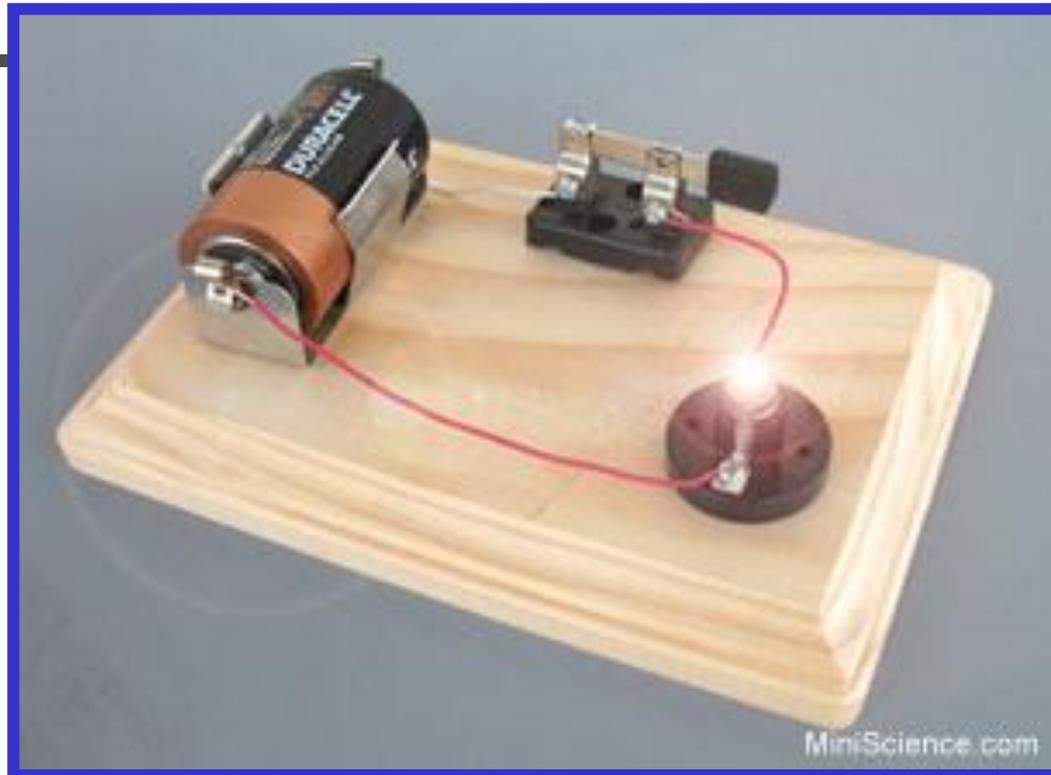
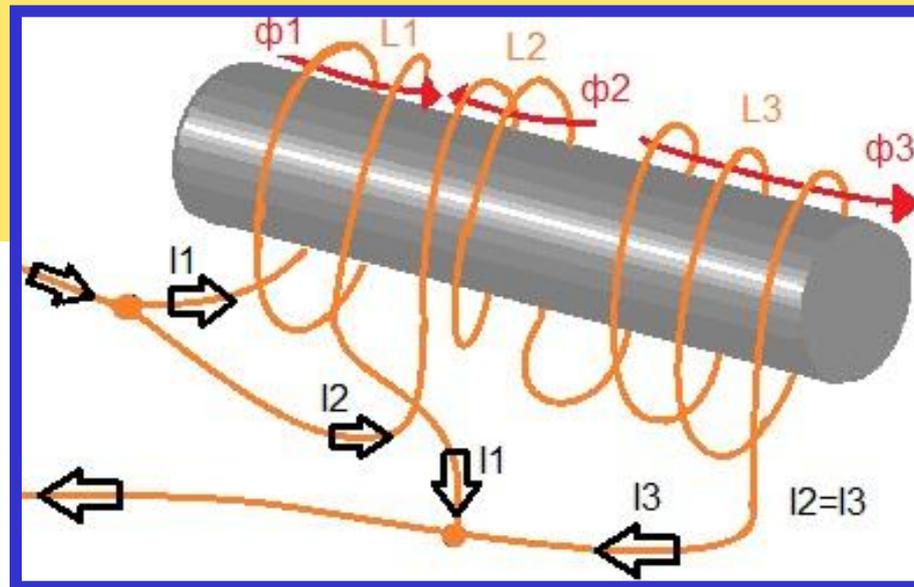


