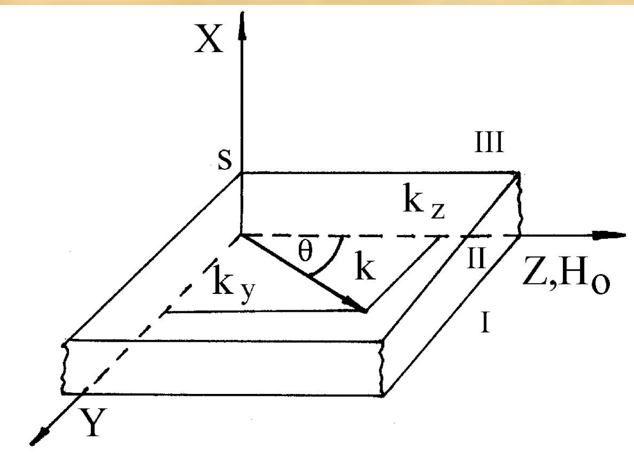
СПІН-ХВИЛЬОВА ЕЛЕКТРОНІКА

№2

Магнітостатичні хвилі в дотично намагніченому феромагнітному шарі

Магнітостатичні хвилі в дотично намагніченому феромагнітному шарі
Постановка задачі

МСХ, які поширюються під довільним кутом θ до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик.**



Вважаємо, що магнітні властивості діелектричних шарів описуються тензором: $\mu_{ij} = \delta_{ij}$

Система рівнянь, що **описує МСХ** в нашій структурі:

$$\Psi = \begin{cases} \Psi_1, & x < 0 \quad (\textit{область } 1), \\ \Psi_2, & 0 < x < s \quad (\textit{область } 2), \\ \Psi_3, & x > s \quad (\textit{область } 3). \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\Psi_1 = 0, \quad x < 0; \\ \mu\left(\dfrac{\partial^2\Psi_2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2\Psi_2}{\partial y^2}\right) + \dfrac{\partial^2\Psi_2}{\partial z^2} = 0; \quad 0 < x < s; \\ \Delta\Psi_3 = 0, \quad x > s \end{cases}$$

Рішення рівнянь шукаємо **методом розділення змінних:**

$$\Psi_i(x, y, z) = X_i(x)Y_i(y)Z_i(z), \quad i = \overline{1,3}$$

$$\Psi_i = X_i(x)e^{i(\omega t - k_y y - k_z z)}, \qquad i = \overline{1,3}$$

Підстановка призводить до **звичайних диференційних рівнянь** з постійними коефіцієнтами:

$$\frac{d^2 X_i}{d\,x^2} - k_s^2 X_i = 0, \qquad i = 1, 3$$

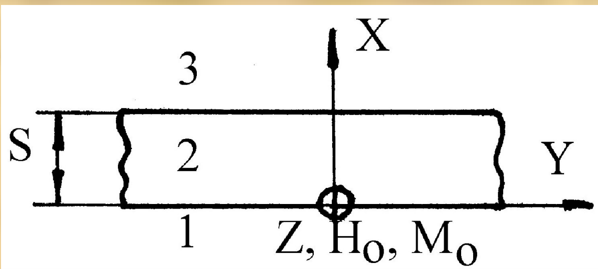
$$\frac{d^2 X_2}{d\,x^2} - \kappa^2 X_2 = 0,$$

де хвильові числа МСХ:

$$k_s = \left(k_y^2 + k_z^2\right)^{1/2}, \qquad \kappa = \left(\frac{k_z^2}{\mu} + k_y^2\right)^{1/2}.$$

$$k_y = k\sin\theta, \qquad k_z = k\cos\theta.$$

Поверхневі МСХ



МСХ, які поширюються під довільним кутом θ до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик.**

$$\Psi_1 = Ae^{kx+i(\omega t-ky)}$$

$$\Psi_2 = (B \operatorname{ch} kx + C \operatorname{sh} kx)e^{i(\omega t-ky)}$$

$$\Psi_3 = De^{-kx+i(\omega t-ky)}.$$

Щоб одержати **дисперсійне співвідношення** для ПМСХ, необхідно **зшити рішення на межах поділу середовищ**: використаємо **граничні умови** – неперервність дотичних компонент полів і нормальних компонент магнітної індукції на межах розподілу.

