

# **Взаимодействие ускоренных электронов с веществом: торможение электронов в результате неупругих электрон-электронных взаимодействий и генерации тормозного излучения**

- 1. Понятие ионизации; сечения ионизации.**
- 2. Дифференциальные сечения передачи энергии при неупругих столкновениях, приводящих к возбуждению и ионизации атомов.**
- 3. Потери энергии на ионизацию и возбуждение (а) классическая теория – формула Бора; б) с учетом квантовых эффектов - формула Бёте-Блоха).**
- 4. Потери энергии на тормозное излучение (радиационные потери энергии).**
- 5. Полные потери энергии.**

# 1. Ионизация: определение

- На каждом из энергетических уровней электрон имеет строго определенную энергию.

Таким образом, электронам, находящимся в связанном состоянии с атомом, соответствует дискретный энергетический спектр.

- Если энергия, полученная атомом от заряженной частицы, достаточна для перехода одного из атомных электронов в состояние с непрерывным энергетическим спектром, то такой процесс взаимодействия называется ионизацией атома.

- Энергия, которая передается при ионизации атома одному из атомных электронов, должна быть не меньше энергии связи этого электрона в атоме.

# 1. Понятие ионизации атомов

**Ионизационные потери энергии заряженных частиц** – потери энергии на ионизацию ( $Q \geq I$ ) и возбуждение ( $Q < I$ ) атомов вещества.

Здесь  $Q$  – величина передаваемой энергии атомному электрону от налетающей частицы.

$I$  – энергия ионизации, или потенциал ионизации.

Величина  $I$  равна работе, которую надо затратить, чтобы удалить электрон из атома.

Величина потенциала ионизации зависит от того, на каком энергетическом уровне находится электрон в атоме.

# 1. Ионизация. Сечение ионизации атомов заряженными частицами

Будем рассматривать сечение ионизации атома заряженной частицей в квазиклассическом приближении, т.е.:

а) движение налетающей частицы описывается классическим образом, т.е. используя понятие траектории;

б) для атомных электронов используется понятия квантовой механики, т.е. атом «берет» у налетающей частицы энергию дискретно в количестве, достаточном для разрешенного перехода электрона на один из вышележащих энергетических уровней в атоме или удаления его из атома.

# 1. Ионизация. Сечение ионизации атомов заряженными частицами

- Пусть  $I$  – энергия ионизации (эВ).
- Будем пренебрегать энергией связи электрона с атомом, т.е. будем считать его свободным.  
Такое приближение вполне допустимо, если кинетическая энергия налетающей частицы  $T \gg I$ .

# 1. Ионизация. Сечение ионизации атомов заряженными частицами

- Если  $T_1 \gg I$ , то электрон атома можно считать свободным, а процесс взаимодействия упругим, тогда для сечения передачи энергии электрону можно воспользоваться формулой Резерфорда:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial Q} = \frac{\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{T} \frac{m_1}{m_e} \frac{1}{Q^2} = \frac{b_e}{T} \frac{1}{Q^2} \quad (1)$$

$T$  – кинетическая энергия налетающей частицы в ЛСК,  
 $Q$  – переданная энергия.

# 1. Ионизация. Сечение ионизации атомов заряженными частицами

Если пренебречь взаимодействием между электронами в атоме, то полное микроскопическое сечение ионизации:

$$\sigma_{ion} = \sum_{i=1}^{Z_2} \int_{I_i}^{Q_{max}} \frac{\partial \sigma}{\partial Q} dQ \quad (2)$$

Подставим (1) в (2), получим:

$$\sigma_{ion} = \frac{b_e}{T} \sum_{i=1}^{Z_2} \left( \frac{1}{I_i} - \frac{1}{Q_{max}} \right) = \frac{b_e}{T} \left[ \sum_{i=1}^{Z_2} \frac{1}{I_i} - \frac{Z_2}{Q_{max}} \right] \quad (3)$$

# 1. Ионизация. Сечение ионизации атомов заряженными частицами

- Эффективная (средняя) энергия ионизации атома:

$$I^* = \frac{Z_2}{\sum_{i=1}^{Z_2} \frac{1}{I_i}} \quad (4)$$

- Полное сечение ионизации при взаимодействии любой заряженной частицы с атомами вещества:

$$\sigma_{ion} = \frac{\pi Z_1^2 Z_2 e^4}{T} \frac{m_1}{m_e} \left[ \frac{1}{I^*} - \frac{1}{Q_{max}} \right] \quad (5)$$

