

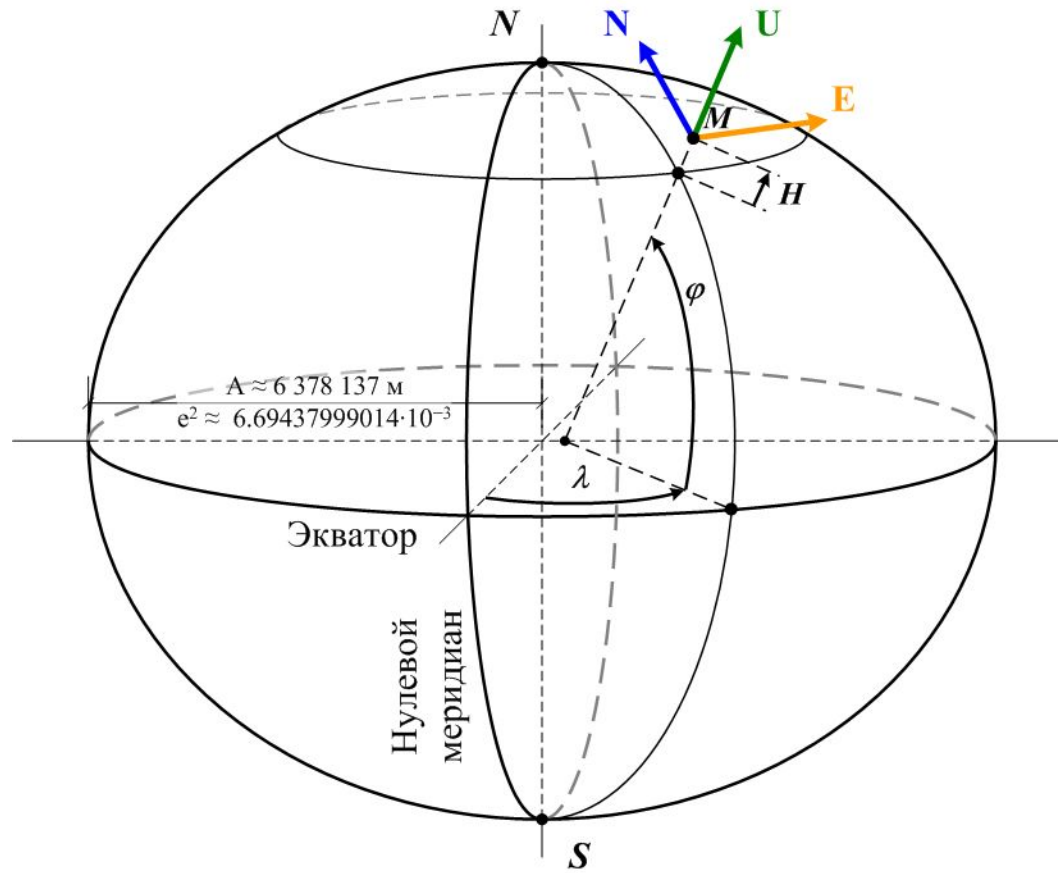
A 3D rendered private jet, white with red and blue stripes, flying over a green field. The aircraft has the registration number 'CALLSG' on the tail. In the foreground, a dark asphalt runway with white markings is visible. The background shows a flat landscape under a clear blue sky.

# Моделирование траектории самолёта

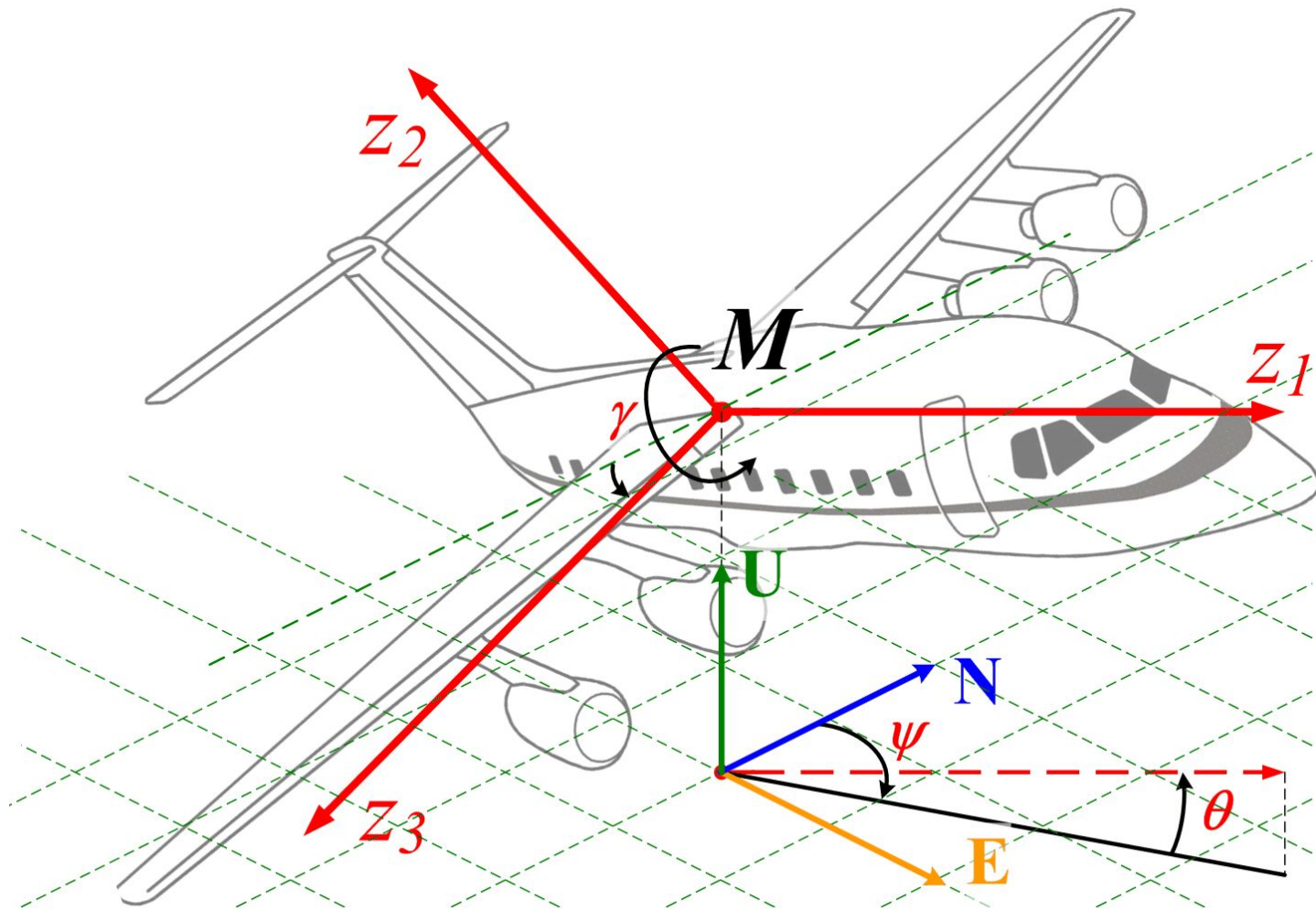
лабораторная работа

# Системы координат

---



# Углы ориентации



Параметр \ Этап	Разбег	Отрыв
	$T_1 = 2 L_p / V_{отр}$	$T_2 = 2 H_{без} / (V_{отр} \sin \theta_{отр})$
крен $\gamma$	0-----0	0-----0
тангаж $\theta$	0-----0	0----- $\theta_{отр}$
курс $\psi$	$\psi_0$ ----- $\psi_0$	$\psi_0$ ----- $\psi_0$
скорость $V$	0----- $V_{отр}$	$V_{отр}$ ----- $V_{без}$

$$\frac{d\varphi}{dT} = \frac{V_N}{R_N + H}, \quad \frac{d\lambda}{dT} = \frac{V_E}{(R_E + H) \cos \varphi}, \quad \frac{dH}{dT} = V_U,$$

$$V_N = V \cos \psi_0 \cos \theta, \quad V_E = V \sin \psi_0 \cos \theta, \quad V_U = V \sin \theta,$$

$$\varphi(0) = \varphi_0, \quad \lambda(0) = \lambda_0, \quad H(0) = H_0,$$

$$R_E = \frac{A}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}, \quad R_N = \frac{A(1 - e^2)}{\left(\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}\right)^3}.$$



# Расчёт летных характеристик самолёта

при взлете за счет небольшого увеличения длины разбега улучшается удобство пилотирования и повышается безопасность при взлете.

При приближенных расчетах предполагается, что при разбеге на самолет действует некоторая средняя тангенциальная перегрузка

$$n_{ха ср} = \frac{P}{mg} - f. \quad (5.14)$$

Тогда приближенно дистанцию разбега можно оценить по формуле

$$L_p \approx \frac{V_{отр}^2}{2 \left( \frac{P}{mg} - f \right) g} \quad f = 0.2 \quad (5.15)$$

Самолет отрывается от поверхности при достижении некоторой скорости  $V_{отр}$ , когда аэродинамическая подъемная сила и вертикальная составляющая силы тяги вместе уравновешивают силу тяжести. При этом нормальная реакция равна нулю. Определим скорость отрыва, приняв  $N_{Г} + N_{П} = 0$  и  $\sin(\alpha + \varphi_p) \approx \alpha + \varphi_p$ .

Тогда из условия равновесия сил

$$P(\alpha + \varphi_p) + Y_a = mg,$$

$$P(\alpha + \varphi_p) + C_{ya отр} S \frac{\rho V_{отр}^2}{2} = mg,$$

$$C_{ya отр} = 1.5$$

$$\rho = 1.2 \text{ кг/м}^3$$

и окончательно

$$V_{отр} = \sqrt{\frac{2mg}{S \rho C_{ya отр} \left[ 1 - \frac{P}{mg} (\alpha + \varphi_p) \right]}}. \quad (5.16)$$

К основным способам уменьшения длины разбега относятся: увеличение тяговооруженности (взлетные и форсажные режимы работы двигателя, установка ускорителей) и уменьшение скорости отрыва (применение механизации крыла - выдвигаемых и многоцелевых закрылков, предкрылков и т. п.).

После отрыва самолет переводится в режим неустановившегося набора высоты. Ввиду малой протяженности этого участка точный расчет траектории необязателен. Поэтому подсчитаем длину  $L_{рн}$  разгона с набором высоты с помощью энергетического метода. Для этого сравним приращение полной энергии самолета с работой внешних сил.

