

Wi-Fi

Обзор физического уровня
стандарта IEEE 802.11a/g.

Сентябрь, 2015

gregory.v.morozov@gmail.com

Содержание

- Введение. Обзор уровня управления доступом к среде (МАС) стандарта IEEE802.11
- Обзор физического уровня (PHY) стандарта IEEE802.11a/g

Используемые источники

- Рошан П., Лиэри Дж. Основы построения беспроводных сетей стандарта 802.11.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 304 с.
- IEEE Std. 802.11a-1999
- Van Nee R., Prasad R. OFDM for wireless multimedia communications. – London: Artech House, 2000 – 260 p.

Справка

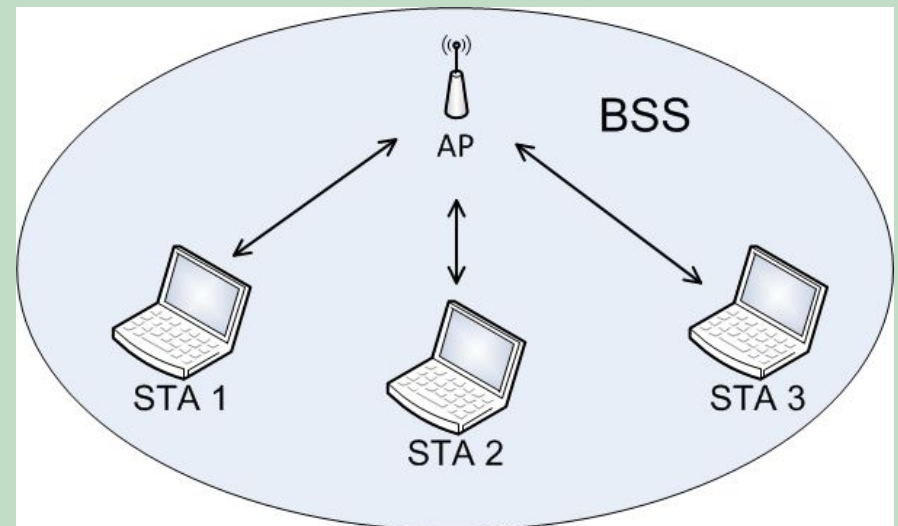
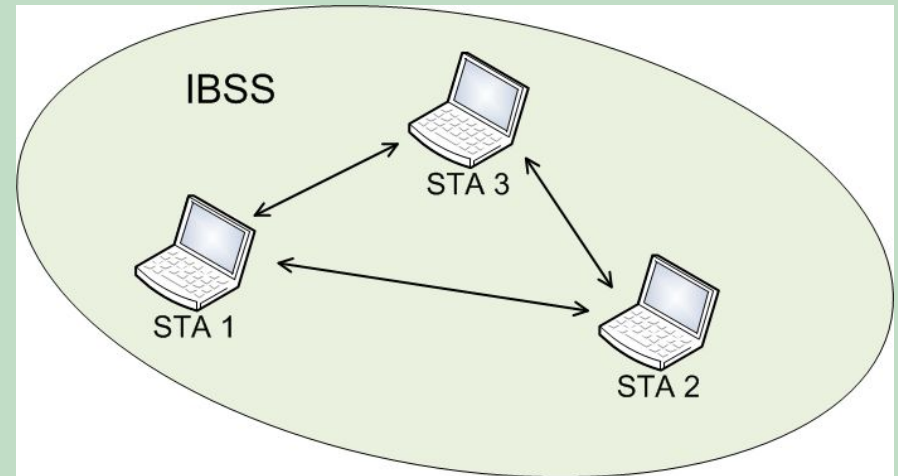
- Стандарт 802.11 определяет различные технологии реализации физического уровня (PHY) и общий уровень управления доступом к среде MAC (Medium Access Control) для беспроводных локальных сетей (Wireless Local Area Networks, WLAN)
- Стандарт 802.11 (1997 год)
 - скачкообразная перестройка частоты, диапазон 2.4 ГГц, скорость передачи данных до 2 Мбит/с
- Стандарт 802.11b (1999 год)
 - расширение спектра методом прямой последовательности, диапазон 2.4 ГГц, скорость передачи данных до 11 Мбит/с
- **Стандарт 802.11a**
 - разделение по ортогональным частотам (OFDM технология), диапазон 5 ГГц, скорость передачи данных 54 Мбит/сек (реально до 24 Мбит/с)
- Стандарт 802.11g
 - расширенный физический уровень (ERP - extended rate physical layer) стандарта 802.11a в диапазоне 2,4 ГГц
- Стандарт 802.11n
 - развитие стандарта 802.11a, поддержка однопользовательского (Single User, SU) MIMO-режима передачи данных, объединение двух полос частот, канальное кодирование LDPC, скорость передачи данных до 600 Мбит/с
- Стандарт 802.11ac
 - дальнейшее развитие стандарта 802.11n, поддержка многопользовательского (Multi-User, MU) MIMO-режима передачи данных, дальнейшее объединение нескольких полос частот (до 160 МГц), поддержка модуляции 256QAM, скорость передачи данных до 7Гбит/с

Зона обслуживания беспроводной локальной сети (WLAN)

- Зона обслуживания (Service Set, SS) – это логически сгруппированные устройства
 - Технология WLAN обеспечивает доступ к сети путем передачи широкополосных сигналов через эфир на несущей в диапазоне радиочастот
 - Принимающая станция может получать сигналы в диапазоне работы нескольких передающих станций
 - Передающая станция вначале передает идентификатор зоны обслуживания (Service Set Identifier, SSID)
 - Станция-приёмник использует SSID для фильтрации получаемых сигналов и выделения того, который ей нужен

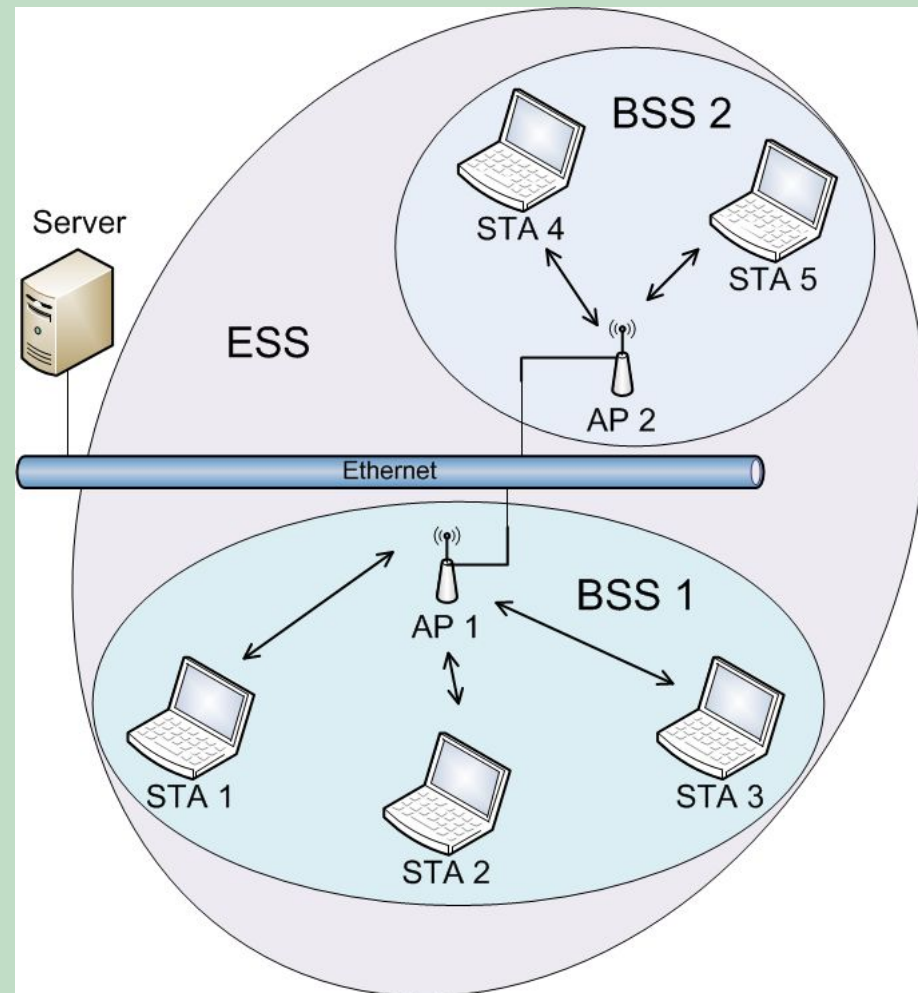
Топологии WLAN (1/2)

- 1. Независимая базовая зона обслуживания (IBSS)
 - Группы станций связываются друг с другом непосредственно, т.е. без точки доступа – Access Point, AP
- 2. Базовая зона обслуживания (BSS)
 - Группы станций связываются друг с другом через точку доступа AP



Топологии WLAN (2/2)

- 3. Расширенная зона обслуживания (ESS)
 - Несколько BSS могут соединяться через стандартные интерфейсы (например, Ethernet)



Множественный доступ с контролем несущей и предотвращением коллизий

- Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance (CSMA/CA): на примере аналогии с селекторным совещанием
 - Прежде чем любой участник начнет говорить, он сообщает о длительности своей речи. Другие участники узнают, как долго им придется ждать
 - Участники не могут говорить, пока не истечет время, зарезервированное предыдущим участником для своей речи
 - Участники не знают, услышан ли их голос, пока они не получат подтверждение по окончании речи
 - Два участника, начавшие говорить одновременно, не знают, что пытаются перекричать друг друга. Они определяют это, не получив подтверждения, что их речь услышана
 - Участники выжидают некоторое случайное время и снова пытаются говорить, если не получают подтверждения, что были услышаны

Компоненты технологии CSMA/CA

- Предотвращение коллизий - ключевой момент для WLAN, т.к. они не имеют механизма для обнаружения коллизий на физ. уровне
- При использовании CSMA/CA коллизия обнаруживается только при неполучении передающей станцией ожидаемого подтверждения (Acknowledgement, ACK)
- Компоненты технологии CSMA/CA 802.11
 - Контроль несущей (или контроль наличия в сети сигнала от работающей станции)
 - Фрагментация фреймов
 - Резервирование среды с помощью механизма «готовность к передаче/готовность к приему» (RTS/CTS)
 - Распределенная функция координации (Distributed Coordination Function, DCF)