# 1. Ионизация. Сечение ионизации атомов заряженными частицами

- Если ионизирующая частица – электрон, то:

$$\sigma_{ion} \approx \frac{\pi Z_2 e^4}{I^{*2}} \varphi(x) \quad (6)$$

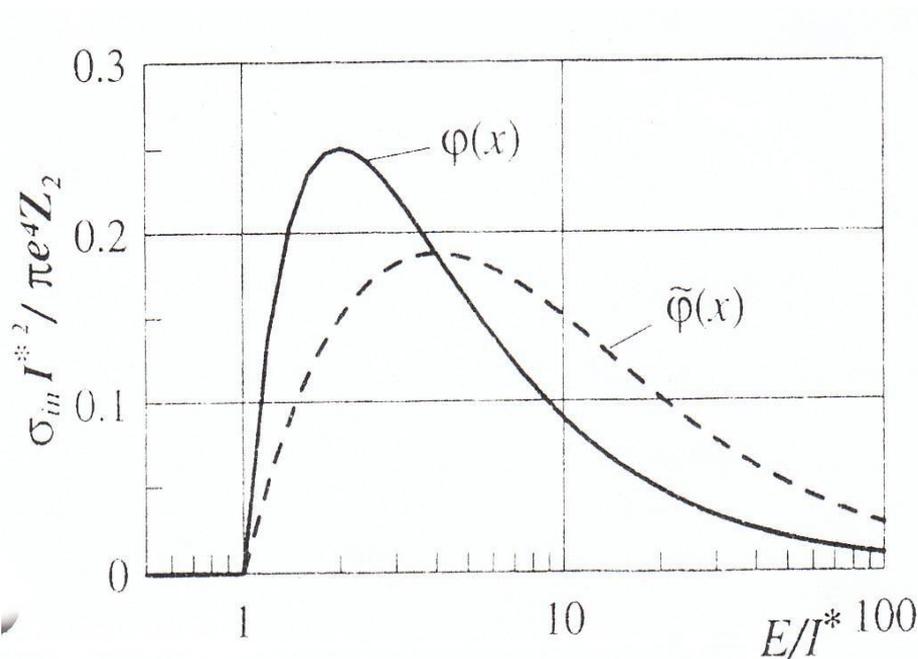
где

$$\varphi(x) = \frac{1}{x} \left( 1 - \frac{1}{x} \right); \quad x = \frac{E}{I^*}$$

Формула (6) – **формула Томсона.**

$E$  – кинетическая энергия налетающей частицы.

# 1. Ионизация. Сечение ионизации атомов заряженными частицами



- Зависимость сечения ионизации от энергии налетающего электрона:

$$- \quad \varphi(x) = \frac{1}{x} \left( 1 - \frac{1}{x} \right);$$

$$- \quad \tilde{\varphi}(x) = \frac{3(x-1)}{x(x+8)}$$

- $\sigma_{\text{ion}}$  имеет максимум при  $x = (E/I^*) \approx 4..5$

# 1. Ионизация. Сечение ионизации атомов заряженными частицами

Пусть  $\bar{u}$  — средняя скорость движения атомных электронов,  $v$  — скорость налетающей частицы.

В модели атома Томаса-Ферми  $\bar{u} = v_B Z^{2/3}$ , где  $v_B \approx 2,19 \cdot 10^8$  см/с (скорость электрона на первой боровской орбите в атоме водорода)

Если  $v \ll \bar{u}$ , то имеет место адиабатически медленное сближение налетающей частицы и атома, и передаваемая от частицы энергия воспринимается всем атомом. Вероятность того, что один из атомных электронов получит энергию  $Q > I$ , очень мала, следовательно, мало и сечение ионизации.

# 1. Ионизация. Сечение ионизации атомов заряженными частицами

- Если  $v \ll \bar{v}$ , то велико время взаимодействия налетающей частицы и атомного электрона, а значит и эффективность передачи энергии от налетающей частицы атомному электрону велика.
- Если  $v \gg \bar{v}$ , то сокращается время взаимодействия и соответственно, уменьшается эффективность передачи энергии.

## 2. Дифференциальные сечения передачи энергии при неупругих столкновениях

- Если  $E \gg I$ , то электрон атома можно считать свободным, а процесс взаимодействия упругим, тогда для сечения передачи энергии электрону можно воспользоваться формулой Резерфорда:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial Q} = \frac{\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{E} \frac{m_1}{m_e} \frac{1}{Q^2} = \frac{b_e}{E} \frac{1}{Q^2} \quad (7)$$

$E$  – кинетическая энергия налетающей частицы в ЛСК,  
 $Q$  – переданная энергия.