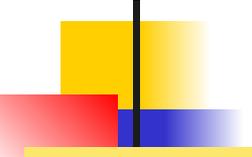
Дисциплина: Теория электрических цепей



Лекция №8

Тема: Индуктивно связанные цепи





Учебные вопросы

- 1. Индуктивная связь катушек.
Коэффициент связи.*
- 2. Определение параметров катушек и коэффициента связи между ними.*
- 3. Расчет цепей синусоидального тока с последовательно соединенными и индуктивно связанными катушками.*

Литература

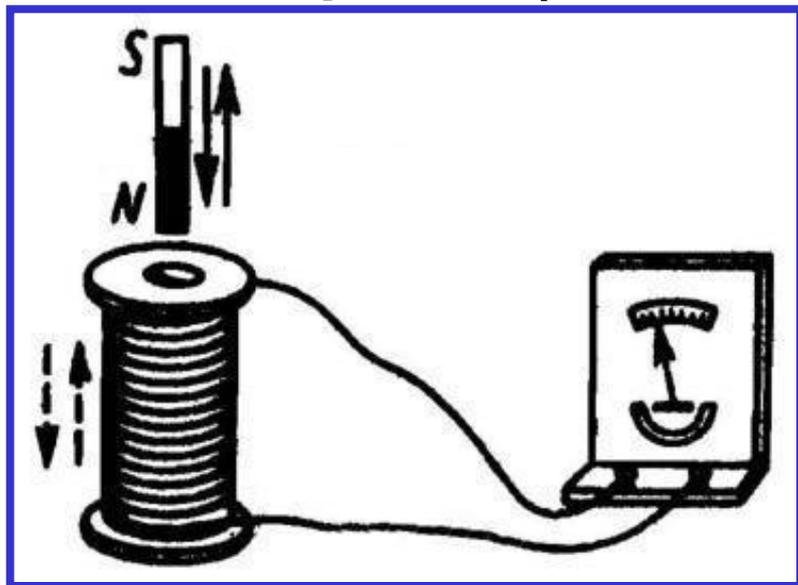
- 1. Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для вузов спец. "Радиотехника".-М.: Высшая школа, 2007 с. 142-155.



Закон электромагнитной индукции Майкла Фарадея (открыт в 1831 г.)



