

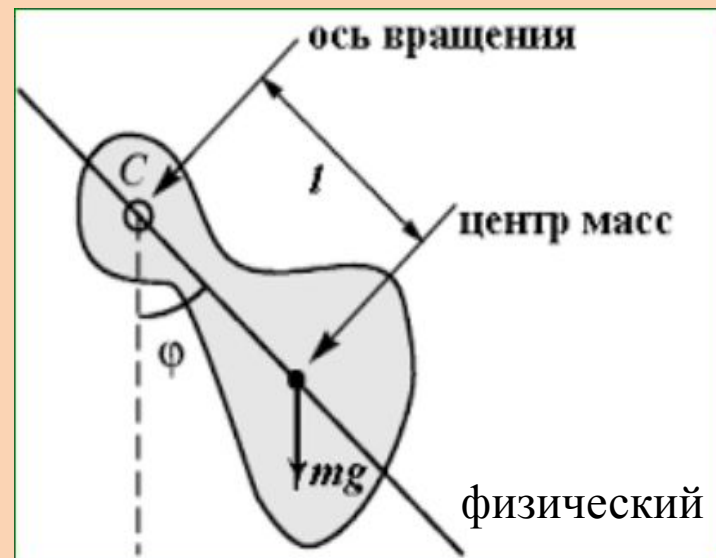
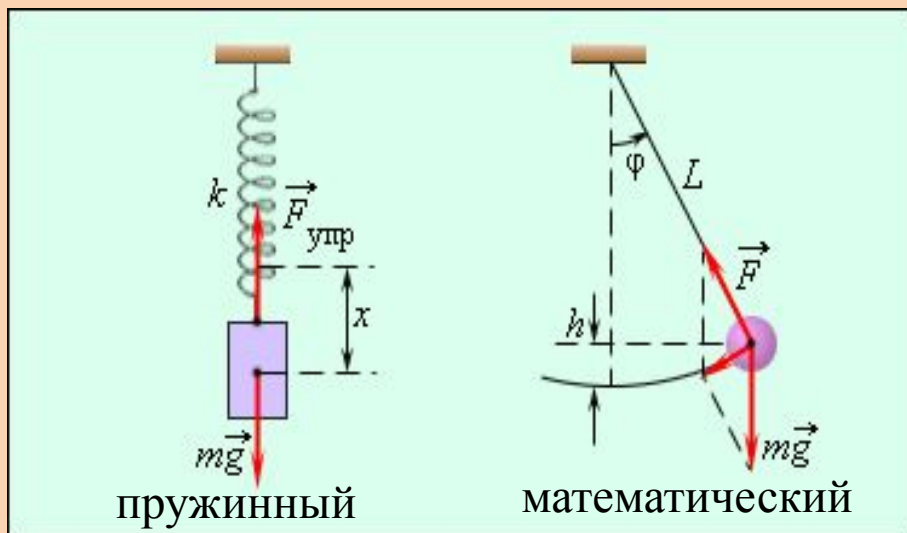
# Лекция 1

# МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Содержание:

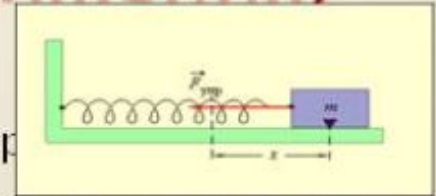
- 1) Механические колебания. Маятники.
- 2) Основные характеристики колебательного движения.
- 3) Гармонические колебания. Уравнения.
- 4) Затухающие колебания. Уравнения.
- 5) Основные характеристики затухающих колебаний.
- 6) Вынужденные колебания. Резонанс.
- 7) Добротность колебательной системы.

# 1) Механические колебания. Маятники



# Основные характеристики колебательного процесса (движения)

**Смещение  $X$**  – отклонение колеблющейся точки от положения равновесия в данный момент времени. Единица измерения (метр **м**)



**Амплитуда колебаний  $A$**  – наибольшее отклонение тела от положения равновесия  
Единицы измерения (метр **м**)

**Период колебания  $T$**  – время, за которое совершается одно полное колебание. Единица измерения (секунда **с**)

$$T = \frac{t}{\nu}, \quad T = \frac{1}{\nu},$$

**Частота колебаний  $\nu$**  – число полных колебаний, совершаемых телом за единицу времени.  
Единицы измерения (герцы **Гц**)

$$\nu = \frac{1}{T}$$

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{1\text{с}} = 1\frac{1}{\text{с}} = 1\text{Гц} \quad 1\text{Гц} = 1\text{С}^{-1}$$