## 2. Дифференциальные сечения передачи энергии при неупругих столкновениях

- Дифференциальное по переданной энергии  $Q$  сечение неупругого рассеяния электрона на электроне, рассчитанное **Мёллером** (с учетом квантовых эффектов):

$$\frac{\partial \sigma}{\partial Q} = \frac{2\pi r_0^2 m_e c^2}{\beta Q^2} \left[ 1 - \frac{Q}{E-Q} \frac{(2E + m_e c^2) m_e c^2}{(E + m_e c^2)^2} + \frac{Q^2}{(E-Q)^2} + \frac{Q^2}{(E + m_e c^2)^2} \right] \left( \frac{\text{см}^2}{\text{МэВ}} \right)$$

где  $Q$  – энергия, переданная электрону отдачи (МэВ),  
 $E$  – кинетическая энергия первичного электрона (МэВ),  
 $\beta = v/c$  – для первичного электрона,

$r_0 = 2,28 \cdot 10^{-13}$  см – классический радиус электрона,  $m_e$  – масса покоя электрона.

Это сечение получено для случая, когда энергия налетающего электрона велика по сравнению с энергией связи, и атомный электрон можно считать свободным.

## 2. Торможение ускоренных электронов в веществе в результате электрон-электронных взаимодействий; сечения ионизационных потерь энергии

- **Дифференциальное сечение** неупругого торможения на атоме:

**выражение (8) нужно умножить на  $Z$** , где  $Z$  – атомный номер вещества мишени.

- Из (8) следует, что 
$$\frac{\partial \sigma}{\partial Q} \sim \frac{1}{Q^2}, \quad (9)$$

**т.е. наиболее вероятны неупругие столкновения с небольшой переданной энергией.**

### 3. Потери энергии на ионизацию и возбуждение – классическая теория для тяжёлых заряженных частиц

Допущения при получении **формулы Бора** для расчета тормозной способности вещества при прохождении тяжелых заряженных частиц:

- энергия налетающей частицы много больше энергии ионизации, поэтому атомные электроны считаются свободными и неподвижными;
- потери энергии частицы в веществе являются суммой потерь от независимых взаимодействий с отдельными электронами, которые распределены в веществе равномерно;
- отклонением частицы при столкновении с атомным электроном будем пренебрегать из-за большой разницы их масс.

### 3. Потери энергии на ионизацию и возбуждение – классическая теория для тяжёлых заряженных частиц

Формула Бора для линейной тормозной способности:

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{ion} = \frac{2\pi Z_1^2 Z_2 e^4}{T_1} \frac{m_1}{m_e} n_0 \ln \frac{2m_e v^2}{I^{**}} \quad (10)$$

Здесь  $I^{**}$  - средняя энергия возбуждения атомов среды,  $n_0$  – ядерная плотность среды,  $T$  – кинетическая энергия налетающей частицы.

Формула Бора применима для расчёта потерь энергии тяжёлых многозарядных ионов и осколков деления. При этом энергия налетающих частиц много больше энергии ионизации атома.

### 3. Потери энергии на ионизацию и возбуждение – классическая теория для тяжёлых заряженных частиц

С учётом того, что  $n_0 = N_A \rho / A$

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{ion} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} \frac{Z_2}{A_2} N_A \rho \ln \frac{2m_e v^2}{I^{**}} \quad (11)$$

Здесь  $v$  – скорость налетающей частицы,  $m_e$  – масса электрона.

# 1. Классическая теория потерь энергии тяжелых заряженных частиц

- Если линейную тормозную способность (11) разделить на плотность вещества, то получим массовую тормозную способность в виде:

$$\frac{1}{\rho} \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{ion} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} \frac{Z_2}{A_2} N_A \ln \frac{2m_e v^2}{I^{**}} \left( \frac{МэВ \cdot см^2}{г} \right) \quad (12)$$

**Т.е. потери энергии частицы в различных веществах при прохождении одного и того же слоя, выраженного в г/см<sup>2</sup>, будут примерно одинаковые**

## **II. Потери энергии заряженных частиц на ионизацию**

### **2.1. Классическая теория потерь энергии тяжелых заряженных частиц**

**Анализ формул (11) и (12) показывает, что ионизационные потери пропорциональны квадрату заряда частицы и обратно пропорциональны ее скорости, так как уменьшается время взаимодействия частицы с атомным электроном.**

**Поэтому с возрастанием энергии частицы уменьшается число дельта-электронов, рождающихся на единице пути.**

### 3. Потери энергии на ионизацию и возбуждение с учетом квантовых эффектов

- Квантовомеханические расчеты ионизационных потерь энергии заряженными частицами впервые выполнил Бёте, основываясь на борновском приближении.
- Применение борновского приближения корректно для случаев, когда

$$T_1 \gg \frac{m_1}{m_e} E_{bond}$$

где  $E_{bond}$  – энергия связи электрона в атоме (пороговая энергия для ионизации атома).