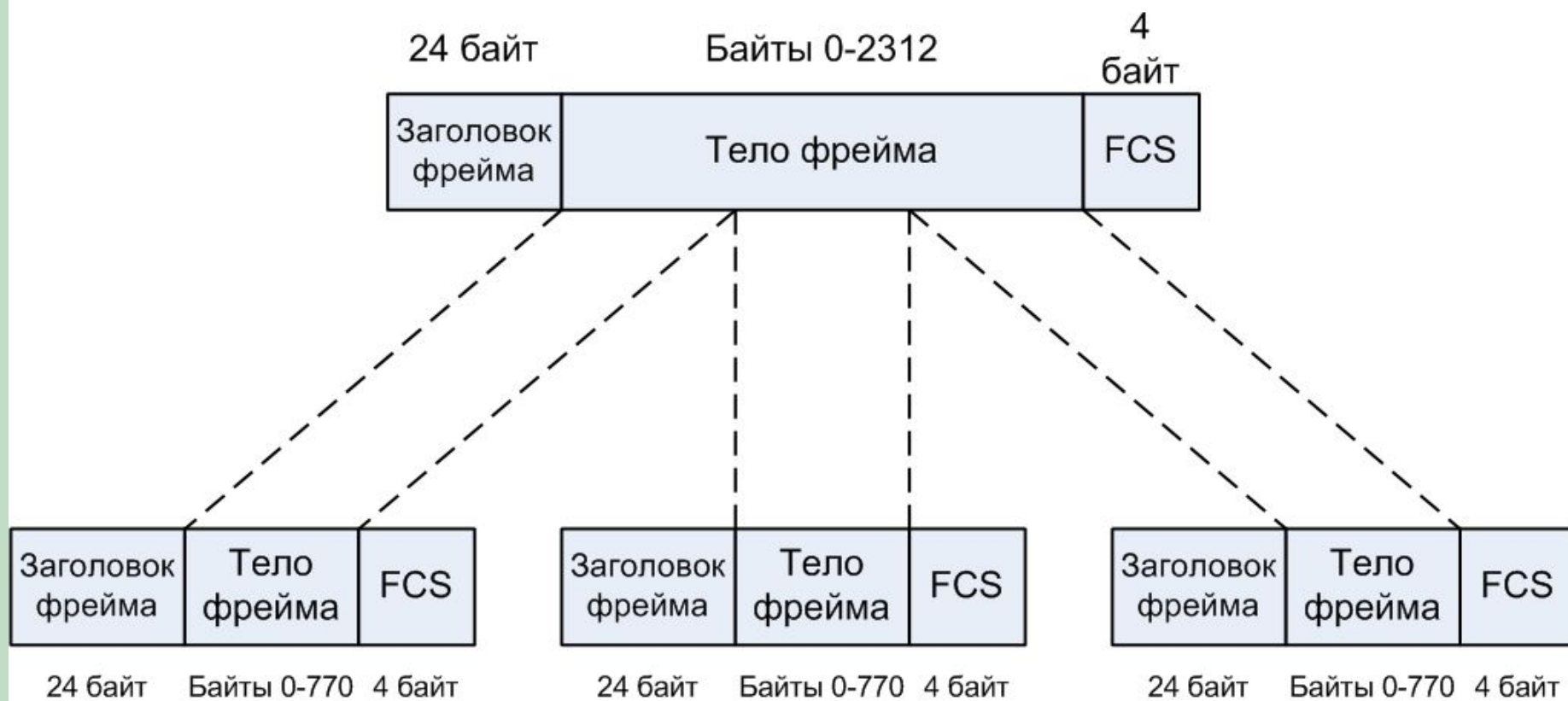
Контроль несущей

- Любая станция вначале проверяет среду на наличие сигнала на несущей частоте
- Наличие сигнала в сети означает, что другая станция осуществляет передачу
- Станция откладывает свою передачу до момента освобождения среды
- Два метода определения состояния среды
 - Проверка физ. уровня на предмет наличия несущей
 - Использование виртуальной функции контроля несущей с помощью вектора распределения сети (Network Allocation Vector, NAV)
- Станция обновляет значение своего вектора NAV если полученное значение поля продолжительности фрейма превышает значение, хранимое в её векторе NAV
 - Например, значение вектора NAV станции = 10 мс. Станция не обновит свой вектор NAV, получив фрейм со значением поля продолжительности 5 мс. Однако, станция обновит свой вектор NAV, получив фрейм со значением поля продолжительности 20 мс

Фрагментация фрейма (1/2)

- Фрагментация – дробление фрейма на меньшие фрагменты с отдельной передачей каждого из них
 - Получение каждого фрагмента фрейма подтверждается отдельно
 - Если какой-нибудь фрагмент фрейма передан с ошибкой или вступит в коллизию, только его нужно передавать повторно, а не весь фрейм
- Фрагментация возможна только для одноадресных фреймов
- Фрагментация повышает надежность передачи через беспроводную среду, но увеличивает «накладные расходы» MAC уровня за счет увеличения числа служебных сигналов протокола MAC (заголовков фрейма, контрольная последовательность фрейма, Frame Check Sequence, FCS)
- Фрагменты фрейма передаются пакетом (используется одна итерация механизма доступа к среде)

Фрагментация фрейма (2/2)



Категории фреймов. Основной фрейм MAC уровня

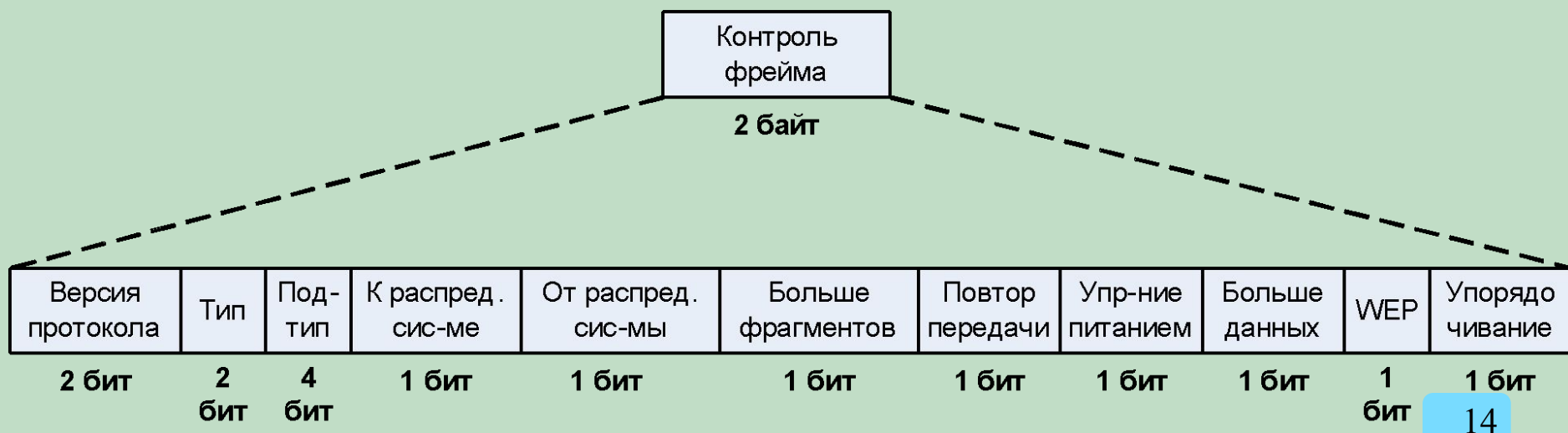
- Управляющие фреймы (Control frames)
 - Управляют передачей фреймов данных при нормальном обмене информацией станциями стандарта 802.11
- Служебные фреймы (Management frames)
 - Обеспечивают соединения беспроводных локальных сетей и аутентификацию
- Фреймы данных (Data frames)
 - Переносят данные от передающей станции к приемной
- Все фреймы стандарта 802.11 строятся подобно основному фрейму

Контроль фрейма	Продолжительность (ID)	Адрес 1	Адрес 2	Адрес 3	Управление очередностью	Адрес 4	Тело фрейма	FCS
2 байт	2 байт	6 байт	6 байт	6 байт	2 байт	6 байт	Байты 0-2312	4 байт

Основной фрейм MAC уровня.

Поле контроля фрейма

- **1. Поле Frame control** (контроль или управление фреймом)
 - Размер = 2 байта
 - Состоит из 11 подполей
 - Содержит всю управляющую информацию, необходимую для функционирования протокола MAC (информация о типе и подтипе кадра, фрагментации, ретрансляции кадра и типе сервиса и т.д.)



Основной фрейм MAC-уровня.

Подполя поля контроля фрейма (1/2)

- Версия протокола (protocol version)
 - Указывает версию протокола 802.11 MAC. Существует только одна версия, поэтому имеется только значение 0. Все остальные значения зарезервированы
- Тип (type)
 - Указывает тип фрейма MAC: управляющий, служебный или фрейм данных. Четвертое значение зарезервировано
- Подтип (subtype)
 - Указывает подтип фрейма
- К распределительной системе (to DS)
 - Указывает, предназначен ли фрейм для распределительной системы
- От распределительной системы (from DS)
 - Указывает, получен ли фрейм из распределительной системы
- Больше фрагментов (more fragments)
 - Указывает, является ли данный фрейм только служебным или только фреймом данных, либо следует ожидать других фрагментов

Основной фрейм MAC-уровня.

Подполя поля контроля фрейма (2/2)

- Повторная передача (retry)
 - Указывает, передается ли данный фрейм повторно. Позволяет приёмнику отвергать дублирующие фреймы
- Управление питанием (power management)
 - Указывает на режим энергопотребления станции. Значение 1 - станция работает в режиме экономии энергопотребления, значение 0 - находится в активном режиме. Фреймы точки доступа всегда имеют значение 0
- Больше данных (more data)
 - Если бит этого поля установлен, приёмная станция оповещается о том, что имеются предназначенные для нее данные, буферизированные в точке доступа
- Защищенность, эквивалентная защищенности для проводных сетей (wired equivalent privacy, WEP)
 - Указывает, используется ли шифрование WEP для защиты тела фрейма
- Параметр упорядочивания (order)
 - 1 - если фрейм данных использует Strictly Ordered service class, 0 - в противном случае.

Другие поля основного фрейма MAC уровня

- **2. Duration/ID** (Продолжительность/ID)
 - Если используется поле длительности, указывается время (в микросекундах), на которое требуется выделить канал для успешной передачи кадра MAC. В некоторых кадрах управления в этом поле указывается идентификатор соединения
- **3. Адреса 1, 2, 3 и 4**
 - Эти поля изменяются в зависимости от типа и подтипа фрейма. Возможны следующие типы адреса: источника, назначения, передающей станции, принимающей станции
- **4. Sequence control** (Управление очередностью)
 - Содержит 4-битовое подполе номера фрагмента, используемое для фрагментации и повторной сборки, и 12-битовый порядковый номер, используемый для нумерации кадров, передаваемых между данными приёмником и передатчиком
- **5. Тело кадра**
 - Содержит модуль (unit) или фрагмент данных (информационные данные или управляющая информация MAC)
- **6. FCS** - контрольная сумма фрейма
 - В данном поле содержится 32-разрядное значение циклического избыточного контроля (CRC - cyclic redundancy check), вычисленное для всех полей заголовка и тела фрейма MAC. Если вычисленная CRC на приёмном конце совпадает с содержимым этого поля, кадр считается успешно принятым, иначе возникает ошибка

Управляющие фреймы стандарта 802.11

- Фрейм RTS
 - Это запрос на резервирование среды. Он является частью механизма доступа стандарта 802.11

Контроль фрейма	Продолжительность	Адрес приёмника	Адрес передатчика	FCS
2 байт	2 байт	6 байт	6 байт	4 байт

- Фрейм CTS
 - Это ответ на фрейм RTS с указанием приёмной станции, что среда была зарезервирована на указанное время

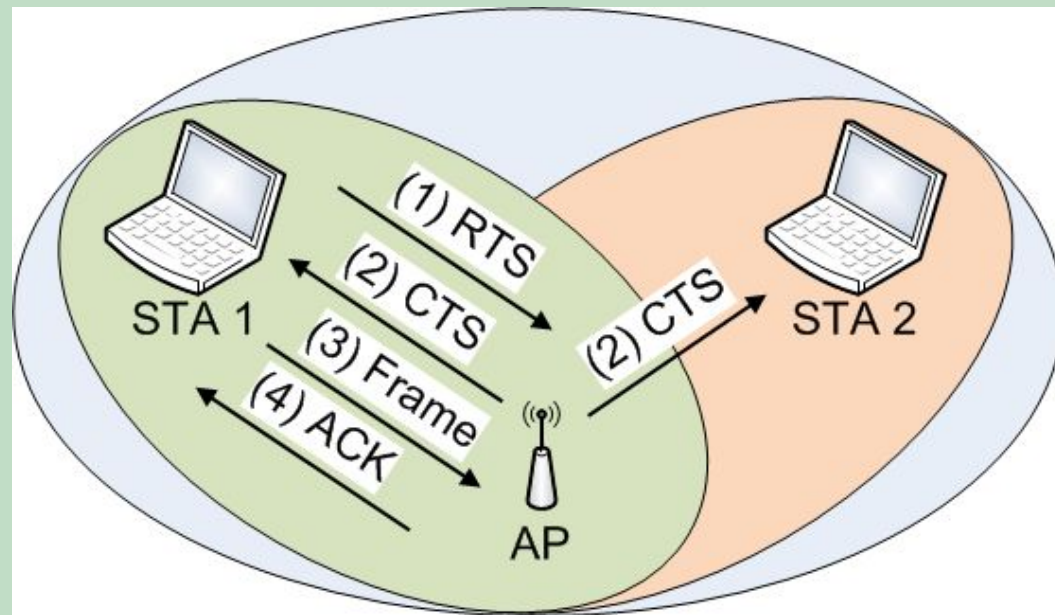
Контроль фрейма	Продолжительность	Адрес приёмника	FCS
2 байт	2 байт	6 байт	4 байт

- Фрейм ACK
 - Подтверждает успешную передачу фрейма. Получатель фрейма посылает фрейм отправителю, чтобы сообщить о его успешном приёме