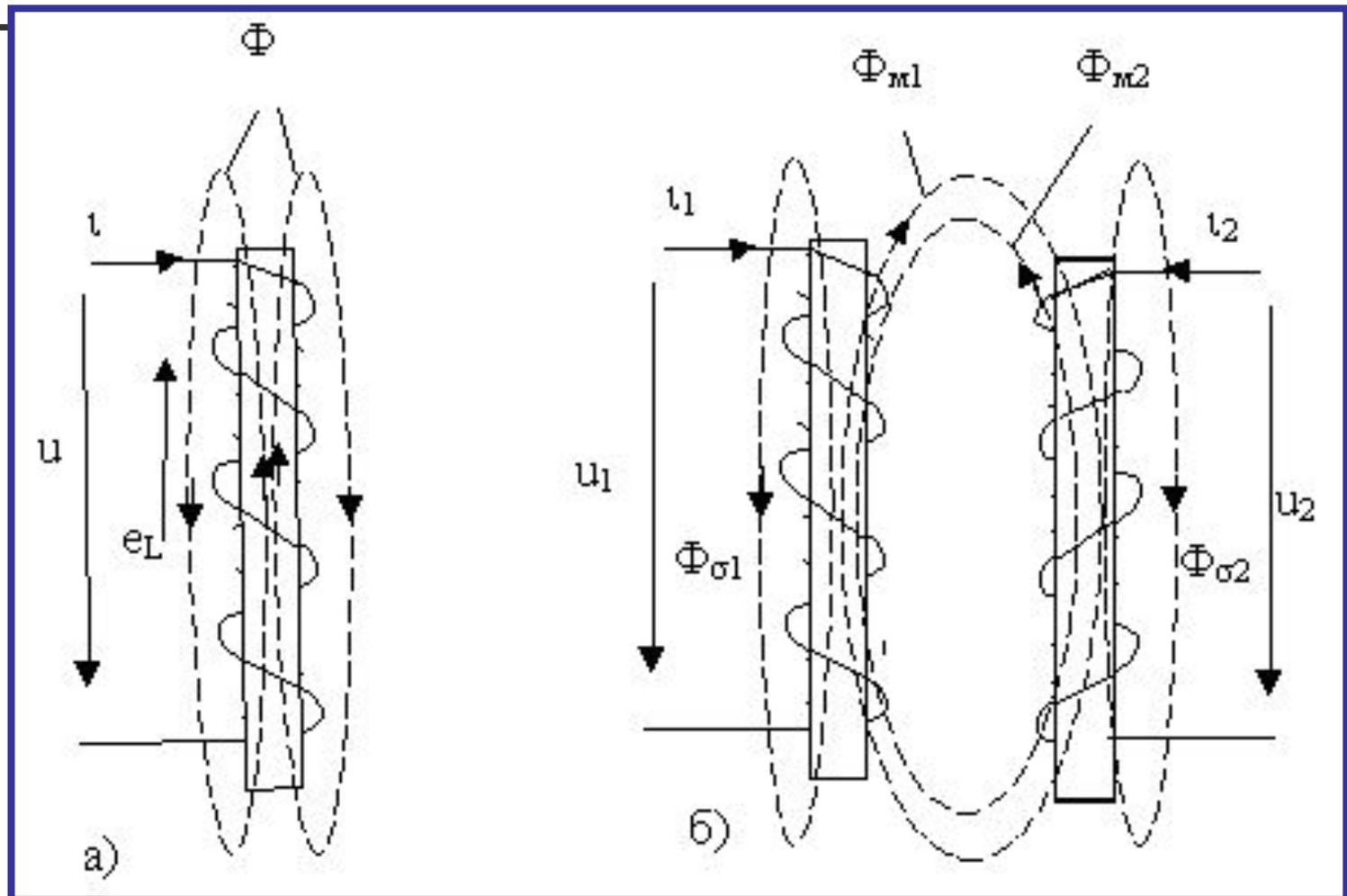
Майкл Фарадей (1791-1867)

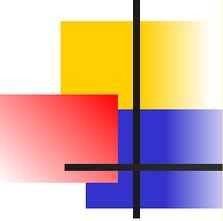


$$e_{\text{I}} = -\frac{d\psi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

Устанавливает взаимосвязь между магнитными и электрическими явлениями. **Формулировка: ЭДС электромагнитной индукции, в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.**

Индуктивно связанные цепи



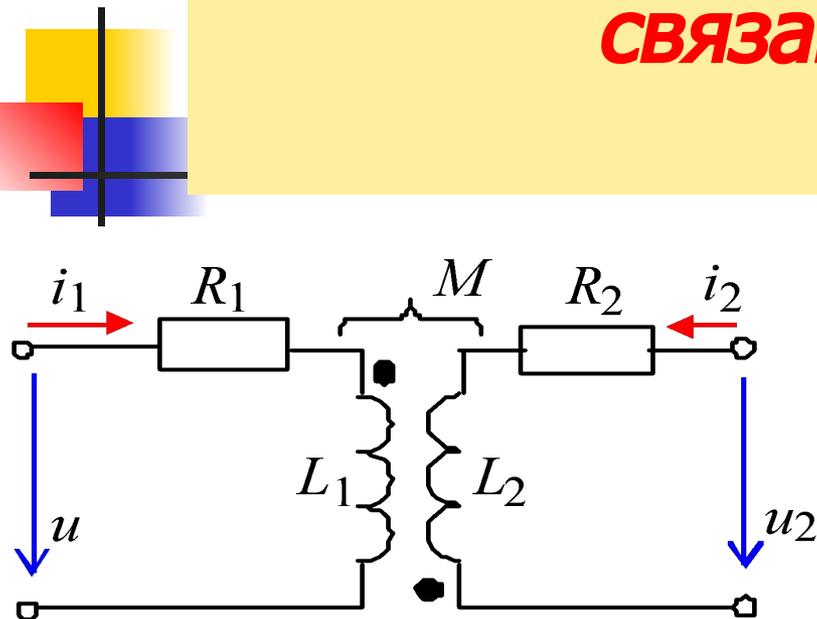


Явление взаимной индукции – это явление наведения ЭДС в одной электрической цепи при изменении в ней потокосцепления вызванного изменением тока в другой электрической цепи.

