

Оптоэлектроника

Лекция 4

**Представление
аналогового сигнала в
дискретной форме**

Краснов В.В., Черёмхин П.А.

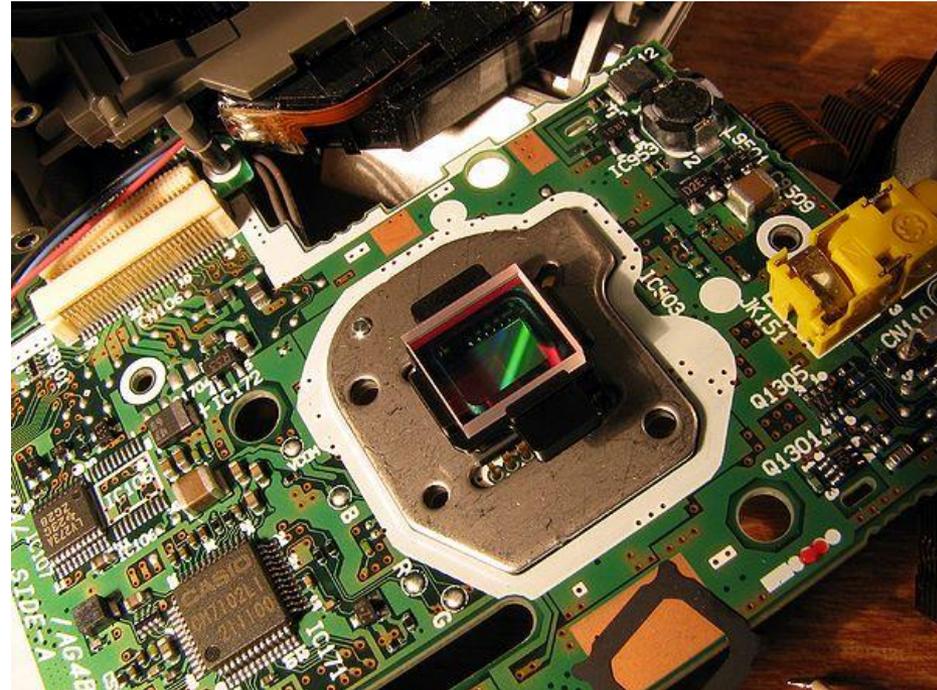
Матричные устройства ввода и регистрации изображений

2.1 Display parameter

Part no.	HED 6010 xxx
Type:	LCOS (reflective), Active Matrix LCD
Drive scheme:	digital (pulse width modulation)
Mode:	ECB mode, nematic
Phase levels:	256 (8-bit) grey levels
Active Area:	15.36 mm x 8.64 mm
Weight:	12 grams
Resolution:	
Nominal:	1920 x 1080 pixels
Total:	1952 x 1088 pixels
Pixel Pitch:	8.0 μm
Fill Factor:	87%
Image Frame Rate:	60 Hz
0th order intensity	60%
Illumination (max.)	$\sim 2 \text{ W} / \text{cm}^2$.
	For high power applications please contact HOLOEYE.
Operating temp.:	+10°C to +70°C
Waveband:	UV irradiation shall be blocked via an absorption filter