- Вычисления Бёте выполнены для случая, когда :

$$v_1 \gg \bar{u} \approx Z_2^{2/3} \cdot V_B$$

### 3. Потери энергии на ионизацию и возбуждение с учетом квантовых эффектов

- Формула Бёте-Блоха для массовой тормозной способности тяжелых заряженных частиц:

$$\frac{1}{\rho} \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{ion} = \frac{4\pi N_A r_e^2 Z_1^2}{\beta^2} \cdot \frac{Z_2}{A} m_e c^2 \left[ \ln \left( \frac{2m_e c^2}{I^{**}} \cdot \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \right) - \beta^2 - \frac{C}{Z_2} - \delta \right]$$

Здесь:  $\beta = v/c$ ,  $I^{**}$  - средняя энергия возбуждения атомов;  
 $\frac{C}{Z_2}$  - поправка на эффект связи оболочки;  
 $\delta$  - поправка на эффект плотности (эффект поляризации)

Приближённая формула для  $I^{**}$ :  $I^{**}(Z) \approx 10 \cdot Z$  (эВ)

### 3. Потери энергии на ионизацию и возбуждение с учетом квантовых эффектов

- $\frac{C}{Z_2}$  - поправка на эффект оболочки. Она снимает условие, которое требует, чтобы:

$$T_1 \gg \frac{m_1}{m_e} E_{bond} .$$

Величина всей поправки равна сумме поправок для всех оболочек, но для К-оболочки она самая большая.

Величина этой поправки уменьшается с увеличением энергии налетающей частицы.

### 3. Потери энергии на ионизацию и возбуждение с учетом квантовых эффектов

- **Эффект плотности**

Под действием электрического поля пролетающей частицы происходит смещение электронных оболочек атомов относительно ядер, и они приобретают дипольный момент, создающий собственное электрическое поле.

Электрическое поле образовавшихся диполей направлено против поля налетающей частицы, что приводит к более быстрому уменьшению ее электрического поля на больших расстояниях и уменьшает потери энергии с далекими атомами.

Чем больше скорость частицы, тем больше поправка к потерям энергии за счет эффекта поляризации (или эффекта плотности) среды.

### 3. Потери энергии на ионизацию и возбуждение с учетом квантовых эффектов

- Формула Бёте-Блоха для электронов и позитронов:

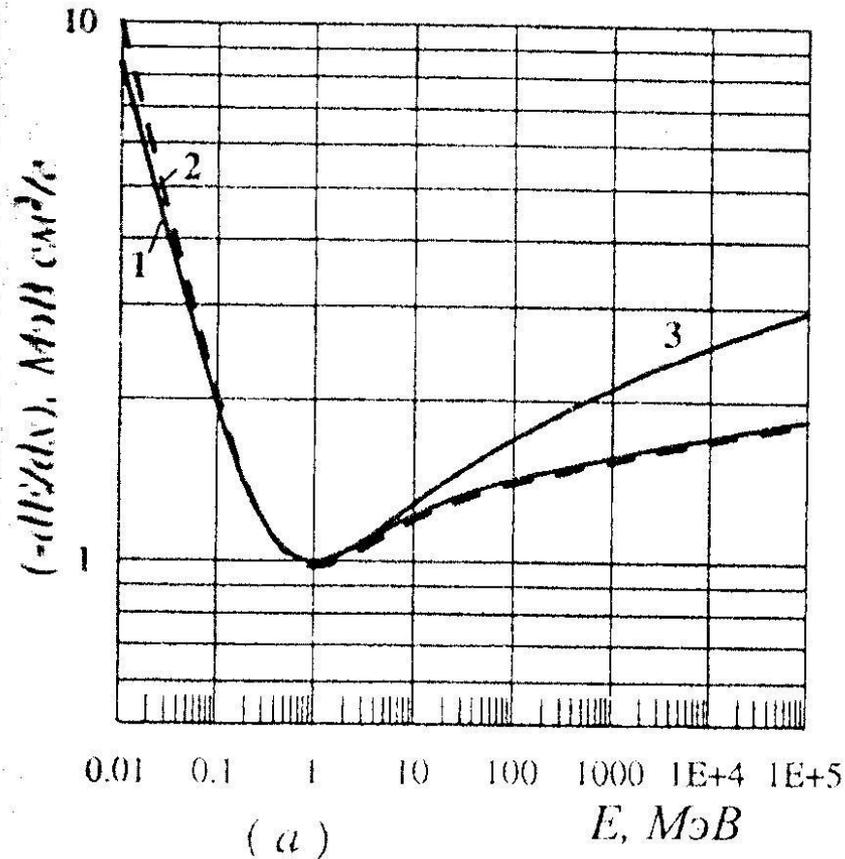
$$\frac{1}{\rho} \left( -\frac{dE}{dx} \right) = \frac{2\pi r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} N_A \frac{Z_2}{A_2} \left[ \ln \left( \frac{\varepsilon^2 (\varepsilon + 2)}{2(I^* / m_e c^2)^2} \right) + F^\pm(\varepsilon) - \delta \right] \quad (14)$$

Здесь  $\varepsilon = E / m_e c^2$ ,  $\beta = v / c$ ,  $\delta$  – поправка на эффект плотности

$F^-(\varepsilon) = (1 - \beta^2) \left[ 1 + \varepsilon^2 / 8 - (2\varepsilon + 1) \ln 2 \right]$  - функция для электронов;

$F^+(\varepsilon) = 2 \ln 2 - \frac{\beta^2}{12} \left[ 23 + \frac{14}{\varepsilon + 2} + \frac{10}{(\varepsilon + 2)^2} + \frac{4}{(\varepsilon + 2)^3} \right]$  - функция для позитронов.