Связь магнитных потоков катушек обуславливает их индуктивную связь. Взаимно индуктивная связь проявляется в наведении ЭДС (называемой **ЭДС взаимной индукции) в одной катушке при изменении тока в другой близко расположенной катушке.**

Цепи, в которых наводятся ЭДС взаимной индукции, называют **индуктивно связанными цепями.**

Схема замещения двух, индуктивно связанных, катушек



$$\Psi_1 = \Psi_{11} \pm \Psi_{12} = L_1 i_1 \pm M i_2.$$

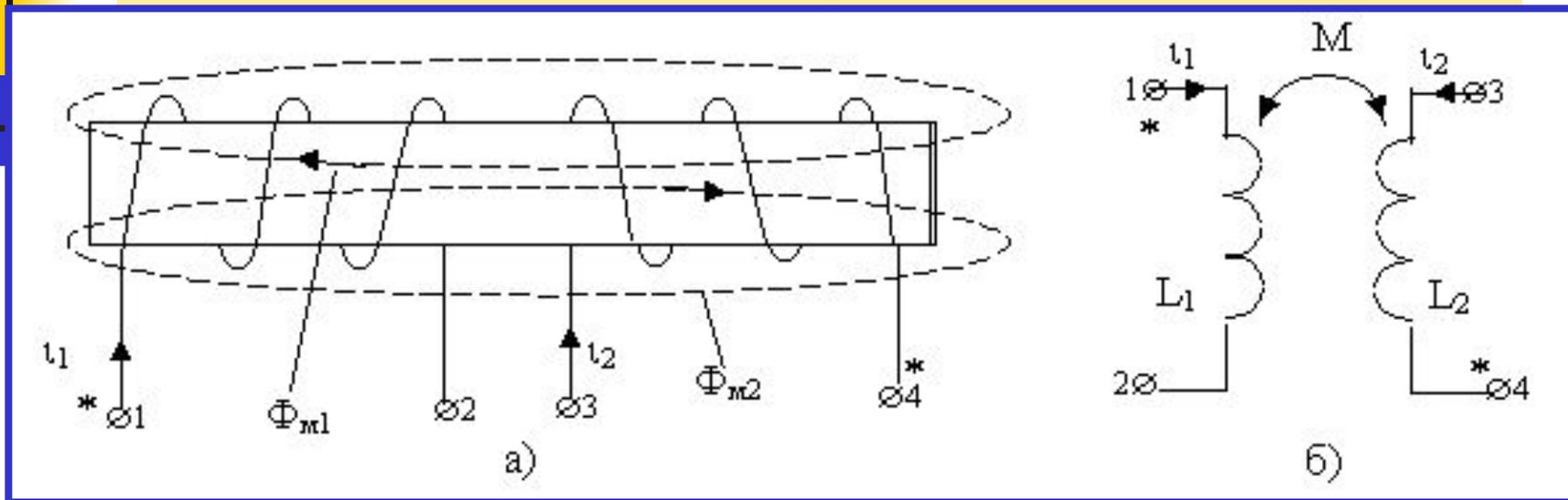
$$\Psi_2 = \Psi_{22} \pm \Psi_{21} = L_2 i_2 \pm M i_1.$$

$$M = k_M \sqrt{L_1 \cdot L_2},$$

$$k_M = \frac{X_M}{\sqrt{X_{L1} X_{L2}}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \leq 1$$

Каждая из катушек пронизывается двумя магнитными потоками: потоком самоиндукции, вызванным собственным током, и потоком взаимной индукции, вызванным током другой катушки.