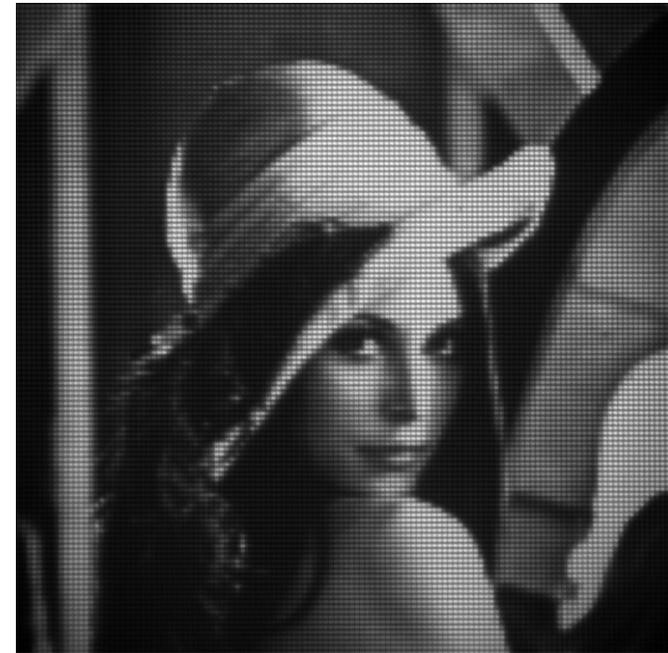
Figure 3: HD phase display



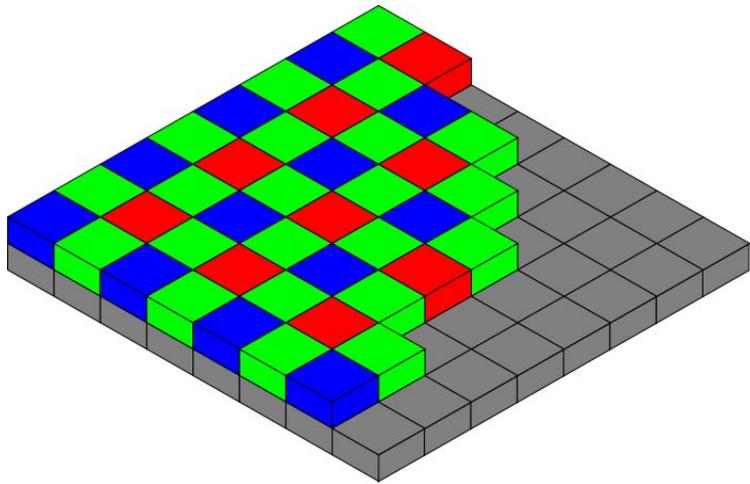
Модуляторы света

Матричные фотосенсоры

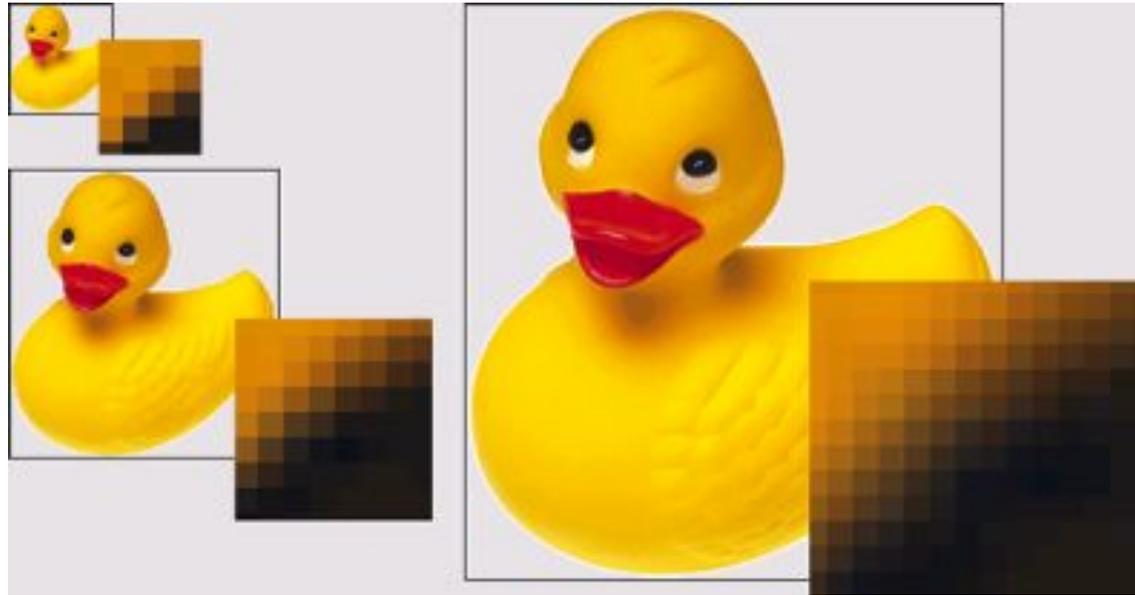
Примеры изображения введенных в систему посредством модулятора света