### 3. Потери энергии на ионизацию и возбуждение с учетом квантовых эффектов



- Тормозные способности свинца для электронов (сплошная линия) и позитронов (пунктир).  
Кривая 3 – без учета поправки на эффект плотности.

### 3. Потери энергии на ионизацию и возбуждение с учетом квантовых эффектов

- Закон Брегга:

Для вещества, представляющего собой химическое соединение  $A_m B_n$  из атомов А и В, его тормозная способность складывается с соответствующими весами из тормозных способностей составляющих его химических элементов:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{A_m B_n} = m \left(-\frac{dE}{dx}\right)_A + n \left(-\frac{dE}{dx}\right)_B \quad (15)$$

## 4. Радиационные потери энергии заряженных частиц в веществе

- **Тормозное излучение** - электромагнитное излучение, которое сопровождает столкновения заряженных частиц с атомами вещества (ядрами, электронами). Это - результат ускоренного движения заряженной частицы в поле атомного ядра.
- Пусть  $I$  - интенсивность излученной электромагнитной энергии.

Согласно классической электродинамике,  $I \sim a^2$  ,

или 
$$I \sim \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{m^2} . \quad (16)$$

- Потери энергии на тормозное излучение следует учитывать лишь у легких заряженных частиц

## 4. Радиационные потери энергии заряженных частиц в веществе

- В результате торможения с испусканием фотона электрон с начальной кинетической энергией  $E_0$  теряет энергию  $E'$ , равную энергии испущенного фотона  $\hbar\omega$ , и приобретает энергию  $E = E_0 - E'$ .
- Так как ядро может принять любой импульс, то электрон в конечном состоянии может иметь любую энергию от 0 до  $E_0$ .

Испущенный фотон тоже может иметь любую энергию от 0 до  $E_0$ . Поэтому спектр тормозного излучения непрерывен и имеет максимальную энергию, равную  $E_0$ .

- Энергетический спектр электронов после испускания фотонов тоже непрерывен.

## 4.2. Дифференциальные сечения тормозного излучения при прохождении электронов через вещество

- Сечения Бете и Гайтлера:

$$\frac{d\sigma(E_0, E')}{dE'} = \frac{4r_e^2 Z_2^2}{137} \frac{dE'}{E'} F(E_0, E'), \quad \text{см}^2/\text{МэВ} \quad (17)$$

в случае полного экранирования:

$$F(E_0, E') = \left[ 1 + (1 - \nu)^2 - \frac{2}{3}(1 - \nu) \right] \ln(183Z_2^{-1/3}) + \frac{1}{9}(1 - \nu)$$

- в случае отсутствия экранирования:

$$F(E_0, E') = \left[ 1 + (1 - \nu)^2 - \frac{2}{3}(1 - \nu) \right] \left[ \ln\left(\frac{2(E_0 + m_e c^2)}{m_e c^2} \cdot \frac{1 - \nu}{\nu}\right) - \frac{1}{2} \right]$$

$$\nu = \frac{E'}{E_0 + m_e c^2}$$

## 4.2. Дифференциальные сечения тормозного излучения при прохождении электронов через вещество

Как следует из (17), вероятность излучения фотона с энергией  $E'$  пропорциональна  $\frac{1}{E'}$ , в то время как при неупругих столкновениях с атомными электронами переданная электронам энергия  $Q$  пропорциональна  $\frac{1}{Q^2}$ .

Поэтому вероятность появления фотона с большой энергией больше, чем образование с такой же энергией дельта-электрона.

## 4.2. Дифференциальные сечения тормозного излучения при прохождении электронов через вещество

Из (17) следует, что в отличие от ионизационных столкновений, сечение которых пропорционально  $Z_2$ , сечение тормозного излучения пропорционально  $Z_2^2$ , т.е. потери энергии на тормозное излучение возрастают с ростом атомного номера вещества гораздо быстрее, чем ионизационные потери.