Полная энергия самолета в момент отрыва полностью определяется его кинетической энергией

$$W_1 = \frac{mV_{отр}^2}{2}, \quad (5.17)$$

а в конце набора высоты представляет сумму потенциальной и кинетической энергий

$$W_2 = \frac{mV_{без}^2}{2} + mgH_{без}, \quad (5.18)$$

где  $H_{без} = 10,7 \text{ м}$  - высота набора безопасной скорости,  $V_{без} = (1,2...1,3)V_{отр}$  (по статистике). Работа внешних сил, действующих в направлении движения,  $A = \int \Delta P dl$ , где  $\Delta P = P - X_a$  - избыток тяги,

а интеграл вычисляется по длине  $l$  траектории набора высоты. Примем, что  $\Delta P \approx \Delta P_{ср} = \text{const}$ , а угол наклона траектории невелик:  $\cos \theta \approx 1$ . Тогда  $A \approx \Delta P_{ср} L_{рн}$ , так как  $L_{рн} = l \cos \theta$ . Приравняв изменение энергии  $\Delta W = W_2 - W_1$  произведенной работе  $A$ , получаем:

$$\frac{mV_{без}^2}{2} + mgH_{без} - \frac{mV_{отр}^2}{2} = \Delta P_{ср} L_{рн}, \quad X_a = Y_a / 10 \quad (5.19)$$

$$L_{рн} = \frac{mg}{\Delta P_{ср}} \left( \frac{V_{без}^2 - V_{отр}^2}{2g} + H_{без} \right).$$

Взлетная дистанция равна сумме длин разбега и набора высоты с разгоном:

$$L_{взл} = L_p + L_{рн}. \quad (5.20)$$

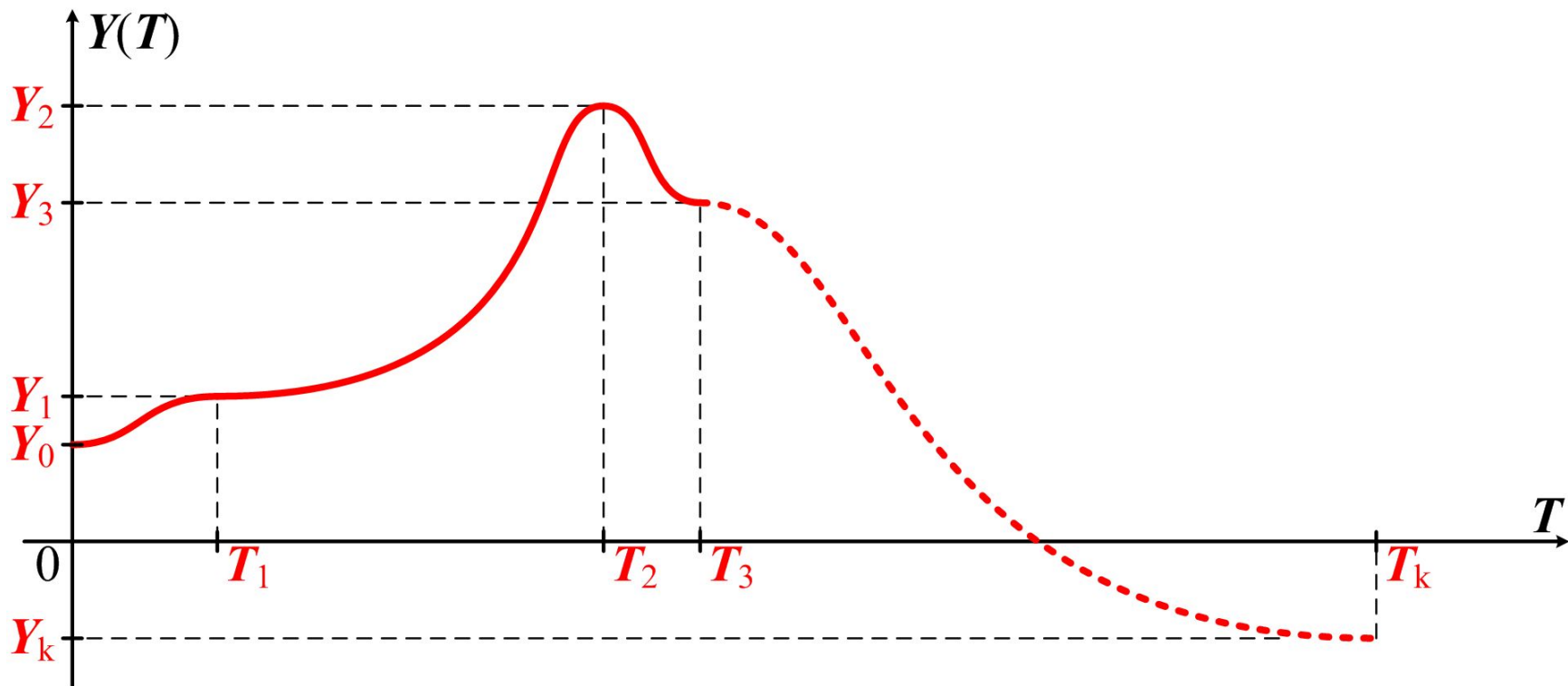
Например, для самолета ТУ-154 взлетная дистанция составляет 2200...2500 м.

## 5.2. Посадка самолета с пробегом

Посадка с пробегом является маневром, завершающим полет. В процессе посадки рассеивается энергия самолета, уменьшаются скорость и высота полета. Посадочная дистанция состоит из двух участков: воздушного и наземного (рис. 5.3). Началом посадочной дистанции считается точка, расположенная на высоте  $H_{сн} = 15 \text{ м}$  над входной