Регистрация светового распределения посредством матричного фотосенсора

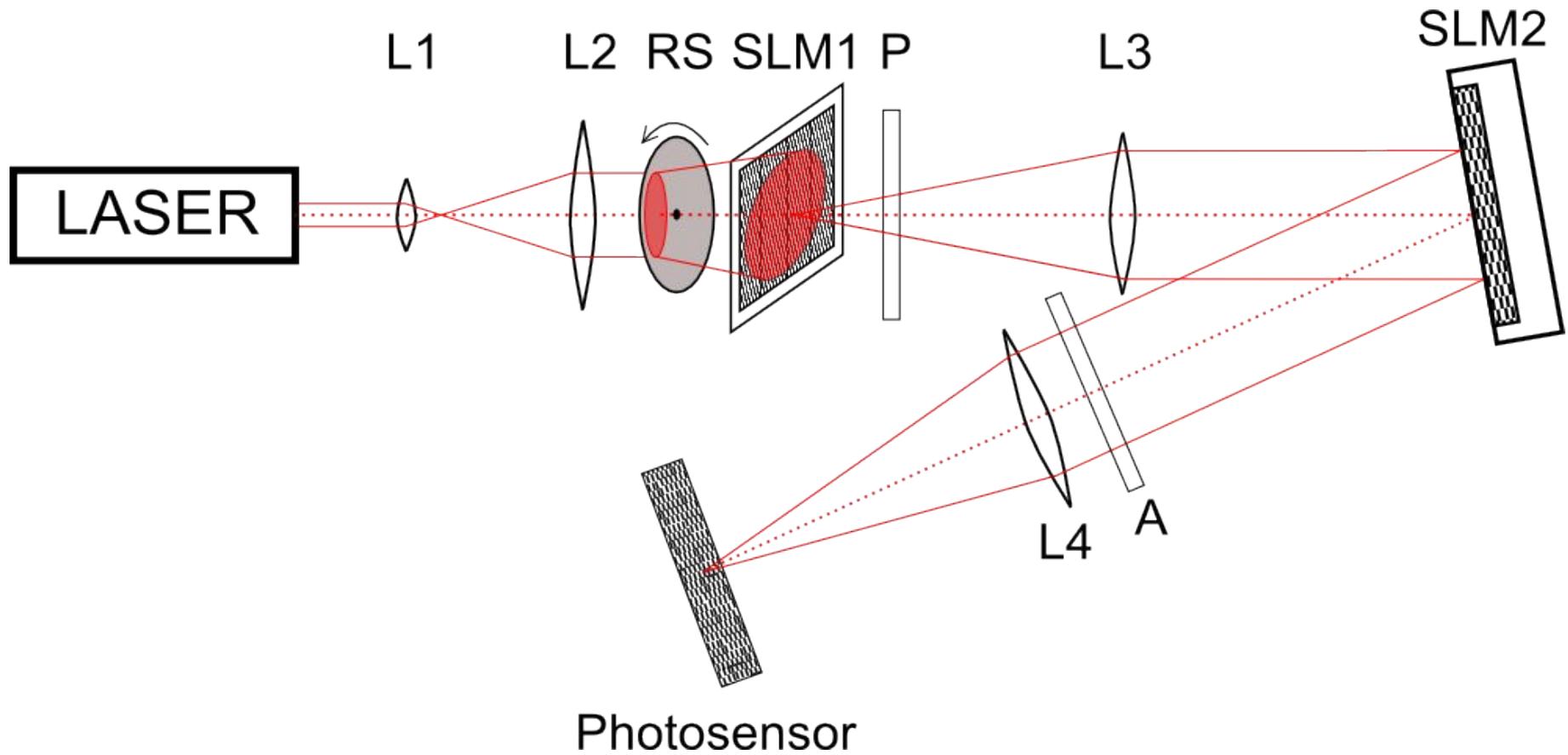


**Матричный фотосенсор с
массивом светофильтров
Байера**