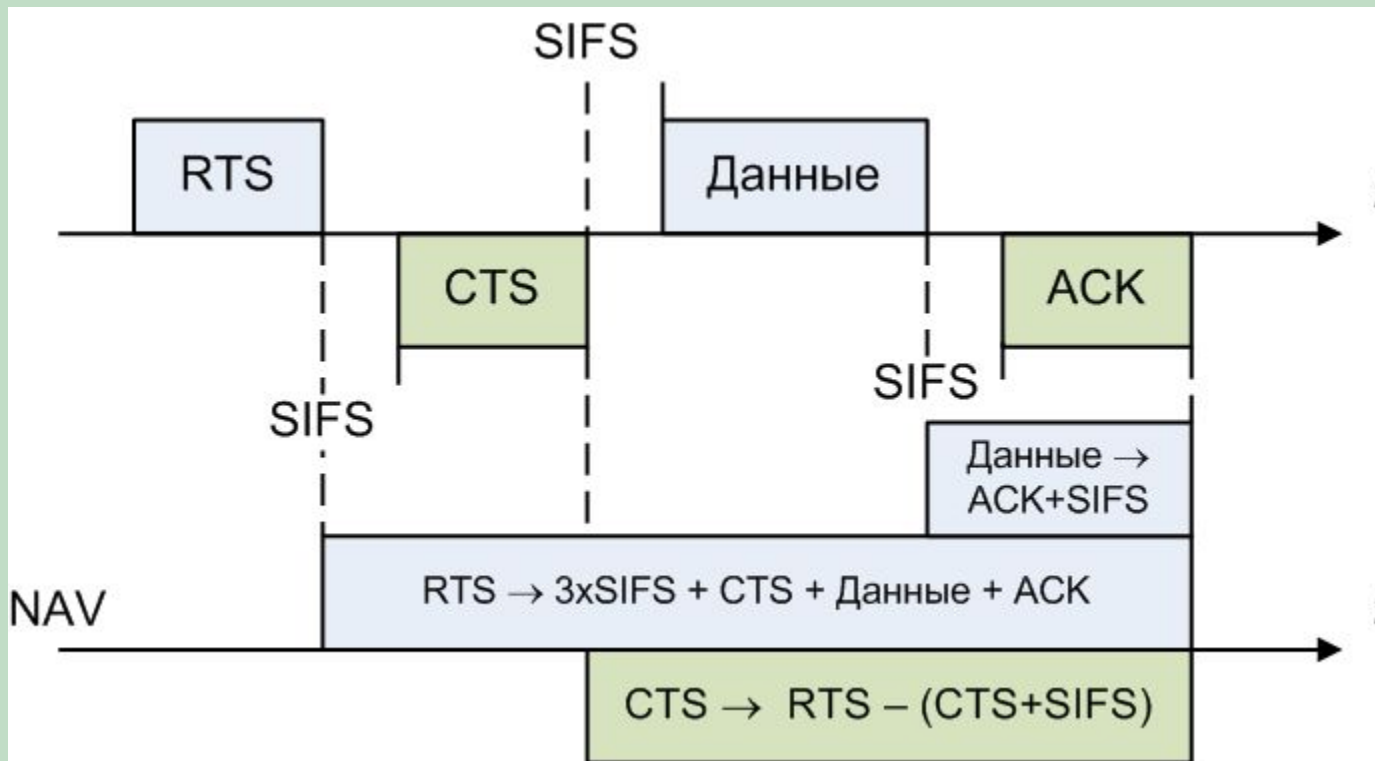
Контроль фрейма	Продолжительность	Адрес приёмника	FCS
2 байт	2 байт	6 байт	4 байт

Скрытый узел в сети WLAN

- Станция STA 1 и точка доступа AP находятся в зоне действия друг друга
- Станция STA 2 так же находится в зоне действия AP и тоже пытается осуществить передачу данных через среду
- Однако, станция STA 2 находится вне зоны действия станции STA 1, т.е. для STA 1 станция STA 2 является скрытым узлом (Hidden Node) и наоборот



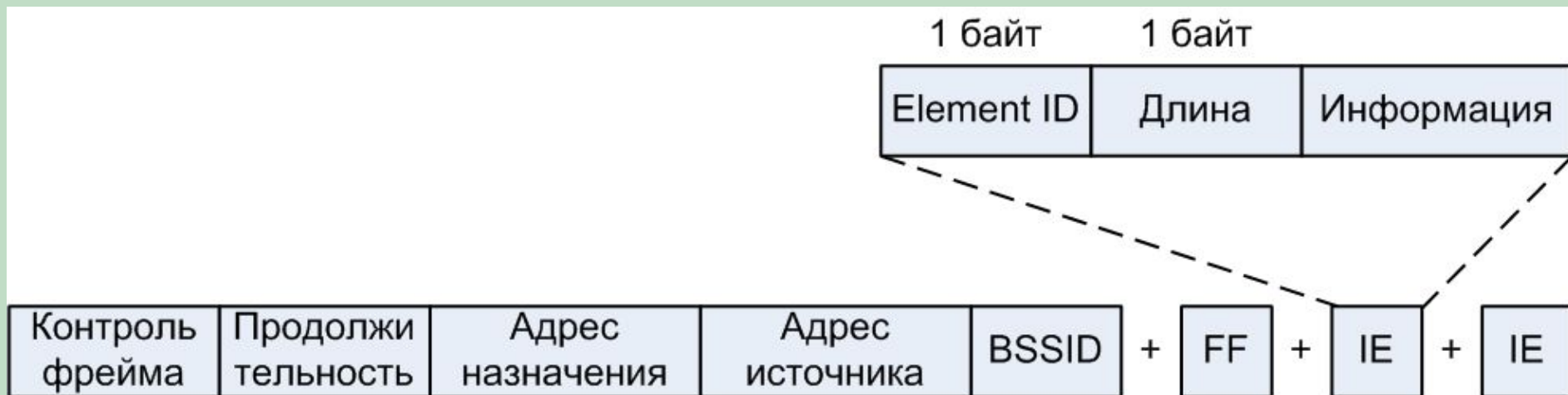
NAV для RTS/CTS



- SIFS - Short Interframe Space, короткий межфреймовый интервал

Служебные фреймы стандарта 802.11

- Служебные фреймы имеют поля, отличающиеся от исходного фрейма MAC
 - Используют структуры данных, которые называются *информационными элементами* (IE) и *фиксированными полями* (FF)



BSSID – идентификатор базовой зоны обслуживания

Примеры служебных фреймов

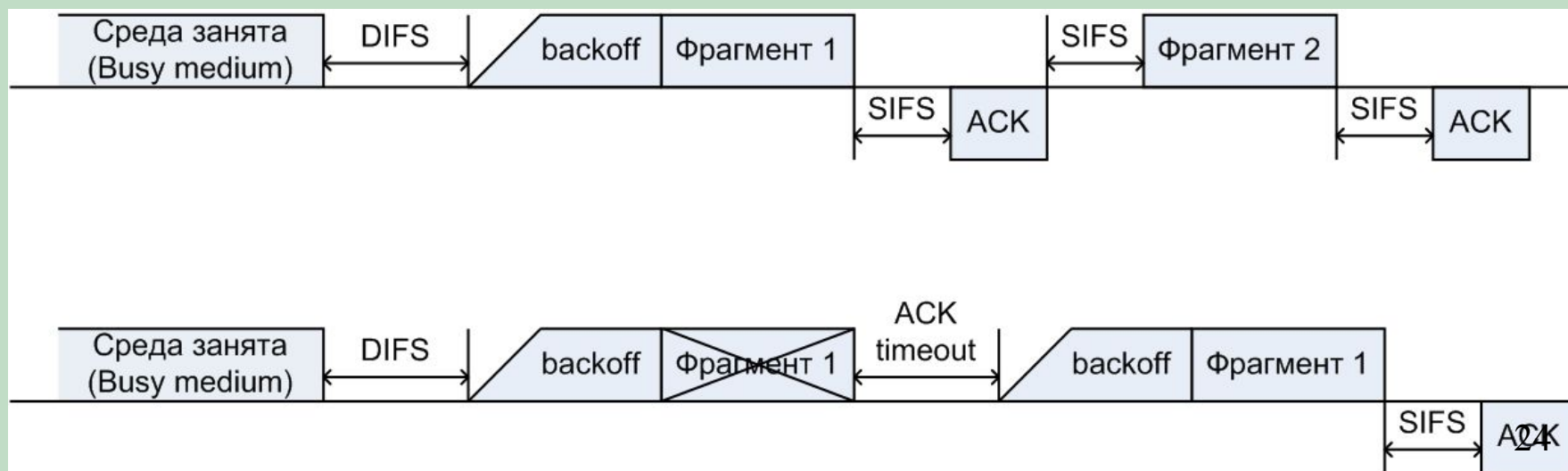
- Сигнальный фрейм (Beacon)
- Фрейм запроса зондирования
- Фрейм ответа на запрос зондирования
- Фрейм аутентификации
- Фрейм деаутентификации
- Фрейм запроса ассоциации
- Фрейм ответ на запрос ассоциации
- Фрейм запроса повторной ассоциации (реассоциации)
- Фрейм ответа на запрос повторной ассоциации
- Фрейм разрыва ассоциации (диссоциации)
- Фрейм индикации объявленного трафика

Фрейм данных стандарта 802.11

Контроль фрейма	Продолжительность	Адрес назначения	BSSID	Адрес источника	Управление очередностью	Полезная нагрузка	FCS
2 байт	2 байт	6 байт	6 байт	6 байт	2 байт	Байты 0-2312	4 байт

Распределённая функция координации DCF

- Станция, работающая под управлением DCF следует 2 правилам:
 - Начинает свою передачу, если канал свободен в течение интервала DIFS (DCF Interframe Space)
 - Всегда откладывает передачу на случайное время (backoff) для уменьшения вероятности коллизий



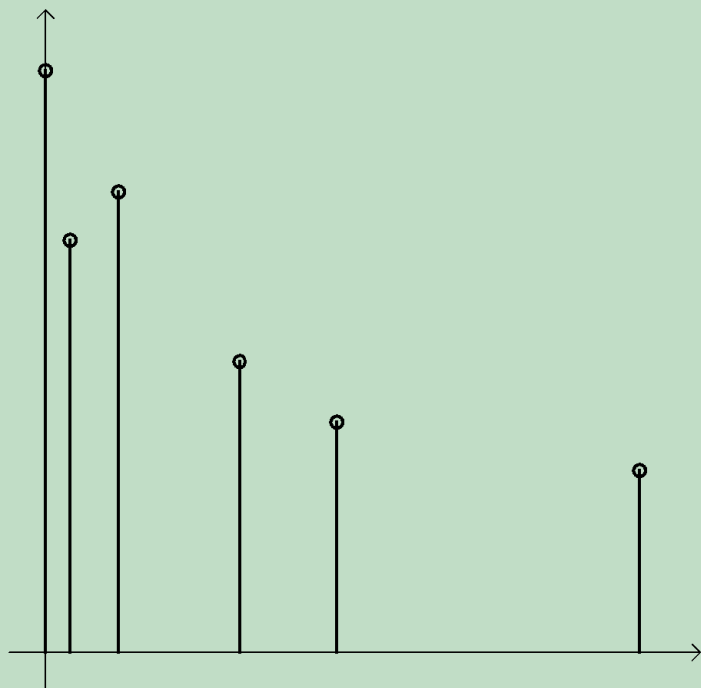
Преимущества и недостатки Wi-Fi

- Преимущества
 - Позволяет развернуть сеть без прокладки кабеля
 - Позволяет мобильным устройствам иметь доступ к сети
 - Широкая распространенность Wi-Fi устройств на рынке
 - Эффективная борьба с многолучевостью
 - Гарантированная совместимость оборудования благодаря обязательной сертификации
 - Дешевизна
 - Простота установки
- Недостатки
 - Частотный диапазон и эксплуатационные ограничения в различных странах неодинаковы
 - Высокое потребление энергии
 - Небольшой радиус действия
 - Низкий уровень защиты от несанкционированного доступа
 - Высокий удельный вес служебной информации
 - Низкая помехозащищенность сети от помех, создаваемых другими сетями

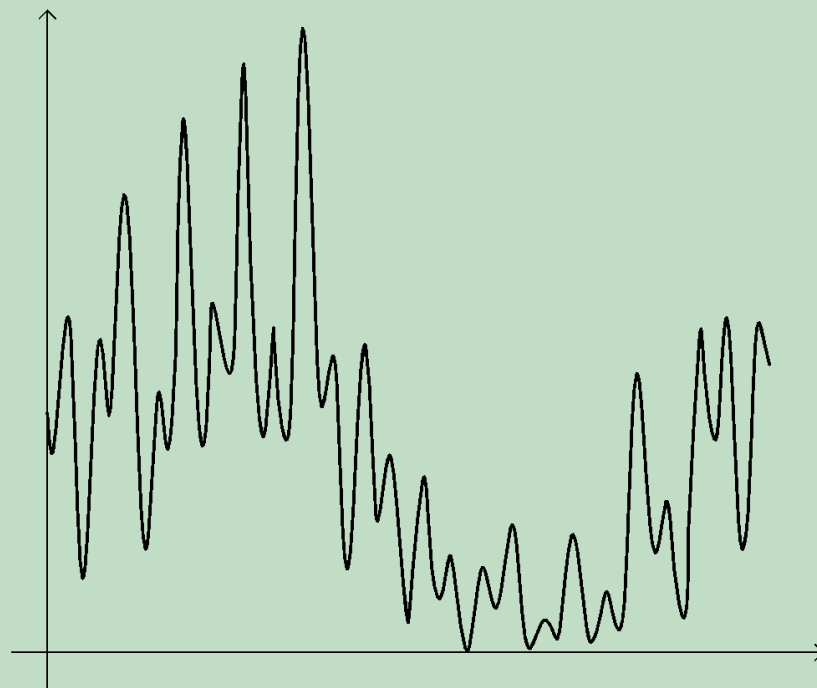
Физический уровень 802.11a

- Основное назначение любого физ. уровня (PHY) – обеспечение механизмов беспроводной передачи данных, а также выполнение вторичных функций, таких как оценка состояния беспроводного канала СВЯЗИ
- Физический уровень стандартов 802.11 имеет два подуровня
 - Physical Layer Convergence Procedure (PLCP). Интерфейс между PHY и MAC + процедура определения состояния физ. уровня
 - Physical Medium Dependent (PMD). Подуровень PHY, зависящий от среды передачи