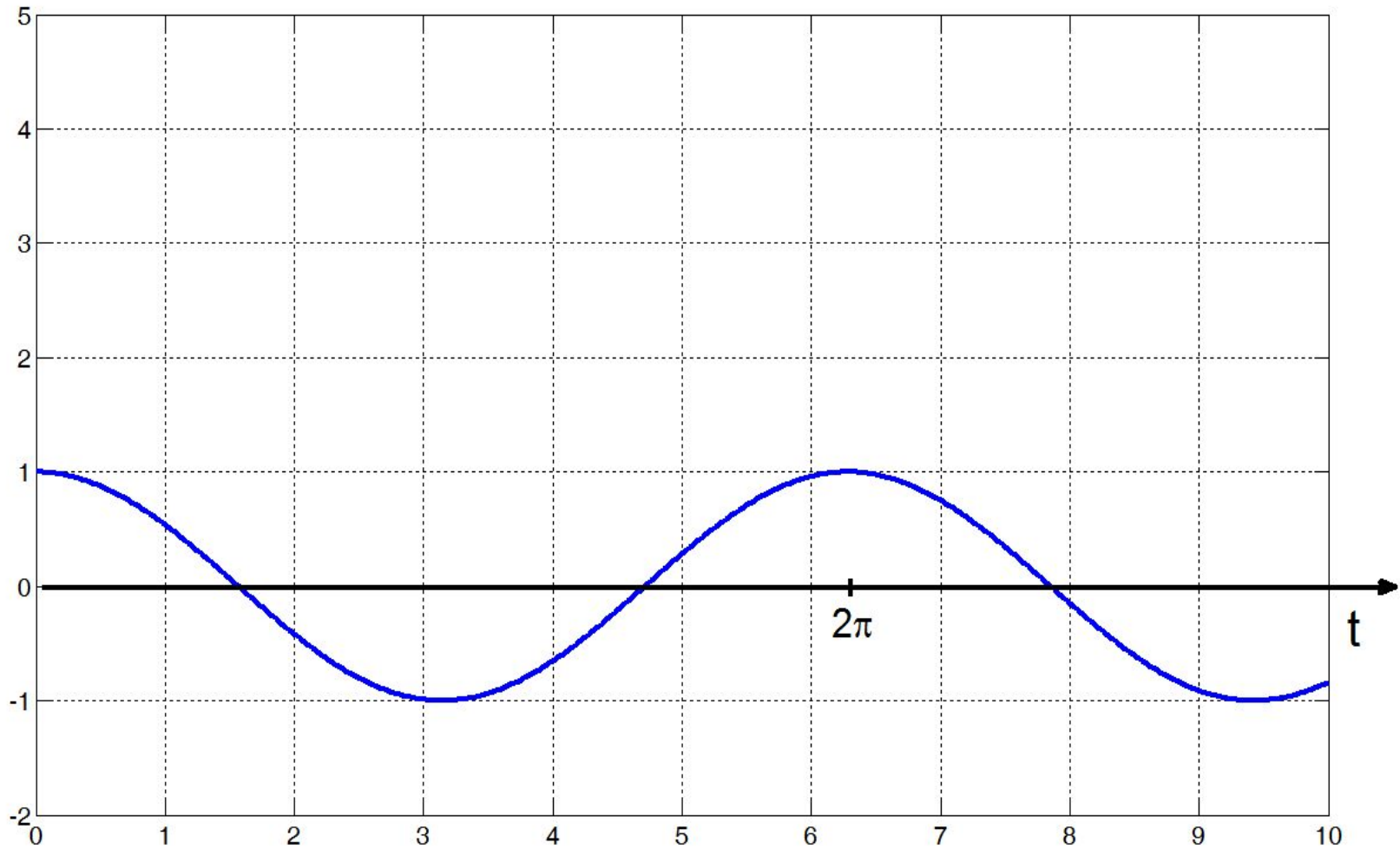
# Гладкие составные зависимости

---

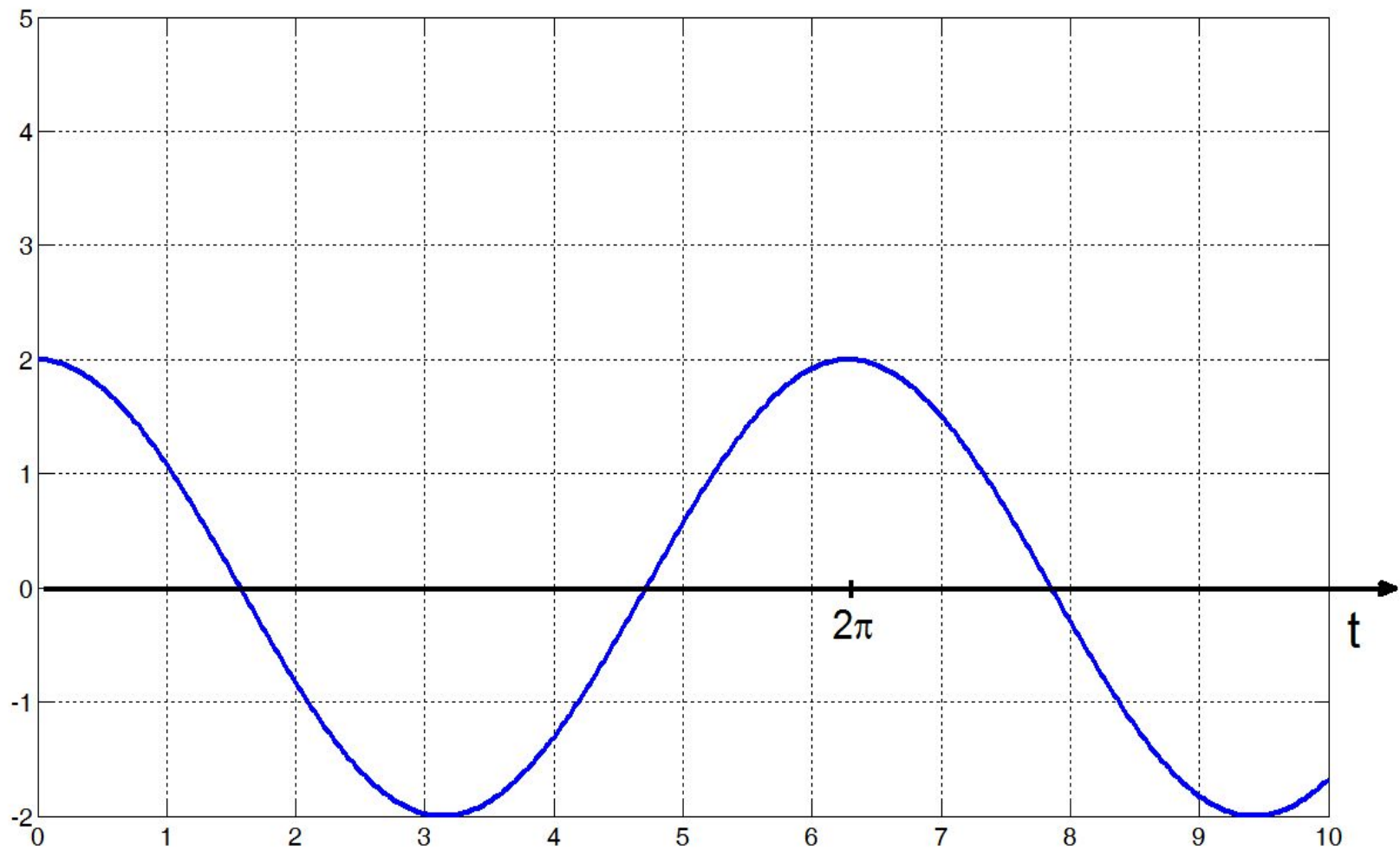




$\cos(T)$

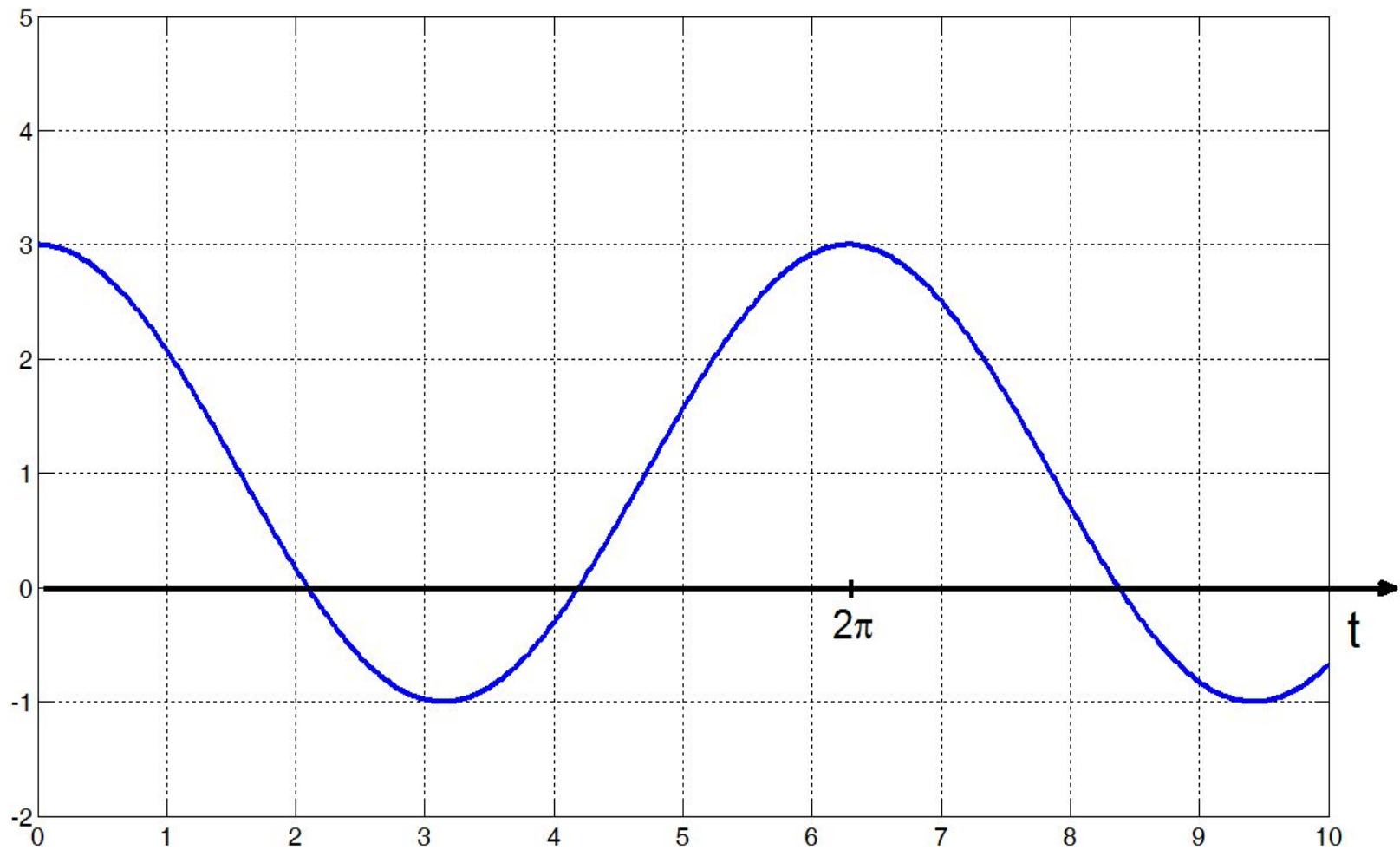


$$2 \cos(T)$$

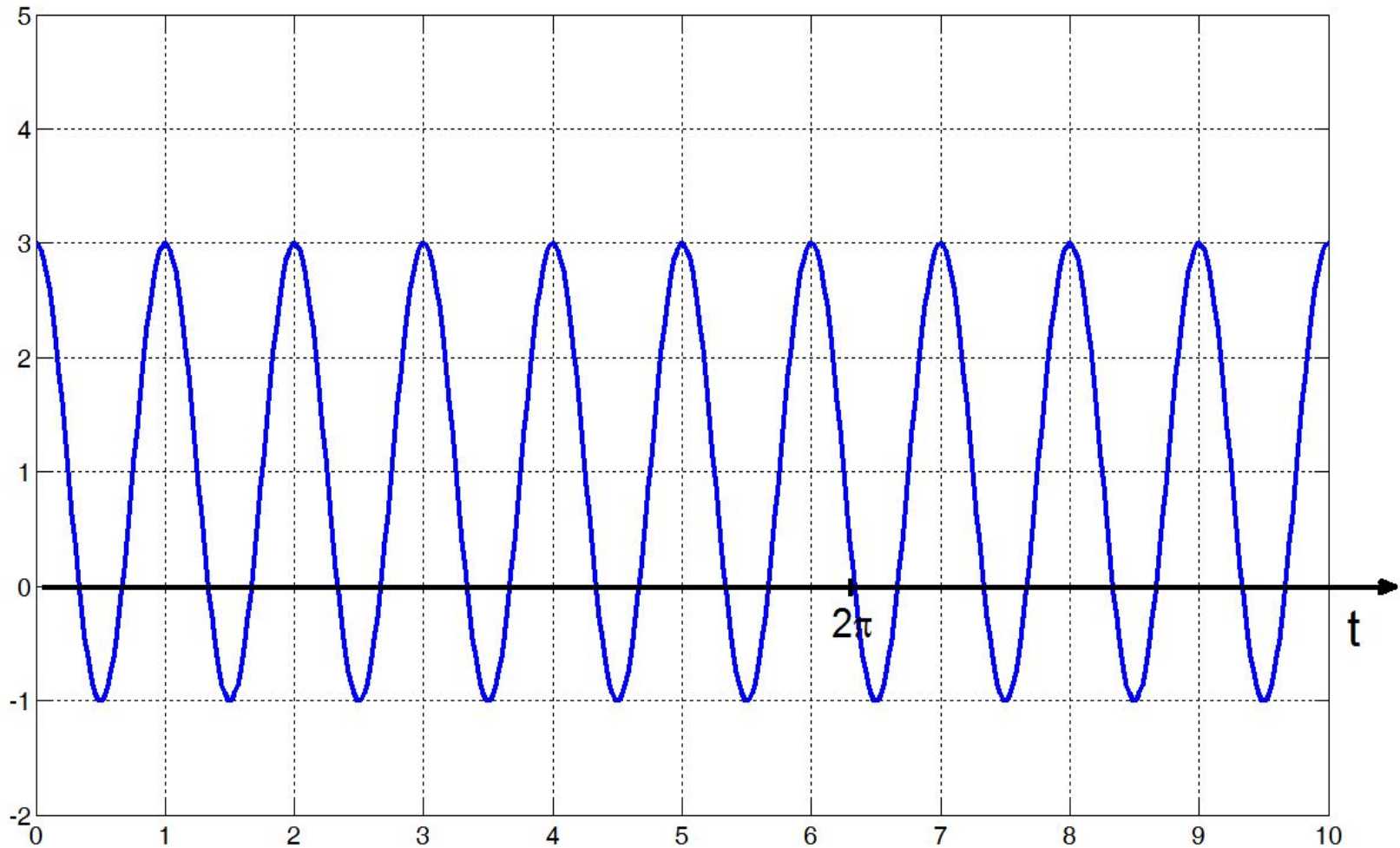




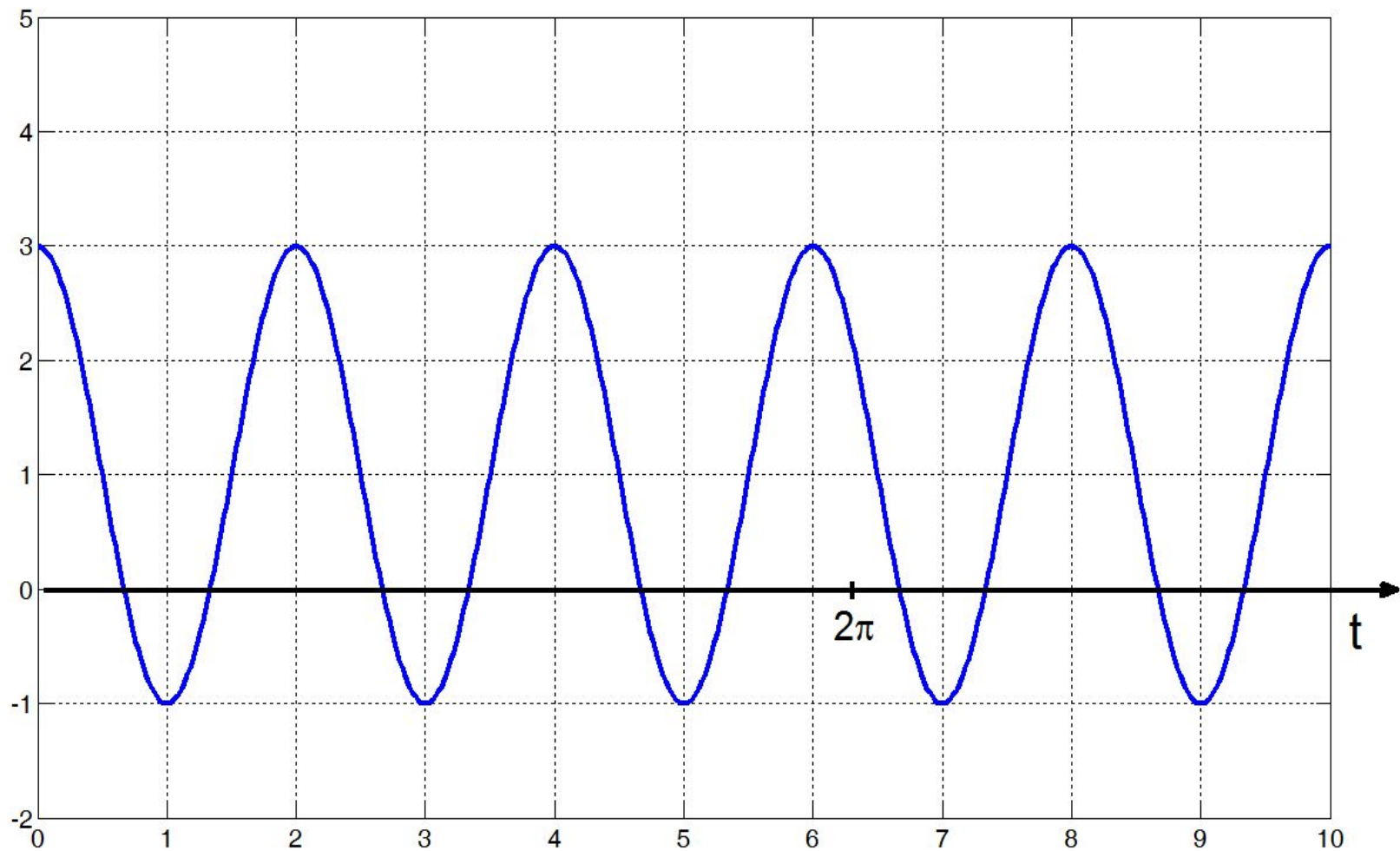
$$2 \cos(T) + 1$$



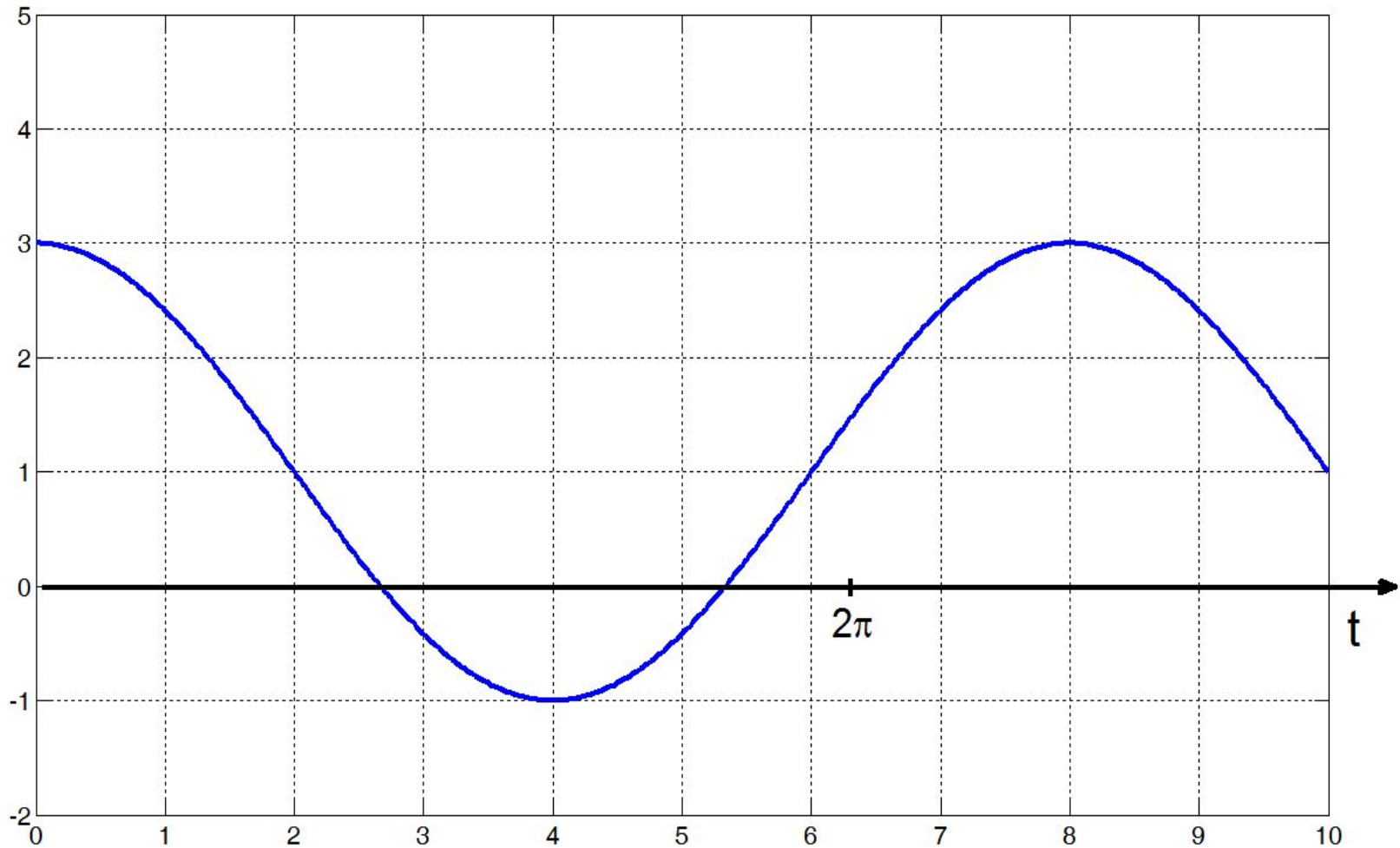
$$2 \cos(2\pi T) + 1$$



$$2 \cos(\pi T) + 1$$

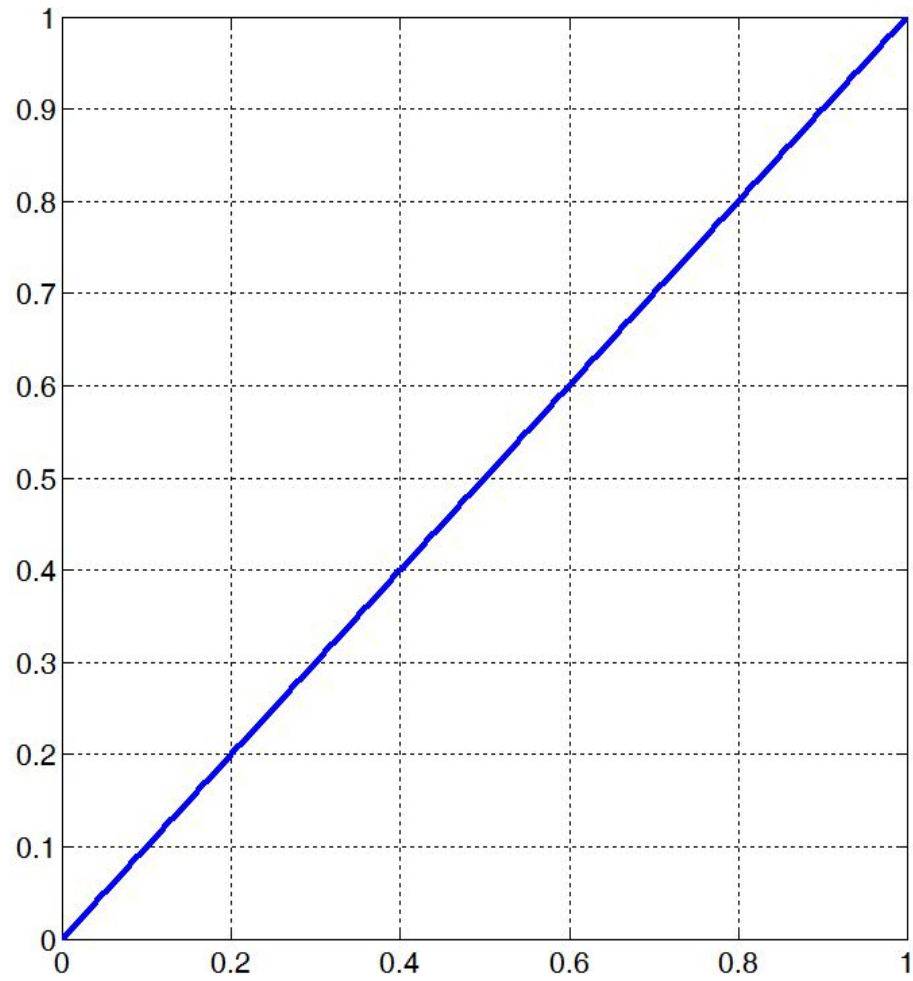


