ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

$$a(t) = A_m \cos(\omega t + \psi) = A_m \sin(\omega t + \psi'), \qquad \psi' = \psi + \pi / 2$$

A_m - амплитуда

$\theta = \omega t + \psi$ - мгновенная фаза (фаза)

ψ - начальная фаза

$\omega = d\theta / dt$ - угловая частота

$\omega T = 2\pi$

$T = 2\pi / \omega$

T - период

$f = 1/T$ - частота

$\omega = 2\pi / T = 2\pi f$

ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

$$A_{cp} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} a(t)dt$$

- среднее значение периодической функции a(t) за период T

$$A_{cp\,в} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \left|a(t)\right|dt$$

- средневыпрямленное значение периодического тока или напряжения за период T

$$A_{cp\,в} = (2/\pi)A_m = 0{,}637\,A_m$$

ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

$$A = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\left[a(t)\right]^2 dt}$$ - действующее значение периодической функции a(t) за период T

$$A = \frac{A_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\,A_m$$

$i=i(t),\ u=u(t),\ j=j(t),\ e=e(t)$

$I,\ U,\ J,\ E$

$I_m, U_m,\ J_m, E_m$

МЕТОД КОМПЛЕКСНЫХ АМПЛИТУД

Разработан в конце XIX века американскими инженерами Ч.П. Штейнметцем и А. Е. Кеннели.

Метод комплексных амплитуд основан на идее функционального преобразования, при котором операции над исходными функциями (*оригиналами*) заменяются более простыми операциями над некоторыми новыми функциями, так называемыми **изображениями** или **символами** исходных функций. Методы такого типа будем называть **символическими**.

МЕТОД КОМПЛЕКСНЫХ АМПЛИТУД

Решение любой задачи символическими методами содержит, как правило, следующие основные этапы;

1) прямое преобразование, в результате которого осуществляется переход от исходных величин (оригиналов) к их символам (изображениям);

2) определение изображений искомых величин путем выполнения по специально установленным правилам операций над изображениями;

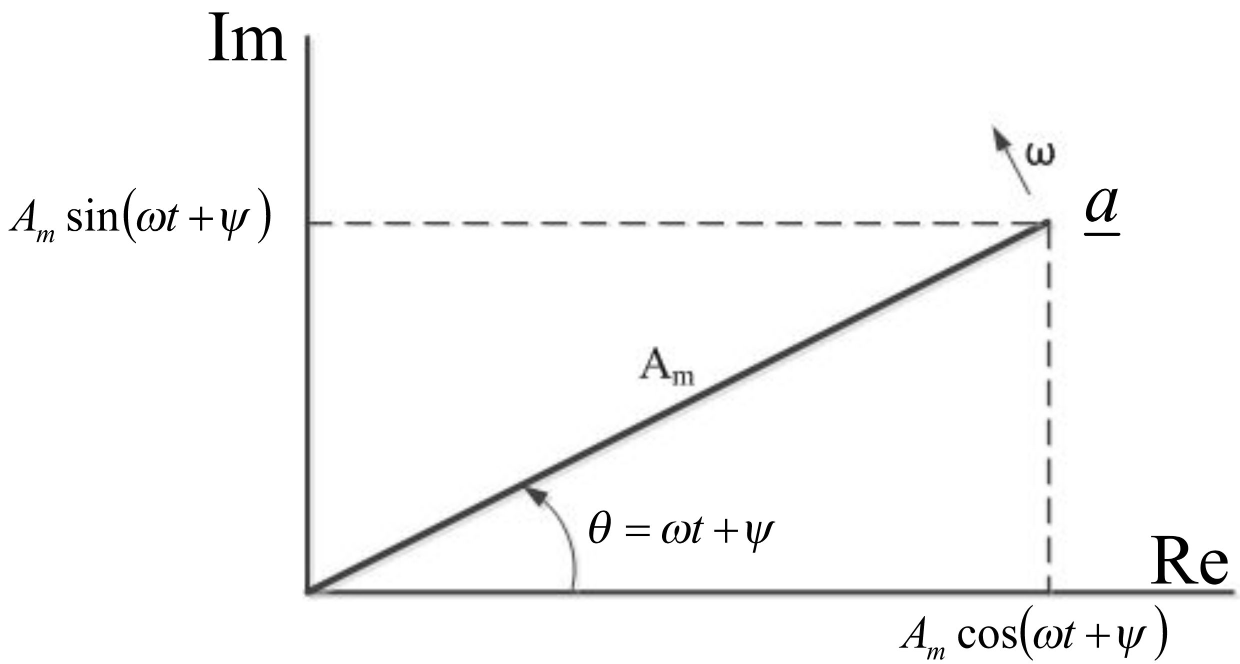
3) обратное преобразование, с помощью которого переходят от изображений искомых величин к оригиналам.

КОМПЛЕКСНЫЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ВРЕМЕНИ

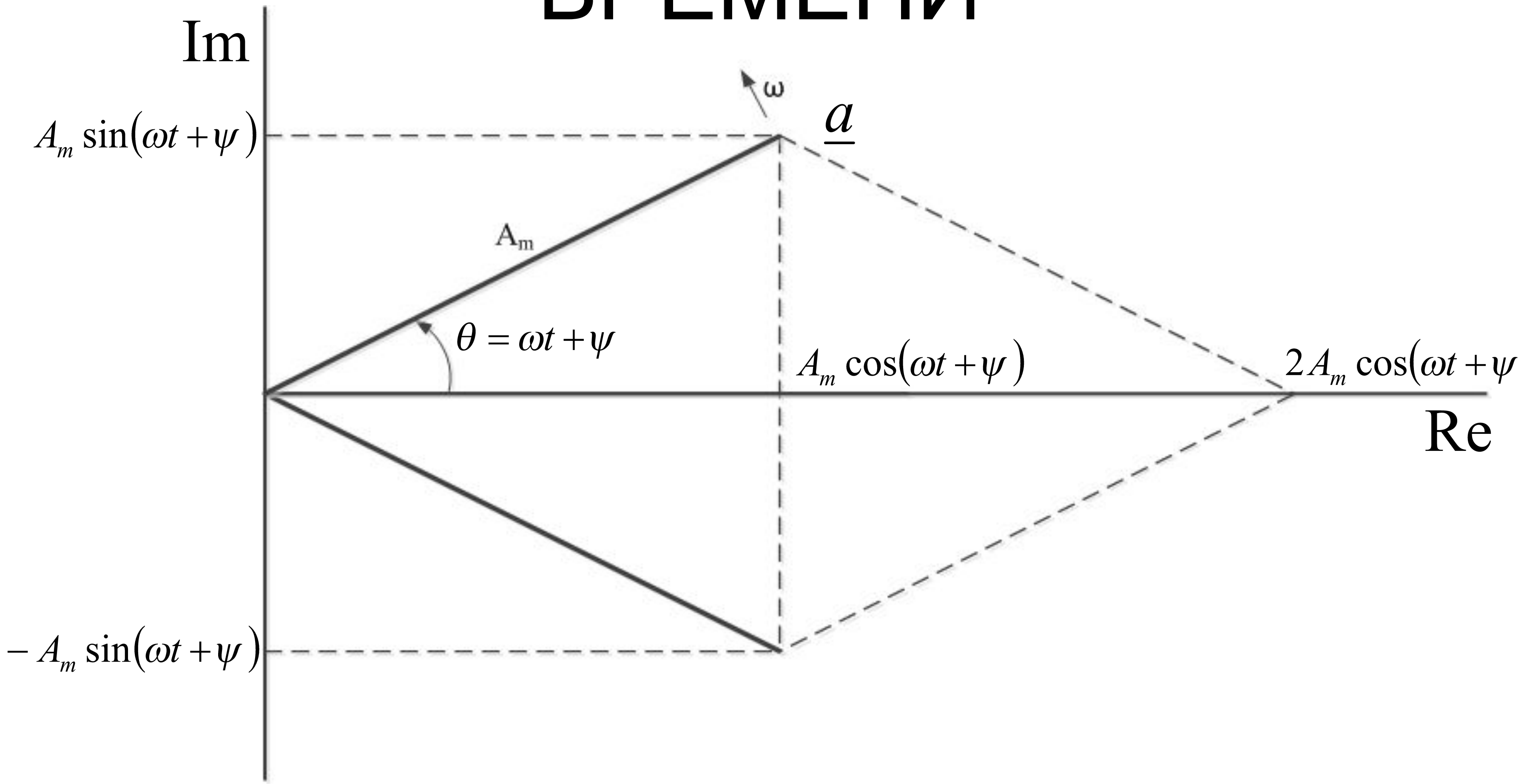
Мгновенный или текущий комплекс

$$\underline{a} = A_m e^{j(\omega t+\psi)} = A_m\left[\cos(\omega t+\psi) + j\sin(\omega t+\psi)\right]$$

$$\underline{a} = \left|\underline{a}\right| e^{j\alpha(t)}$$



КОМПЛЕКСНЫЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ВРЕМЕНИ



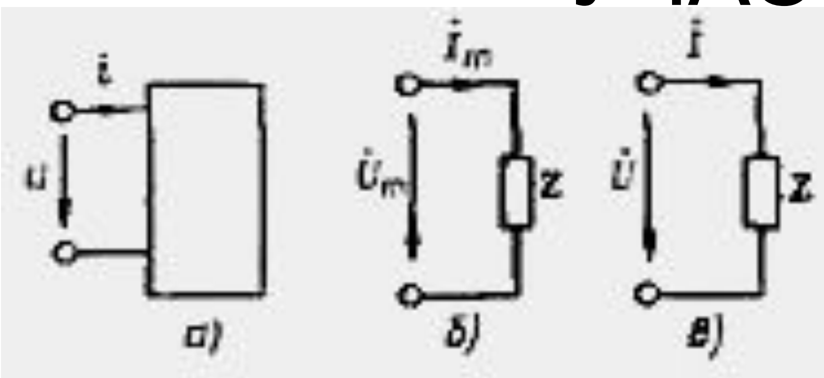
КОМПЛЕКСНЫЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ВРЕМЕНИ

$\dot{A}_m = \underline{a}\,\big|_{t=0}\ A_m e^{j\psi}$ - комплексная амплитуда гармонической функции времени

Комплексная амплитуда гармонической функции времени $a(t) = A_m \cos(\omega t + \psi)$ *представляет собой комплексное число, модуль которого равен амплитуде* A_m *рассматриваемой функции, а аргумент — ее начальной фазе* ψ

Геометрически комплексная амплитуда может быть представлена в виде неподвижного вектора, расположенного под углом ψ *к вещественной оси, длина которого в определенном масштабе равна* A_m

КОМПЛЕКСНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ И ПРОВОДИМОСТЬ ПАССИВНОГО УЧАСТКА ЦЕПИ



$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i),$$

$$u = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \psi_u).$$

Комплексным входным сопротивлением (комплексным сопротивлением) ***Z*** пассивного участка цепи называется отношение комплексной амплитуды напряжения на зажимах участка цепи к комплексной амплитуде тока:

$$Z = \dot{U}_m / \dot{I}_m$$

$$Z = \dot{U}_m / \dot{I}_m = \sqrt{2}\dot{U} / \sqrt{2}\dot{I} = \dot{U} / \dot{I}$$

КОМПЛЕКСНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ И ПРОВОДИМОСТЬ ПАССИВНОГО УЧАСТКА ЦЕПИ

$$Z = ze^{j\varphi}$$

$$Z = r + jx$$

$z = |Z|$ φ r x

$$Z = \frac{U_m e^{j\psi_u}}{I_m e^{j\psi_i}} = \frac{U_m}{I_m} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)}$$

$$z = U_m / I_m = U / I \qquad \varphi = \psi_u - \psi_i$$

$$r = \mathrm{Re}[Z] = z\cos\varphi; \; x = \mathrm{Im}[Z] = z\sin\varphi$$

КОМПЛЕКСНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ И ПРОВОДИМОСТЬ ПАССИВНОГО УЧАСТКА ЦЕПИ

$Y = 1/Z$ - комплексная входная проводимость участка цепи

$$Y = \dot{I}_m / \dot{U}_m = \dot{I} / \dot{U} \qquad Y = 1/Z = e^{-j\varphi} / z = ye^{j\vartheta}$$

Полная входная проводимость цепи

$$y = 1/z = I_m / U_m = I / U$$

КОМПЛЕКСНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ И ПРОВОДИМОСТЬ ПАССИВНОГО УЧАСТКА ЦЕПИ

$$Y = g + jb = 1/(r + jx) = (r - jx)/(r^2 + x^2)$$

$$Z = r + jx = 1/(g + jb) = (g - jb)/(g^2 + b^2)$$

$$g = r/(r^2 + x^2); \; r = g/(g^2 + b^2)$$

$$b = -x/(r^2 + x^2); \; x = -b/(g^2 + b^2)$$

ЗАКОНЫ ОМА И КИРХГОФА И КОМПЛЕКСНОЙ ФОРМЕ

$$\dot{U}_m = Z\dot{I}_m;\ \dot{I}_m = Y\dot{U}_m$$

$$\dot{U} = Z\dot{I};\ \dot{I} = Y\dot{U}$$

$$\sum_k \dot{I}_{mk} = 0;\ \sum_k \dot{I}_k = 0$$

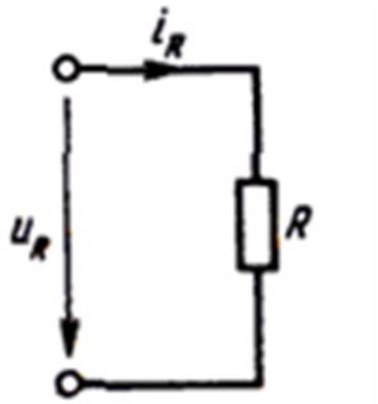
$$\sum_\nu \dot{U}_{m\nu} = 0;\ \sum_\nu \dot{U}_\nu = 0$$

$$\sum_i \dot{U}_{mi} = \sum_j \dot{E}_{mj};\ \sum_i \dot{U}_i = \sum_j \dot{E}_j$$

ПОРЯДОК АНАЛИЗА ЦЕПИ МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНЫХ АМПЛИТУД

1) замена гармонических токов и напряжений всех ветвей их комплексными изображениями (комплексными амплитудами или комплексными действующими значениями), а схемы замещения цепи для мгновенных значений — комплексной схемой замещения;
2) составление уравнений электрического равновесия цели для комплексных изображений токов и напряжений на основе законов Ома и Кирхгофа в комплексной форме;
3) решение системы уравнений электрического равновесия относительно комплексных изображений интересующих токов и напряжений;
4) переход от комплексных изображений интересующих токов и напряжений к их оригиналам.

ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ПАССИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ



$$u_R = \sqrt{2} U_R \cos(\omega t + \psi_u)$$

Определим i_R, Z_R

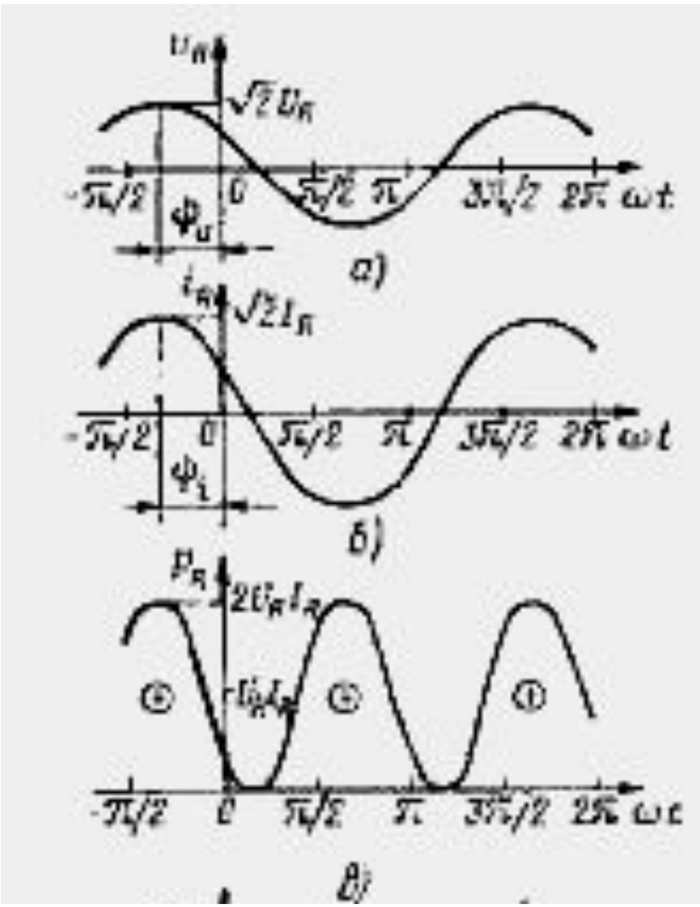
$$i_R = u_R / R = \left[\sqrt{2} U_R \cos(\omega t + \psi_u)\right] / R$$

$$i_R = \sqrt{2} I_R \cos(\omega t + \psi_i)$$

$$\psi_u = \psi_i = \psi \qquad I_R = U_R / R$$

$$p_R = u_R i_R = 2 U_R I_R \cos^2(\omega t + \psi) \qquad p_R = U_R I_R + U_R I_R \cos 2(\omega t + \psi)$$

ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ПАССИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

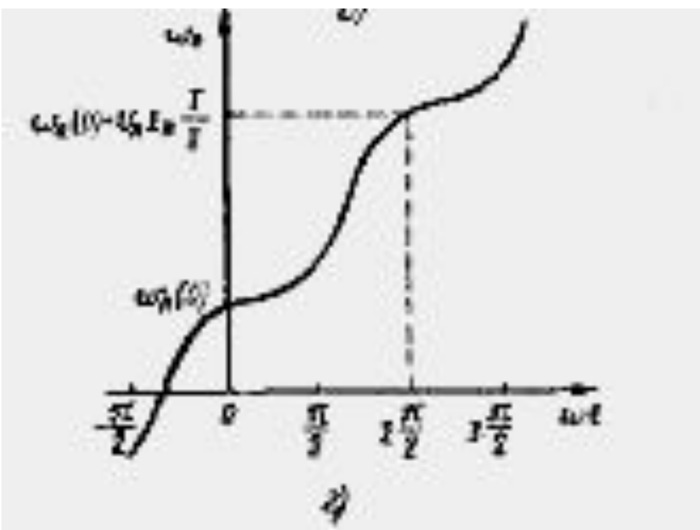


Мгновенная мощность резистивного элемента всегда положительна, обращается в нуль в точках, где ток и напряжение равны нулю, и достигает максимума в моменты времени, когда ток и напряжение максимальны по абсолютному значению.

ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ПАССИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

$$P_A = P_{cp} = \frac{1}{T}\int_0^T p_R dt = \frac{U_R I_R}{T}\int_0^T \left[1+\cos 2\left(\omega t+\psi\right)\right]dt = U_R I_R$$

Активная мощность численно равна постоянной составляющей мгновенной мощности и характеризует среднюю за период скорость потребления энергии от источника.

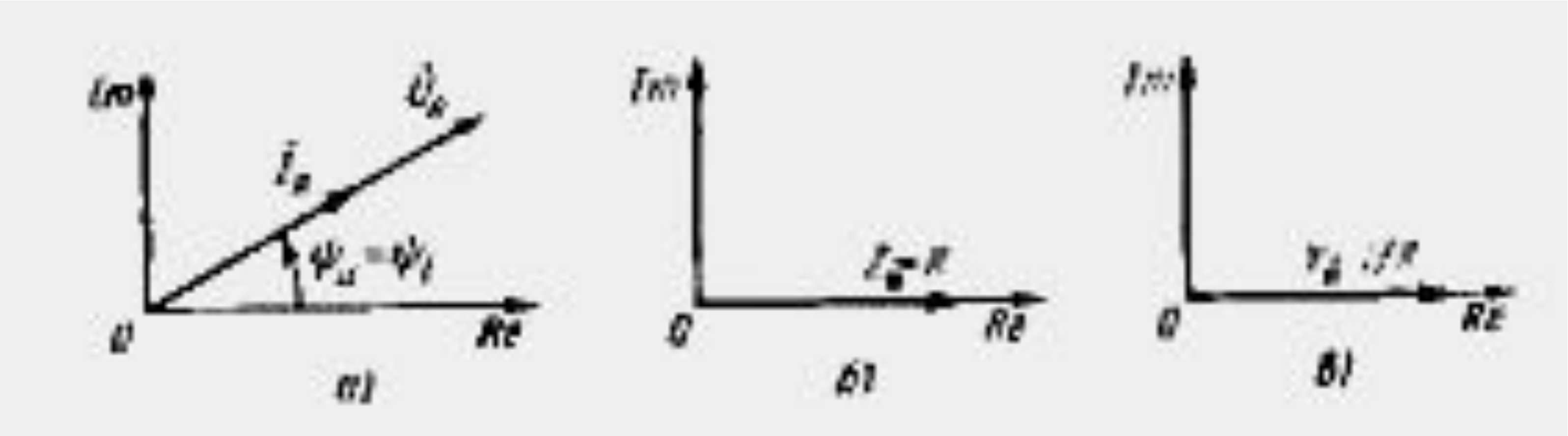


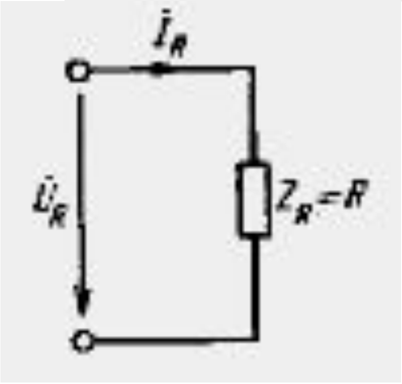
$$w_R\left(t\right) = w_R\left(0\right) + U_R I_R \int_0^t \left[1+\cos 2\left(\omega t+\psi\right)\right]dt =$$

$$= w_R\left(0\right) + U_R I_R t + \frac{U_R I_R}{2\omega}\left[\sin 2\left(\omega t+\psi\right) - \sin 2\psi\right]$$

ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ПАССИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

$$\dot{I}_R = I_R e^{j\psi_i} = \frac{U_R}{R} e^{j\psi_u} \qquad \dot{U}_R = U_R e^{j\psi_u}$$

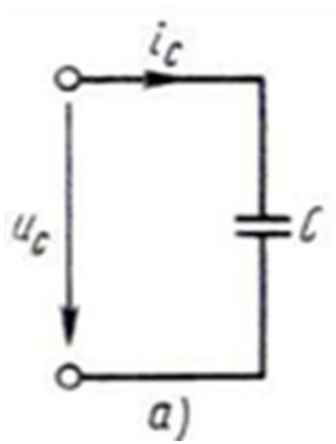




$$Z_R = \dot{U}_R / \dot{I}_R = R \qquad Z_R = z_R e^{j\varphi_R} = r_R + jx_R$$

$$Y_R = 1/Z_R = 1/R$$

ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ПАССИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ



$$u_C = \sqrt{2}U_C \cos(\omega t + \psi_u)$$

Определим $\quad i_C, \quad Z_C$

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = -\omega C\sqrt{2}U_C \sin(\omega t + \psi_u) = \sqrt{2}\omega C U_C \cos(\omega t + \psi_u + \pi/2)$$

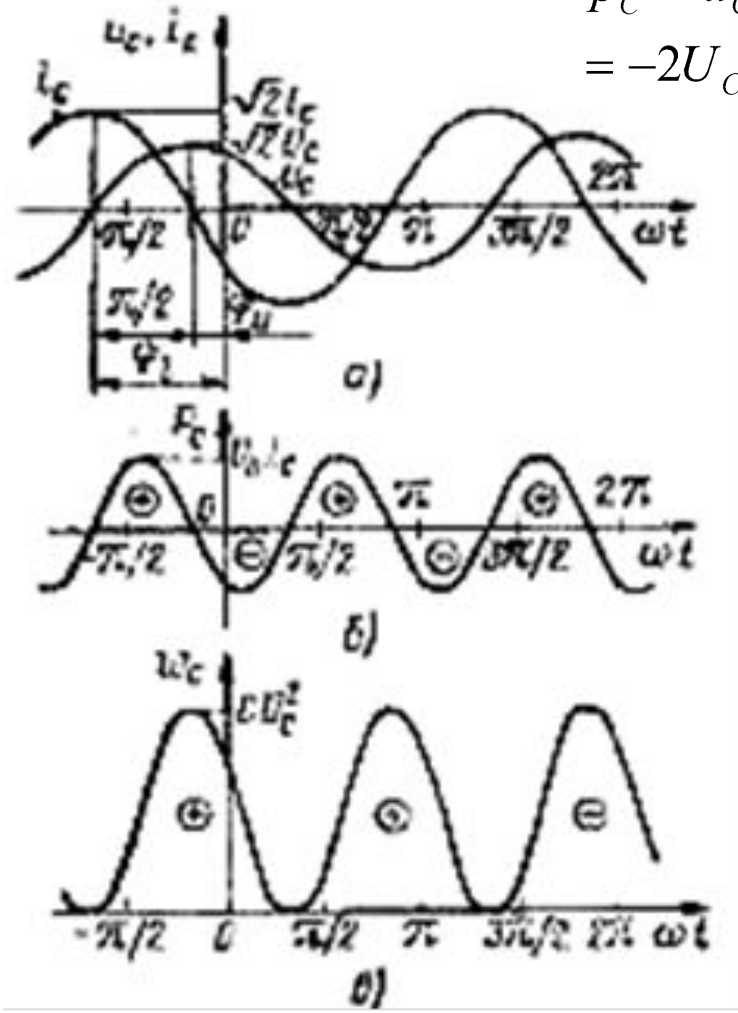
$$i_C = \sqrt{2}I_C \cos(\omega t + \psi_i)$$

$\psi_i = \psi_u + \pi/2$ ток емкости опережает по фазе напряжение на 90^0

$$I_C = \omega C U_C$$

ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ПАССИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

$$p_C = u_C i_C = \left[\sqrt{2}U_C \cos(\omega t + \psi_u)\right]\left[\sqrt{2}I_C \cos(\omega t + \psi_u + \pi/2)\right] =$$
$$= -2U_C I_C \cos(\omega t + \psi_u)\sin(\omega t + \psi_u) = -U_C I_C \sin 2(\omega t + \psi_u).$$



В течение половины периода изменения мощности ток и напряжение емкости имеют одинаковый знак (емкость заряжается), при этом мгновенная мощность емкости положительна. В течение второй половины периода емкость отдает запасенную энергию (разряжается), при этом ток и напряжение емкости имеют различные знаки, а мгновенная мощность емкости отрицательна. *Среднее значение мощности емкости за период (активная мощность) равно нулю*:

$$P_A = \frac{1}{T}\int_0^T p_C dt = 0$$

ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ПАССИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

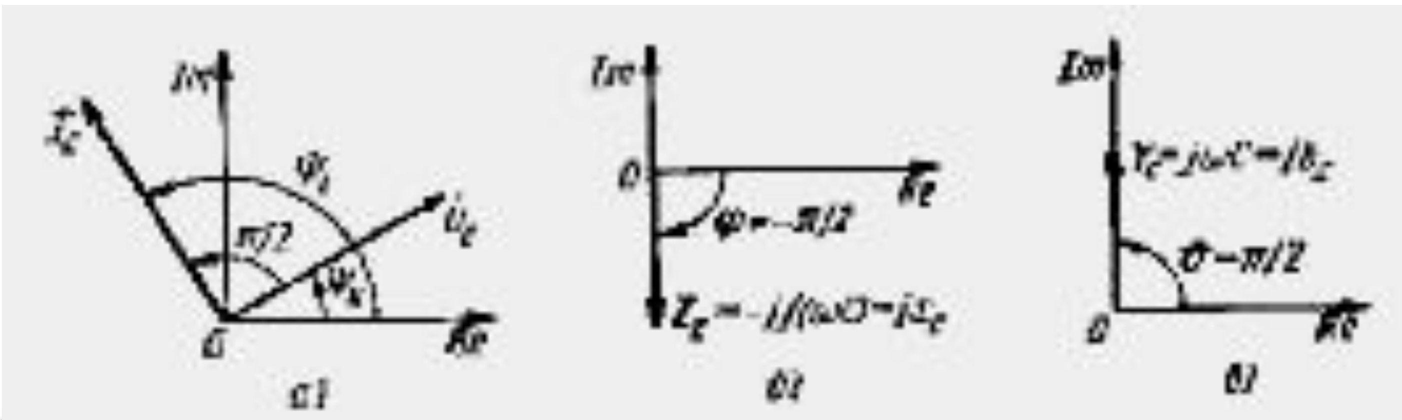
$$w_C = Cu_C^2 / 2 = Cu_C^2 \cos^2(\omega t + \psi_u) = Cu_C^2 [1 + \cos 2(\omega t + \psi_u)] / 2.$$

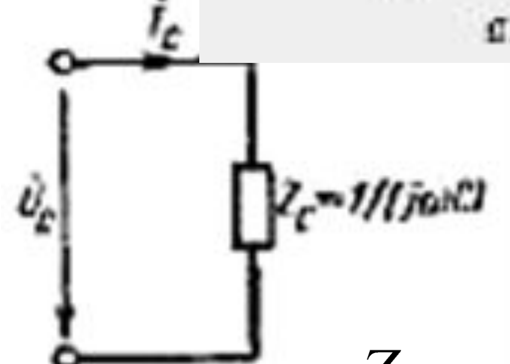
Энергия, запасенная в емкости, достигает максимального значения в те моменты времени, когда напряжение на емкости максимально по абсолютному значению.