Тормозное излучение происходит также в поле атомных электронов, и этот процесс учитывают обычно заменой  $Z_2^2$  формуле (17) на

- $Z_2(Z_2 + 1)$

## 4.2. Дифференциальные сечения тормозного излучения при прохождении электронов через вещество

- Сечения Бете и Гайтлера получены в борновском приближении и справедливы, если:

$$\frac{2\pi Z_2}{137\beta_0} \ll 1; \quad \frac{2\pi Z_2}{137\beta} \ll 1;$$

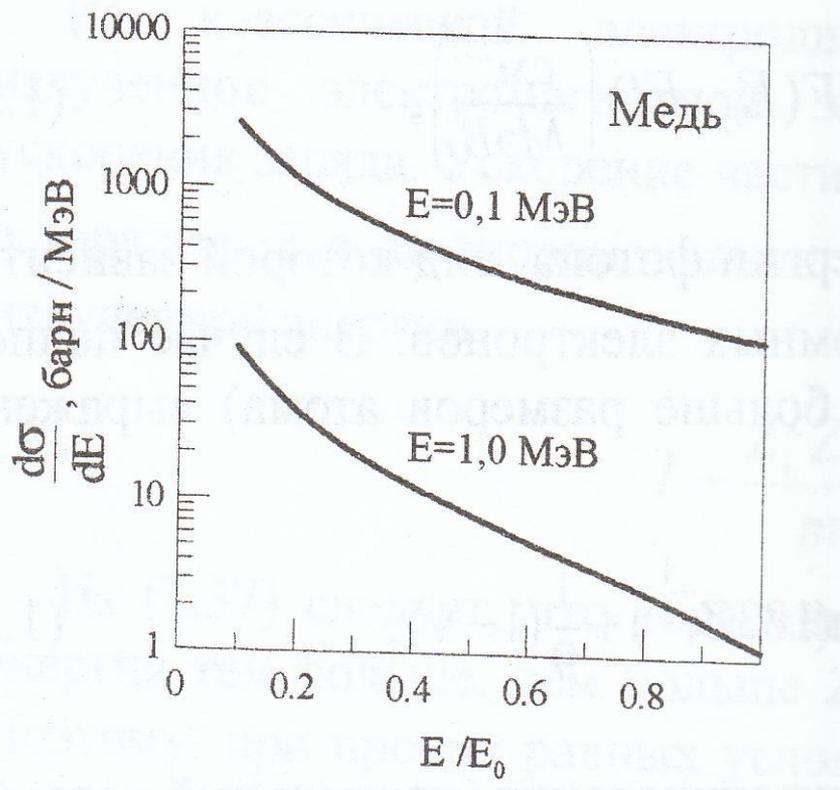
где  $\beta_0 = \frac{v_0}{c}$ ;  $\beta = \frac{v}{c}$  -  $v_0, v$  – скорость электрона до и после испускания фотона.

Т.е. скорость электрона до и после излучения фотона должна быть достаточно велика.

- Для энергий электронов менее 2 МэВ сечения Бёте-Гайтлера расходятся с экспериментальными данными

## 4.2. Дифференциальные сечения тормозного излучения при прохождении электронов через вещество

### Спектр фотонов ТИ для низких энергий электронов



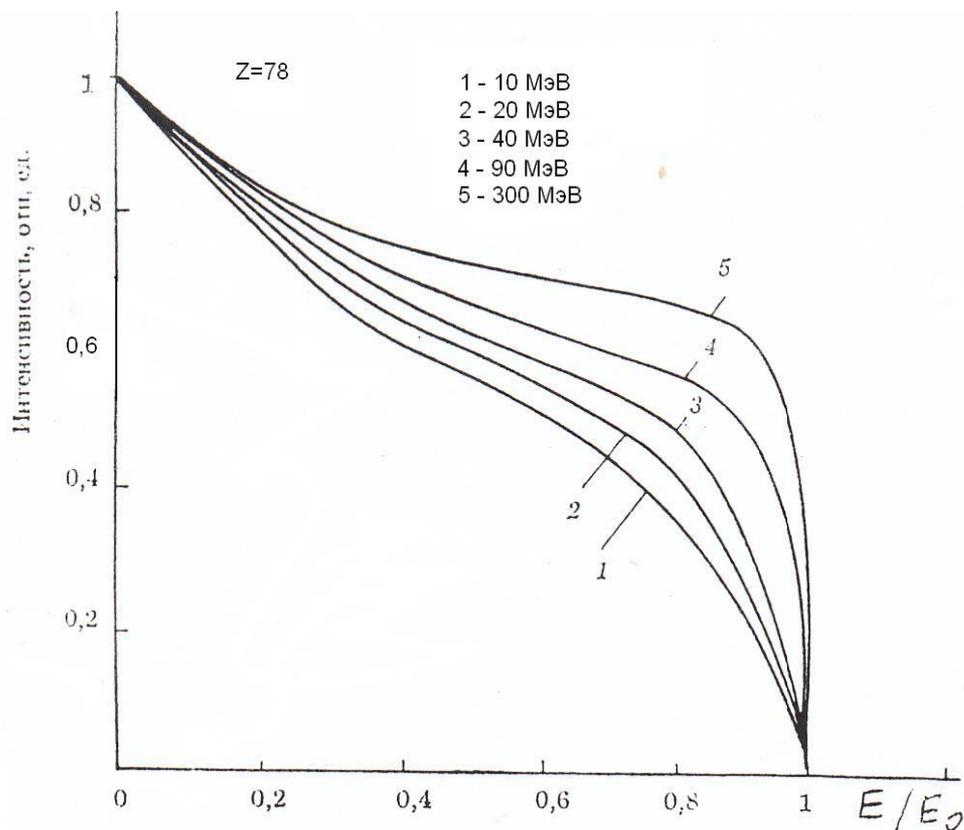
Для  $E_0 < 2$  МэВ сечения Бете – Гайтлера расходятся с экспериментальными данными.