$$2 \cos(\pi x) + 1, x = T/4$$



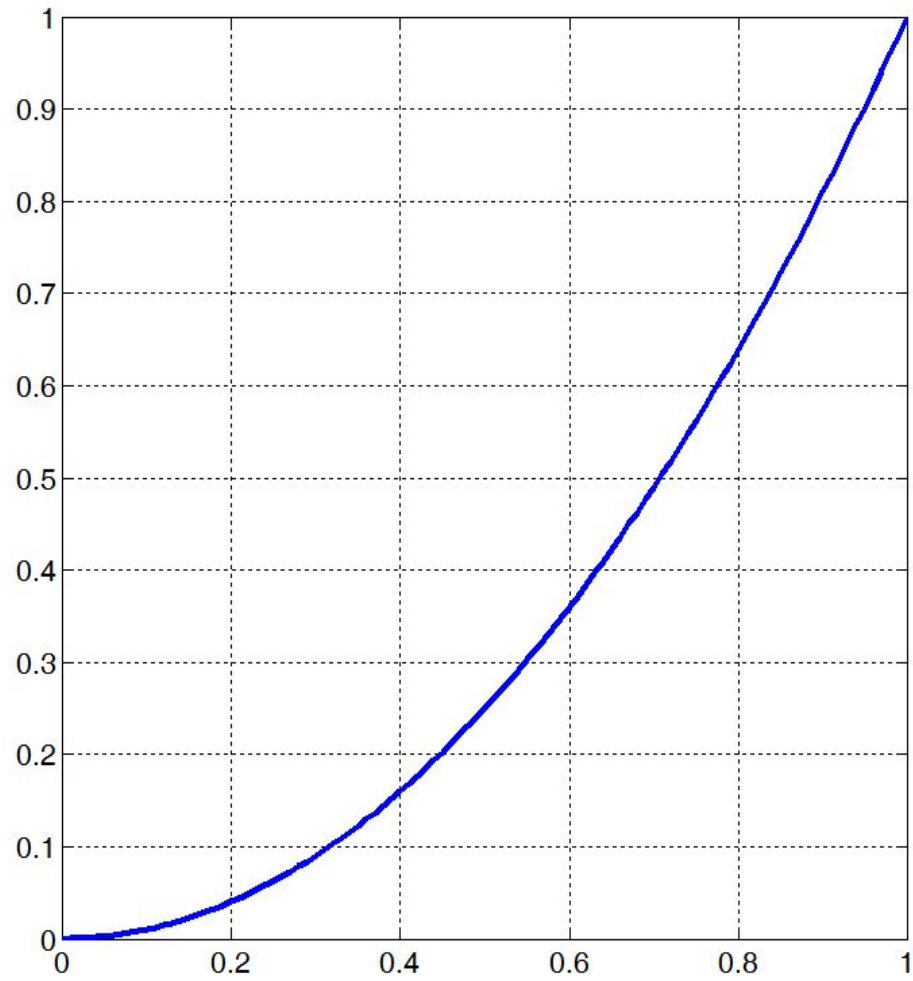
$x^1$

---



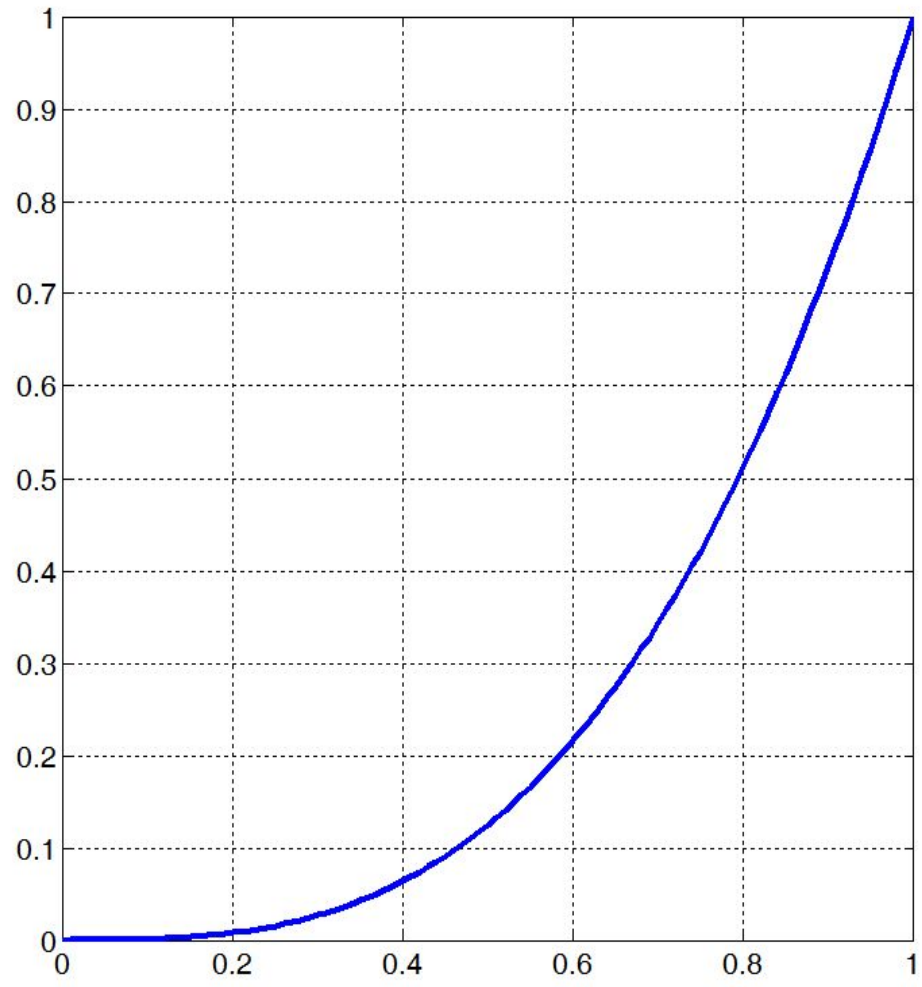
$x^2$

---



$$x^3$$

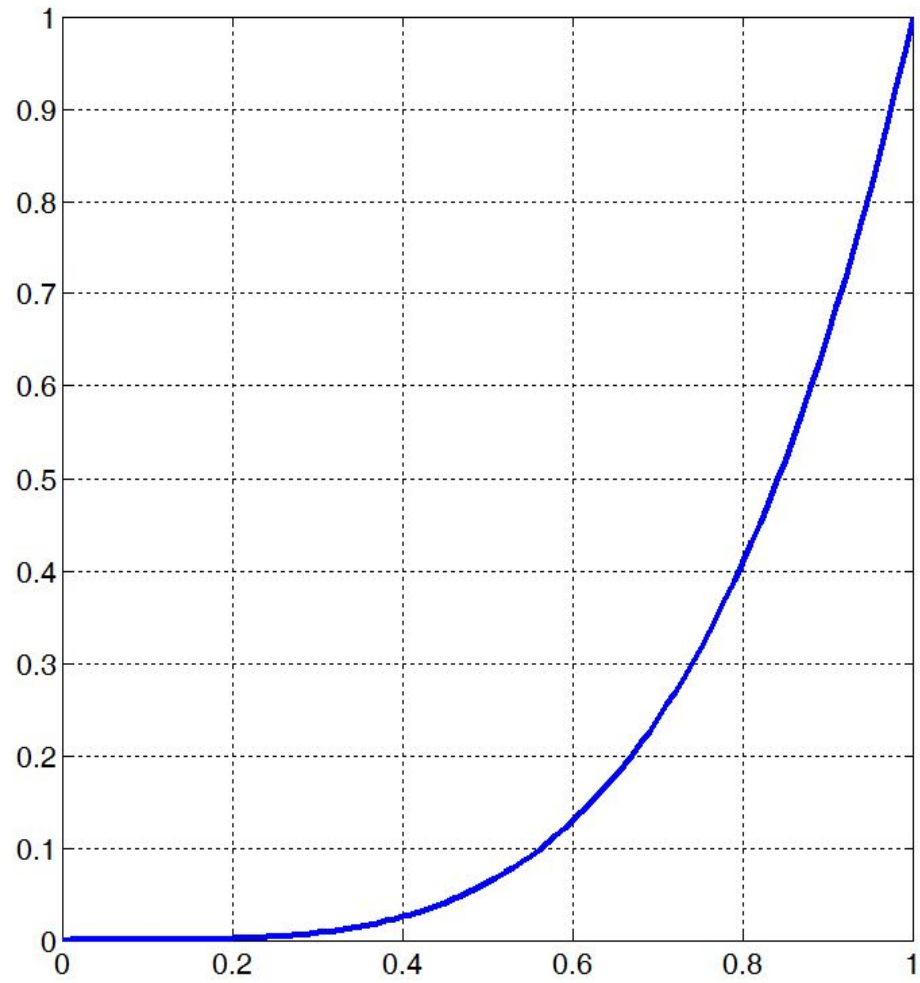
---





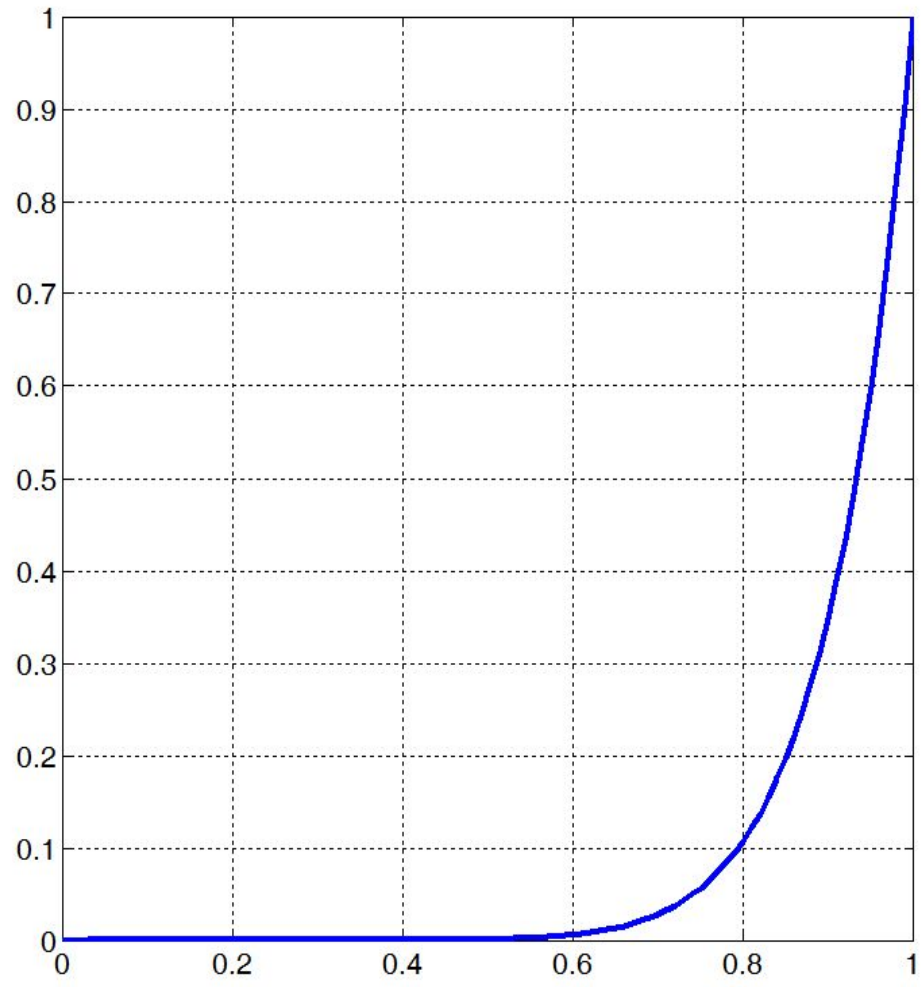
$$x^4$$

---



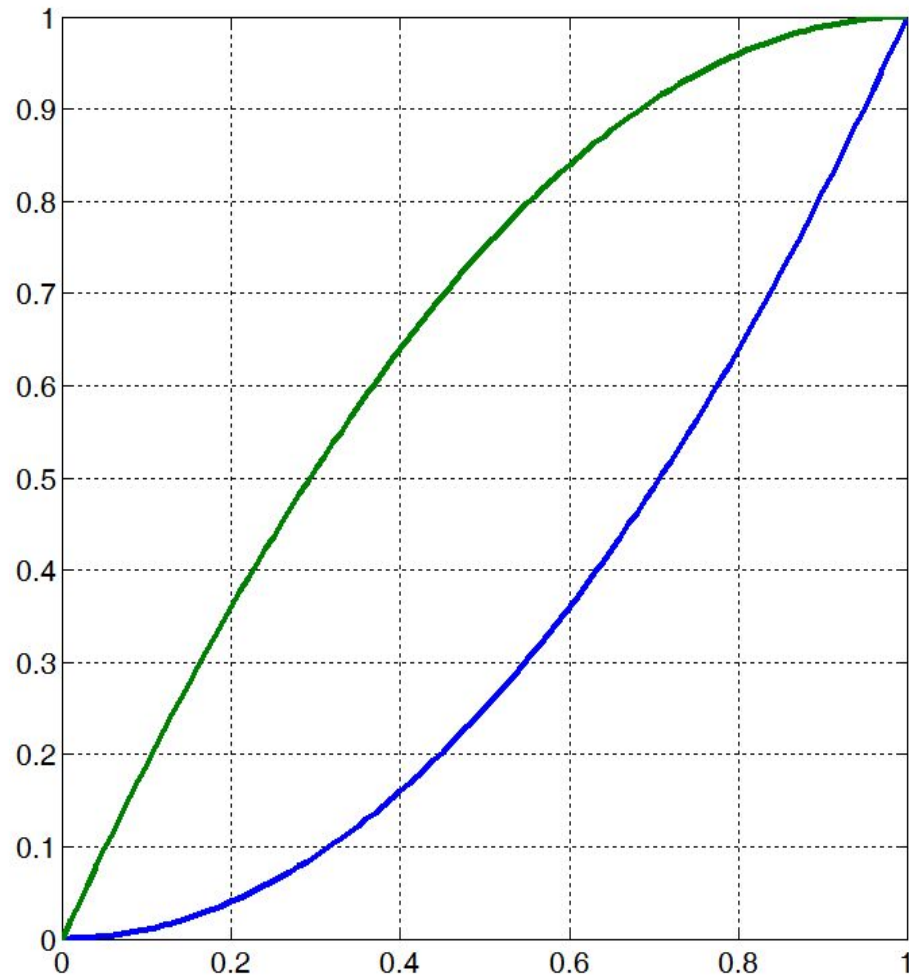
$x^{10}$

---



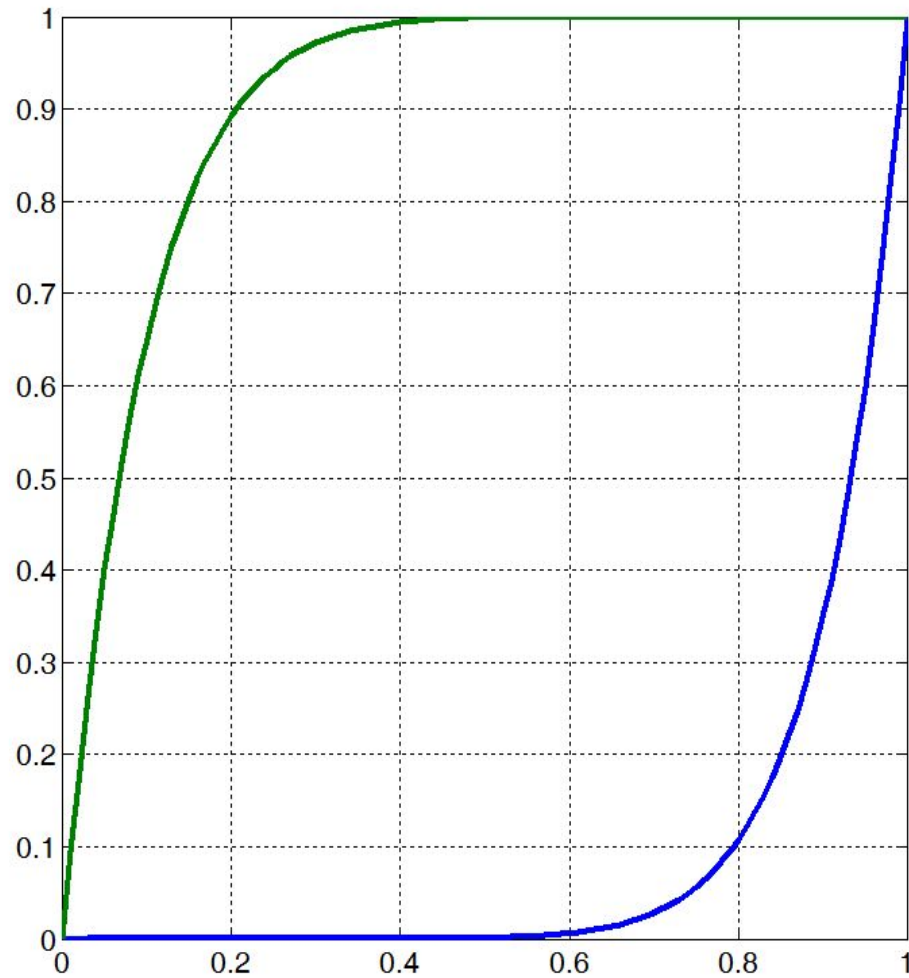
$$x^2, 1-(1-x)^2$$

---

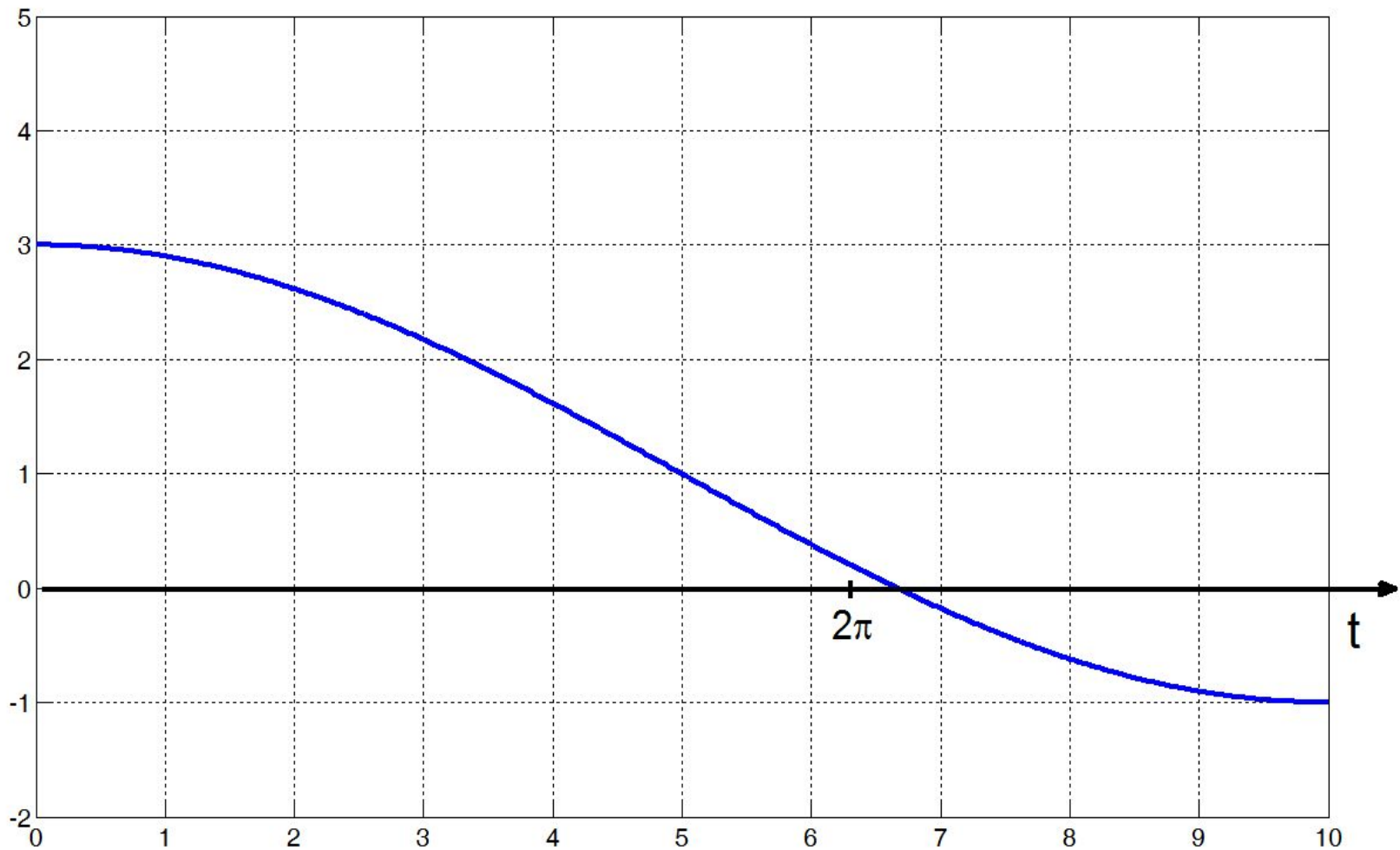


$$x^{10}, 1-(1-x)^{10}$$

