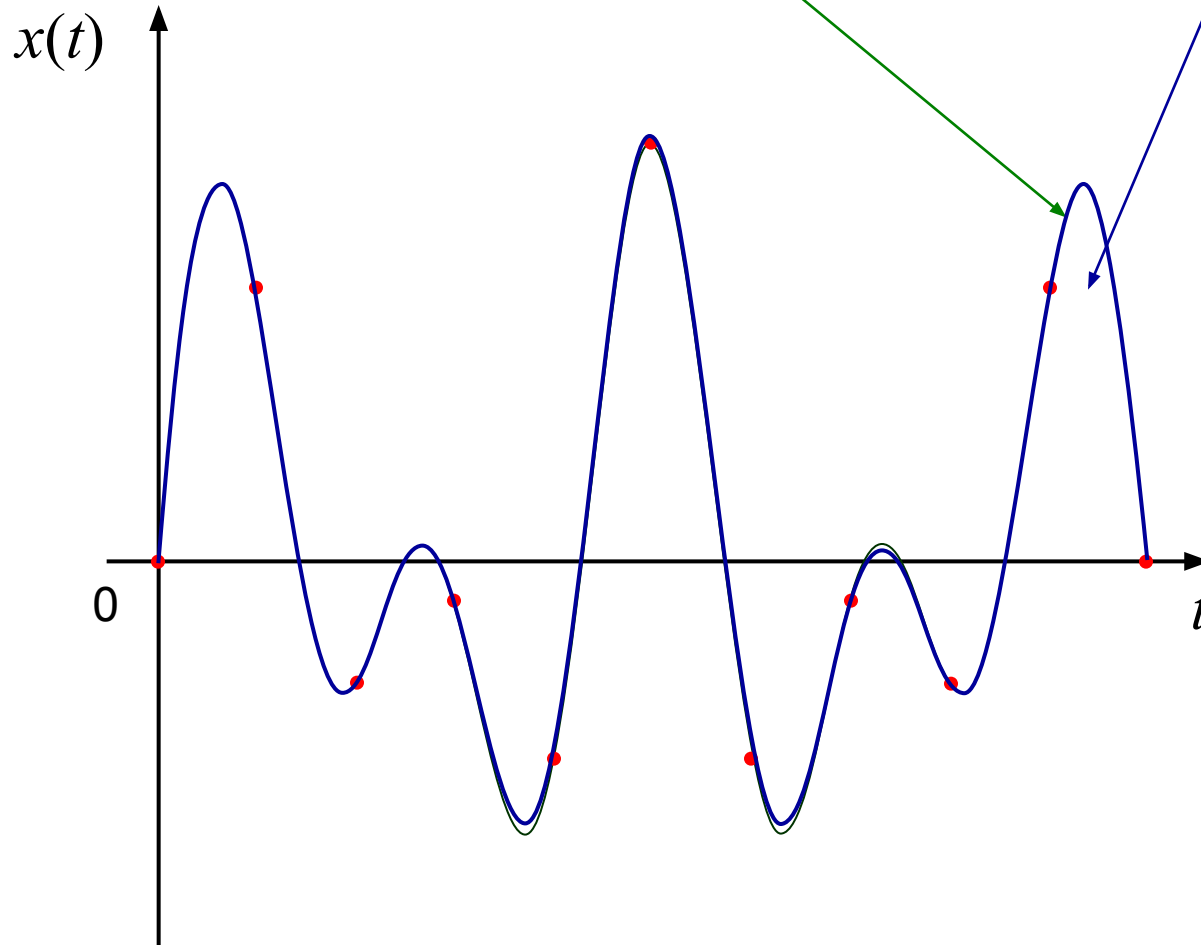


Восстановление сигнала (численно)