Здесь «работают» сечения Пратта. Они являются результатом точного решения волнового уравнения Дирака для электрона в кулоновском поле ядра с учетом экранирования и представлены в виде таблиц.

Расчеты Пратта дают ненулевое значение дифференциального сечения при максимальной энергии испущенного фотона  $E = E_0$

## 4.2. Дифференциальные сечения тормозного излучения при прохождении электронов через вещество

### Сечение Шиффа



Сечения Бете-Гайтлера равны нулю при  $E' = E_0$

Формула Шиффа дает конечное значение для сечения излучения фотона с максимальной энергией  $E_0$

## 4.3. Угловое распределение тормозных фотонов

- Угловое распределение тормозного излучения является анизотропным. Оно вытянуто в направлении движения первичного электрона и тем сильнее, чем больше его энергия.
- Для электронов релятивистских энергий основная часть фотонов тормозного излучения испускается в направлении первичного электрона в пределах конуса с углом раствора:

$$\theta \sim \frac{m_e c^2}{E_0 + m_e c^2} \quad (\text{радиан}). \quad (18)$$

## 4.4. Свойства тормозного излучения

- Тормозное излучение обладает непрерывным энергетическим спектром, который простирается от нуля до энергий фотонов, равных кинетической энергии частицы.

- $$\frac{d\sigma(E_0, E')}{dE'} \sim \frac{1}{E'} \quad (19)$$

- Сечение тормозного излучения пропорционально квадрату заряда ядер атомов вещества мишени.

- В общем случае

$$\frac{d\sigma(E_0, E')}{dE'} \sim \frac{1}{m^2} \quad (20)$$

$m$  – масса ускоренной частицы

## 4.5. Потери энергии на тормозное излучение

По аналогии с ионизационными потерями энергии можно ввести радиационные потери энергии на единице длины пути:

$$\left( -\frac{dE}{dX} \right)_{\text{рад.}} = n_0 \int_0^{E_0} E' \frac{\partial \sigma(E_0, E)}{\partial E'} dE' \quad (21)$$

или

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right) = n_0 \int_0^{\varpi_{\max}} \varpi \frac{\partial \sigma(E_0, \varpi)}{\partial \varpi} d\varpi \quad (22)$$

## 4.5. Потери энергии на тормозное излучение

Расчеты радиационной тормозной способности, выполненные в борновском приближении без учета экранирования:

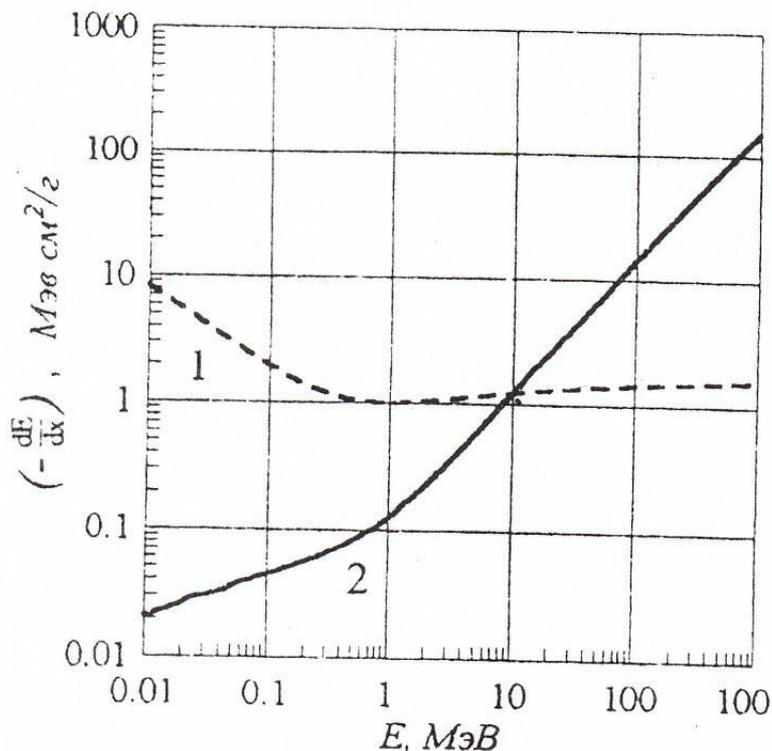
- для электронов нерелятивистских энергий:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад.}} = \frac{16}{3} \cdot 3,44 \cdot 10^{-4} \frac{Z^2}{A} E_0 \left(\frac{\text{МэВ} \cdot \text{см}^2}{\text{г}}\right) \quad (23)$$