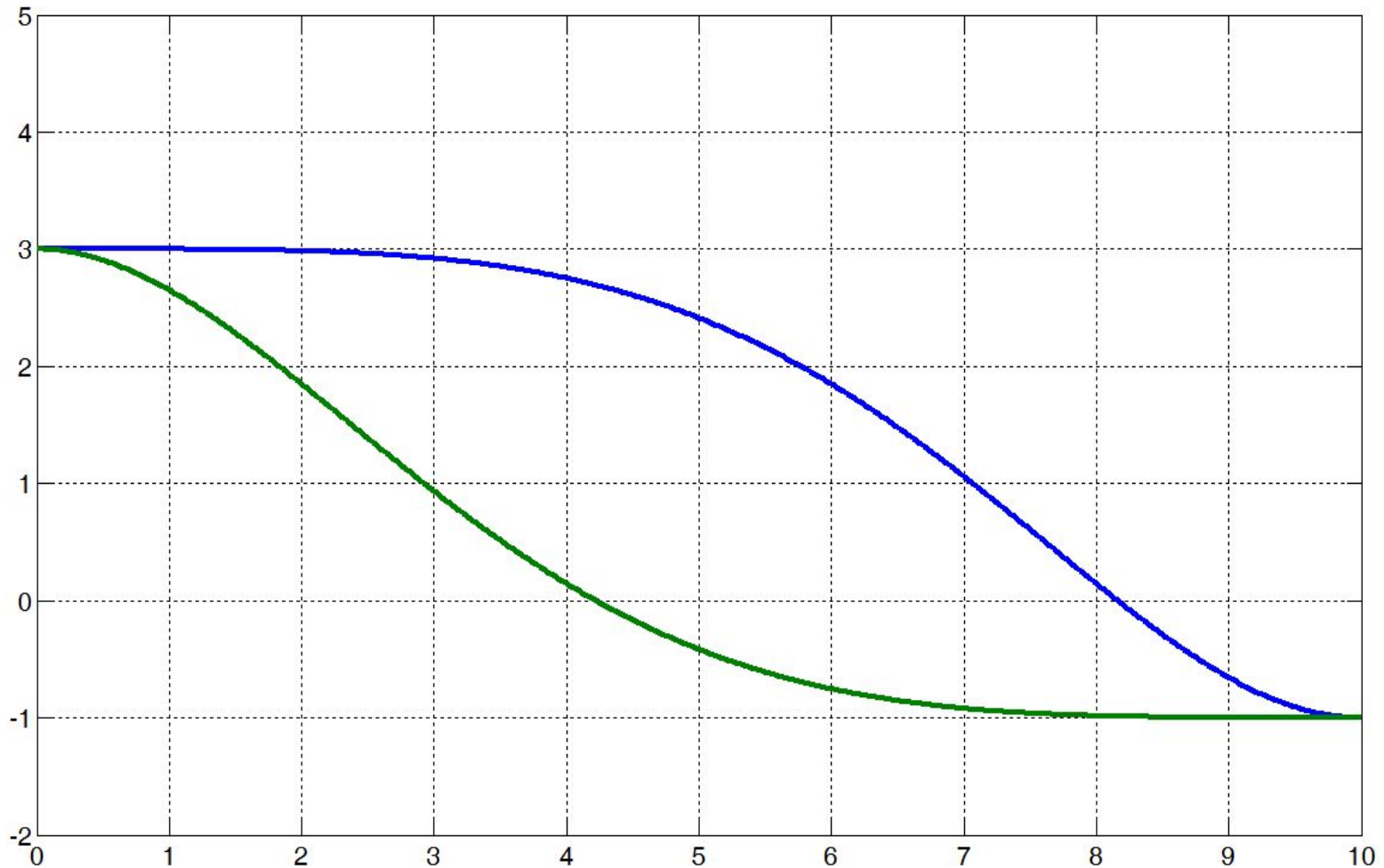
---



$$2 \cos(\pi x) + 1, x = T/10$$

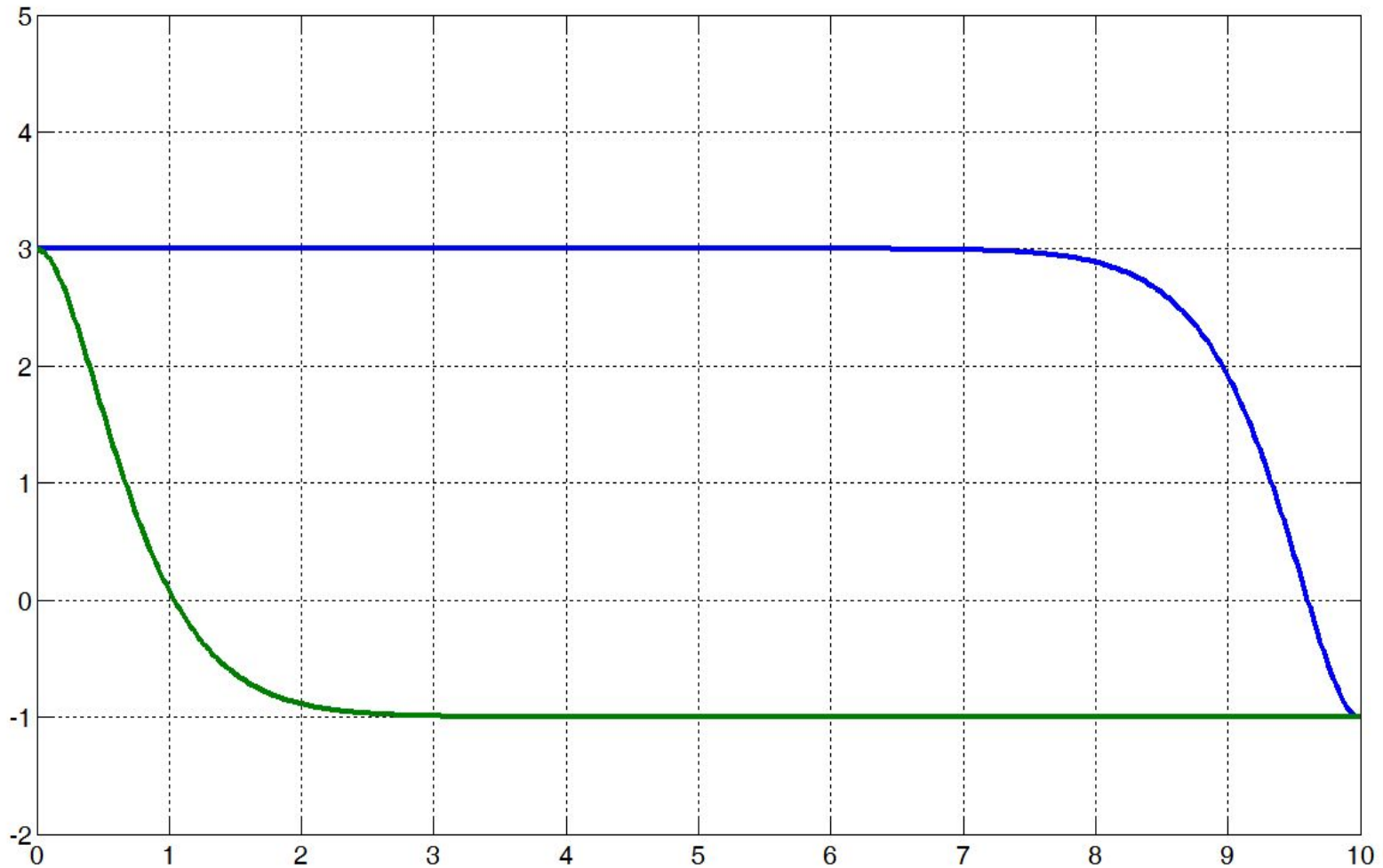


$$2 \cos(\pi x) + 1,$$
$$x = (T/10)^2, x = 1 - (1 - T/10)^2$$



$$2 \cos(\pi x) + 1,$$
$$x = (T/10)^{10}, \quad x = 1 - (1 - T/10)^{10}$$

---

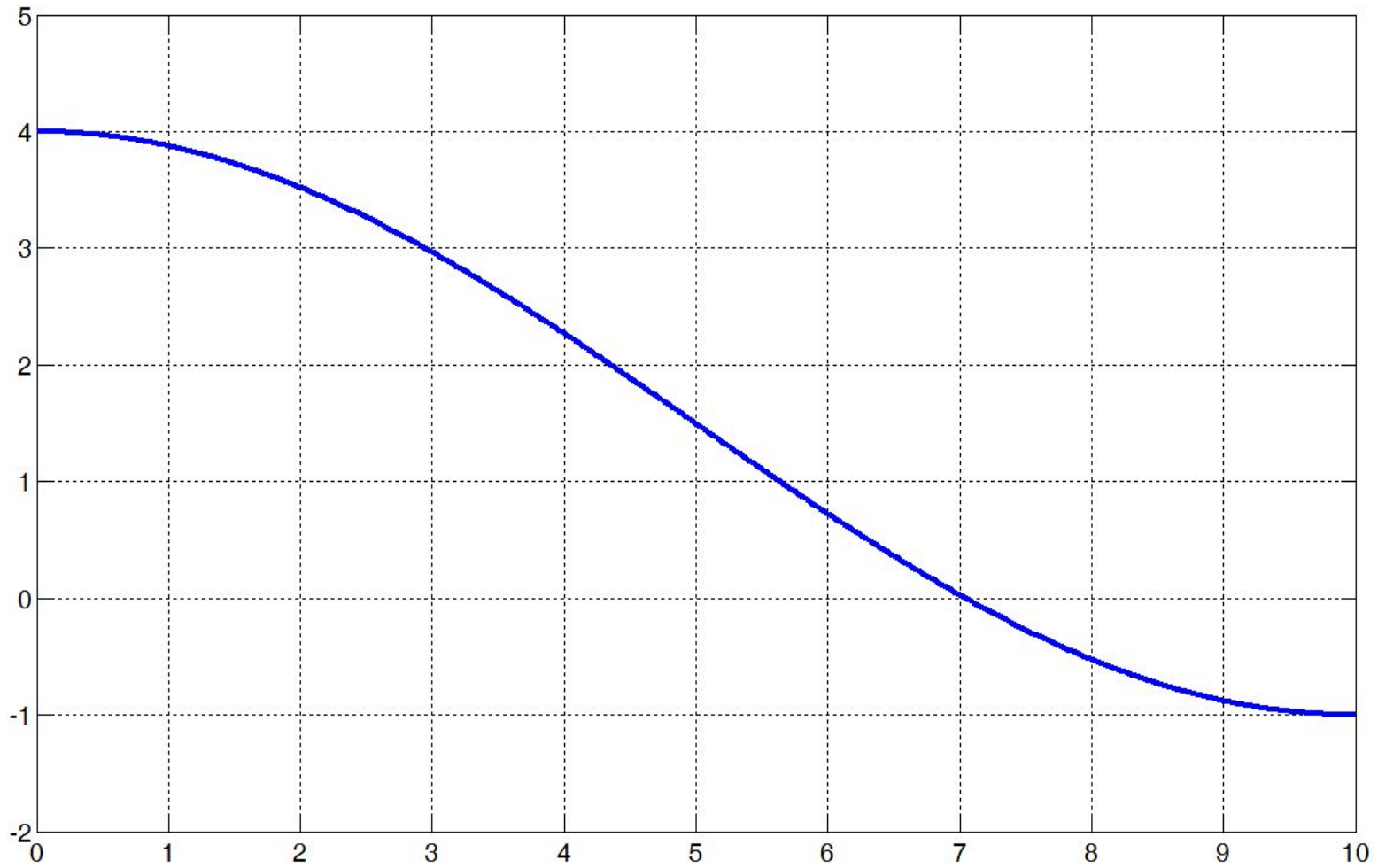




$$\frac{(Y_1 - Y_2)}{2} \cos(\pi x) + \frac{(Y_1 + Y_2)}{2},$$

$x = T/\Delta T$ ,  $Y_1 = 4$ ,  $Y_2 = -1$ ,  $\Delta T = 10$