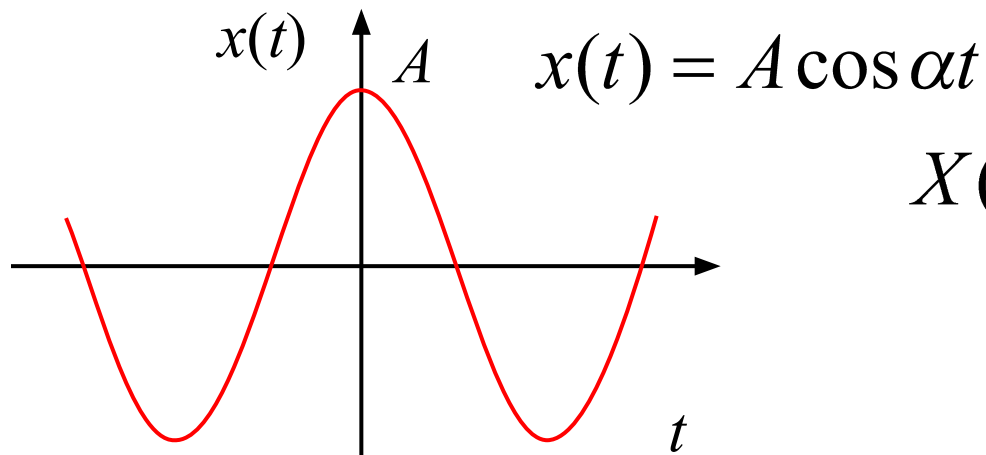
$$x(t) = \sin(0,9\omega_N) + \sin(0,5\omega_N)$$

$$x(t) = \sum_{k=-N}^N x[k] \frac{\sin \omega_s (t - kT) / 2}{\omega_s (t - kT) / 2}$$

$$N = 100$$



Пример 1. Одна гармоника

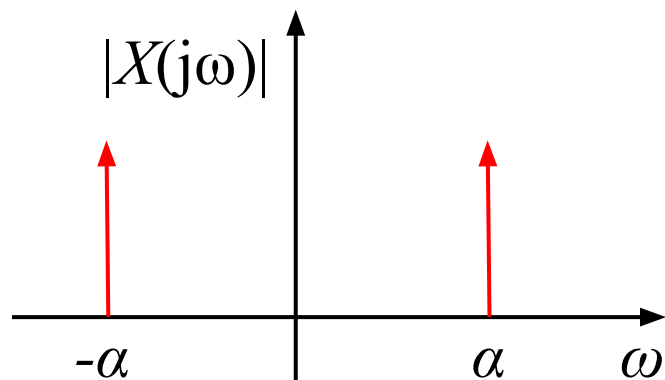


$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A \cos \alpha t e^{-j\omega t} dt$$

$$e^{-j\alpha t} = \cos \alpha t - j \sin \alpha t$$

$$\cos \alpha t = \frac{e^{j\alpha t} + e^{-j\alpha t}}{2}$$

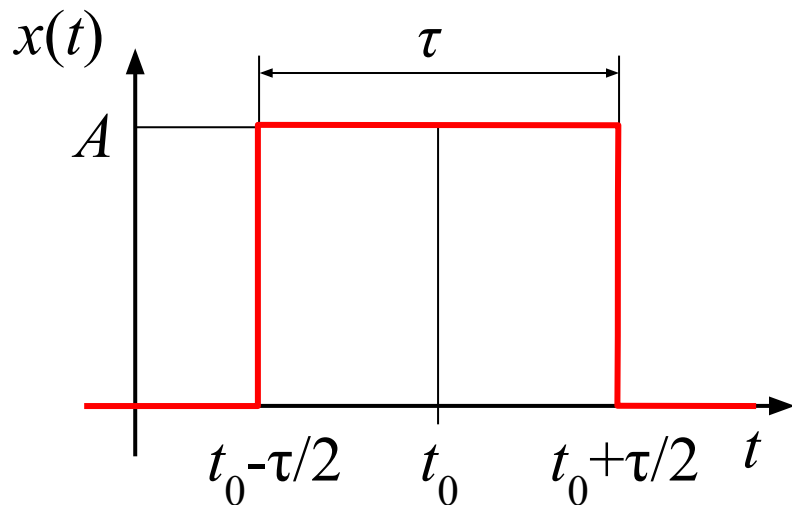
$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A \frac{e^{-j(\omega-\alpha)t} + e^{j(\omega+\alpha)t}}{2} dt = \frac{1}{2} [\delta(\omega - \alpha) + \delta(\omega + \alpha)]$$