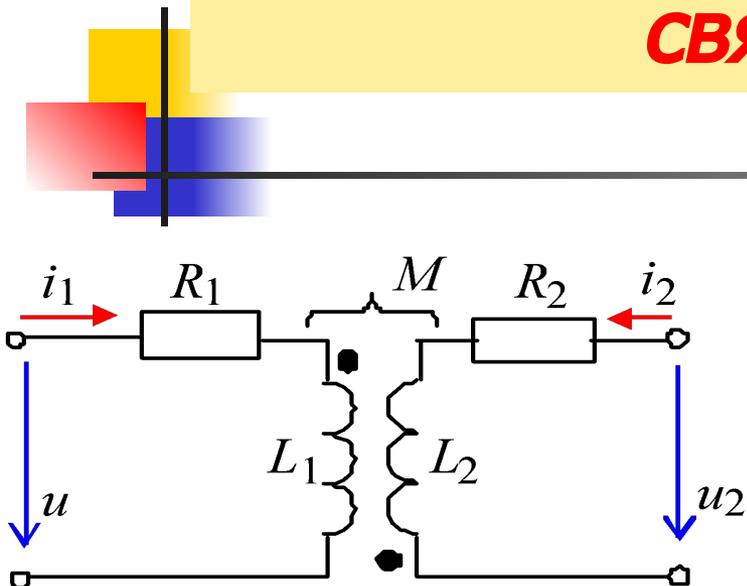
Согласное и встречное включение катушек



Если катушки включены таким образом, что потоки складываются, то такое включение называют **согласным**. Если магнитные потоки направлены навстречу друг другу, то катушки включены **встречно**.

При согласном направлении токов в двух индуктивно связанных катушках зажимы этих катушек, относительно которых токи направлены одинаково, называют **одноименными**. Одноименные зажимы принято обозначать точками или звездочками.

Напряжения на зажимах индуктивно связанных катушек



$$u_1 = R_1 i_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} = R_1 i_1 + L \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt};$$

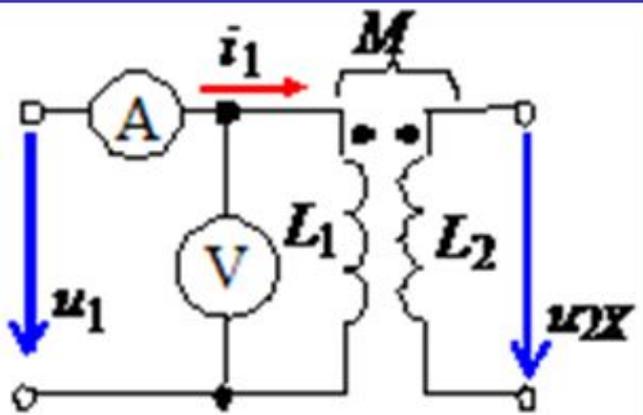
$$u_2 = R_2 i_2 + \frac{d\Psi_2}{dt} = R_2 i_2 + L \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}.$$

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1)\underline{I}_1 \pm j\omega M \underline{I}_2 = (R_1 + jX_{L1})\underline{I}_1 \pm jX_M \underline{I}_2$$

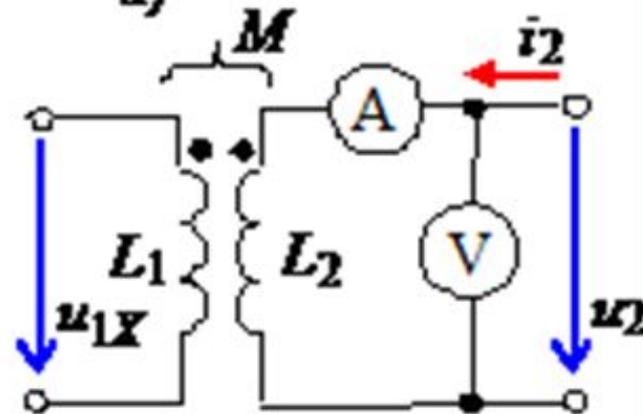
$$\underline{U}_2 = (R_2 + j\omega L_2)\underline{I}_2 \pm j\omega M \underline{I}_1 = (R_2 + jX_{L2})\underline{I}_2 \pm jX_M \underline{I}_1$$

где $\pm jX_M = \pm j\omega M$ – комплекс сопротивления взаимоиндукции;
знак плюс (+M) ставят при согласном включении катушек; знак
минус (-M) – при их встречном включении.