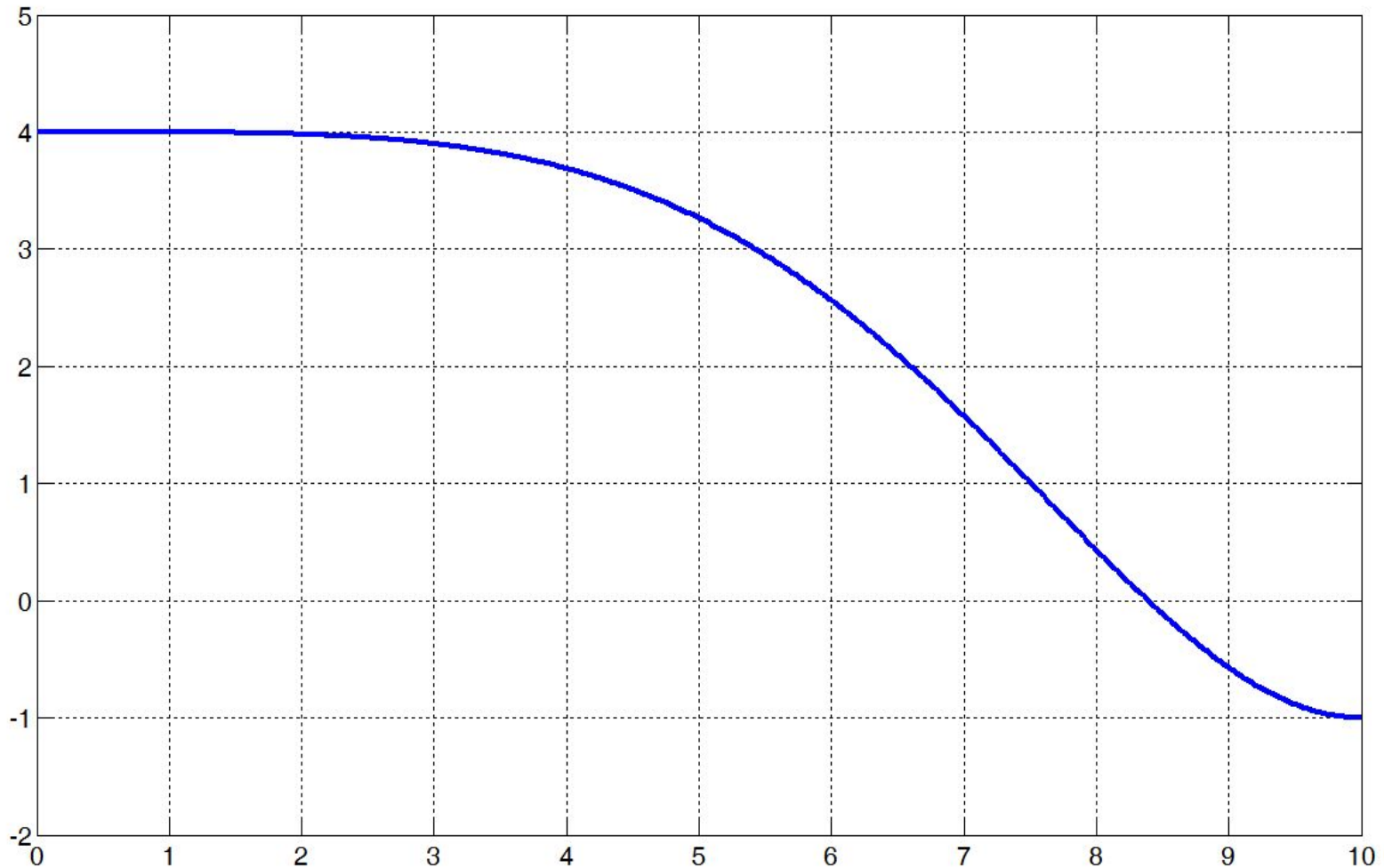
---



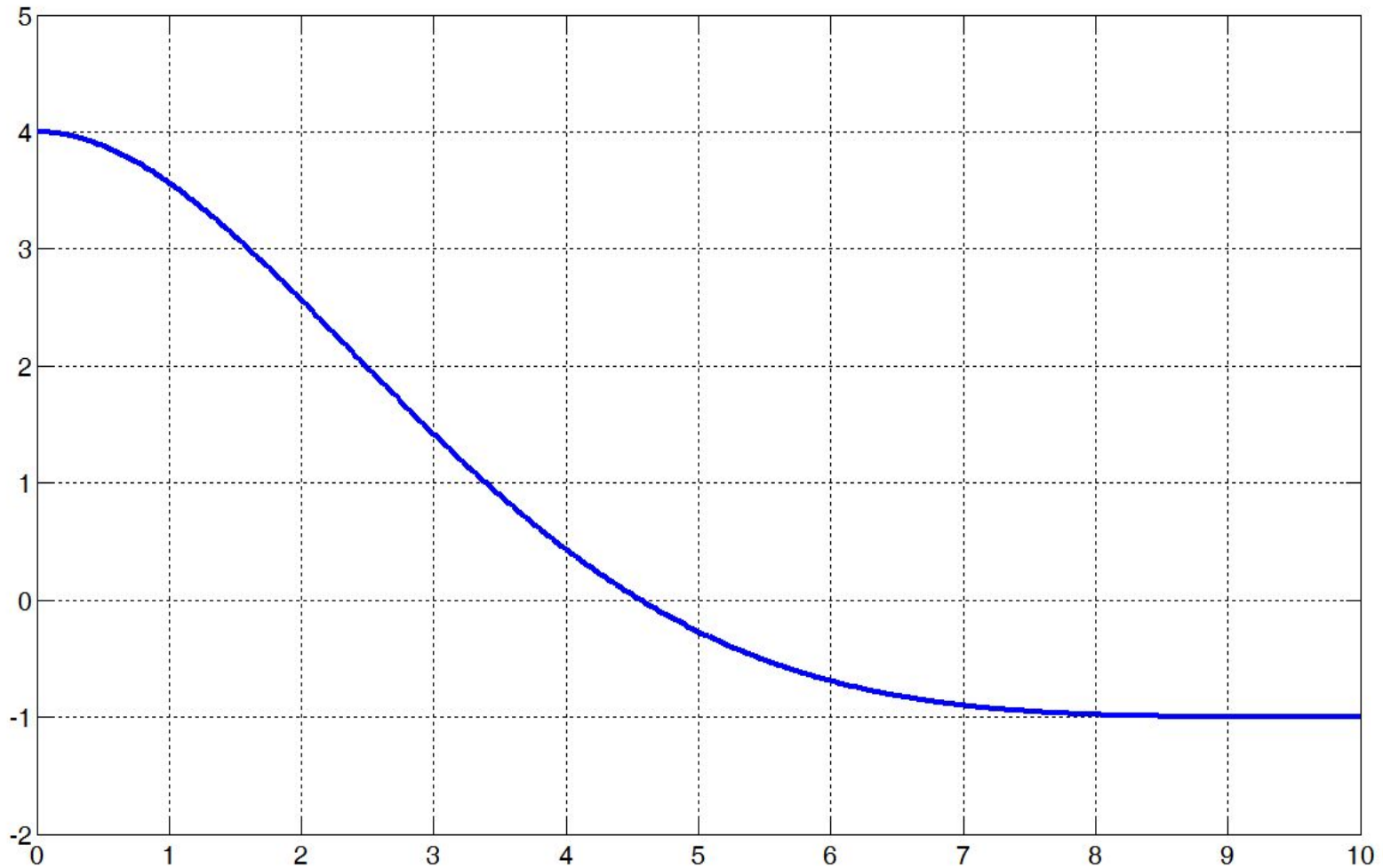
$$(Y_1 - Y_2)/2 \cos(\pi x) + (Y_1 + Y_2)/2,$$

$x = (T/\Delta T)^k, Y_1 = 4, Y_2 = -1, \Delta T = 10, k = 2$

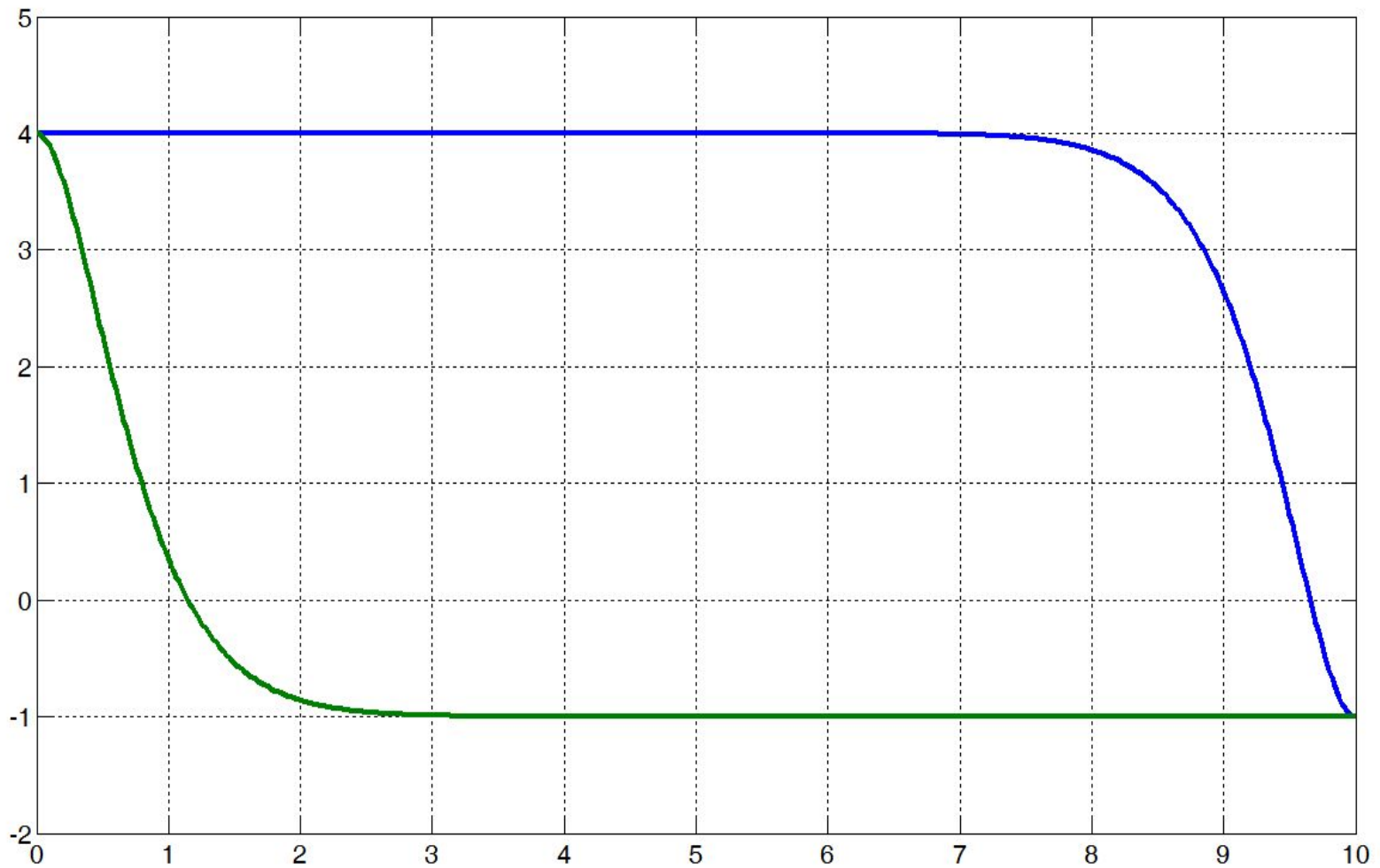
---



$$\frac{(Y_1 - Y_2)}{2} \cos(\pi x) + \frac{(Y_1 + Y_2)}{2},$$
$$x = (1 - (1 - T/\Delta T)^k)$$



$k = 10$



# Построение участка кривой

---

$$1) \quad T_{i-1}, \quad T_i, \quad Y_{i-1}, \quad Y_i, \quad k$$