Многолучевое распространение сигналов

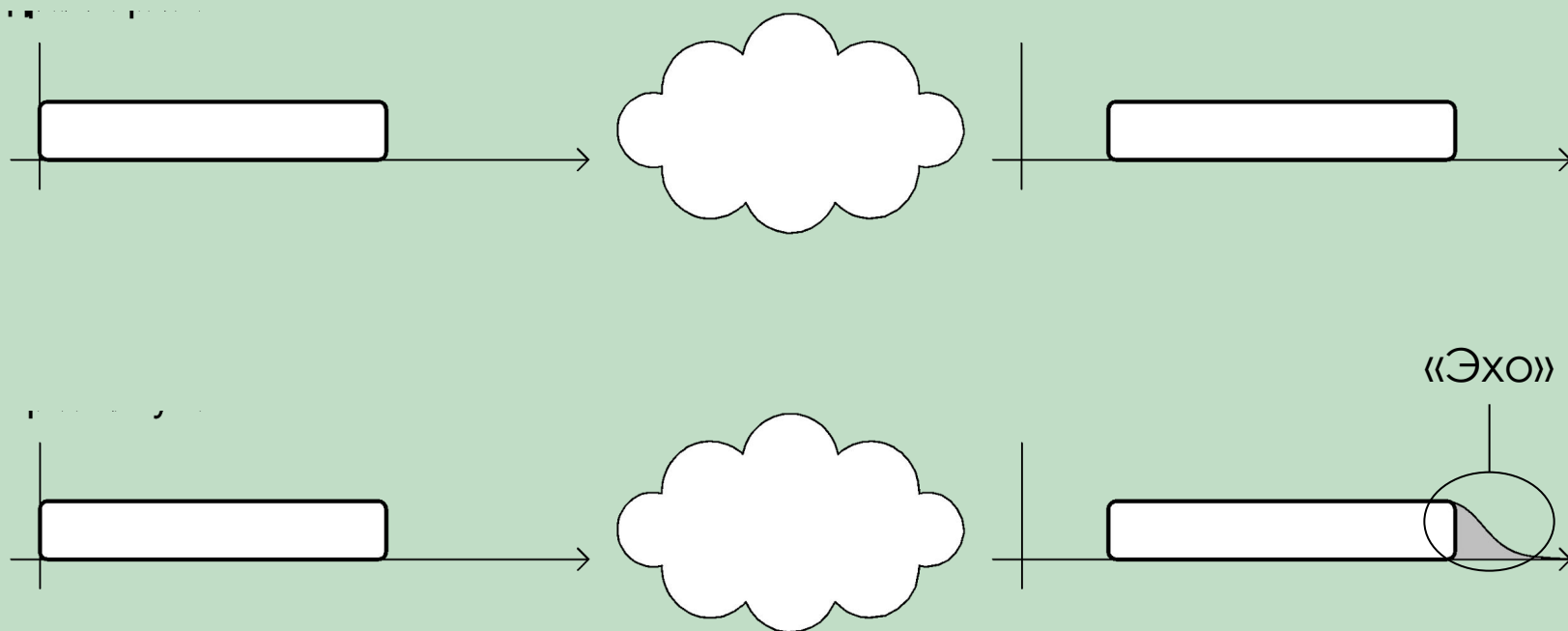


Импульсная переходная характеристика канала

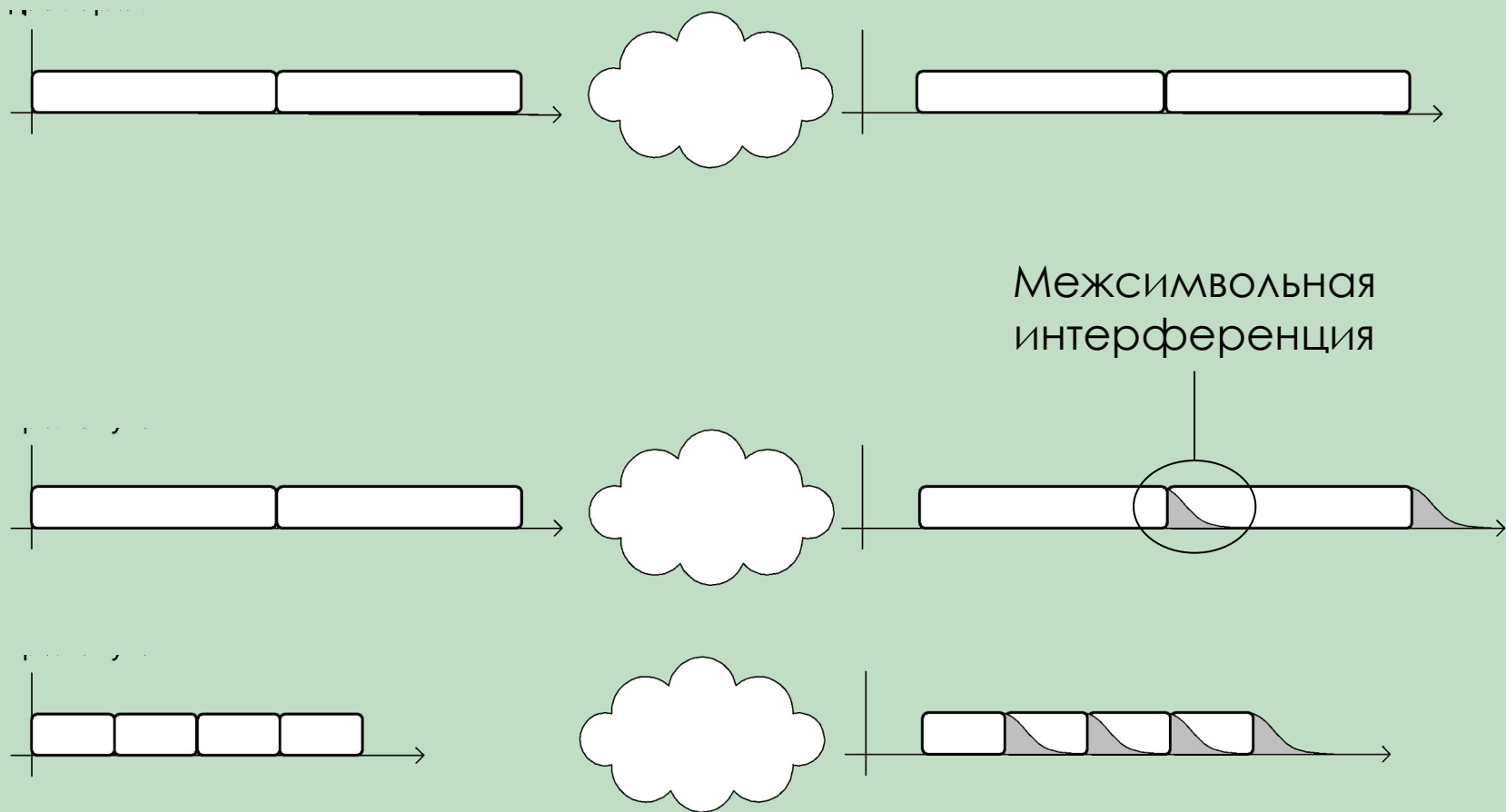


Передаточная функция канала

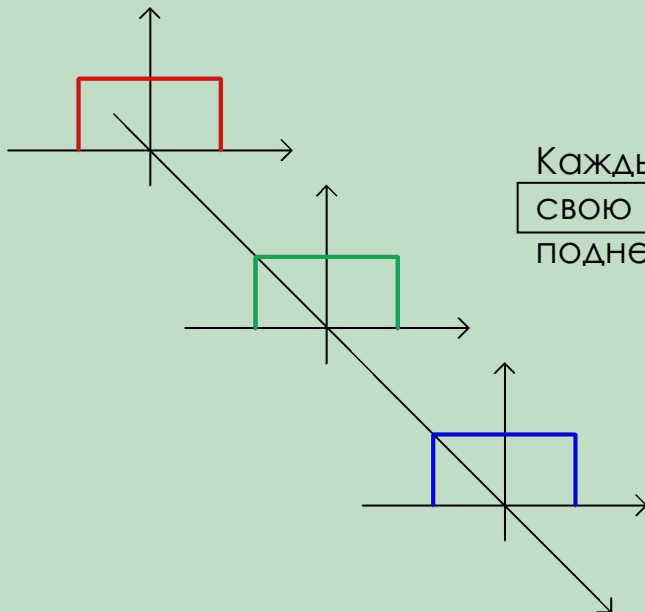
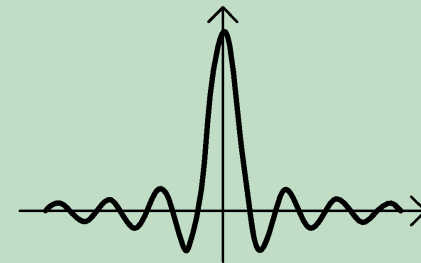
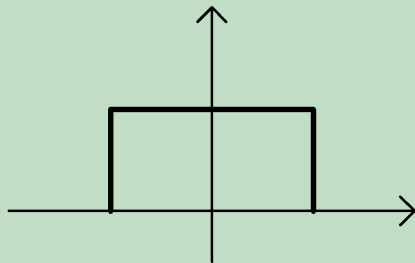
Влияние канала связи на прохождение сигнала



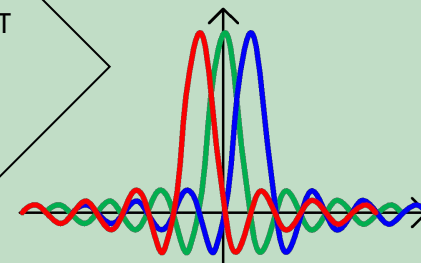
Межсимвольная интерференция



Мультиплексирование по ортогональным частотам



Каждый сигнал модулирует
свою (ортогональную)
поднесущую частоту



OFDM

Комплексный символ КАМ

Дискретная частота (поднесущая)

Несущая частота

$$x(t) = \left[\sum_{n=-N/2}^{N/2-1} s_n \exp\{j \cdot 2\pi \cdot n\Delta f \cdot t\} \right] \exp\{j \cdot 2\pi \cdot f_C \cdot t\}$$

Непрерывное по времени преобразование Фурье с дискретной частотой

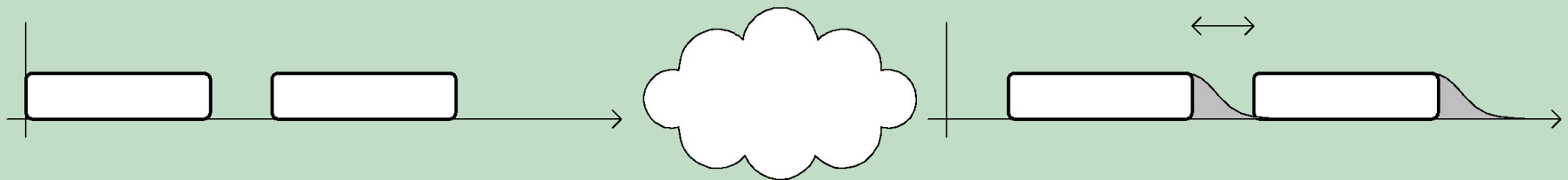
$x(t)$ – OFDM сигнал во временной области