Определение коэффициента СВЯЗИ И ВЗАИМНОЙ ИНДУКТИВНОСТИ



а)



б)

$$R1 \ll XL1$$

$$R2 \ll XL2$$

$$k_{M1} \approx \frac{E_{2M}}{U_1} = \frac{U_{2X}}{U_1} = \frac{M}{L_1}$$

$$k_{M2} \approx \frac{E_{1M}}{U_2} = \frac{U_{1X}}{U_2} = \frac{M}{L_2}$$

$$k_M = \sqrt{k_{M1}k_{M2}}$$

$$M = \frac{U_{2X}}{\omega I_1}$$

$$M = \frac{U_{1X}}{\omega I_2}$$

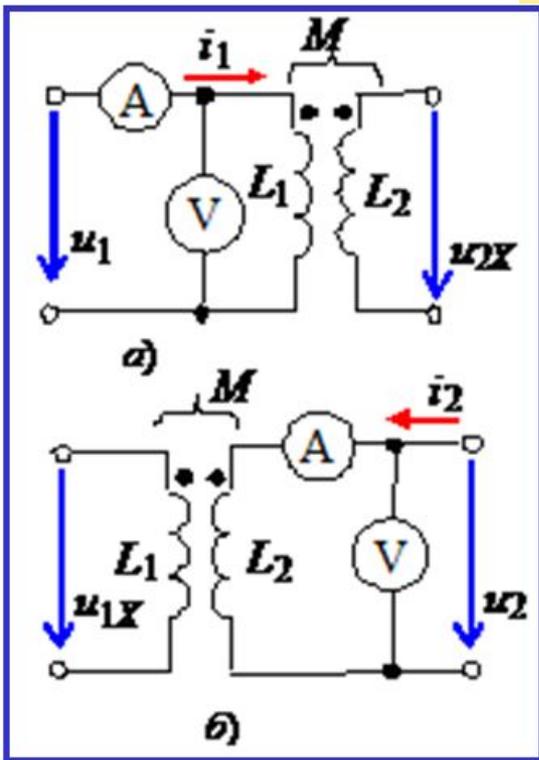
Определение индуктивных сопротивлений и индуктивностей идеальных катушек

При $R_1 \approx 0$ и $R_2 \approx 0$

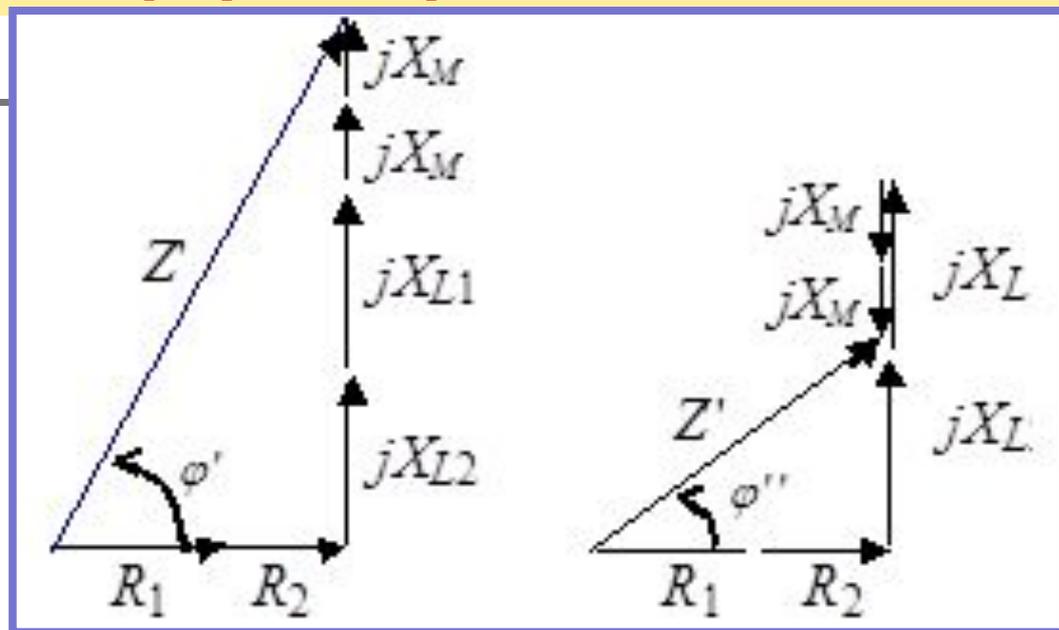
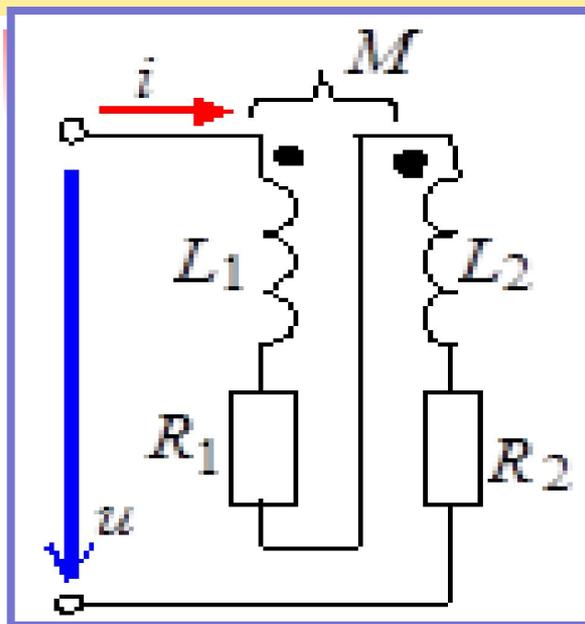
Собирают схему цепи (рисунок а) при питании со стороны первичной обмотки, а затем схему при питании со стороны вторичной обмотки (рисунок б). Снимают показания вольтметра и амперметра и находят индуктивные сопротивления и индуктивности обмоток:

$$X_{L1} \approx U_1 / I_1; \quad L_1 = X_{L1} / \omega$$

$$X_{L2} \approx U_2 / I_2; \quad L_2 = X_{L2} / \omega.$$



Определение взаимной индуктивности M реальных катушек с параметрами R_1, L_1 и R_2, L_2 воздушного трансформатора



$$\underline{Z} = (R_1 + jX_{L1}) + (R_2 + jX_{L2}) \pm jX_M$$

$$Z = |\underline{Z}| = U/I;$$

$$X' = \sqrt{(Z')^2 - (R_1 + R_2)^2}$$

$$X'' = \sqrt{(Z'')^2 - (R_1 + R_2)^2},$$

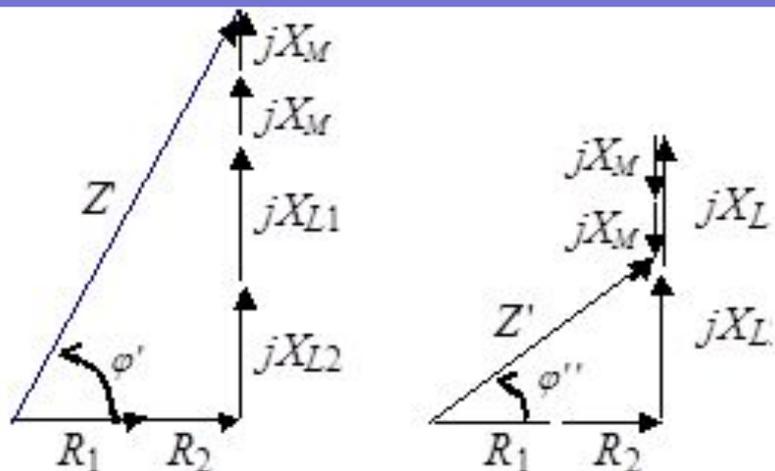
$$jX_M = j\omega M.$$

$$Z' = U/I_c$$

$$Z'' = U/I_b$$

□ модули входных сопротивлений цепи при согласном и встречном включениях обмоток.

Определение взаимной индуктивности M реальных катушек с параметрами R_1, L_1 и R_2, L_2 воздушного трансформатора



$$\varphi = \arccos(P / UI)$$

Угол сдвига фаз φ между напряжением и током определяется с помощью осциллографа или ваттметра