Для **дотичних компонент** магнітного **поля**:

$$h_{1y}\big|_{x=0} = h_{2y}\big|_{x=0},$$

$$h_{2y}\big|_{x=s} = h_{3y}\big|_{x=s}$$

Оскільки $\vec{h} = grad\ \Psi$, то:

$$h_{iy} = \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}$$

Для **нормальних компонент** магнітної **індукції**: $b_{1x}\big|_{x=0}=b_{2x}\big|_{x=0}$,

$$b_{2x}\big|_{x=s}=b_{3x}\big|_{x=s}$$

Для **феритового прошарку**: $\vec{b}=\hat{\mu}\vec{h}\Rightarrow\begin{vmatrix}b_x\\b_y\\b_z\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\mu & -i\mu_a & 0\\ i\mu_a & \mu & 0\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}\frac{\partial\Psi_2}{\partial x}\\ \frac{\partial\Psi_2}{\partial y}\\ \frac{\partial\Psi_2}{\partial z}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\mu\frac{\partial\Psi_2}{\partial x}-i\mu_a\frac{\partial\Psi_2}{\partial y}\\ i\mu_a\frac{\partial\Psi_2}{\partial x}+\mu\frac{\partial\Psi_2}{\partial y}\\ \frac{\partial\Psi_2}{\partial z}\end{vmatrix}$

Для **діелектричних прошарків**: $\vec{b}_{1,3}=\begin{vmatrix}\frac{\partial\Psi_{1,3}}{\partial x}\\ \frac{\partial\Psi_{1,3}}{\partial y}\\ \frac{\partial\Psi_{1,3}}{\partial z}\end{vmatrix}$

Отже, **система** з 4 **рівнянь** для опису електродинамічних **граничних умов**:

$$\Psi_1\big|_{x=0}=\Psi_2\big|_{x=0},\qquad \frac{\partial\Psi_1}{\partial x}\Big|_{x=0}=\left(\mu\frac{\partial\Psi_2}{\partial x}-i\mu_a\frac{\partial\Psi_2}{\partial y}\right)\Big|_{x=0},$$

$$\Psi_2\big|_{x=s}=\Psi_3\big|_{x=s},\qquad \left(\mu\frac{\partial\Psi_2}{\partial x}-i\mu_a\frac{\partial\Psi_2}{\partial y}\right)\Big|_{x=s}=\frac{\partial\Psi_3}{\partial x}\Big|_{x=s}$$

Після підстановки виразів для потенціалів маємо однорідну систему рівнянь відносно констант A, B, C, D:

$$A = B,$$
$$De^{-ks} = Bch\, ks + Csh\, ks,$$
$$kA = \mu kC - \mu_a kB,$$
$$-kDe^{-ks} = \mu k(Bsh\, ks + Cch\, ks) - k\mu_a(Bch\, ks + Csh\, ks).$$

Щоб знайти рішення, необхідно визначник системи прирівняти до нуля. В результаті маємо **дисперсійне співвідношення для ПМСХ**:

$$kS = \frac{1}{2}\ln\frac{(\mu-1)^2 - \mu_a^2}{(\mu+1)^2 - \mu_a^2}$$

Після підстановки виразів для компонент тензору магнітної проникності маємо ще один вираз для **дисперсійного співвідношення для ПМСХ**:

$$\omega^2 = \left(\omega_H + \frac{\omega_M}{2}\right)^2 - \left(\frac{\omega_M}{2}\right)^2 e^{-2|k|s}.$$

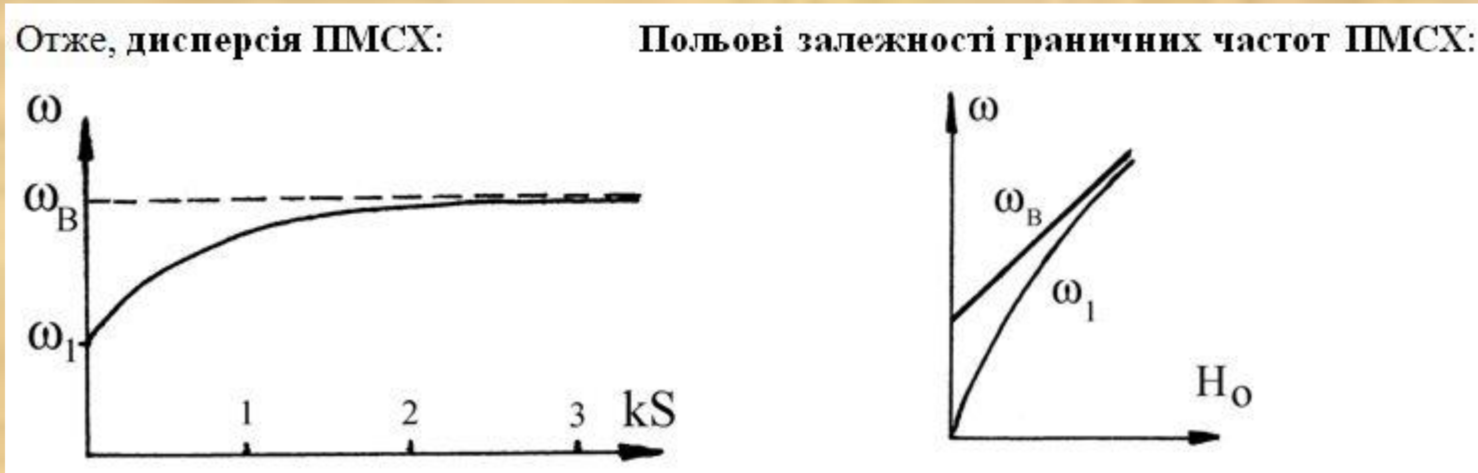
МСХ, які поширюються під довільним кутом θ до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик.**