N – общее число поднесущих частот

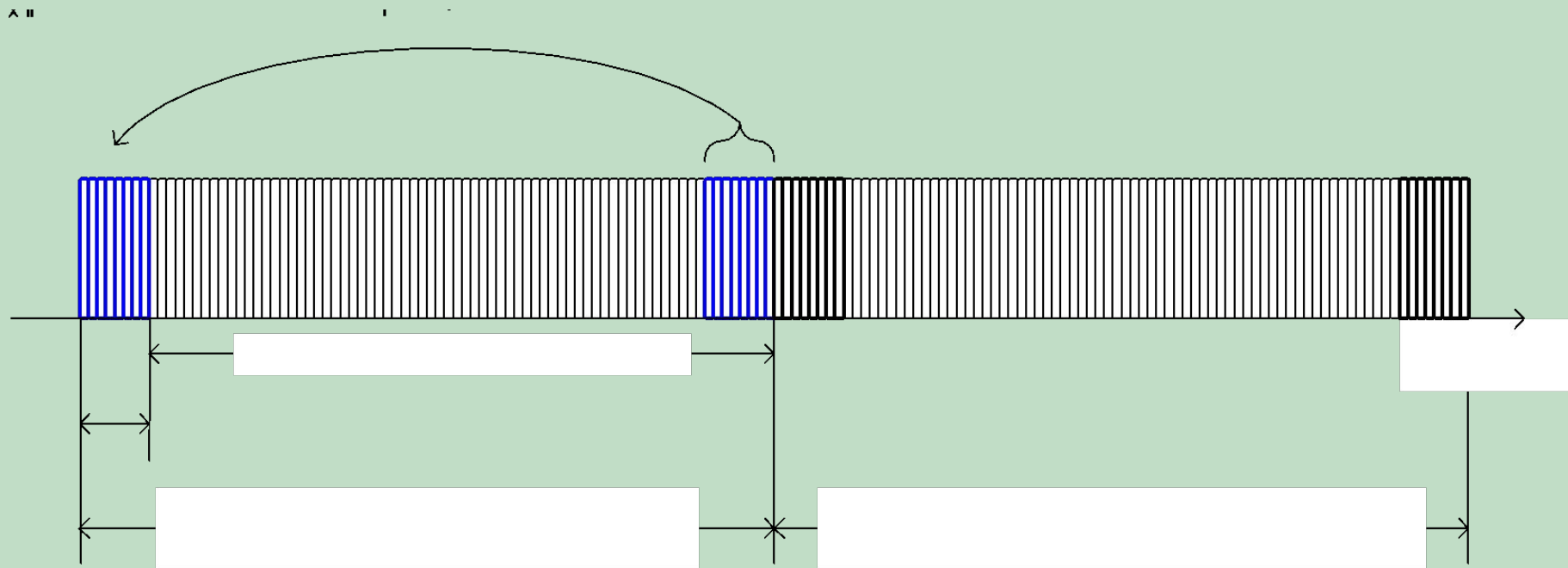
Δf – расстояние между поднесущими частотами

Защитный интервал

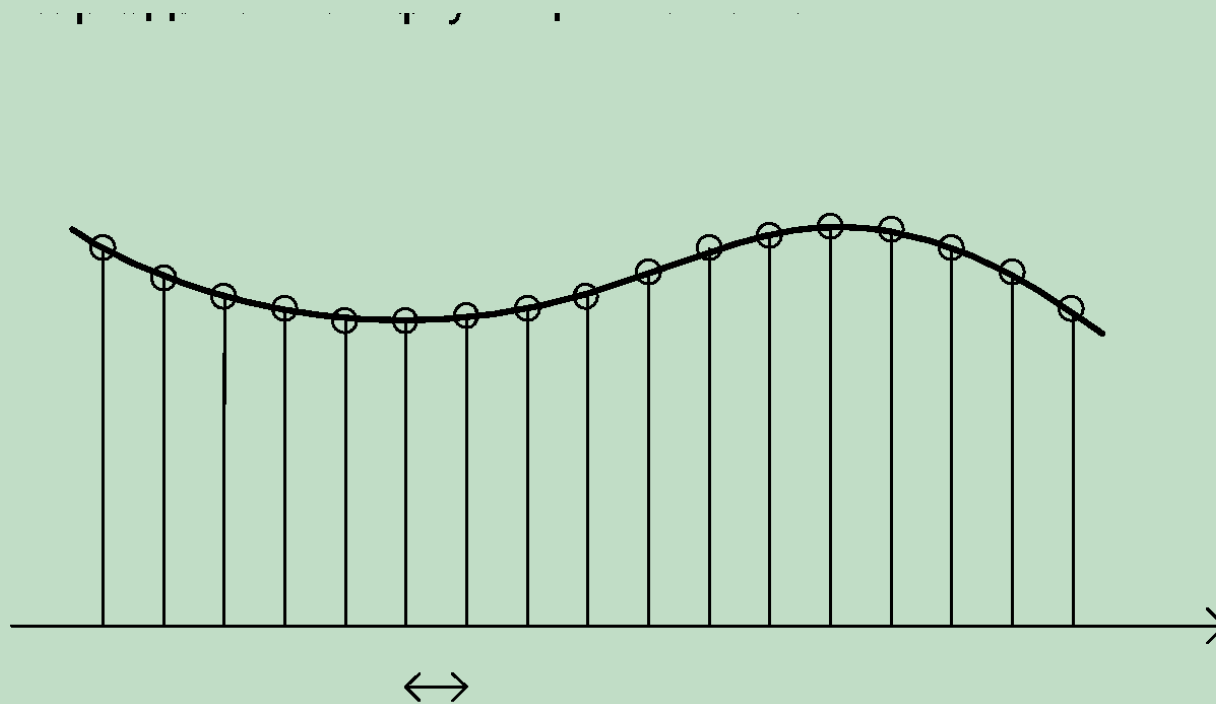
...



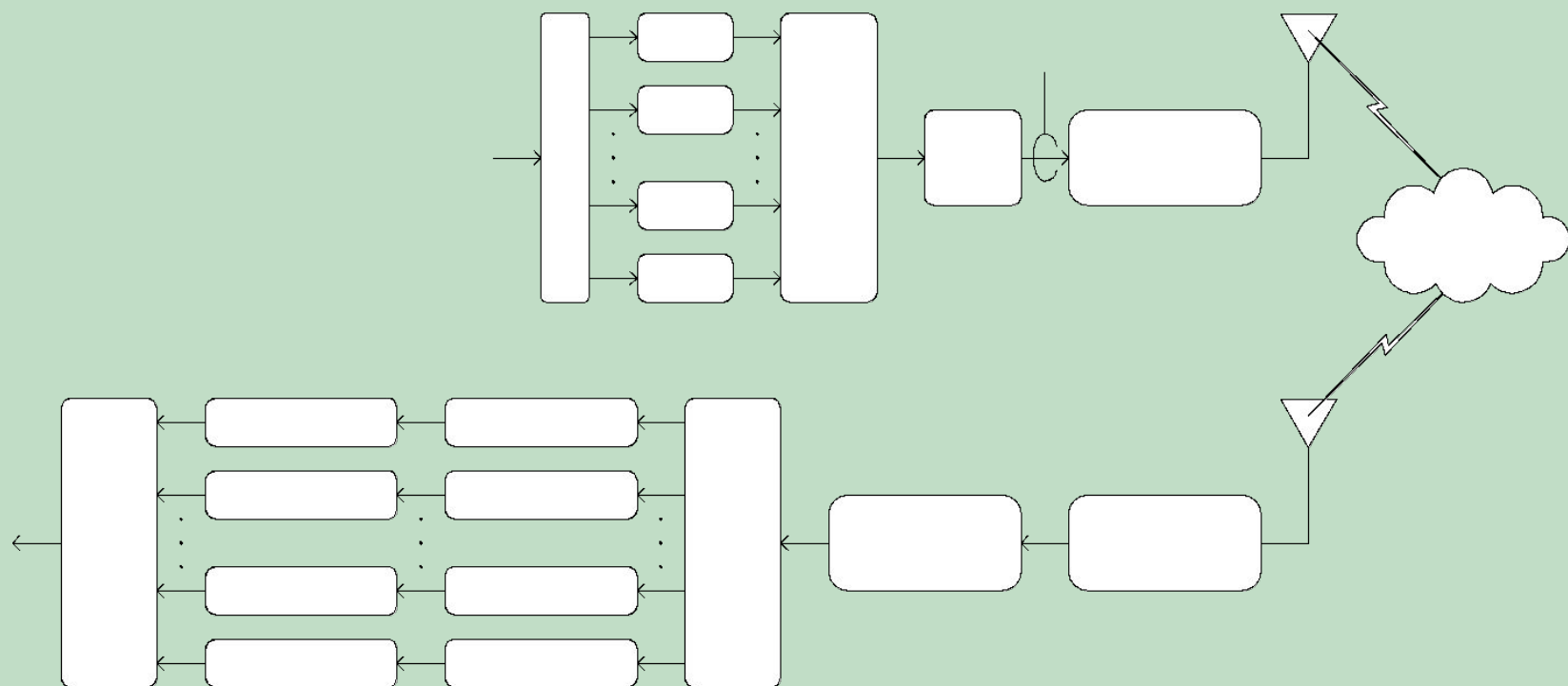
Циклический префикс



OFDM сигнал в частотно-селективных каналах связи



OFDM система связи



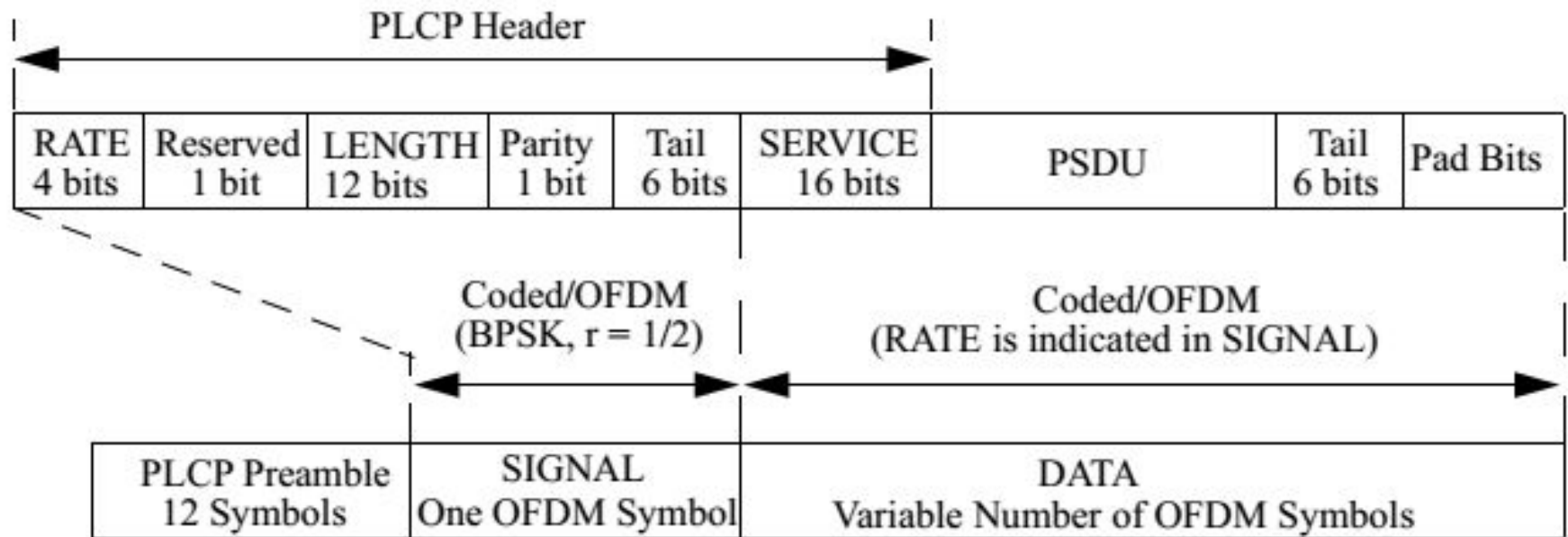
Основные параметры РНУ

802.11a

Параметр	Значение
Ширина полосы частот	20 МГц
Число поднесущих для данных (N_{SD})	48
Число поднесущих для пилот-сигналов (N_{SP})	4
Полное число поднесущих (N_{ST})	52
Частотный разнос поднесущих, Δ_F	0.3125 МГц (=20 MHz/64)
Период Фурье преобразований, T_{FFT}	3.2 мкс ($1/\Delta_F$)
Размерность Фурье преобразований	64
Длительность преамбулы ($T_{PREAMBLE}$)	16 мкс ($T_{SHORT} + T_{LONG}$)
Длительность OFDM-символа (T_{SIGNAL})	4.0 мкс ($T_{GI} + T_{FFT}$)
Длительность защитного интервала (T_{GI})	0.8 мкс ($T_{FFT}/4$)
Длительность короткой тренирующей послед-ти (T_{SHORT})	8 мкс ($10 \times T_{FFT}/4$)
Длительность длинной тренирующей послед-ти (T_{LONG})	8 мкс ($2 \times T_{GI} + 2 \times T_{FFT}$)