$$|\omega| > \omega_{\max} = \alpha \Rightarrow |X(j\omega)| = 0$$

$$\omega_s > 2\omega_{\max} = 2\alpha$$

Пример 2. Прямоугольный импульс



$$X(j\omega) = \int_{t_0 - \tau/2}^{t_0 + \tau/2} A e^{-j\omega t} dt$$

$$= \frac{A}{-j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_{t_0 - \tau/2}^{t_0 + \tau/2}$$

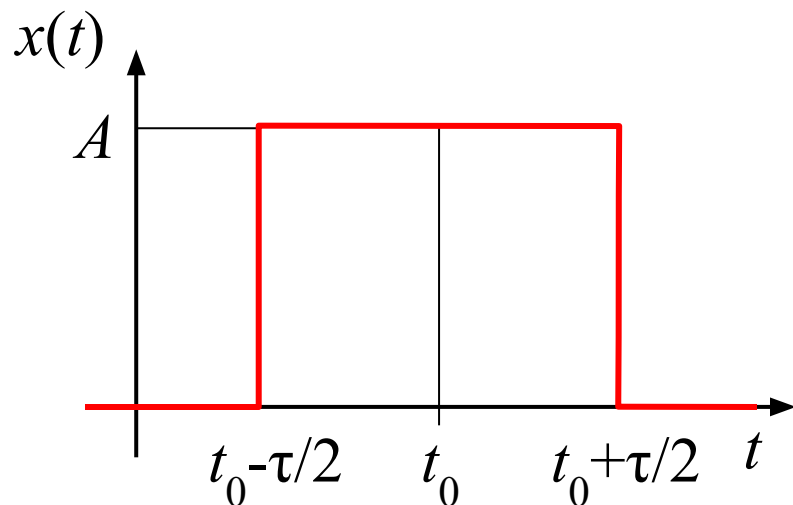
$$= \frac{A}{-j\omega} \left(e^{-j\omega(t_0 + \tau/2)} - e^{-j\omega(t_0 - \tau/2)} \right)$$

$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$$

$$= \frac{A e^{-j\omega t_0}}{-j\omega} \left(e^{-j\omega \tau/2} - e^{j\omega \tau/2} \right) = \frac{A e^{-j\omega t_0}}{-j\omega} \cdot \left(-2j \sin \frac{\omega \tau}{2} \right)$$

$$= A e^{-j\omega t_0} \tau \cdot \frac{\sin(\omega \tau / 2)}{(\omega \tau / 2)}$$