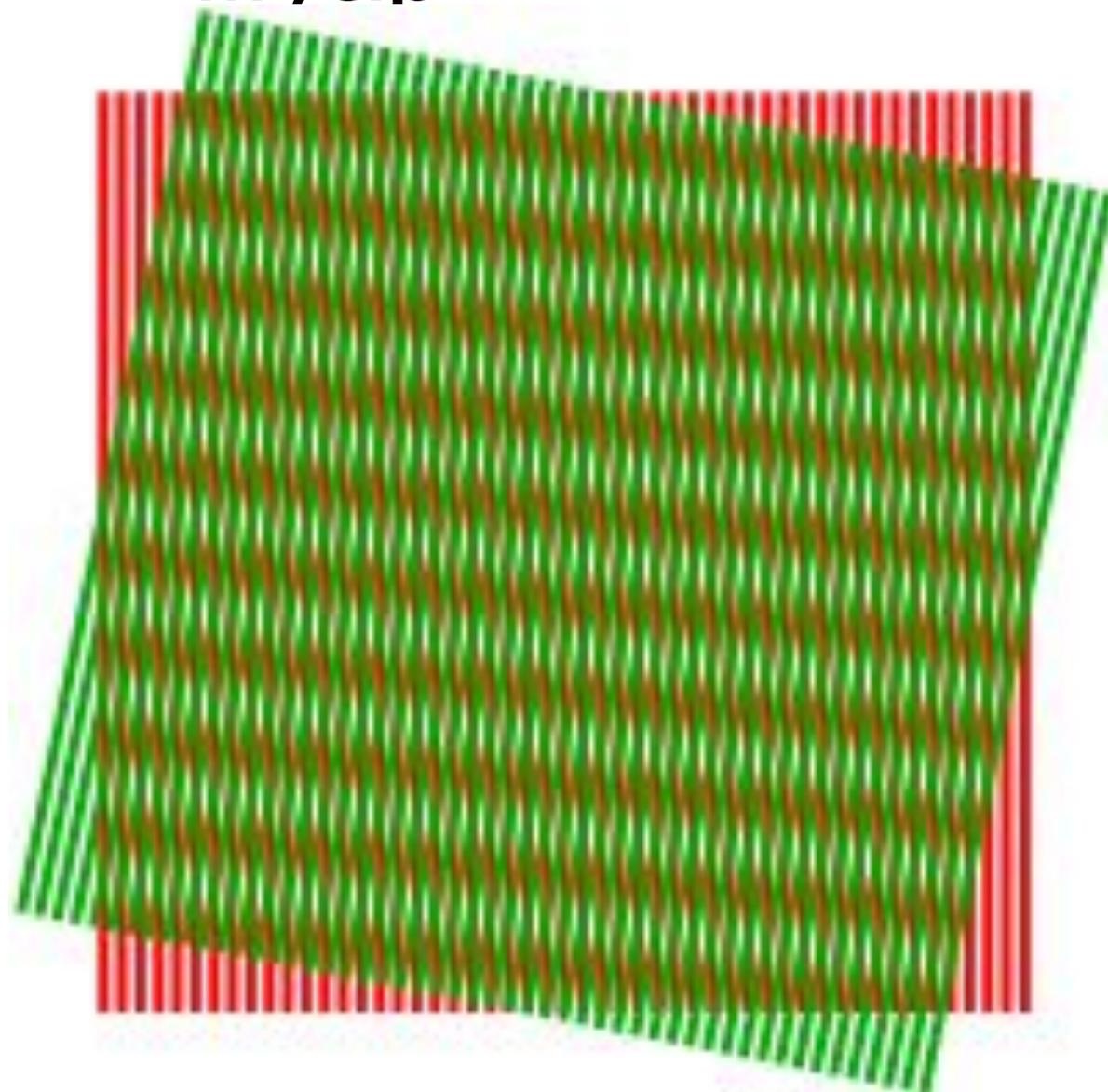


**Изображение, полученное с матричного
фотосенсора**

Пример оптоэлектронной системы, использующей модуляторы света и матричный фотосенсор