Временная структура физического фрейма

- Фрейм PHY состоит из 3 частей (субфреймов):
 - Преамбула (PREAMBLE)
 - Поле SIGNAL
 - Передаваемые данные (DATA)



Математическое описание (1/2)

- Передаваемый сигнал для произвольного фрейма имеет вид:

$$r_{\text{Re}}(t) = \text{Re}\{r(t)\exp(j2\pi f_c t)\}$$

- Узкополосная огибающая $r(t)$ состоит из отдельных OFDM символов

$$r_{\text{PACKET}}(t) = r_{\text{PREAMBLE}}(t) + r_{\text{SIGNAL}}(t - t_{\text{SIGNAL}}) + r_{\text{DATA}}(t - t_{\text{DATA}})$$

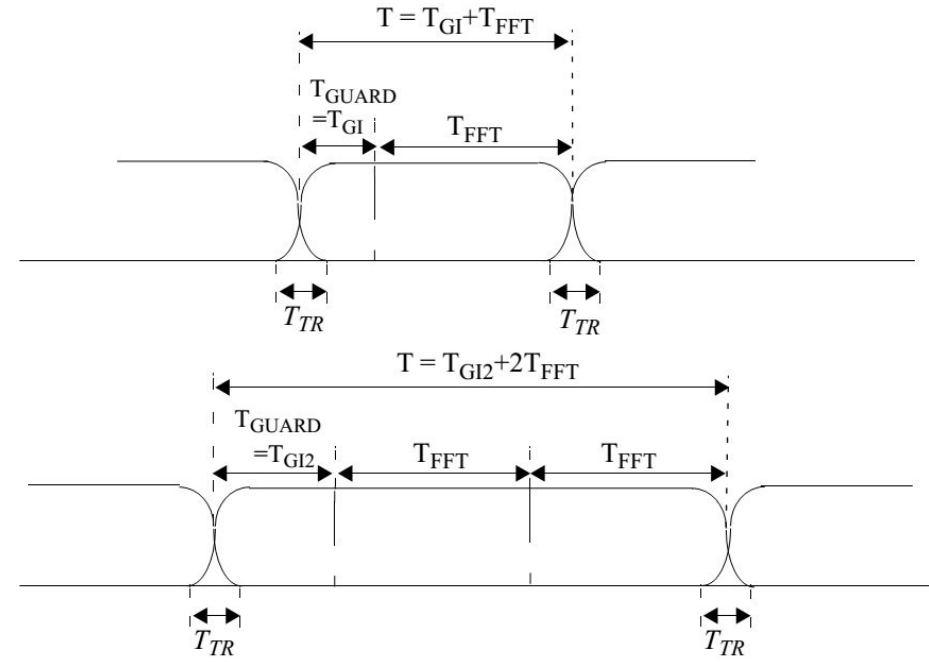
- Задержки $t_{\text{SIGNAL}} = 16$ мкс и $t_{\text{DATA}} = 20$ мкс показывают, что передача субфреймов SIGNAL и DATA начинается через 16 мкс и 20 мкс после начала передачи фрейма
- Все субфреймы (PREAMBLE, SIGNAL и DATA) формируются с помощью ОБПФ от набора соответствующих комплексных коэффициентов C_k

$$r_{\text{SUBFRAME}}(t) = w_{T-\text{SUBFRAME}}(t) \sum_{k=-N_{ST}/2}^{N_{ST}/2} C_k \exp(j2\pi k \Delta_F)(t - T_{\text{GUARD}})$$

- Результирующий сигнал имеет период равный $T_{\text{FFT}} = 1/\Delta_F$, а задержка T_{GUARD} соответствует защитному интервалу, который используется для подавления межсимвольной интерференции в беспроводном канале СВЯЗИ

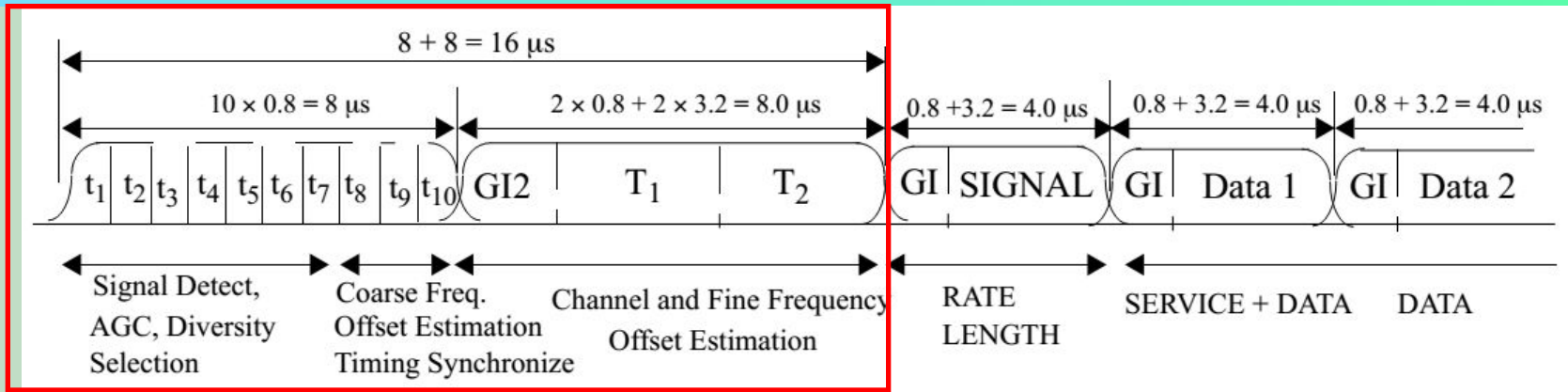
Математическое описание (2/2)

- Длительность защитного интервала равна $T_{GI} = 0.8$ мкс для OFDM символов данных и $T_{GI2} = 2 * T_{GI} = 1.6$ мкс для длинной обучающей последовательности преамбулы
- Длительность сигнала может быть равной одному или двум периодам БПФ T_{FFT} (для длинной обучающей последовательности преамбулы)
- $w_{T-SUBFRAME}$ – функция окна, описывающая форму сигнала во временной обл. для предотвращения помех в соседние спектральные полосы в частотной обл.



$$w_T(t) = \begin{cases} \sin^2[0.5\pi(0.5 + t/T_{TR})], & (-0.5T_{TR} < t < 0.5T_{TR}) \\ 1, & (0.5T_{TR} < t < T - 0.5T_{TR}) \\ \sin^2[0.5\pi(0.5 - (t - T)/T_{TR})], & (T - 0.5T_{TR} < t < T + 0.5T_{TR}) \end{cases}$$

Временная структура преамбулы



- Длительность преамбулы = 16 мкс
- Состоит из 10 коротких обучающих OFDM символов длительностью 0.8 мкс и 2 длинных обучающих OFDM символов длительностью 4 мкс
- Назначение
 - Короткие обучающие символы служат для детектирования (т.е. определения наличия) сигнала, а также для синхронизации и грубой оценки частотного сдвига между приёмником и передатчиком
 - Два длинных обучающих символа служат для точного оценивания сдвига частоты и оценки частотной характеристики беспроводного канала связи
- Модуляция
 - Короткая обучающая последовательность: BPSK $(-1-j, 1+j)$
 - Длинная обучающая последовательность: BPSK $(-1, +1)$

Короткие обучающие символы преамбулы

- Передаются на 12 из 52 используемых поднесущих (3, 7, 11, 15, 19, 23, 31, 35, 39, 43, 47 и 51)
- Расстояние между используемыми поднесущими = $4\Delta_F \Rightarrow$ период повторения коротких символов = 0.8 мкс
- Комплексные амплитуды поднесущих записываются в виде вектора

$$S = \sqrt{13/6} * (0, 0, 1 + j, 0, 0, 0, -1 - j, 0, 0, 0, 1 + j, 0, 0, 0, -1 - j, 0, 0, 0, 1 + j, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1 - j, 0, 0, 0, -1 - j, 0, 0, 0, 1 + j, 0, 0, 0, 1 + j, 0, 0, 0, 1 + j, 0, 0, 0, 1 + j, 0, 0)$$

- Соответствующий сигнал

$$r_{SHORT} = w_{T-SHORT}(t) \sum_{k=-26}^{26} S_k \exp(j2\pi k\Delta_F t)$$

- $w_{T-SHORT}(t)$ – функция огибающей импульса

Длинные обучающие символы преамбулы

- Передаются на всех используемых 52 поднесущих
- Комплексные амплитуды поднесущих записываются в виде вектора из 53 элементов (0 соответствует неиспользуемой центральной поднесущей частоте)

$$L = (1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, 0, \\ 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, 1)$$

- Соответствующий длинный обучающий OFDM сигнал имеет вид

$$r_{LONG} = w_{T-LONG}(t) \sum_{k=-26}^{26} L_k \exp(j2\pi k \Delta_F (t - T_{GI2}))$$

- Огибающая сигнала преамбулы

$$r_{PREAMBLE}(t) = r_{SHORT}(t) + r_{LONG}(t - T_{SHORT})$$

- Задержка $T_{SHORT} = 8$ мкс показывают, что передача длинных тренирующих OFDM символов начинается через 8 мкс, после начала передачи фрейма
- Для формирования сигнала во временной обл. используется 64-точечное ОБПФ, где число используемых в стандарте поднесущих 52
 - Поэтому 52 коэффициента C_k дополняются до 64 с помощью 12 нулевых коэффициентов

Временная структура субфрейма SIGNAL

RATE (4 bits)					LENGTH (12 bits)													SIGNAL TAIL (6 bits)					
R1	R2	R3	R4	R	LSB											MSB	P	“0”	“0”	“0”	“0”	“0”	“0”
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23

- Субфрейм SIGNAL состоит из 1 OFDM символа длительностью 4 мкс
- Информация субфрейма SIGNAL состоит из 24 бит
 - Первые 4 бита из поля RATE используются для индикации скорости передачи данных
 - 5-ый бит зарезервирован на будущее
 - Следующие 12 бит (поле LENGTH) применяются для сообщения о длительности данных, которые будут переданы в этом фрейме
 - 18-ый бит – бит четности
 - Последние 6 бит (поле SIGNAL TAIL) – это нулевые биты, необходимые для приведения регистров декодера в нулевое состояние
- Используется BPSK-модуляция со скоростью кодирования 1/2

Скорость (Мбит/с)	Значения бит (R1 – R4)
6	1101
9	1111
12	0101
18	0111
24	1001
36	1011
48	0001
54	0011

Временная структура субфрейма DATA

- Субфрейм данных состоит из четырех полей: SERVICE, PSDU, TAIL, Pad Bits
 - SERVICE состоит из 16 бит
 - Первые 7 бит - нулевые биты, используются для синхронизации дескремблера на приёмном конце линии со скремблером на передающем конце линии
 - Остальные биты (нулевые) зарезервированы на будущее
 - PSDU (информационное поле) содержит непосредственно передаваемые данные
 - Его длительность является переменной
 - TAIL состоит из 6 нулевых бит, необходимых для приведения регистров декодера в нулевое состояние
 - Pad Bits состоит из добавленных бит, число которых выбирается из условия, чтобы длина поля PSDU была бы кратной числу кодированных бит в OFDM-символе ($N_{\text{CBPS}} = 48, 96, 192$ или 288 бит)
 - Для этого длина сообщения должна быть увеличена дополнительными нулевыми битами (“набивочные” биты)
- Все биты субфрейма подвергаются скремблированию путем их перестановки

DATA: Формирование OFDM СИМВОЛОВ (1/3)

- Для формирования субфрейма DATA во временной обл. поток комплексных чисел (модулирующих символов) разбивается на группы по $N_{SD} = 48$ чисел

$$d_{k,n} = d_{k+N_{SD} \cdot n}, \quad k = 0, \dots, N_{SD} - 1, \quad n = 0, \dots, N_{SYM} - 1,$$

– обозначение комплексного числа для отображения на k -ю поднесущую n -го OFDM символа (N_{SYM} – количество OFDM символов)

- OFDM символ ($N_{ST} = 52$, общее количество используемых поднесущих)

$$r_{DATA,n}(t) = w_{TSYM}(t) \cdot \left(\sum_{k=0}^{N_{SD}-1} d_{k,n} \cdot \exp(j2\pi M(k)\Delta_F(t - T_{GI})) + p_{n+1} \cdot \sum_{k=-N_{ST}/2}^{N_{ST}/2} p_k \cdot \exp(j2\pi k\Delta_F(t - T_{GI})) \right)$$

- $M(k)$ – функция отображения номера поднесущей ($0 \div 47$) в номер частотного смещения ($-26 \div 26$), пропуская номера пилотных поднесущих и центральную частоту (поднесущая с номером 0)

$$M(k) = \begin{cases} k - 26, & 0 \leq k \leq 4 \\ k - 25, & 5 \leq k \leq 17 \\ k - 24, & 18 \leq k \leq 23 \\ k - 23, & 24 \leq k \leq 29 \\ k - 22, & 30 \leq k \leq 42 \\ k - 21, & 43 \leq k \leq 47 \end{cases}$$