Пример 2. Прямоугольный импульс-II

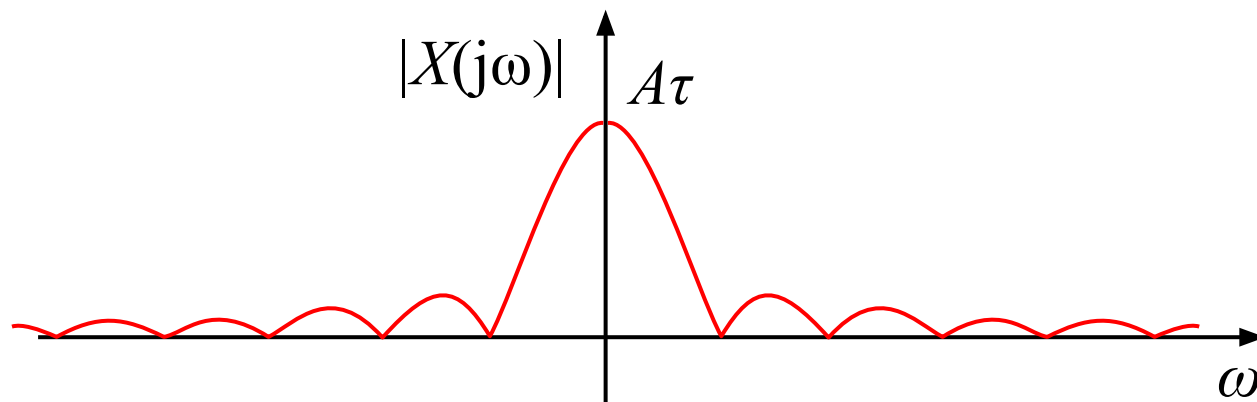


$$X(j\omega) = A e^{-j\omega t_0} \tau \cdot \frac{\sin(\omega\tau / 2)}{(\omega\tau / 2)}$$

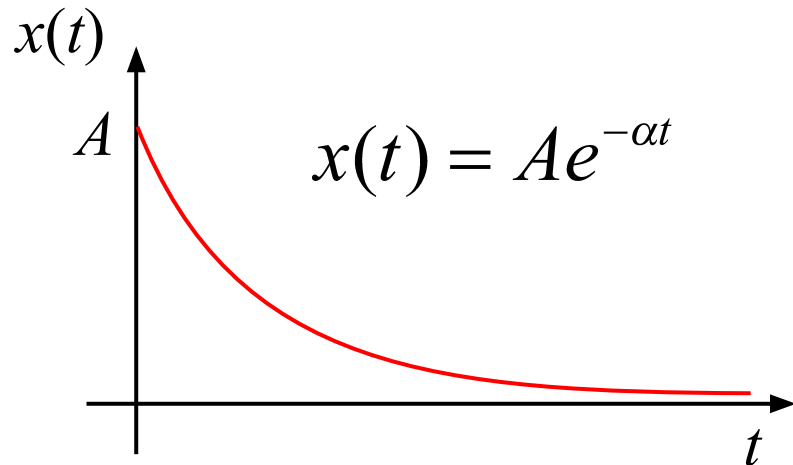
$$|X(j\omega)| = A\tau \cdot \left| \frac{\sin(\omega\tau / 2)}{(\omega\tau / 2)} \right|$$

$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$$

$$|e^{-j\omega t}| = \sqrt{\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t} = 1$$



Пример 3. Экспоненциальный импульс



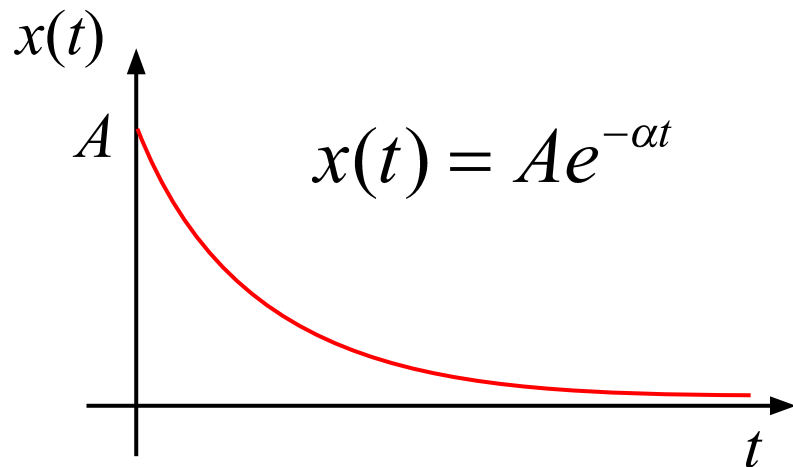
$$X(j\omega) = \int_0^{\infty} Ae^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt$$