Ёмкость периодически обменивается энергией с остальной частью цепи, причем энергия, запасенная в емкости, является неотрицательной величиной. Емкость не содержит внутренних источников энергии и поэтому в процессе разрядки не может отдать больше энергии, чем она получила от остальной части цепи в процессе зарядки.

ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ПАССИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

$$\dot I_C = I_C e^{j\psi_i} = \omega C U_C e^{j(\psi_u + \pi/2)}; \qquad \dot U_C = U_C e^{j\psi_u}$$





$$Z_C = \frac{\dot U_C}{\dot I_C} = \frac{1}{\omega C} e^{-j\pi/2} = 1/(j\omega C) = -j/(\omega C)$$

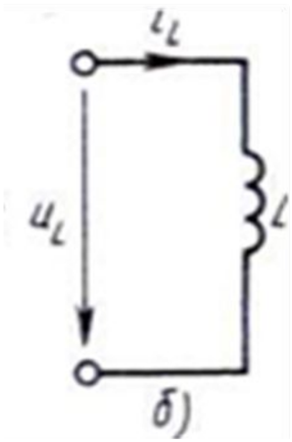
$$Y_C = 1/Z_C = \omega C e^{j\pi/2} = j\omega C$$

$$Z_C = z_C e^{j\varphi_C} = r_C + jx_C; \qquad Y_C = y_C e^{j\vartheta_C} = g_C + jb_C$$

$$z_C = 1/(\omega C);\ y_C = \omega C;\ \varphi_C = -\pi/2;\ \vartheta_C = \pi/2;\ g_C = 0;\ r_C = 0;\ x_C = -1/(\omega C);\ b_C = \omega C$$

ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ПАССИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

$$i_L = \sqrt{2} I_L \cos(\omega t + \psi_u)$$



Определим u_L, Z_L

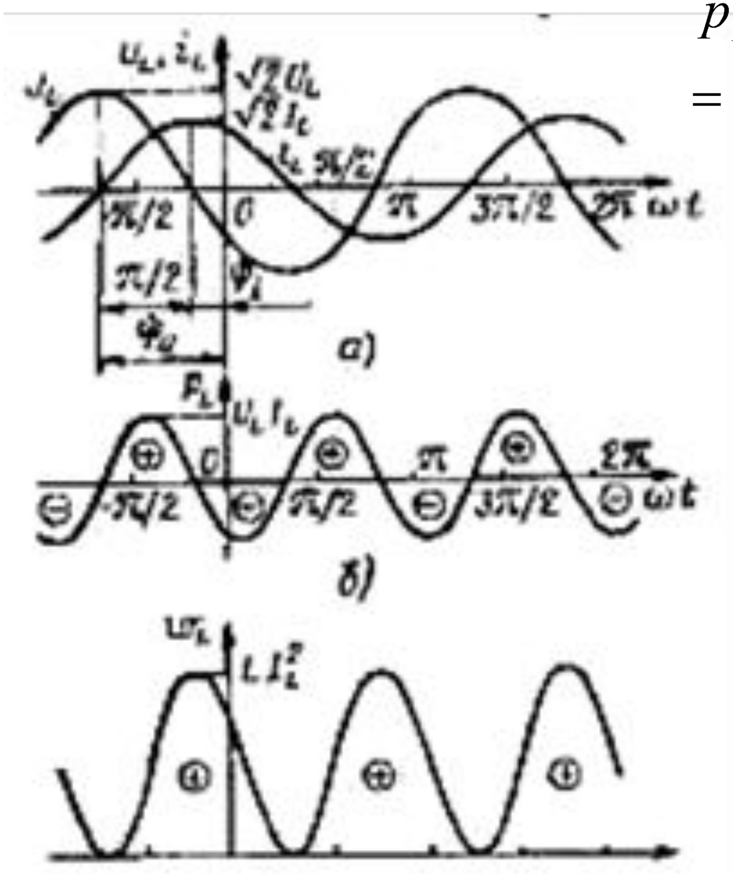
$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = -\omega L \sqrt{2} I_L \sin(\omega t + \psi_u) = \sqrt{2} \omega L I_L \cos(\omega t + \psi_i + \pi / 2)$$

$$i_L = \sqrt{2} U_L \cos(\omega t + \psi_u)$$

$\psi_u = \psi_i + \pi / 2$ ток индуктивности отстает по фазе от напряжения на 90^0

$$U_L = \omega L I_L$$

ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ПАССИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ



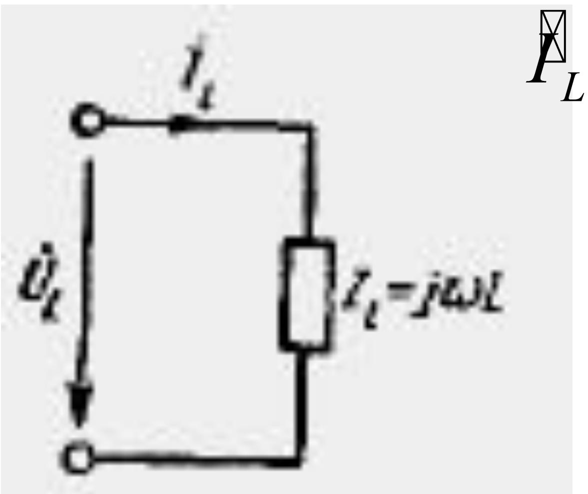
$$p_L = u_L i_L = \left[\sqrt{2}\,U_L \cos(\omega t + \psi_u)\right]\left[\sqrt{2}\,I_L \cos(\omega t + \psi_i)\right] =$$
$$= -U_L I_L \sin 2(\omega t + \psi_i).$$

Среднее значение мощности индуктивности за период (активная мощность) равно нулю:

$$P_A = \frac{1}{T}\int_0^T p_L dt = 0$$

$$w_L = \frac{Li_L^2}{2} = \frac{Li_L^2}{2}\left[1 + \cos 2(\omega t + \psi_i)\right]$$

ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ПАССИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ



$$\dot{I}_L = I_L e^{j\psi_i} \qquad \dot{U}_L = U_L e^{j\psi_u} = \omega L I_L e^{j(\psi_i + \pi/2)}$$