DATA: Формирование OFDM символов (2/3)

- Добавление пилотных поднесущих в n -й OFDM символ осуществляется путем выполнения преобразования Фурье последовательности

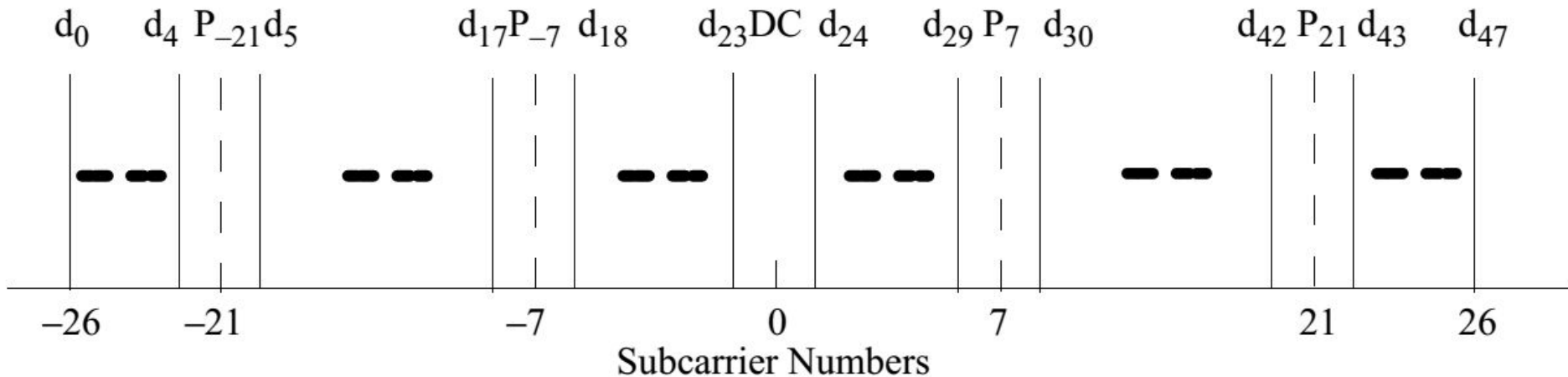
$$P_{-26,26} = \{0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \\ 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

- Полярность пилотной поднесущей контролируется последовательностью p_n , которая является циклическим расширением 127-битной последовательности

$$p_{0\boxtimes 126\vee} = \{1, 1, 1, 1, \quad -1, -1, -1, 1, \quad -1, -1, -1, -1, \quad 1, 1, -1, 1, \quad -1, -1, 1, 1, \quad 1, 1, 1, 1, \quad 1, 1, -1, 1, \\ 1, 1, -1, 1, \quad 1, -1, -1, 1, \quad 1, 1, -1, 1, \quad -1, -1, -1, 1, \quad -1, 1, -1, -1, \quad 1, -1, -1, 1, \quad 1, 1, 1, 1, \\ -1, -1, 1, 1, \quad -1, -1, 1, -1, \quad 1, -1, 1, 1, \quad -1, -1, -1, 1, \quad 1, -1, -1, -1, \quad -1, 1, -1, -1, \quad 1, -1, 1, 1, \\ 1, 1, -1, 1, \quad -1, 1, -1, 1, \quad -1, -1, -1, -1, \quad -1, 1, -1, 1, \quad 1, -1, 1, -1, \quad 1, 1, 1, -1, \quad -1, 1, -1, -1, \\ -1, 1, 1, 1, \quad -1, -1, -1, -1, \quad -1, -1, -1\}$$

- Последовательность p_n может быть сгенерирована скрэблером, если используется исходное состояние “все единицы” и путем замены всех 1 и 0 соответственно на -1 и +1
- Каждый элемент p_n используется для одного OFDM символа. Например, элемент p_0 используется для поднесущих поля SIGNAL, а элементы, начиная с p_1 , используются для поднесущих поля DATA

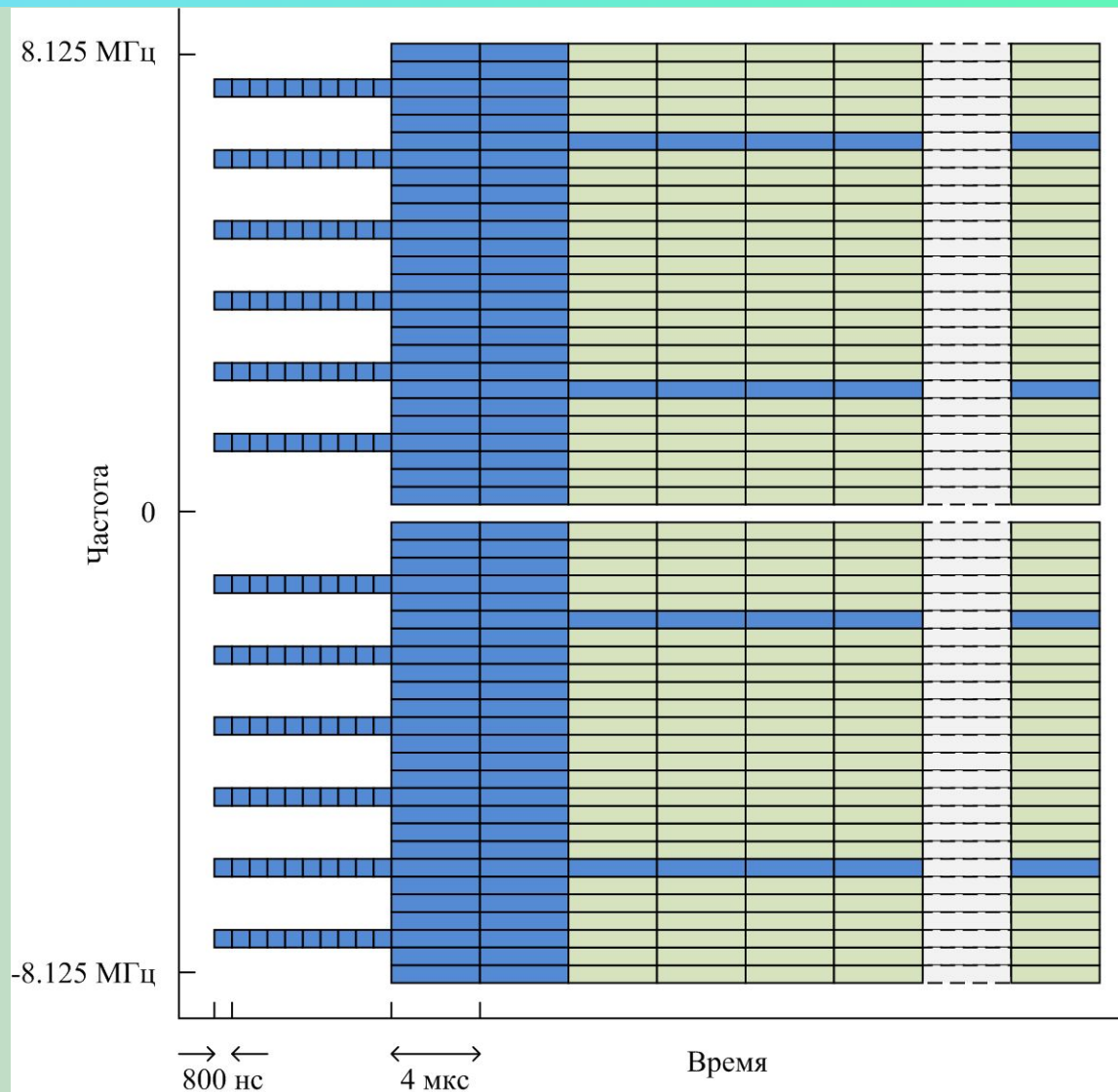
DATA: Формирование OFDM СИМВОЛОВ (3/3)



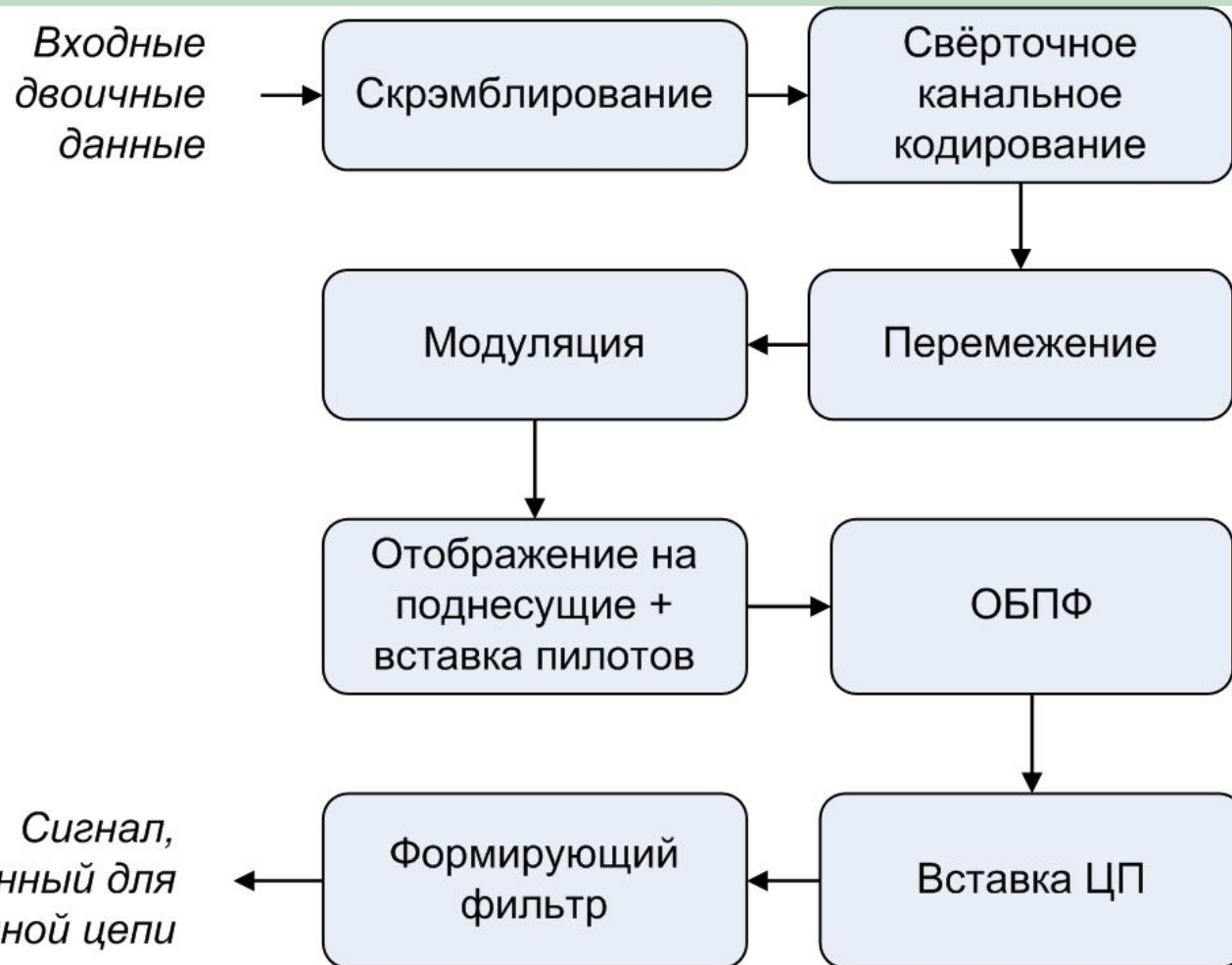
- Для избегания трудностей при ЦАП и АЦП, отображение на центральную (нулевой - DC) поднесущую не используется
- Математическая запись последовательности, состоящей из N_{SYM} OFDM символов:

$$r_{DATA}(t) = \sum_{n=0}^{N_{SYM}-1} r_{DATA,n}(t - nT_{SYM})$$

Частотная структура фрейма

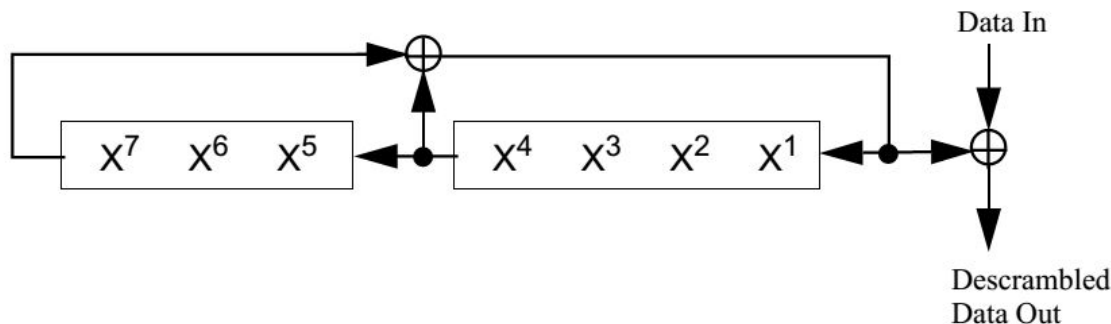


Основные операции РНУ при передаче сигнала



Скрэмблирование (1/2)