$$= \frac{A}{-(\alpha + j\omega)} e^{-(\alpha + j\omega)t} \Big|_0^{\infty}$$

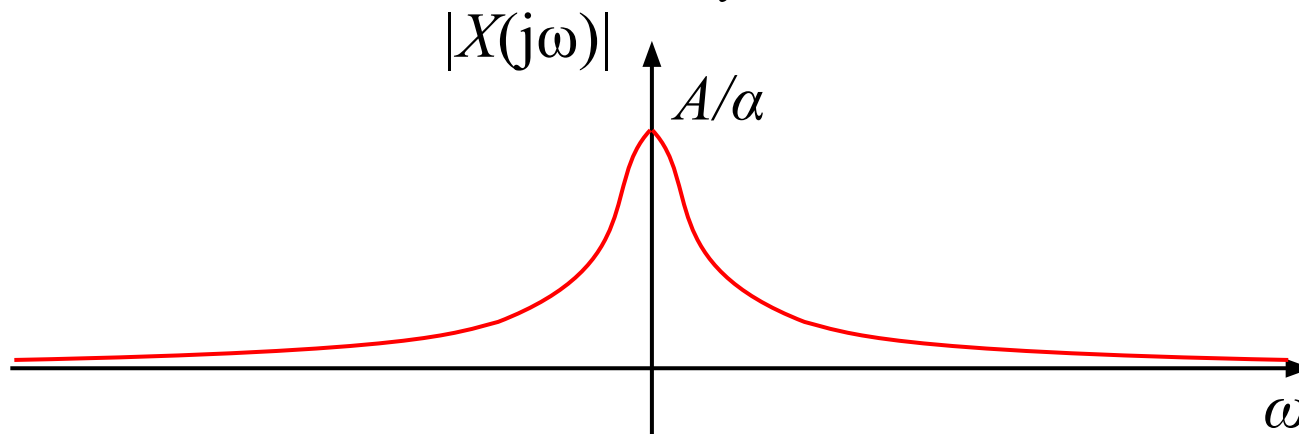
$$X(j\omega) = \frac{A}{-(\alpha + j\omega)} (0 - 1) = \frac{A}{\alpha + j\omega}$$

$$|X(j\omega)| = \sqrt{\frac{A}{\alpha + j\omega} \cdot \frac{A}{\alpha - j\omega}} = \frac{A}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}$$

Пример 3. Экспоненциальный импульс



$$|X(j\omega)| = \frac{A}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}$$



Спектр бесконечный!

Эффект поглощения частот (*aliasing*)

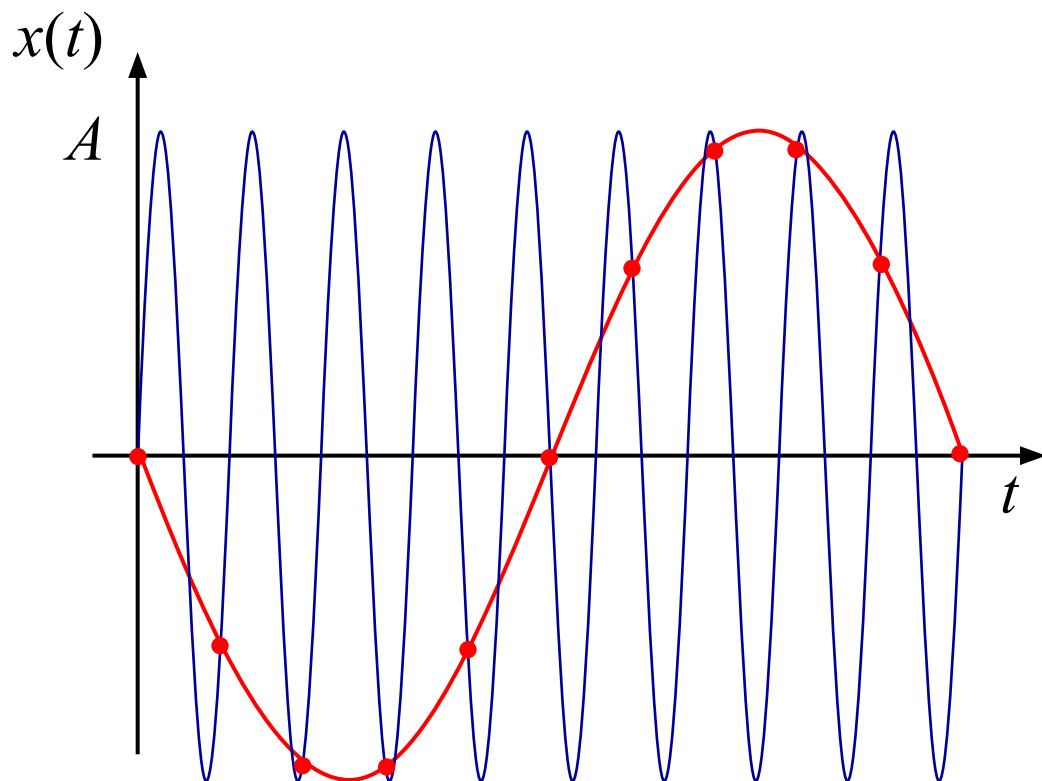
$$x(t) = \sin \omega t, \quad \omega = 1,8\pi$$