$$\sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)} = \omega_1 \le \omega \le \omega_B = \omega_H + \frac{\omega_M}{2}$$

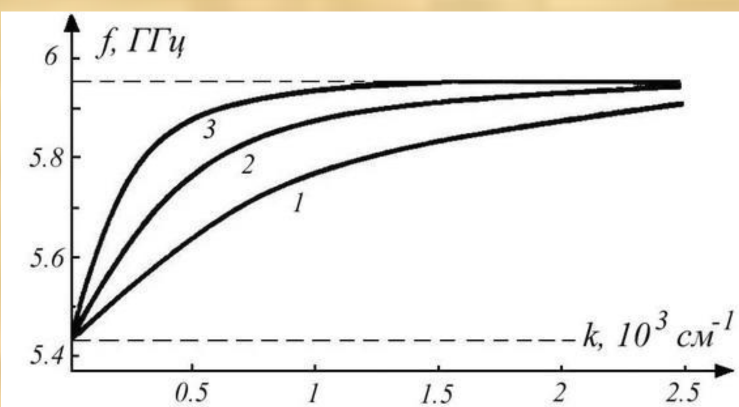
МСХ, які поширюються під довільним кутом θ до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик.**

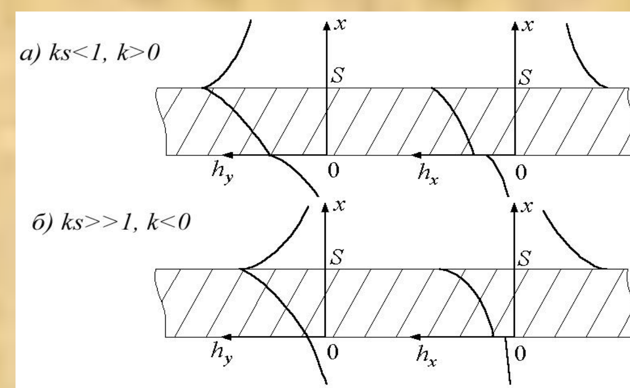
$$\Delta\omega = \omega_B - \omega_1 = \frac{1}{4}\frac{\omega_M^2}{\omega_B + \omega_1}\bigg|_{H_0\to\infty} \to 0$$

- із **збільшенням** зовнішнього **магнітного поля** (частоти) **діапазон** існування ПМСХ **прямує до нуля.**



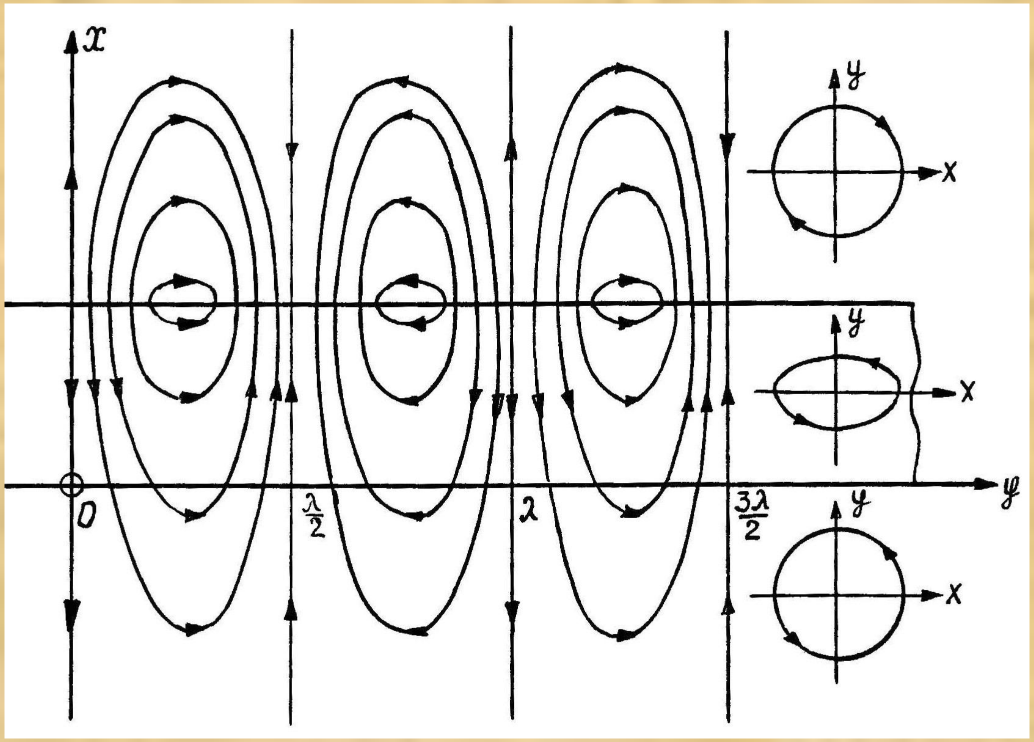
При одному і тому ж значенні хвильового числа ПМСХ більш повільні в більш тонких шарах.