$$X' = Z' \sin \varphi' = \omega L' = \omega(L_1 + L_2 + 2M)$$

$$X'' = Z'' \sin \varphi'' = \omega L'' = \omega(L_1 + L_2 - 2M).$$

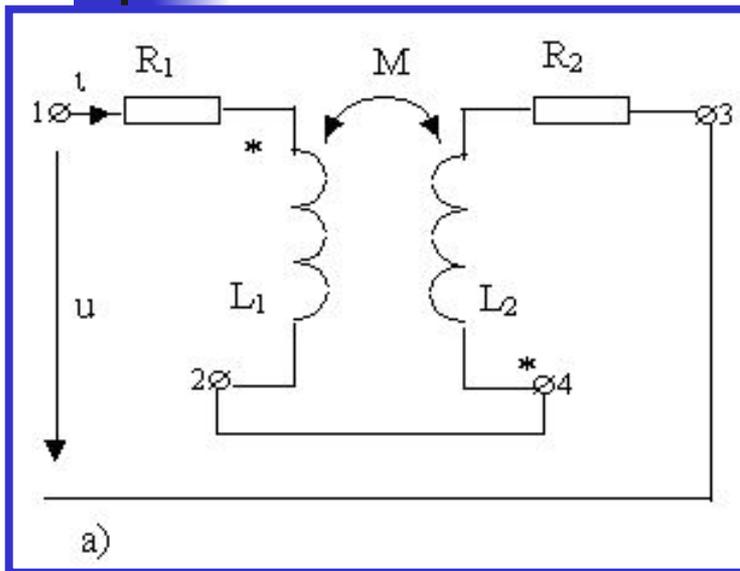
$$\Delta X = X' - X'' = 4\omega M$$

$$M = \Delta X / 4\omega$$

- входные индуктивные сопротивления цепи при согласном и встречном включениях обмоток

ВЫВОД: модуль входного сопротивления при согласном включении больше, чем при встречном, т.е. $Z' > Z''$. Следовательно, ток I_c при согласном включении обмоток меньше тока I_c при их встречном включении.

Расчет цепей синусоидального тока с последовательно соединенными и индуктивно связанными катушками. Согласно включение



$$u = u_{R1} + u_{L1} + u_{M1} + u_{R2} + u_{L2} + u_{M2}$$

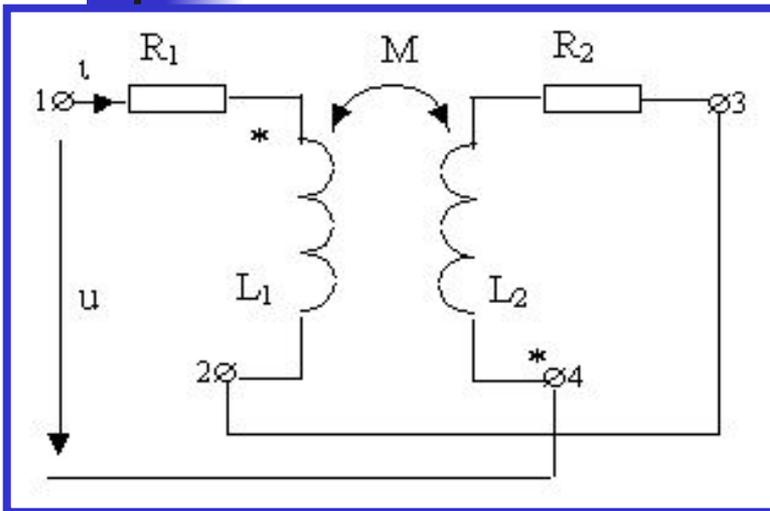
$$\dot{U} = \dot{I}R_1 + j\omega L_1 \cdot \dot{I} + j\omega M \cdot \dot{I} + \dot{I}R_2 + j\omega L_2 \cdot \dot{I} + j\omega M \cdot \dot{I}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{(R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)} = \frac{\dot{U}}{(R_1 + R_2) + j\omega L_{\text{экв}}}$$

где $L_{\text{экв}} = L_1 + L_2 + 2M$ - эквивалентная индуктивность цепи.

Вывод: индуктивная связь между катушками при согласном включении увеличивает эквивалентную индуктивность цепи.

Расчет цепей синусоидального тока с последовательно соединенными и индуктивно связанными катушками. Встречное включение



Вывод: наличие индуктивной связи между катушками при их встречном включении уменьшает эквивалентную индуктивность цепи.

$$\dot{U} = \dot{I}R_1 + j\omega L_1 \cdot \dot{I} - j\omega M \cdot \dot{I} + \dot{I}R_2 + j\omega L_2 \cdot \dot{I} - j\omega M \cdot \dot{I}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{(R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} = \frac{\dot{U}}{(R_1 + R_2) + j\omega L_{\text{экв}}}$$

где $L_{\text{экв}} = L_1 + L_2 - 2M$

- эквивалентная индуктивность цепи.