$$T = 1 \Rightarrow \omega_s = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$$

$$x[k] = \sin \omega k T$$

$$= \sin(\omega k T \pm 2\pi k m)$$

$$= \sin[(\omega \pm m\omega_s)kT]$$



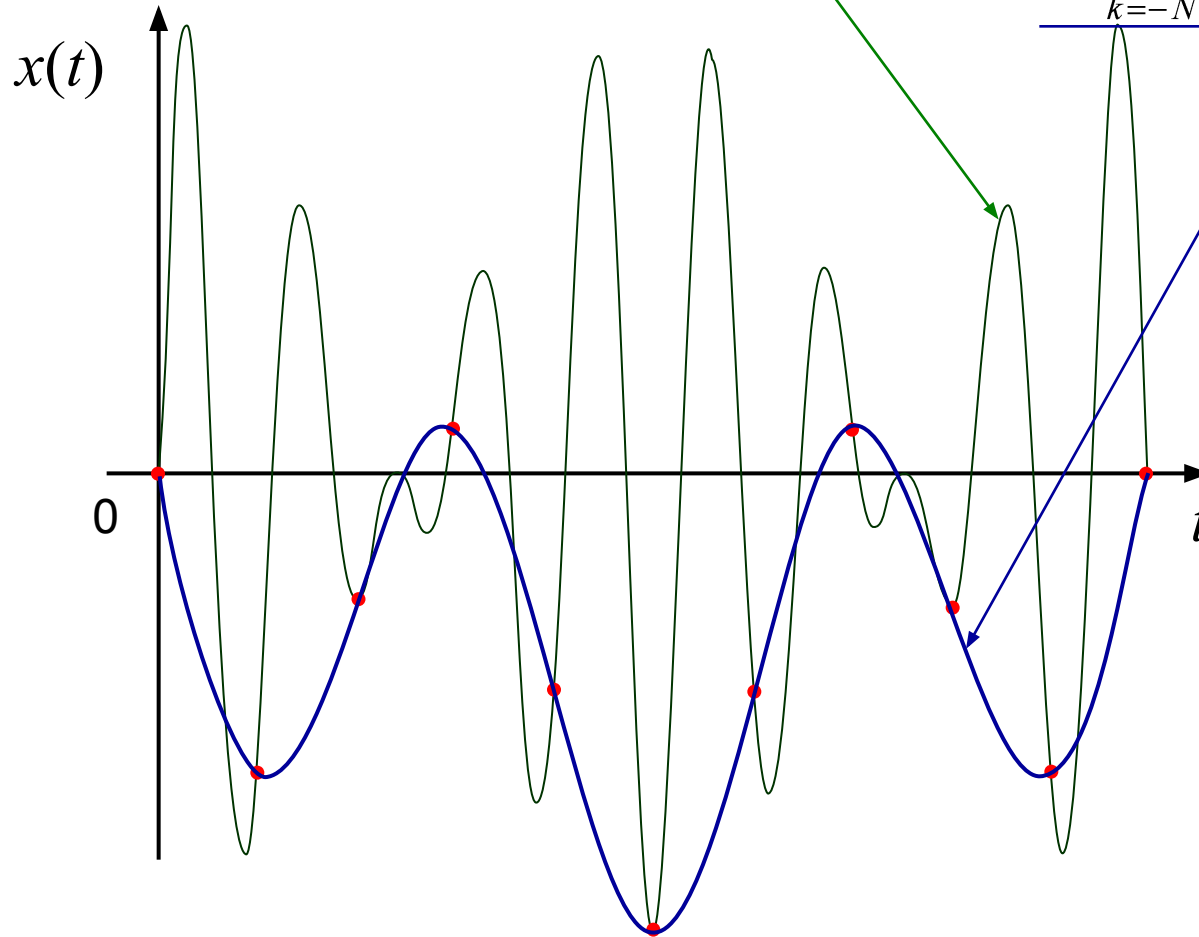
Частоту ω не
отличить от
 $\omega \pm m\omega_s$!