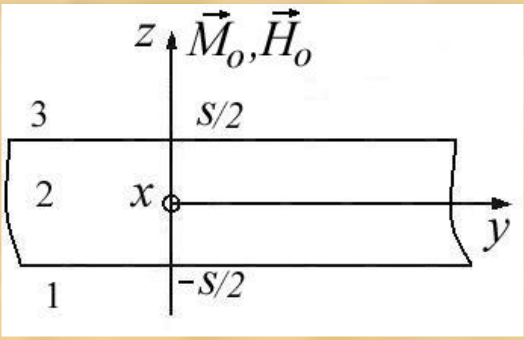


- при зміні напрямку поширення хвилі **максимум** амплітуди **переміщується на протилежну поверхню** феритового шару.

При цьому дисперсія ПМСХ залишається взаємною, тобто не залежить від знака хвильового вектора; з іншого боку ПМСХ є невзаємною з точки зору розподілу НВЧ поля:



Зворотні об’ємні МСХ



МСХ, які поширюються під довільним кутом θ до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик.**

Шукаємо рішення у вигляді:

$$\Psi_1 = Ae^{kx+i(\omega t-kz)}$$

$$\Psi_2 = (B\cos\frac{k}{\sqrt{-\mu}}x + C\sin\frac{k}{\sqrt{-\mu}}x)e^{i(\omega t-kz)}$$

$$\Psi_3 = De^{-kx+i(\omega t-kz)}.$$

Електродинамічні **граничні умови:**

$$\Psi_1\big|_{x=0} = \Psi_2\big|_{x=0}, \quad \frac{\partial\Psi_1}{\partial x}\Big|_{x=0} = \mu\frac{\partial\Psi_2}{\partial x}\Big|_{x=0},$$

$$\Psi_2\big|_{x=s} = \Psi_3\big|_{x=s}, \quad \mu\frac{\partial\Psi_2}{\partial x}\Big|_{x=s} = \frac{\partial\Psi_3}{\partial x}\Big|_{x=s},$$

Дисперсійне співвідношення для ЗОМСХ:

$$|k|s = \sqrt{-\mu}(n\pi + arctg\frac{2\sqrt{-\mu}}{1+\sqrt{-\mu}})$$

Використовуючи формулу котангенса подвійного аргументу:

$$\left(tg\frac{|k_z|s}{2\sqrt{-\mu}}-\sqrt{-\mu}\right)\left(tg\frac{|k_z|s}{2\sqrt{-\mu}}+\frac{1}{\sqrt{-\mu}}\right)=0,$$

звідки **симетричні та антисиметричні** моди:

$$|k_n|s=2\sqrt{-\mu}\left(n\pi+arctg\sqrt{-\mu}\right)\quad n=0,1,2,3,\ldots$$

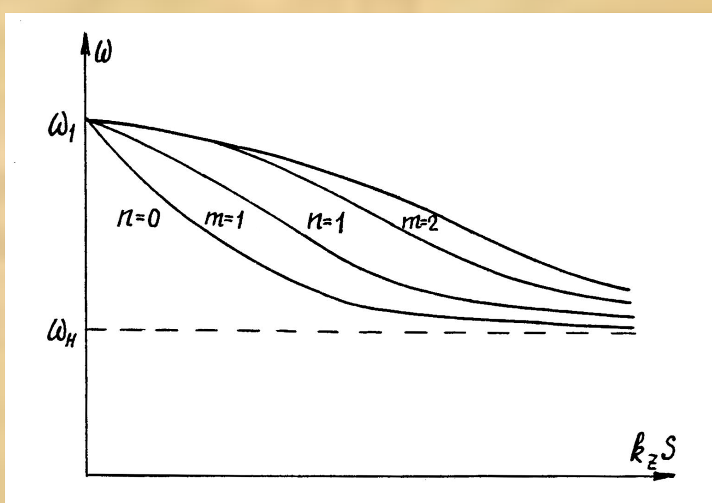
$$|k_m|s=2\sqrt{-\mu}\left(m\pi-arctg\frac{1}{\sqrt{-\mu}}\right)\quad m=1,2,3,\ldots$$