Эффект Наложения, алаизинг, муар



Представление непрерывной функции в дискретном виде

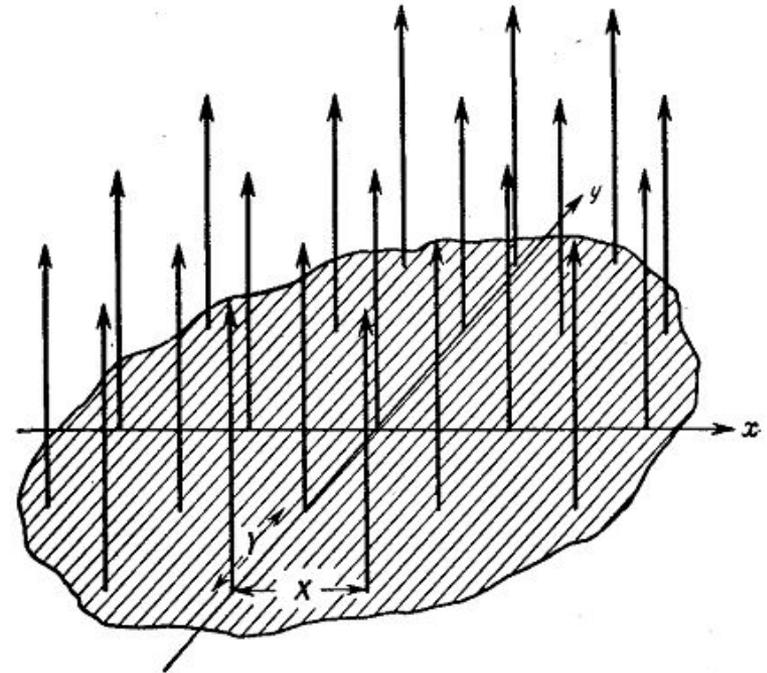
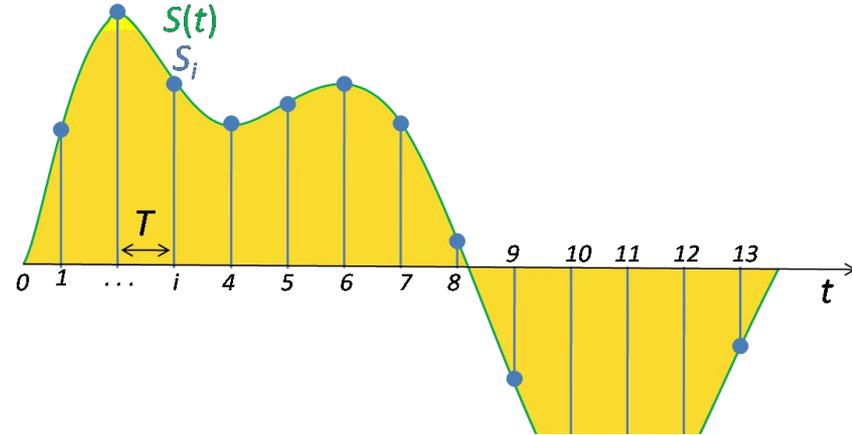
- Имеется непрерывная функция $g(x,y)$.
- Дискретизация описывается функцией выборки вида:

$$\text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \cdot \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right)$$

где
$$\text{comb}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n)$$

- Тогда после дискретизации функция $g(x,y)$ примет вид:

$$g_s(x, y) = \text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \cdot \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right) \cdot g(x, y)$$



Теорема Котельникова (Шеннона-Уиттекера)

- Если спектр функции g ограничен некоторой частотой R , то, в случае если частота выборки больше или равна $2R$, исходная функция g может быть точно восстановлена из дискретной функции g_s .
- Частота R называется частотой Найквиста.

Разложение функции в спектр. Преобразование Фурье

- Преобразование Фурье разлагает функцию в ряд гармонических функций различной частоты:

$$\hat{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i x \xi} dx$$

- Обратное преобразование Фурье собирает разложенную в спектр функцию обратно:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\xi) e^{2\pi i \xi x} d\xi$$



Доказательство теоремы Котельникова

$$g_s(x, y) = \text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \cdot \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right) \cdot g(x, y)$$

Найдем спектр $G_s(f_x, f_y)$ функции $g_s(x, y)$:

$$G_s(f_x, f_y) = F\left\{\text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \cdot \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right) \cdot g(x, y)\right\}$$

Воспользовавшись теоремой свертки, запишем:

$$G_s(f_x, f_y) = F\left\{\text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \cdot \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right)\right\} \otimes G(f_x, f_y)$$

Воспользовавшись теоремой подобия, получаем:

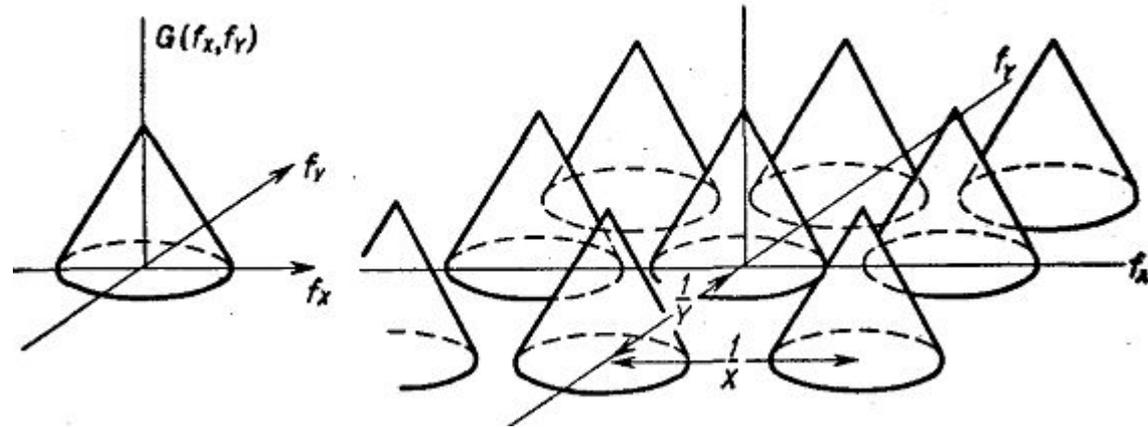
$$\begin{aligned} F\left\{\text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \cdot \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right)\right\} &= X \cdot Y \cdot \text{comb}(X \cdot f_x) \text{comb}(Y \cdot f_y) = \\ &= X \cdot Y \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(X \cdot f_x - n) \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(Y \cdot f_y - m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f_x - \frac{n}{X}, f_y - \frac{m}{Y}\right) \end{aligned}$$

Получаем выражение для спектра:

$$G_s(f_x, f_y) = \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f_x - \frac{n}{X}, f_y - \frac{m}{Y}\right) \right\} \otimes G(f_x, f_y) =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G\left(f_x - \frac{n}{X}, f_y - \frac{m}{Y}\right)$$

- Таким образом, спектр функции g_s можно найти путем построения спектра функции g вокруг каждой точки $(n/X, m/Y)$ частотной плоскости.



- Чтобы получить исходный спектр G из спектра G_s нужно вырезать член с индексами $n=0, m=0$. Если спектры не накладываются, то исходный спектр будет восстановлен без искажений.
- Найдем граничные условия для непересечения спектров. Предположим, что спектр G полностью помещается в прямоугольник со сторонами $2B_x$ и $2B_y$, тогда условиями непересечения спектров будут:

$$X \leq \frac{1}{2B_x} \quad \text{и} \quad Y \leq \frac{1}{2B_y}$$

Для выделения составляющей спектра G с индексами $n=0$, $m=0$ можно использовать оконный фильтр вида:

$$H(f_x, f_y) = \text{rect}\left(\frac{f_x}{2B_x}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{f_y}{2B_y}\right)$$

После применения такого фильтра спектр примет вид:

$$G_s(f_x, f_y) \cdot \text{rect}\left(\frac{f_x}{2B_x}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{f_y}{2B_y}\right) \equiv G(f_x, f_y)$$

Эквивалентное тождество можно записать в пространстве координат:

$$\left[\text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \cdot \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right) \cdot g(x, y) \right] \otimes h(x, y) = g(x, y)$$

где $h(x, y)$ - импульсный отклик фильтра:

$$\begin{aligned} h(x, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{f_x}{2B_x}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{f_y}{2B_y}\right) \cdot \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y = \\ &= 4B_x B_y \cdot \text{sinc}(2B_x x) \cdot \text{sinc}(2B_y y) \end{aligned}$$

Выразив

$$\text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \cdot \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right) \cdot g(x, y) = XY \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} g(nX, mY) \cdot \delta(x - nX, y - mY)$$

можно переписать выражение для g :