$$Z_L = \dot{U}_L / \dot{I}_L = \omega L e^{j\pi/2} = j\omega L$$

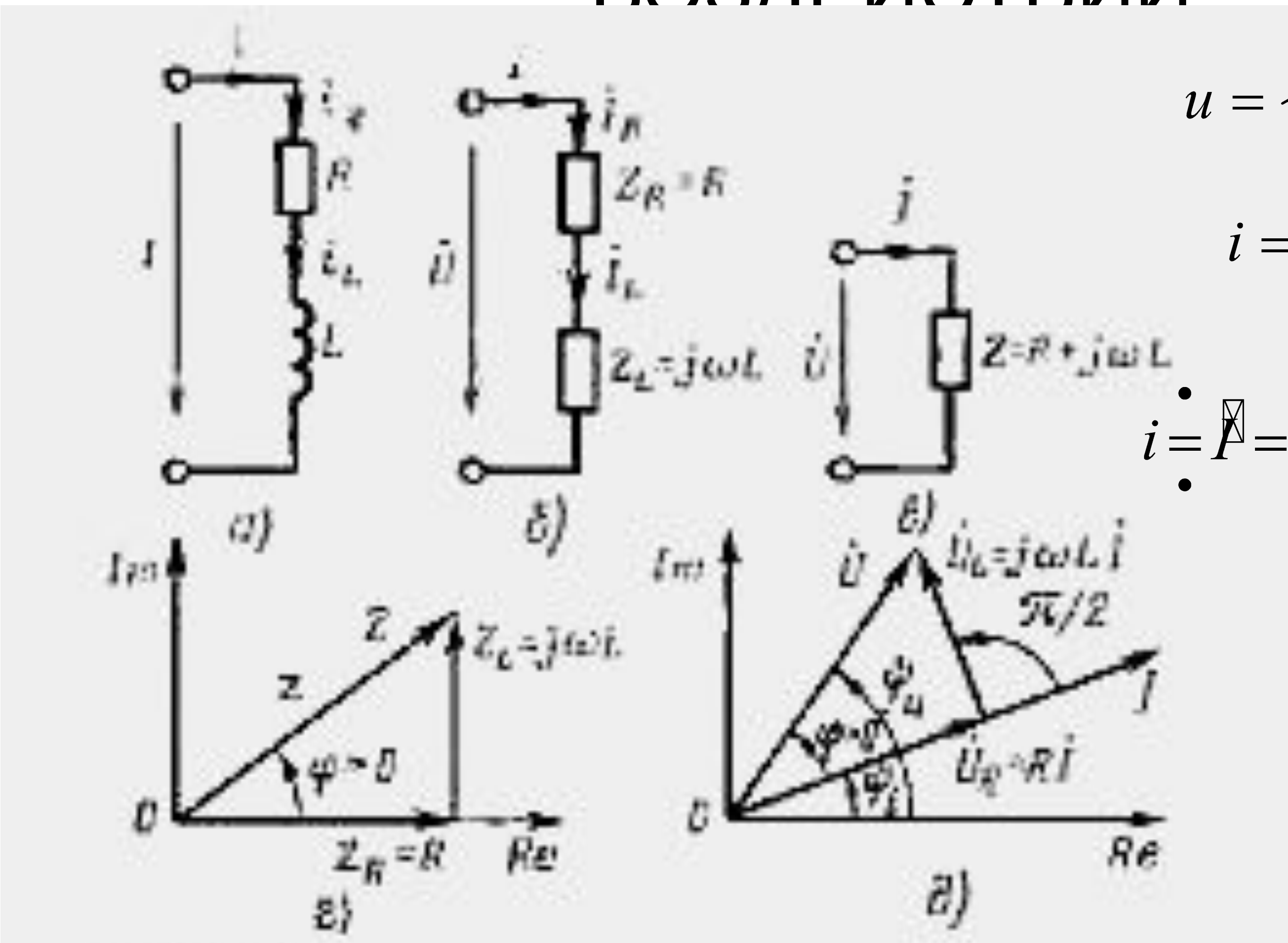
$$Y_L = \frac{1}{Z_L} = e^{-j\pi/2} / (\omega L) = 1/(j\omega L) = -j/(\omega L)$$

$$Z_L = z_L e^{j\varphi_L} = r_L + jx_L \qquad Y_L = y_L e^{j\vartheta_L} = g_L + jb_L$$

$$z_L = \omega L \qquad r_L = 0 \qquad y_L = 1/(\omega L) \qquad g_L = 0$$

$$\varphi_L = \pi/2 \qquad x_L = \omega L \qquad \vartheta_L = -\pi/2 \qquad b_L = -1/(\omega L)$$

АНАЛИЗ ПРОСТЕЙШИХ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ



$$u = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \psi_u)$$

$$i = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \psi_i)$$

$$i \doteq \dot I = Ie^{j\psi_i};\ u \doteq \dot U = Ue^{j\psi_u}$$

$$\dot U = \dot U_R + \dot U_L$$

$$\dot I = \dot I_R = \dot I_L$$

$$\dot U_R = Z_R \dot I_R$$

$$\dot U_L = Z_L \dot I_L$$

$$Z_R = R,\ Z_L = j\omega L$$

АНАЛИЗ ПРОСТЕЙШИХ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

$$\dot{U} = \left(Z_R + Z_L\right)\dot{I} = Z\dot{I}$$

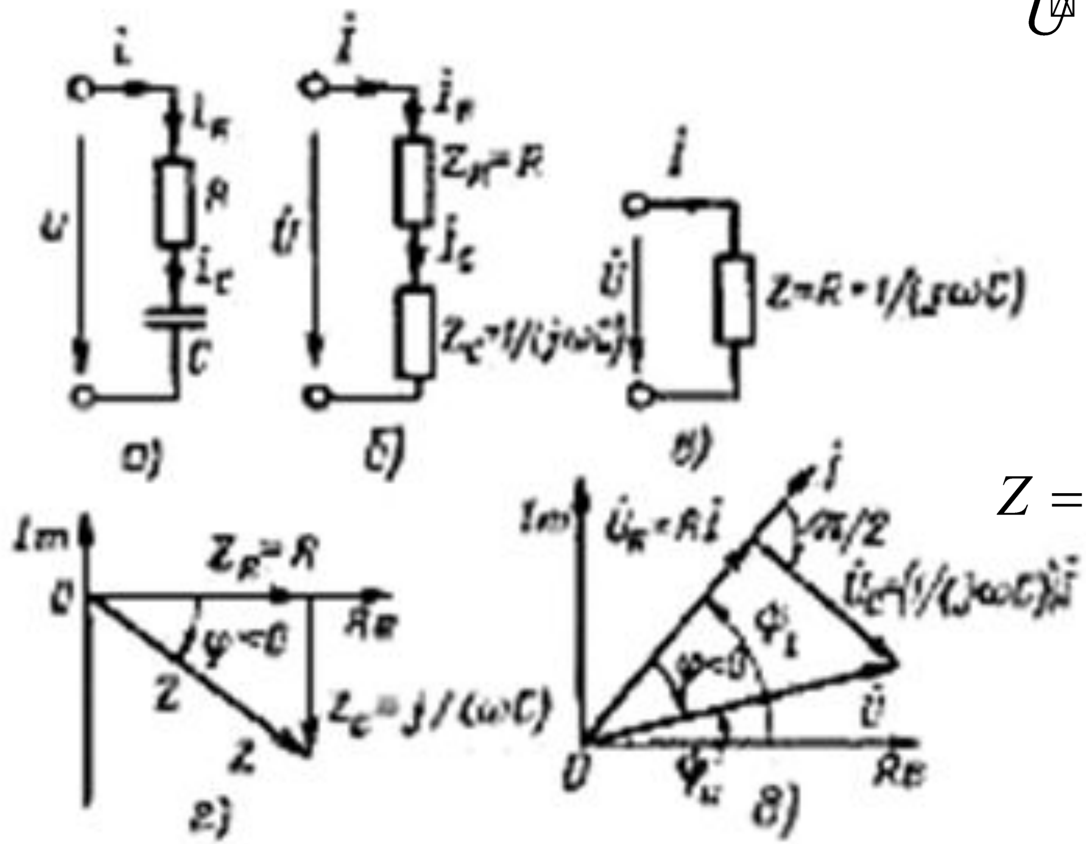
$$Z = Z_R + Z_L = R + j\omega L$$

$$z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \qquad \varphi = arctg\left(\omega L / R\right) \qquad 0 < \varphi < \pi / 2$$

$$\dot{I} = \dot{U} / Z = Ue^{j\psi_u} / \left(ze^{j\varphi}\right) = Ue^{j(\psi_u - \varphi)} / z \qquad I = U / z; \psi_i = \psi_u - \varphi$$

$$i = \sqrt{2}\frac{U}{z}\cos(\omega t + \psi_u - \varphi) = \sqrt{2}\frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}\cos\left(\omega t + \psi_u - arctg\frac{\omega L}{R}\right)$$