МСХ, які поширюються під довільним кутом θ до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик.**

$$\sqrt{\omega_H(\omega_H+\omega_M)}=\omega_1\le\omega\le\omega_B=\omega_H+\frac{\omega_M}{2}$$

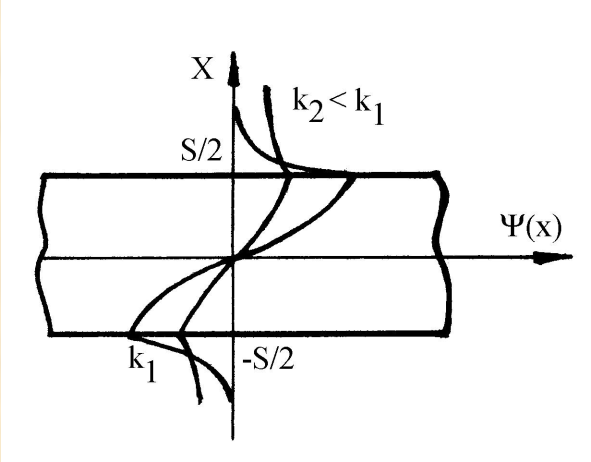
МСХ, які поширюються під довільним кутом θ до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик.**

$$\Delta\omega=\omega_B-\omega_1=\frac{1}{4}\frac{\omega_M^2}{\omega_B+\omega_1}\bigg|_{H_0\to\infty}\to 0$$

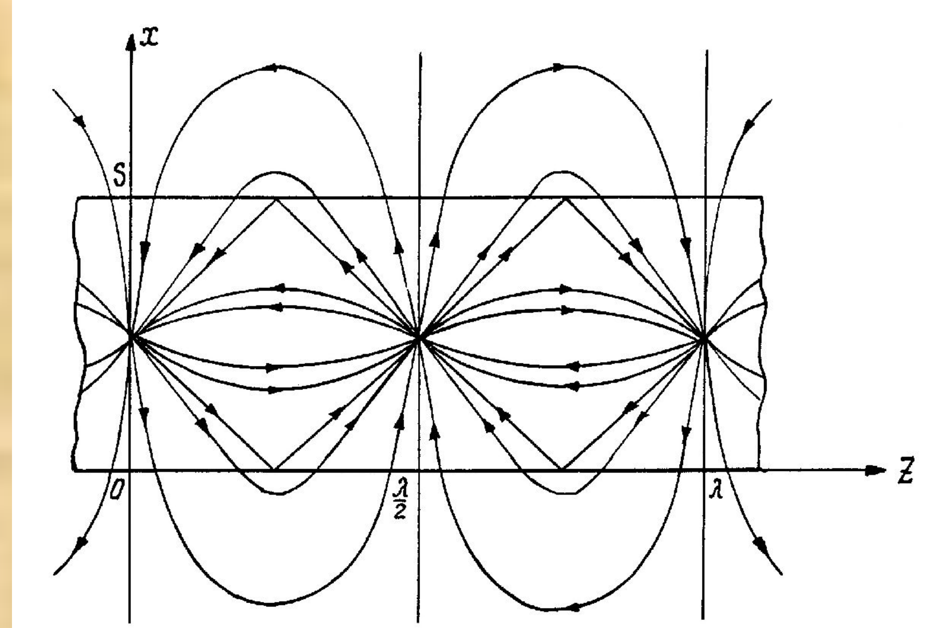


- **дисперсія** ЗОМСХ. **Основна** (фундаментальна) мода ЗОМСХ - **асиметрична мода**, яка має найпростіший розподіл змінної намагніченості по товщині і тому легко збуджується. На початковій ділянці дисперсії **групова швидкість**:

$$v_{гр}=-\frac{s}{4}\frac{\omega_H\omega_M}{\omega_1}$$



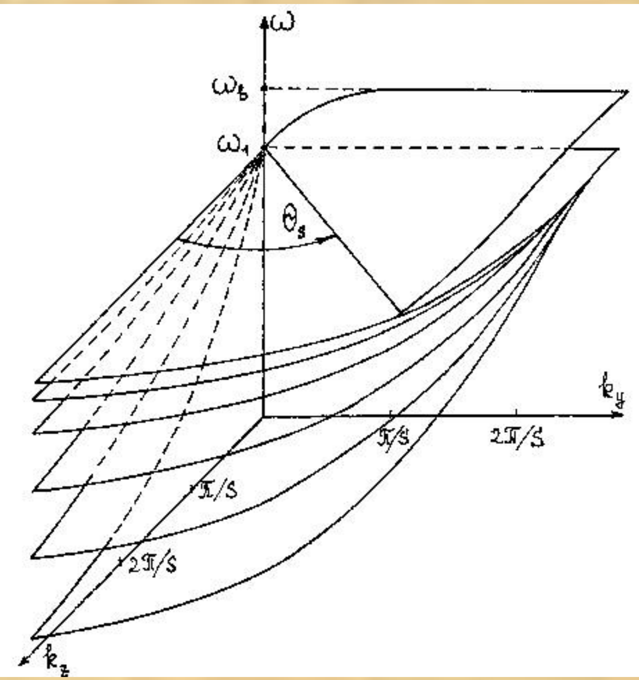
розподіл амплітуди основної моди; **при великих хвильових числах енергія хвилі концентрується в об’ємі.**



силові магнітні лінії ЗОМСХ: хвиля в фериті має еліптичну поляризацію, ззовні – кругову.

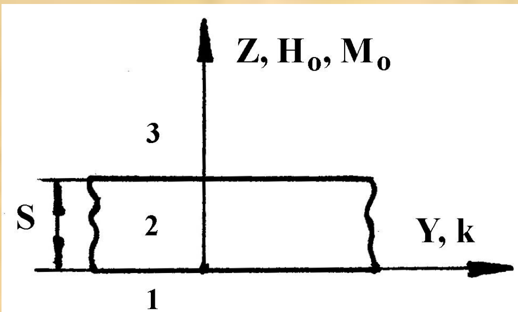
При **довільному куті між напрямками хвильового вектора та зовнішнього сталого магнітного поля** в площині зразка дисперсія хвиль:

$$2k_S \mu \kappa \ cth \ \kappa s + \mu^2 \kappa^2 + k_S^2 - \mu_a^2 k_y = 0$$



МСХ, які поширюються під довільним кутом θ до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик.**

Магнітостатичні хвилі в нормально намагніченому феритовому шарі



маємо **прямі об’ємні МСХ** (ПОМСХ). Система рівнянь:

$$\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial z^2}=0, \qquad z<0$$

$$\mu\frac{\partial^2\Psi_2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi_2}{\partial z^2}=0, \qquad 0<z<S$$

$$\frac{\partial^2\Psi_3}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi_3}{\partial z^2}=0, \qquad z>S$$

Рішення шукаємо у вигляді:

$$\Psi_1 = Ae^{|k|z+i(\omega t-ky)},$$

$$\Psi_2 = \left(B\cos(-\mu)^{1/2}|k|z + C\sin(-\mu)^{1/2}|k|z\right)e^{i(\omega t-ky)},$$

$$\Psi_3 = De^{-|k|z+i(\omega t-ky)}.$$

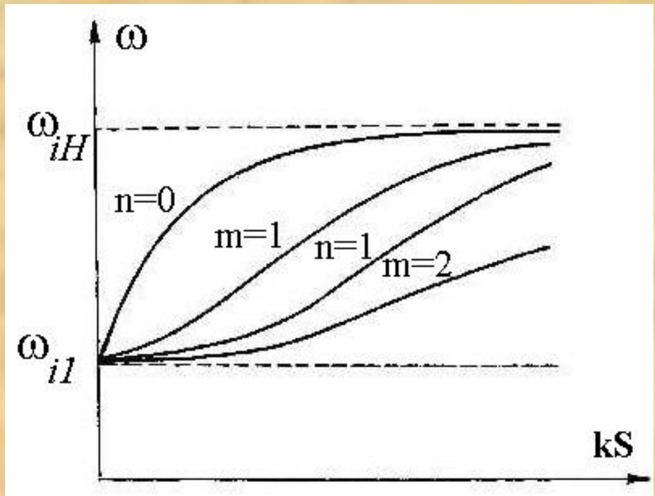
Граничні умови:

$$\Psi_1\big|_{z=0}=\Psi_2\big|_{z=0}, \qquad \frac{\partial\Psi_1}{\partial x}\Big|_{z=0}=\frac{\partial\Psi_2}{\partial x}\Big|_{z=0},$$

$$\Psi_2\big|_{z=s}=\Psi_3\big|_{z=s}, \qquad \frac{\partial\Psi_2}{\partial x}\Big|_{z=s}=\frac{\partial\Psi_3}{\partial x}\Big|_{z=s},$$

Дисперсійне співвідношення для ПОМСХ в нормально намагніченому фериті:

$$tg|k|s(-\mu)^{1/2}=-\frac{2\sqrt{-\mu}}{1+\mu}$$



дисперсія ПОМСХ в ізольованому феритовому шарі.