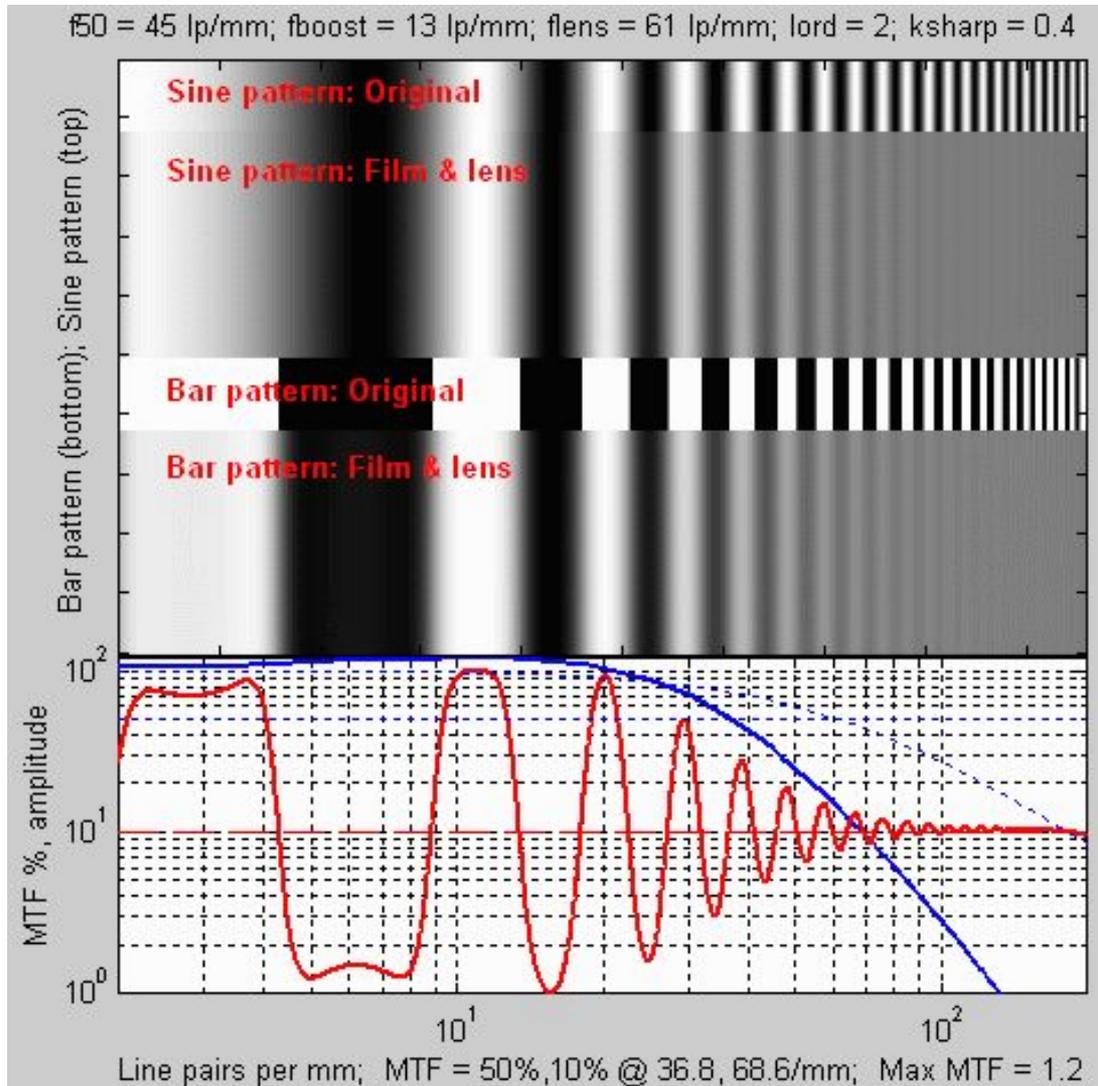
$$g(x, y) = 4B_X B_Y XY \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} g(nX, mY) \sin c[2B_X(x - nX)] \sin c[2B_Y(y - mY)]$$

Для случая максимально допустимых интервалов выборки получится:

$$g(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} g\left(\frac{n}{2B_X}, \frac{m}{2B_Y}\right) \sin c\left[2B_X\left(x - \frac{n}{2B_X}\right)\right] \sin c\left[2B_Y\left(y - \frac{m}{2B_Y}\right)\right]$$

Это выражение называют теоремой выборки Шеннона-Уиттекера.