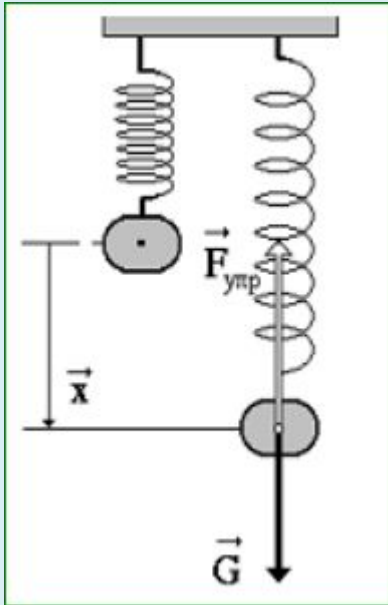
**Полная механическая энергия  $W$**  колеблющегося тела пропорциональна квадрату амплитуды его колебаний

$$W = \frac{kA^2}{2}$$

$k$  – жесткость пружины,  $A$  – амплитуда колебаний

Единица измерения (джоуль **Дж**)

### 3. Гармонические колебания



**Дифференциальное уравнение гармонических колебаний:**

$$x'' + \omega_0^2 x = 0$$

$x$  – смещение маятника от положения равновесия

$\omega_0$  – круговая частота гармонических колебаний

**Решение дифференциального уравнения:**

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$A$  – амплитуда колебаний

$t$  – время

$\varphi_0$  – начальная фаза колебаний

$\omega_0 t + \varphi_0$  – фаза колебаний



# Основные формулы гармонического колебания

Период

Частота

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Пружинный маятник



$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

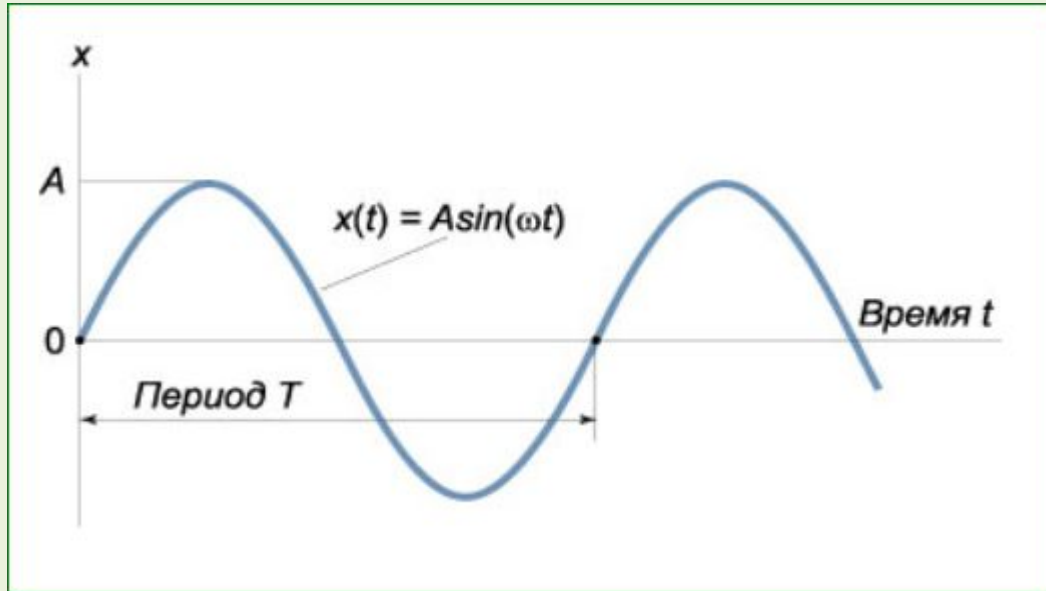
Математический маятник



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

## График зависимости смещения от времени для гармонических колебаний:



## 4. Затухающие колебания

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний:

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0$$

$x$  – смещение маятника от положения равновесия

$\omega_0$  – круговая частота гармонических колебаний

$\beta$  – коэффициент затухания

Решение дифференциального уравнения:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$A = A_0 e^{-\beta t}$  – амплитуда колебаний