$$x(t) = -\sin 0,2\pi t$$

Восстановление сигнала (численно)

$$x(t) = \sin(1,9\omega_N) + \sin(1,5\omega_N)$$

$$x(t) = \sum_{k=-N}^N x[k] \frac{\sin \omega_s (t - kT) / 2}{\omega_s (t - kT) / 2}$$



$$N = 100$$

Эффект поглощения частот (*aliasing*)-II

Чем плохо:

- спектры реальных сигналов не равны нулю при

$$\omega > \omega_N$$

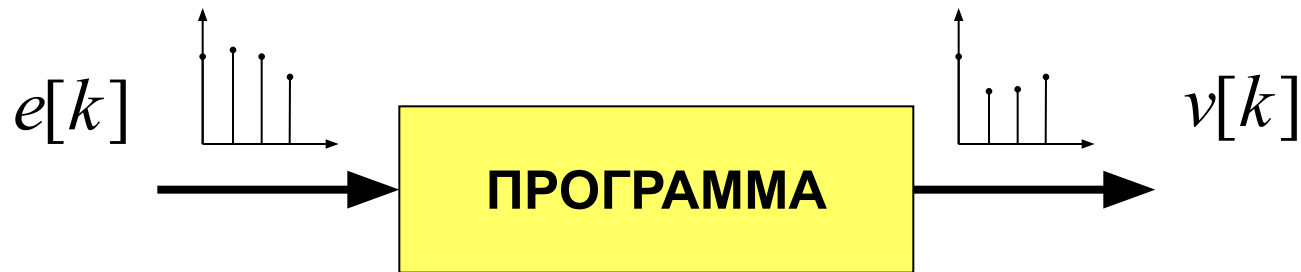
- высокочастотные помехи проявляются на низких частотах после квантования \Rightarrow реакция регулятора

Как бороться:

- фильтр низкой частоты на входе АЦП
- выбор частоты квантования $\omega \gg 2\omega_{\max}$
где ω_{\max} – частота среза «самого быстрого» звена

Цифровые законы управления

Описание работы компьютера



Что известно на момент $t = kT$?

входные значения: $e[k], e[k-1], e[k-2], e[k-3], \dots$

предыдущие сигналы управления:

$v[k-1], v[k-2], v[k-3], \dots$

causal

Известны ли $e[k+1], e[k+2], \dots$?



Физически реализуемый регулятор? **нет!**

Алгоритм обработки сигнала

$$v[k] = F (e[k], e[k-1], \dots, v[k-1], v[k-2], \dots)$$

Его можно реализовать в реальной системе без «предсказания будущего»