$$2) \quad x = \begin{cases} \left( \frac{T - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} \right)^k, & k > 0 \\ 1 - \left( 1 - \frac{T - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} \right)^{-k}, & k < 0 \end{cases}$$

$$3) \quad Y = \frac{Y_{i-1} - Y_i}{2} \cos(\pi x) + \frac{Y_{i-1} + Y_i}{2}$$



# Выходные данные

---

## □ Матрица траектории:

**flight** =

Время, сек	Долгота, °	Широта, °	Высота, м	Крен, рад	Тангаж, рад	Курс, рад
0.0	-122.000	+36.000	10.0	0.00	0.00	-1.087
0.1	-122.010	+36.002	10.0	0.00	0.00	-1.087
0.2	-122.010	+36.004	10.0	0.00	0.00	-1.087
0.3	-122.020	+36.006	10.0	0.00	0.00	-1.087
0.4	-122.020	+36.008	10.0	0.00	0.00	-1.087
0.5	-122.030	+36.010	10.0	0.00	0.05	-1.087
0.6	-122.030	+36.012	10.1	0.00	0.10	-1.087
0.7	-122.040	+36.014	10.2	0.00	0.10	-1.087

□ Файл траектории: `save flight.txt flight -ascii`

□ Файл трека `flight.kml`: `tgeo2kml (flight)`

---