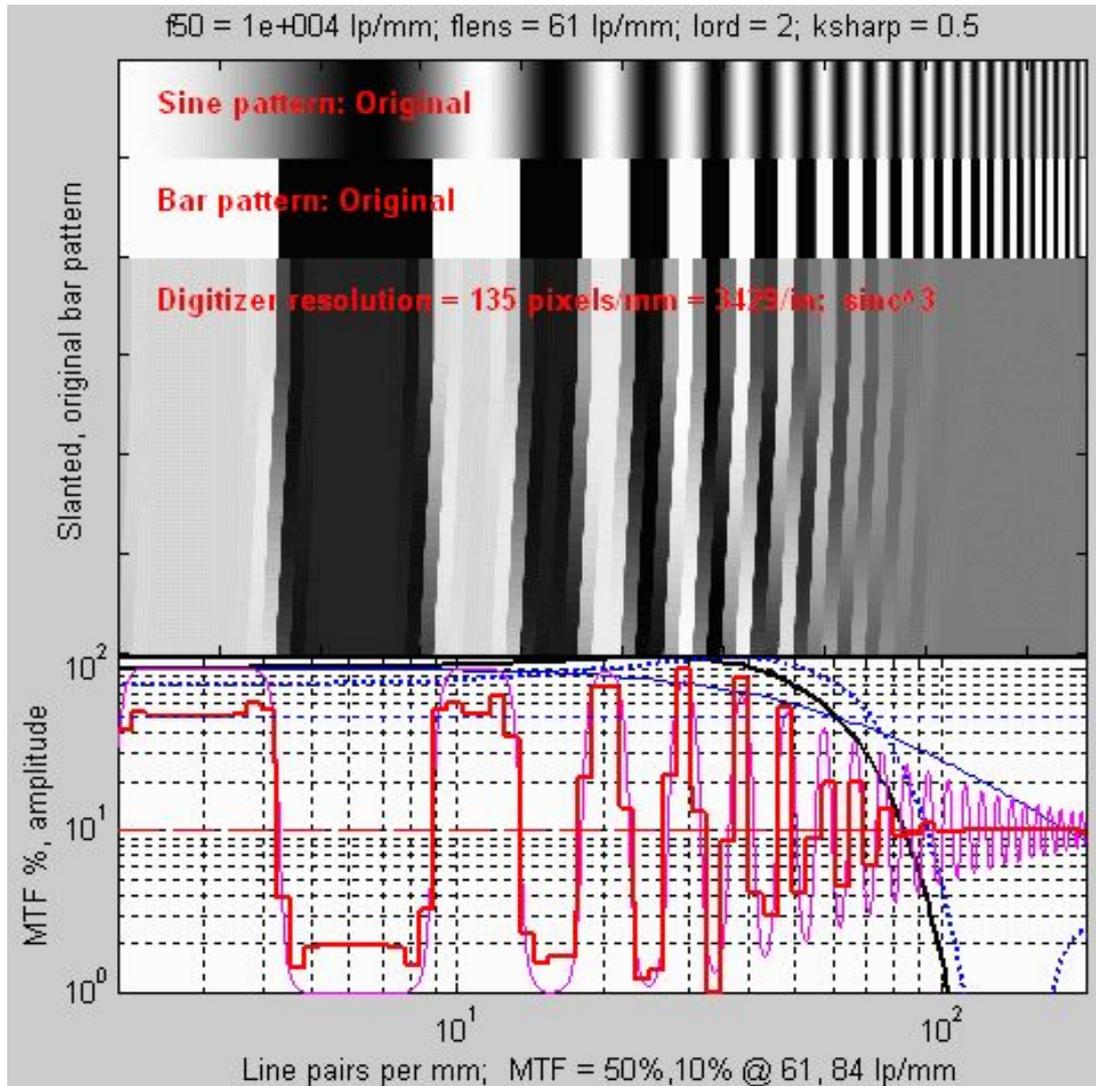
Модуляционная передаточная функция оптической системы



Синусоидальная и бинарная решетки переменного периода до и после регистрации с объективом Canon 28-70mm f/2.8L

Профиль изображения решетки (красный) и модуляционная передаточная функция (МПФ) объектива (синий)*

Модуляционная передаточная функция оптической системы



Бинарная решетка
переменного периода
до и после регистрации
камерой
Canon EOS 10D

Профиль изображения
решетки (красный),
МПФ камеры (черный),
МПФ фотосенсора
(синий, точками), МПФ
объектива (синий,
сплошной)*

Спасибо за внимание!