Линейные законы управления

Скользящее среднее (СС) (MA – *moving average*)

$$v[k] = a_0 e[k] + a_1 e[k-1] + \dots + a_N e[k-N]$$

Используются только значения входной последовательности

Авторегрессионный процесс (АР) (AR – *autoregression*)

$$v[k] + b_1 v[k-1] + \dots + b_N v[k-N] = e[k]$$

Используются только предыдущие значения выходной

$$v[k] = e[k] - b_1 v[k-1] - \dots - b_N v[k-N]$$

последовательности и последнее значение входа

Авторегрессионный процесс со скользящим средним (АРСС) (ARMA)

$$v[k] + b_1 v[k-1] + \dots + b_N v[k-N] =$$

Используются предыдущие значения входной и выходной последовательностей

$$a_0 e[k] + a_1 e[k-1] + \dots + a_N e[k-N]$$

$$v[k] = a_0 e[k] + a_1 e[k-1] + \dots + a_N e[k-N]$$

$$- b_1 v[k-1] - \dots - b_N v[k-N]$$

Линейные разностные уравнения

$$v[k] = 2e[k] + 3e[k-1] - 4v[k-1]$$

$$v[k] + 4v[k-1] = 2e[k] + 3e[k-1]$$

$$-4(v[k] - v[k-1]) + 5v[k] = -3(e[k] - e[k-1]) + 5e[k]$$

обратная
разность

$$-4\nabla v[k] + 5v[k] = -3\nabla e[k] + 5e[k]$$

В общем виде:

$$\beta_N \nabla^N v[k] + \dots + \beta_1 \nabla v[k] + \beta_0 v[k] =$$

$$\alpha_N \nabla^N e[k] + \dots + \alpha_1 \nabla e[k] + \alpha_0 e[k]$$

Операторные модели

Непрерывные системы:

$$\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + a_1 \frac{du(t)}{dt} + a_0 u(t) = b_1 \frac{de(t)}{dt} + b_0 e(t)$$

$$(p^2 + a_1 p + a_0) u(t) = (b_1 p + b_0) e(t)$$

$$p = \frac{d}{dt}$$

$$W(p) = \frac{b_1 p + b_0}{p^2 + a_1 p + a_0}$$



Как для цифровых систем?

Операторные модели

ζ или z^{-1}

Оператор обратного сдвига (запаздывание на T):

$$\zeta e[k] = e[k - 1]$$

Для остальных предшествующих элементов последовательности:

$$\zeta^m e[k] = e[k - m]$$

Еще раз линейный закон АРСС

$$v[k] + b_1 v[k - 1] + \dots + b_N v[k - N] =$$

$$a_0 e[k] + a_1 e[k - 1] + \dots + a_N e[k - N]$$

$$(1 + b_1 \zeta + \dots + b_N \zeta^N) v[k] =$$

$$(a_0 + a_1 \zeta + \dots + a_N \zeta^N) e[k]$$

Передаточная функция

Связь между входом и выходом может быть записана в операторной форме:

$$v = \tilde{C}(\zeta) e$$

$$\tilde{C}(\zeta) = \frac{a_0 + a_1\zeta + \dots + a_N\zeta^N}{1 + b_1\zeta + \dots + b_N\zeta^N}$$

передаточная
функция
программы

? Когда закон управления физически реализуем?

! В такой форме – всегда!

Степень числителя м.б. как меньше так и больше степени знаменателя

Оператор прямого сдвига

обозначают Z

Упреждение на T:

Физически не реализуем

$$ze[k] = e[k + 1]$$

$$z^m e[k] = e[k + m]$$

При использовании оператора прямого сдвига закон:

$$v[k + N] + b_1 v[k + N - 1] + \dots + b_N v[k] =$$

$$a_0 e[k + N] + a_1 e[k + N - 1] + \dots + a_N e[k]$$

может быть записан в форме:

$$(z^N + b_1 z^{N-1} + \dots + b_N) v[k] =$$

$$(a_0 z^N + a_1 z^{N-1} + \dots + a_N) e[k]$$

Передаточная функция

Связь между входом и выходом:

$$v = C(z) e$$

$$C(z) = \frac{a_0 z^M + a_1 z^{M-1} + \dots + a_M}{z^N + b_1 z^{N-1} + \dots + b_N}$$

передаточная
функция
программы



Когда закон управления физически реализуем?



Степень числителя \leq степени знаменателя!

Оба типа моделей находят применение в теории дискретных СУ. Сейчас чаще используется оператор обратного сдвига и соответствующая ПФ (для синтеза цифровых регуляторов).