Заміна, яка враховує поле розмагнічування: $\vec{H}_i = \vec{H}_0 - 4\pi \vec{M}$

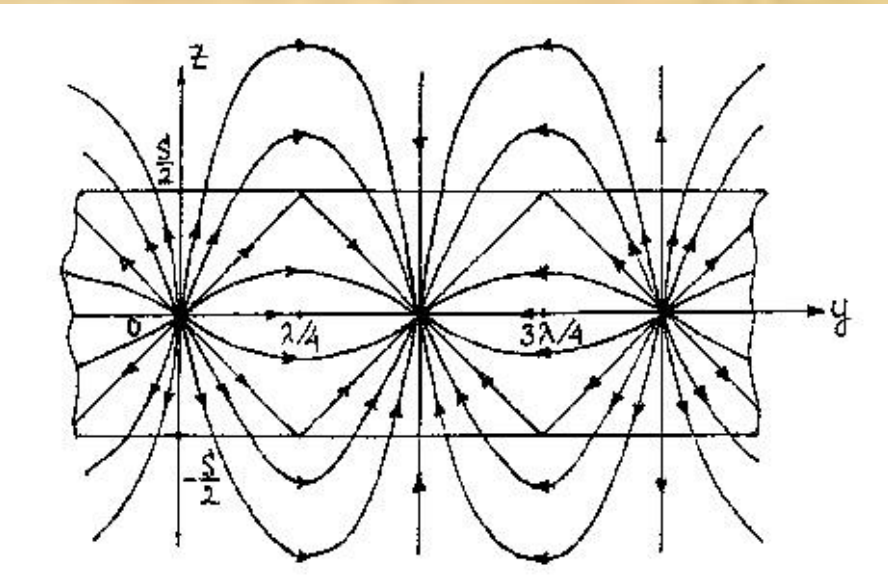
МСХ, які поширюються під довільним кутом θ до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик.**

$$\sqrt{\omega_H\left(\omega_H - \omega_M\right)} < \omega \le \omega_H - \omega_M$$

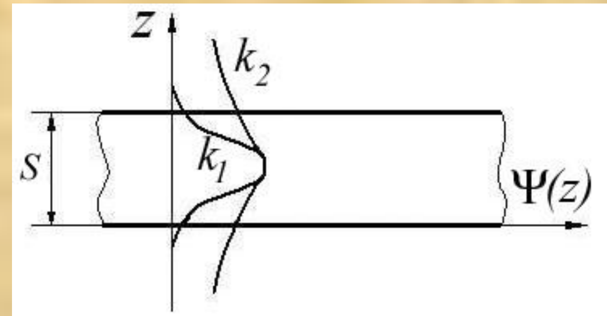
МСХ, які поширюються під довільним кутом θ до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик.**

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_H = \left.\frac{\omega_M^2}{\sqrt{1 + \frac{\omega_M}{\omega_H}} + 1}\right|_{H_0 \to \infty} \to \frac{\omega_M}{2}$$

ПОМСХ – хвилі **з прямою дисперсією** (оскільки $d\omega/dk > 0$).