$A_0$  – начальная амплитуда колебаний

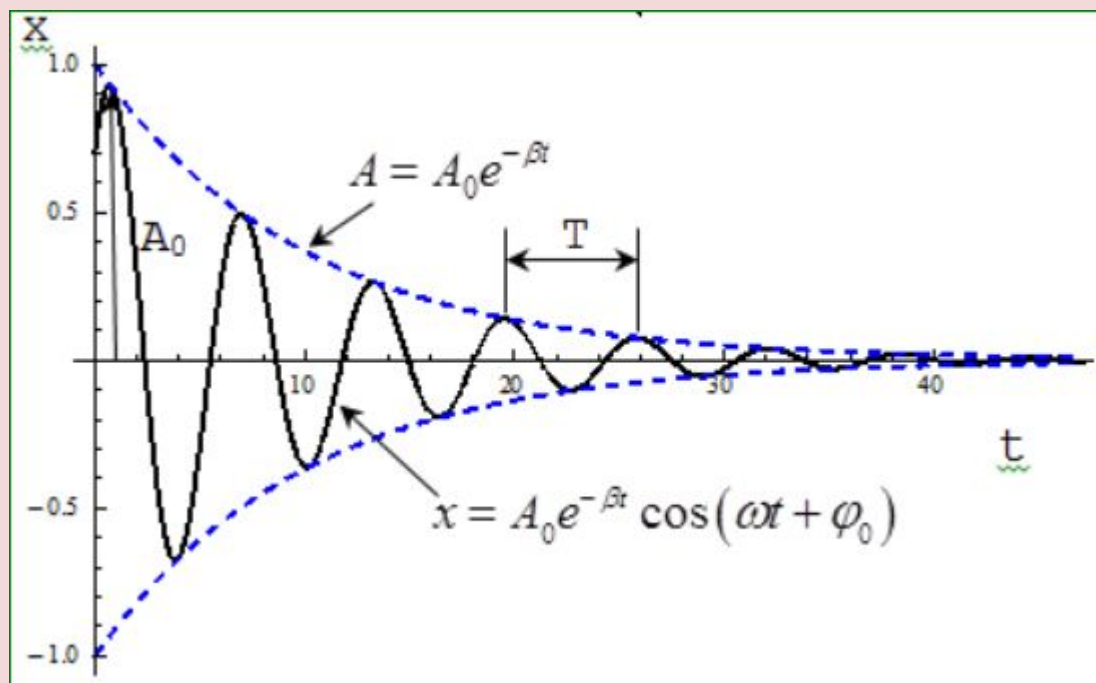
$t$  – время

$\varphi_0$  – начальная фаза колебаний

$\omega t + \varphi_0$  – фаза колебаний

$\omega$  – частота затухающих колебаний

## График зависимости смещения от времени для гармонических колебаний:



### Характеристики затухающего процесса:

$\tau$  – время релаксации, время за которое амплитуда колебаний убывает в  $e$  раз.

$\beta$  - коэффициент затухания, показывает, как быстро убывает амплитуда за единицу времени.

$\lambda$  – логарифмический декремент затухания, показывает, как быстро убывает амплитуда за период.



## 6. Вынужденные колебания

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\Omega t)$$

$x$  – смещение маятника от положения равновесия

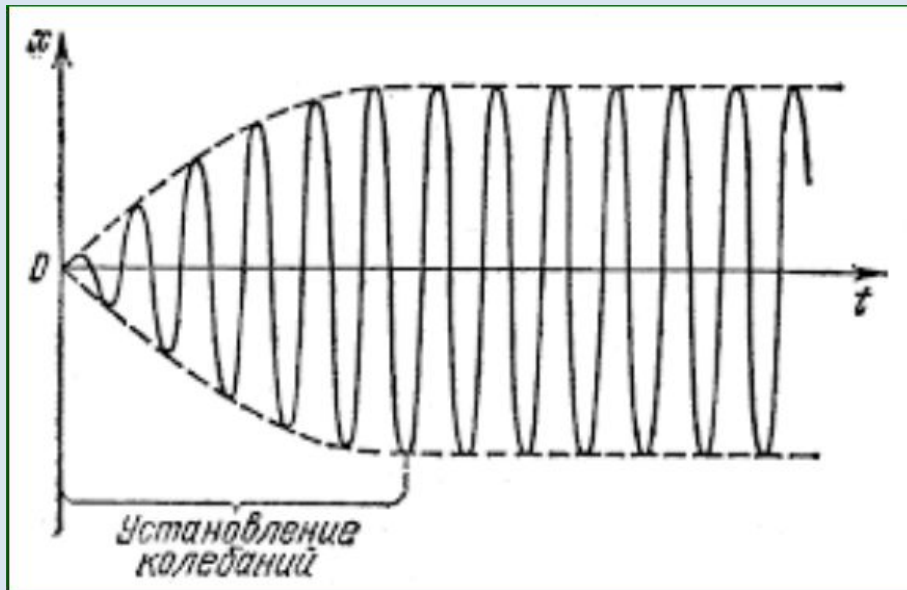
$\omega_0$  – круговая частота собственных колебаний