АНАЛИЗ ПРОСТЕЙШИХ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ



$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C; \dot{U}_R = Z_R \dot{I}_R;$$

$$\dot{I} = \dot{I}_R = \dot{I}_C; \dot{U}_C = Z_C \dot{I}_C$$

$$\dot{I} = \dot{U} / (Z_R + Z_C) = \dot{U} / Z$$

$$Z = Z_R + Z_C$$

$$Z = Z_R + Z_C = R - j/(\omega C) = z e^{j\varphi}$$

$$z = \sqrt{R^2 + [1/(\omega C)]^2};$$

$$\varphi = -arctg[1/(\omega RC)]$$

$$\dot{I} = \frac{U}{z} e^{j(\psi_u - \varphi)} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + [1/(\omega C)]^2}} e^{j\{\psi_u + arctg[1/(\omega RC)]\}}$$

АНАЛИЗ ПРОСТЕЙШИХ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ RLC-ЦЕПЬ

САМОСТОЯТЕЛЬНО

АНАЛИЗ ПРОСТЕЙШИХ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

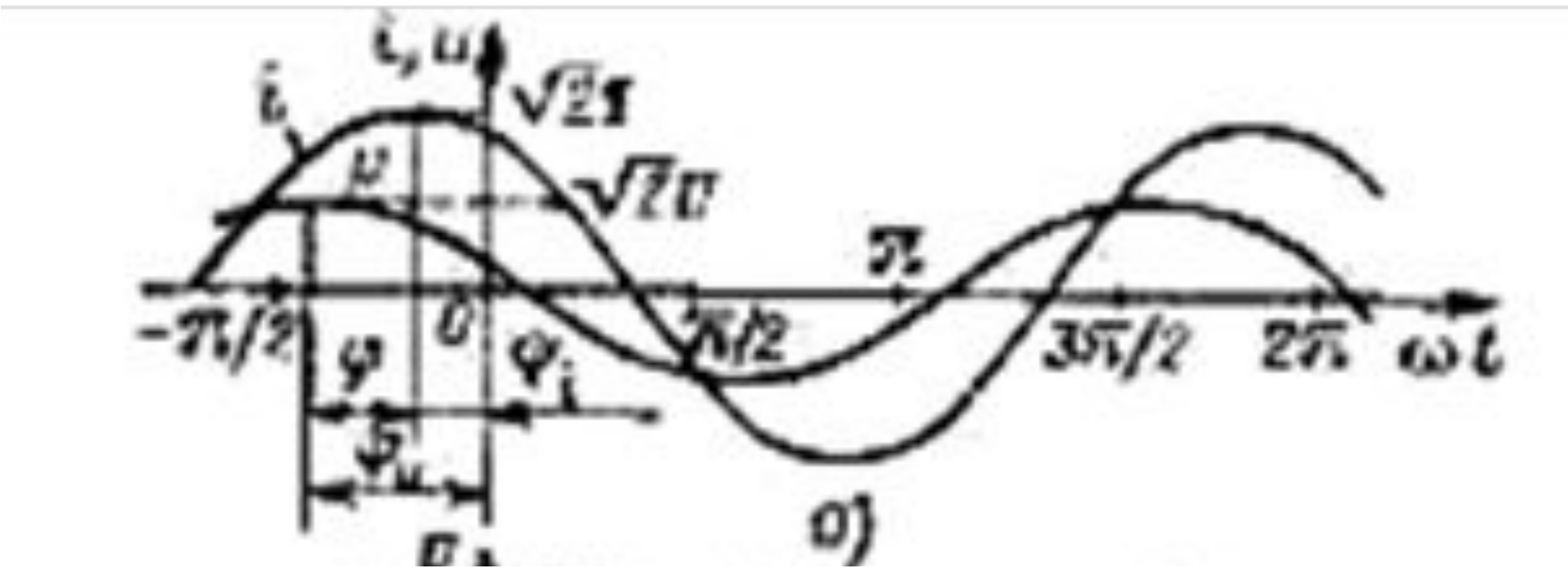
ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ RLC-ЦЕПЬ

САМОСТОЯТЕЛЬНО

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ ПАССИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА

$$u = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \psi_u),\ i = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \psi_i)$$

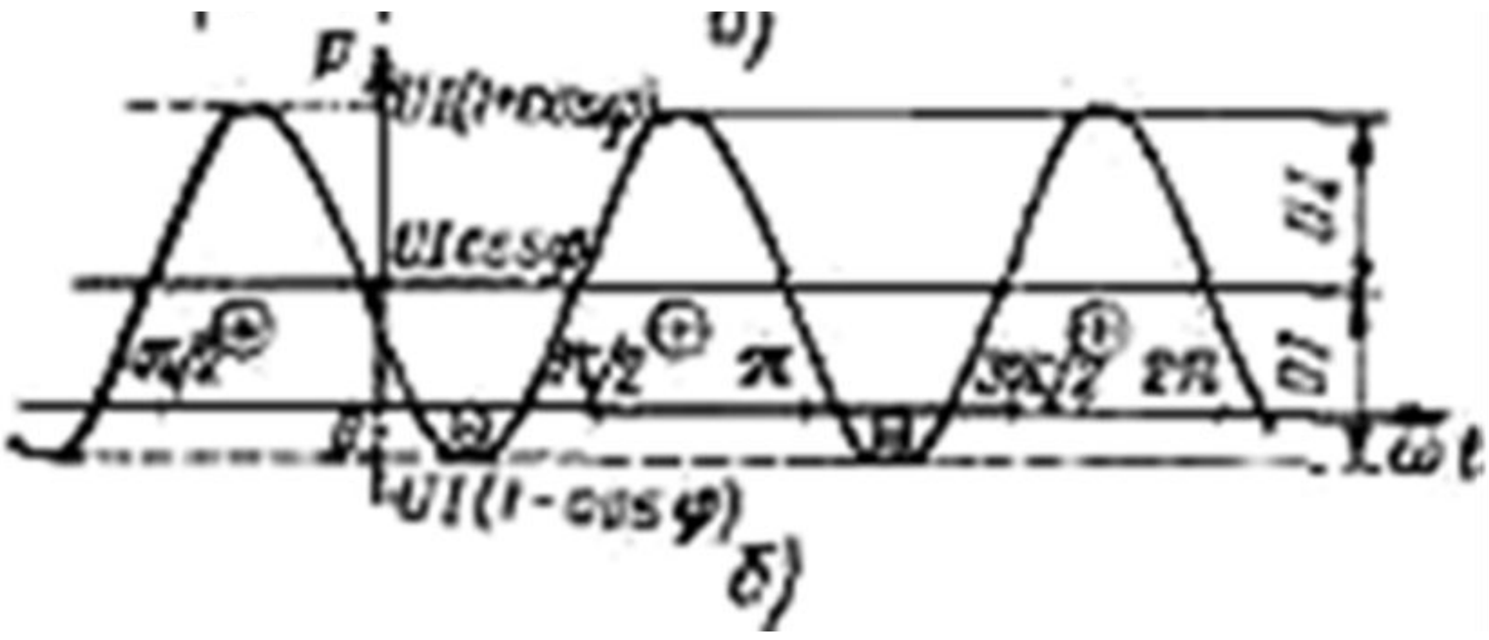


ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ ПАССИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА

$$p = ui = 2UI\cos(\omega t + \psi_u)\cos(\omega t + \psi_i) =$$

$$= UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i),$$



ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ ПАССИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА

Мгновенная мощность пассивного двухполюсника содержит постоянную составляющую

$$UIcos\varphi,$$

значение которой зависит от сдвига фаз между током и напряжением, и переменную составляющую

$$UIcos(2\omega t + \Psi_u + \Psi_i),$$

амплитуда которой UI не зависит от φ.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ ПАССИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА

Среднее значение мгновенной мощности двухполюсника за период (активная мощность) численно равна постоянной составляющей мгновенной мощности:

$$P_A = UIcos\varphi$$

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ ПАССИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА

Среднее значение мгновенной мощности двухполюсника за период (активная мощность) численно равна постоянной составляющей мгновенной мощности:

$$P_A = UIcos\varphi$$

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ ПАССИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА

$$P_A = UIcos\varphi$$

1) входное сопротивление двухполюсника имеет чисто резистивный характер $(\varphi = 0)$

постоянная составляющая мгновенной мощности численно равна амплитуде переменной составляющей UI ; мгновенная мощность изменяется от $p_{min} = 0$ до $p_{max} = 2UI$, принимая только неотрицательные значения.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ ПАССИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА

$$P_A = UIcos\varphi$$

2) входное сопротивление двухполюсник имеет чисто реактивный характер $(|\varphi| = \pi/2)$

постоянная составляющая мгновенной мощности равна амплитуде нулю $(P_A = 0)$; мгновенная мощность изменяется по гармоническому закону с частотой, вдвое превышающей частоту внешнего воздействия.

В данном случае двухполюсник ведет себя подобно емкости или индуктивности, в течение одной половины периода изменения мощности запасая энергию от источника, в течение другой половины периода полностью отдавая ее источнику.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ ПАССИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА

$$P_A = UIcos\varphi$$

3) входное сопротивление двухполюсник имеет резистивно-индуктивный или резистивно-емкостной характер

$$\left(0 < |\varphi| < \pi/2\right)$$

постоянная составляющая мгновенной мощности меньше амплитуды переменной составляющей, а мгновенная мощность двухполюсника изменяется от $p_{min} = -UI(1 - cos\varphi)$ до $p_{min} = UI(1 + cos\varphi)$.
В течение большей части периода мгновенная мощность положительна, в остальной части периода — отрицательна .

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

АКТИВНАЯ, РЕАКТИВНАЯ, ПОЛНАЯ И КОМПЛЕКСНАЯ МОЩНОСТИ

Активная мощность, которая была определена как среднее значение мгновенной мощности за период, характеризует среднюю за период скорость поступления энергии в двухполюсник и числено равна постоянной составляющей мгновенной мощности $P_A = UIcos\varphi$.

По знаку активной мощности можно судить о направлении передачи энергии: при $P_A > 0$ двухполюсник потребляет энергию, при $P_A < 0$ - отдает энергию остальной часты цепи.
Очевидно, что для двухполюсников, не содержащих источников энергии, активная мощность не может быть отрицательной.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

АКТИВНАЯ, РЕАКТИВНАЯ, ПОЛНАЯ И КОМПЛЕКСНАЯ МОЩНОСТИ

Полной мощностью P_S называется величина, равная произведению действующих значений тока и напряжения на зажимах цепи:

$$P_S = UI$$

Полная мощность численно равна амплитуде переменной составляющей мгновенной мощности. Активная мощность двухполюсника может быть выражена через полную мощность:

$$P_A = P_S cos\varphi$$

Из выражения следует, что полная мощность есть максимально возможное значение активной мощности цепи, которое имеет место при $\varphi = 0$.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

АКТИВНАЯ, РЕАКТИВНАЯ, ПОЛНАЯ И КОМПЛЕКСНАЯ МОЩНОСТИ

Комплексное число $\underline{P_S}$, модуль которого равен полной мощности цепи P_S , а аргумент — углу сдвига фаз между током и напряжением φ , называется **комплексной мощностью цепи**:

$$\underline{P_S} = P_S e^{j\varphi}.$$

Переходя от показательной формы записи комплексного числа к тригонометрической:

$$\underline{P_S} = P_S cos\varphi + jP_S sin\varphi,$$

устанавливаем, что вещественная часть комплексной мощности равна активной мощности цепи

$$\mathrm{Re}\left[\underline{P_S}\right] = P_S \cos\varphi = P_A$$

Мнимая часть комплексной мощности представляет собой так называемую **реактивную мощность цепи**:

$$\mathrm{Im}\left[\underline{P_S}\right] = P_S \sin\varphi = P_Q$$

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

АКТИВНАЯ, РЕАКТИВНАЯ, ПОЛНАЯ И КОМПЛЕКСНАЯ МОЩНОСТИ

Реактивная мощность характеризует процессы обмена энергией между цепью и источником, она численно равна максимальной скорости запасания энергии в цепи.

По знаку реактивной мощности можно судить о характере запасаемой энергии: при $P_Q > 0$ энергия запасается в магнитном поле цепи, при $P_Q < 0$ — в электрическом; при $P_Q = 0$ в цепи отсутствует обмен энергией с источником

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

АКТИВНАЯ, РЕАКТИВНАЯ, ПОЛНАЯ И КОМПЛЕКСНАЯ МОЩНОСТИ

Активная реактивная, полная и комплексная мощности имеют одинаковую размерность [Дж/с].
Однако, для того чтобы подчеркнуть различный физический смысл, который вкладывается в эти понятия, единицам измерения данных величин присвоены различные названия.

Активная мощность, так же как и **мгновенная**, выражается в **ваттах [Вт]**.

Полная и **комплексная мощности** — в **вольт-амперах [В·А]**.

Реактивная мощность — в **вольт-амперах реактивных [вар]**.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

БАЛАНС МОЩНОСТЕЙ

Рассмотрим произвольную электрическую цепь, содержащую N идеальных источников напряжения, M идеальных источников тока и H идеализированных пассивных элементов. Пусть i_k и u_k — ток и напряжение k-го элемента цепи. Из закона сохранения энергии следует, что сумма мгновенных мощностей всех элементов цепи в каждый момент времени равна нулю:

$$\sum_{k+1}^{N+M+H} p_k = \sum_{k+1}^{N+M+H} u_k i_k = 0$$

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

БАЛАНС МОЩНОСТЕЙ

Группируя члены, соответствующие идеализированным активным $(p_{k.\text{ист}})$ и идеализированным пассивным $(p_{k.\text{потр}})$ элементам, уравнение можно преобразовать к виду:

$$-\sum_{k=1}^{N+M} p_{k\ ист} = \sum_{k=1}^{H} p_{k\ потр}$$

Уравнение называют **уравнением (условием) баланса мгновенных мощностей**

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЯХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

БАЛАНС МОЩНОСТЕЙ

Принимая во внимание, что мгновенная мощность любого элемента характеризует скорость потребления энергии этим элементом (потребляемая мощность), а мгновенная мощность, взятая со знаком минус, - скорость отдачи энергии этим элементом (отдаваемая мощность), условие баланса мгновенных мощностей может быть сформулировано следующим образом: *сумма мгновенных мощностей, отдаваемых всеми источниками, равна сумме мгновенных мощностей, потребляемых всеми приемниками энергии* (необходимо иметь в виду, что потребляется и отдается не мощность, а электрическая энергия).