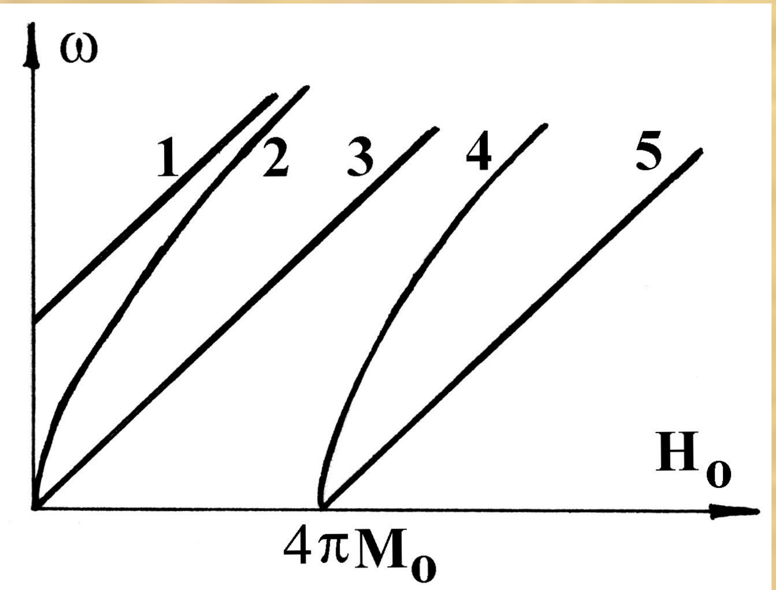


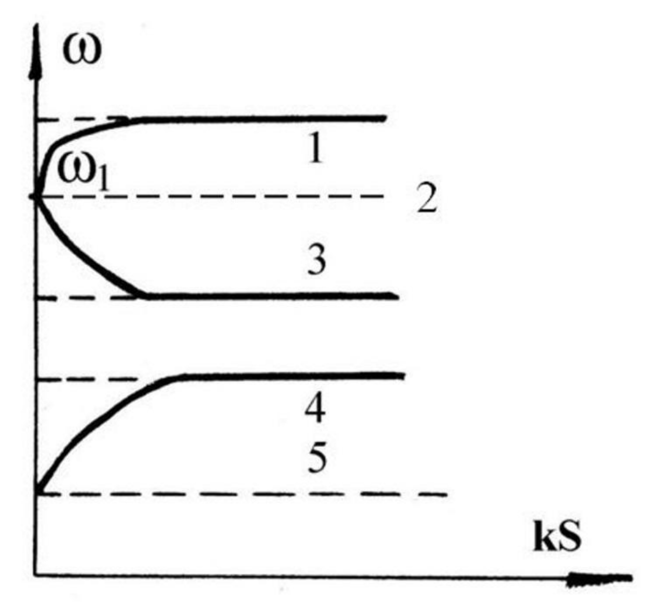
- **силові магнітні лінії** ПОМСХ для найнижчої моди: хвиля в фериті має еліптичну поляризацію, ззовні – кругову.



- розподіл амплітуд **НВЧ компонент магнітного поля** ПОМСХ для різних значень хвильового числа

МСХ, які поширюються під довільним кутом θ до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик.**





МСХ, які поширюються під довільним кутом θ до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик.**

Розподіл енергії МСХ в ізольованому феритовому шарі

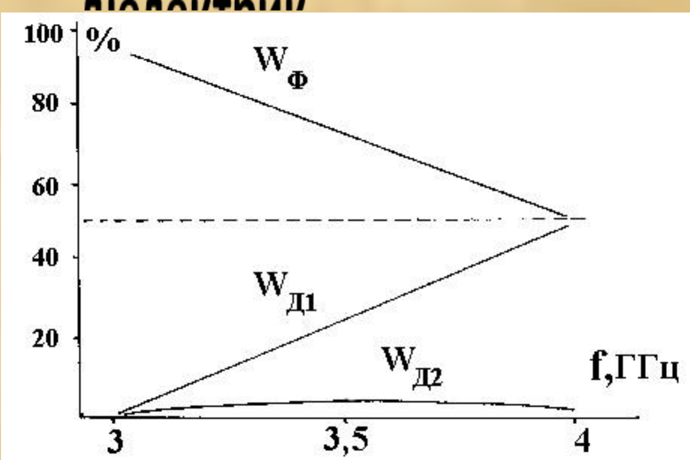
Середня внутрішня енергія одиниці об’єму анізотропного середовища з урахуванням часової дисперсії (за умови відсутності поглинання):

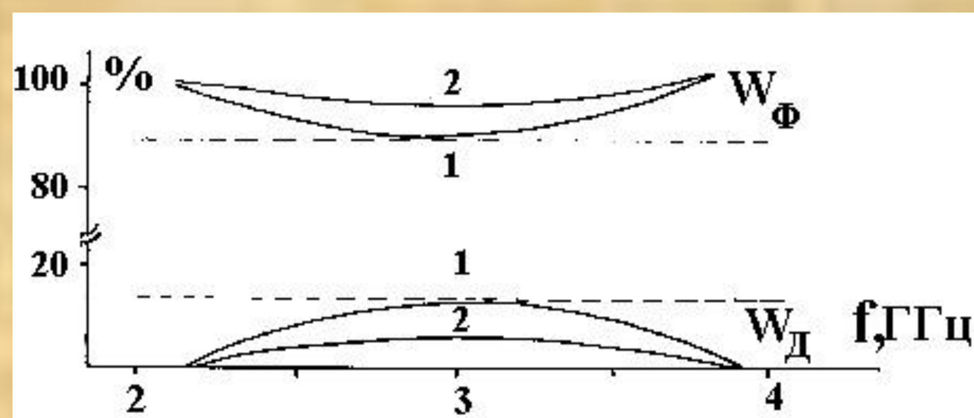
$$W_{cep} = \frac{1}{16\pi}\frac{d}{d\omega}\left[(\omega\mu_{ij})h_i h_j^* + (\omega\varepsilon)e_i e_j^*\right]$$

Для МСХ (тільки магнітна складова поля):

$$W_{cep} = \frac{1}{16\pi}\frac{d}{d\omega}\left[(\omega\mu_{ij})h_i h_j^*\right]$$

МСХ, які поширюються під довільним кутом θ **до напрямку зовнішнього сталого магнітного поля** $\vec{H}_0$ - маємо справу з багатошаровою структурою **діелектрик-ферит-діелектрик**





Дякую за увагу!