$\beta$  – коэффициент затухания

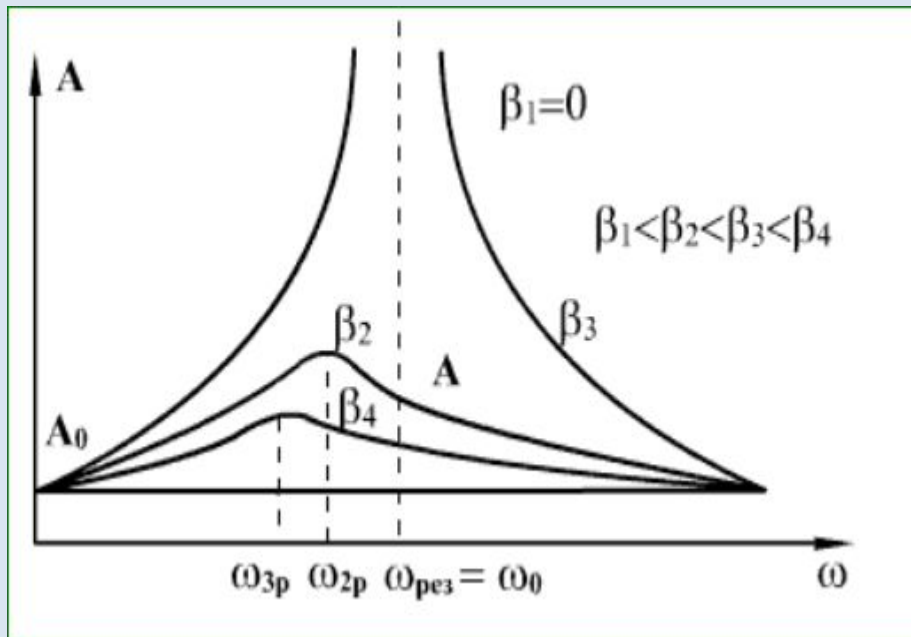
$\Omega$  – круговая частота вынужденных колебаний

$f_0$  – амплитуда вынуждающей силы

Решение дифференциального уравнения (после установления колебаний):

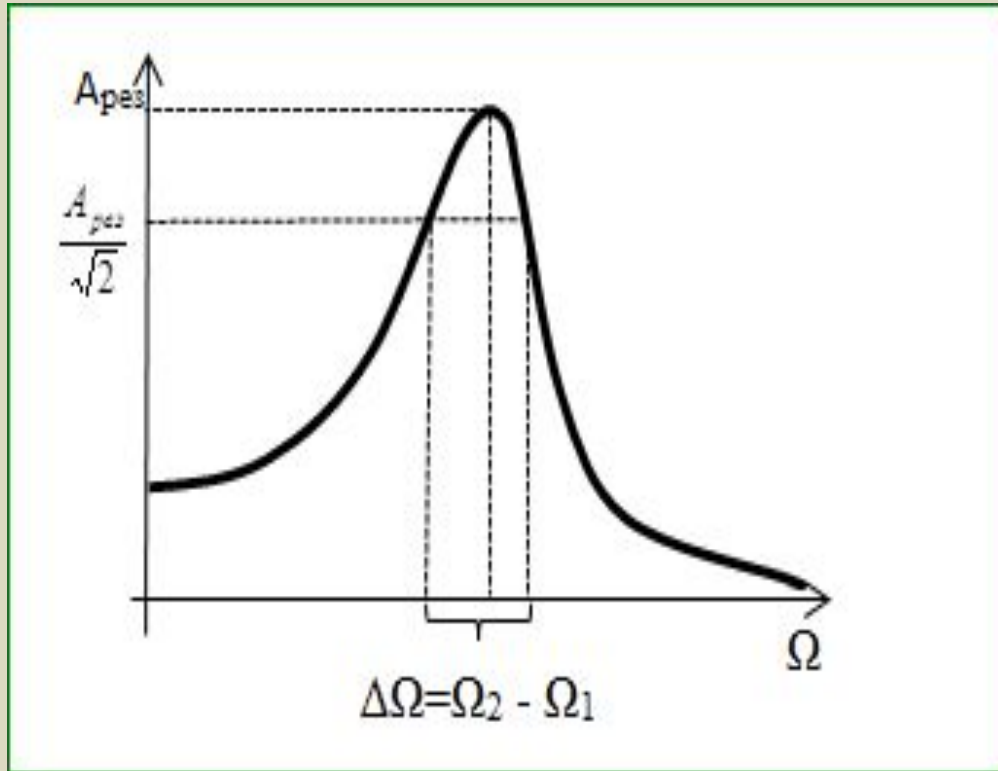


**График зависимости смещения от времени для вынужденных колебаний**



**Резонансные кривые (зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы) для различных коэффициентов затухания**

## 7. Добротность колебательной системы



$\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$  - ширина резонансной кривой

$Q = \frac{\Omega_{рез}}{\Delta\Omega}$  - добротность колебательной системы



В учебном пособии изложены основные сведения о явлениях механического резонанса в организме человека, обозначены возможные сферы их использования в практической медицине. Дано биофизическое и клинико-физиологическое обоснование методов диагностики и лечения, основанных на явлениях механического резонанса. Приведены медико-технические требования к устройствам для вибродиагностики и вибротерапии.