- в крайне релятивистском случае:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад.}} = 3,44 \cdot 10^{-4} \frac{Z^2}{A} E_0 \left(4 \ln \frac{E_0}{0,255} - \frac{4}{3}\right) \left(\frac{\text{МэВ} \cdot \text{см}^2}{\text{г}}\right) \quad (24)$$

## 4.5. Потери энергии на тормозное излучение



Потери энергии электронами на единице пути в свинце:

- 1 – ионизационные потери;
- 2 - радиационные потери

- В отличие от ионизационных потерь потери на тормозное излучение все время возрастают с увеличением энергии электрона.
- В области энергий порядка  $m_0c^2$  скорость изменения радиационных потерь возрастает, а для энергий  $> 1$  МэВ они практически линейно увеличиваются с ростом кинетической энергии налетающего электрона.

## 4.5. Потери энергии на тормозное излучение

- Величину критической энергии для каждого вещества можно определить по следующей эмпирической формуле:

$$E_{\text{крит.}} \approx \frac{800}{Z + 1,2} \quad (25)$$

Т.о., чем больше атомный номер у вещества, тем при меньших энергиях радиационные потери энергии ускоренных электронов начинают преобладать над ионизационными.

Например, для свинца  $E_{\text{крит}} \approx 10$  МэВ, для железа  $E_{\text{крит}} \approx 30$  МэВ, для алюминия  $E_{\text{крит}} \approx 60$  МэВ.

## 4.5. Потери энергии на тормозное излучение

Для электронов с  $E_0 \gg E_{кр}$  потери энергии на излучение пропорциональны их энергии:

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{rad} \approx \frac{E_0}{R} \quad (26)$$

где  $R$  – имеет размерность длины и называется радиационной единицей длины.

Величина  $R$  зависит от атомного номера вещества мишени.

## 4.5. Потери энергии на тормозное излучение

**Радиационная длина  $R$**  – расстояние, на котором ускоренная частица уменьшает свою энергию в  $e$  раз (вследствие радиационных потерь).

$R$  зависит от атомного номера вещества мишени и определяется выражением:

$$R = \left\{ \frac{4}{137} N_A r_e^2 \frac{Z(Z+1)}{A} [\ln(183Z^{-1/3}) - f(Z)] \right\}^{-1} \left( \frac{cm^2}{e} \right) \quad (27)$$

где

$$f(Z) = (Z\alpha)^2 \sum_{n=1}^{\infty} [n(n^2 + (\alpha Z)^2)]^{-1}, \quad \alpha = \frac{E_0 + mc^2 - E}{E_0 + mc^2}.$$

Здесь  $N_A$  – число Авогадро,  $A$  – атомный вес вещества.

После прохождения некоторого слоя толщиной  $x$  электрон имеет в точке  $x$  энергию  $E(x)$ , которая связана с его начальной энергией соотношением:

$$E(x) = E_0 \exp\left(-\frac{x}{R}\right) \quad (28)$$

## 4.5. Потери энергии на тормозное излучение

Значения радиационной единицы длины для некоторых веществ:

| Вещество             | Воздух | Вода | C    | Al   | Fe   | Ag  | Pb  |
|----------------------|--------|------|------|------|------|-----|-----|
| R, г/см <sup>2</sup> | 37,1   | 36,4 | 43,3 | 24,3 | 13,9 | 9,0 | 6,4 |

## 4.6. Полные потери энергии

Полные потери энергии электронов на единице пути (тормозная способность) равны:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} + \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад.}} \quad (29)$$

Для нерелятивистских электронов основным механизмом их потерь энергии являются ионизационные потери. При энергии  $E_0 = E_{\text{крит.}}$  потери на тормозное излучение сравниваются с ионизационными потерями. Для более высоких энергий потери на тормозное излучение становятся преобладающими, причем:

$$\frac{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад.}}}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион.}}} = \frac{E_0}{E_{\text{крит.}}} \quad (30)$$