- Данные поля DATA зашифрованы фрейм-синхронизированным скрэмблером длины 127
- Образующий полином скрэмблера:
 $S(x) = x^7 + x^4 + 1$



Повторяющаяся 127
битовая
последовательность,
генерируемая
скрэмблером, при условии
что исходное состояние
11111111 (“все единицы”)

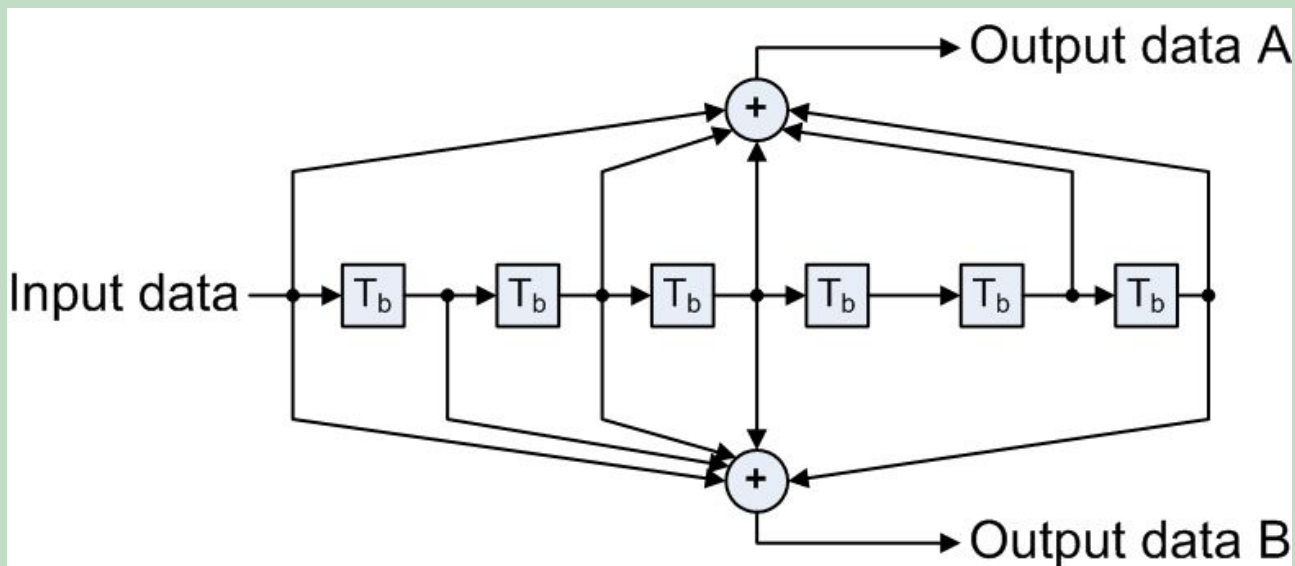
00001110 11110010 11001001 00000010 00100110 00101110 10110110 00001100
11010100 11100111 10110100 00101010 11111010 01010001 10111000 11111111

Скрэмблирование (2/2)

- Скрэмблер используется на передающей стороне (скрэмблирование передаваемых данных) и на приемной стороне (дескрэмблирование принимаемых данных)
- Перед началом операции, скрэмблер на передающей стороне должен быть инициализирован псевдослучайной ненулевой последовательностью
- Семь первых бит поля SERVICE имеют нулевые значения перед скрэмблированием, чтобы дескрэмблер на приемной стороне смог оценить исходное состояние скрэмблера передатчика и осуществить дескрэмблирование данных
- Процедура дескрэмблирования аналогична скрэмблированию

Процедура свёрточного кодирования

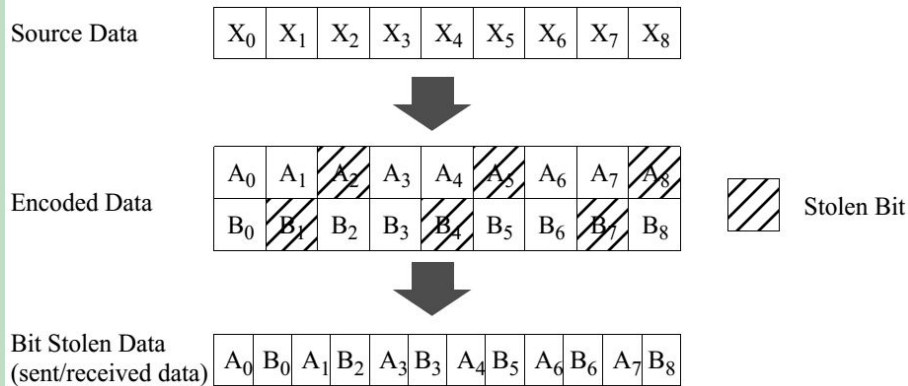
- Используется единый свёрточный кодер со следующими параметрами:
 - Генераторные полиномы:
 - $g_A = 133_8 = 001\ 011\ 011_2$,
 - $g_B = 171_8 = 001\ 111\ 001_2$
 - Базовая скорость кодирования: $R_C = 1/2$
 - Длина кодового ограничения: $K = 7$



Выкалывание бит

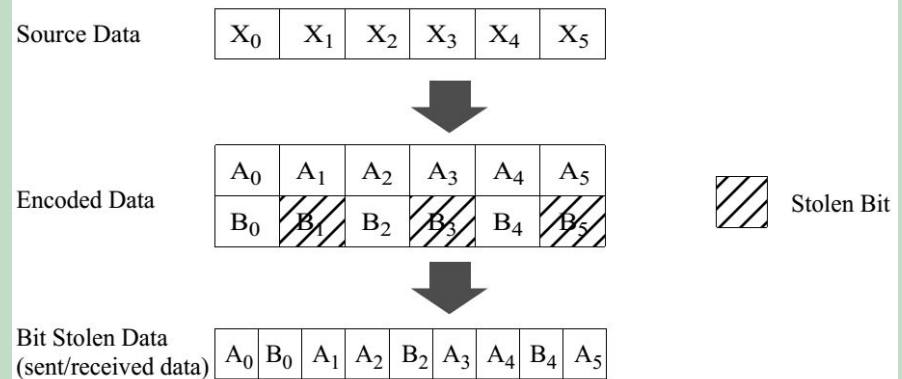
- Дополнительные 2 значения скорости кодирования $R = 3/4$ и $R = 2/3$ обеспечиваются с помощью процедуры выкалывания бит (puncturing)

Punctured Coding ($r = 3/4$)



Скорость кодирования $R = 3/4$

Punctured Coding ($r = 2/3$)



Скорость кодирования $R = 2/3$

Перемежение (интерливинг, interleaving)

- Размер блока интерливера соответствует числу кодированных бит на OFDM символ
- Интерливер осуществляет двухфазовую перестановку бит в последовательности
 - 1-ая фаза обеспечивает ситуацию, при которой смежные биты исходной последовательности находились бы на разных (несмежных) поднесущих
 - 2-ая фаза перестановок необходима, чтобы смежные биты исходной последовательности были бы перенесены попеременно на менее и более старшие разряды сигнального созвездия отображения символов. Это важно, потому что в созвездиях высшего порядка самые младшие биты (LSB) часто передаются с меньшей надежностью

Интерливинг (Продолжение)

- Соотношение между индексами входной и выходной последовательностей

- 1-ая фаза

$$i = \frac{N_{CBPS}}{16} \cdot \text{mod}(k, 16) + \text{floor}\left(\frac{k}{16}\right), \quad k = \overline{0, N_{CBPS} - 1}$$

- 2-ая фаза

$$\begin{cases} j = s \cdot \text{floor}\left(\frac{i}{s}\right) + \text{mod}\left[\left(i + N_{CBPS} - \text{floor}\left(\frac{16 \cdot i}{N_{CBPS}}\right)\right), s\right], & i = \overline{0, N_{CBPS} - 1} \\ s = \max\left(\frac{N_{BPSC}}{2}, 2\right) \end{cases}$$

$\text{mod}(x, y)$ – функция, возвращающая остаток от деления x на y

$\text{floor}(y)$ – функция, возвращающая ближайшее целое число $\leq y$

k - индекс бита кодированной последовательности до 1-ой фазы перестановок

i - индекс того же бита после 1-ой фазы перестановок,

j - индекс k -го бита после 2-ой фазы перестановок

N_{BPSC} - число кодированных бит на поднесущую

Деинтерливинг

- Деинтерливер выполняет обратную операцию, также осуществляя двухфазовую перестановку битов
 - 1-ая фаза

$$i = s \cdot \text{floor}\left(\frac{j}{s}\right) + \text{mod}\left[\left(j + \text{floor}\left(\frac{16 \cdot j}{N_{CBPS}}\right)\right), s\right], \quad j = \overline{0, N_{CBPS} - 1}$$

- 2-ая фаза

$$k = 16 \cdot i - (N_{CBPS} - 1) \cdot \text{floor}\left(\frac{16 \cdot i}{N_{CBPS}}\right), \quad i = \overline{0, N_{CBPS} - 1}$$

j - исходный индекс бита в полученной кодированной последовательности
 i - индекс того же бита после первой фазы перестановок
 k - индекс бита после второй фазы перестановок

Модуляция

Скорость передачи, Мбит/с	Модуляция	Скорость кодирования	Число кодир. бит на поднесущую, N_{BPSC}	Число кодир. бит на OFDM символ, N_{CBPS}	Число бит данных на OFDM символ, N_{DBPS}
6	BPSK	1/2	1	48	24
9	BPSK	3/4	1	48	36
12	QPSK	1/2	2	96	48
18	QPSK	3/4	2	96	72
24	16-QAM	1/2	4	192	96
36	16-QAM	3/4	4	192	144
48	64-QAM	2/3	6	288	192
54	64-QAM	3/4	6	288	216

- Скорости 6, 12 и 24 Мбит/сек поддерживаются в обязательном порядке

BPSK, QPSK, 16QAM

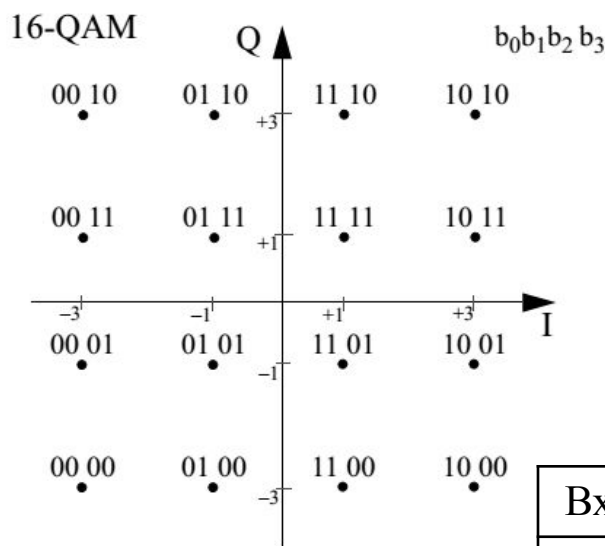
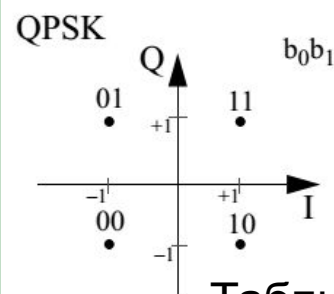
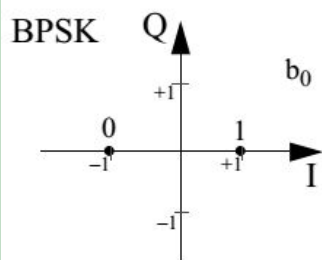


Таблица BPSK, $K_{MOD} = 1$

Вход b_0	I-выход	Q-выход
0	-1	0
1	1	0

Таблица QPSK, $K_{MOD} = 1/\sqrt{2}$

Вход b_0	I-выход	Вход b_1	Q-выход
0	-1	0	-1
1	1	1	1

Таблица 16QAM, $K_{MOD} = 1/\sqrt{10}$

Вход $b_0 b_1$	I-выход	Вход $b_2 b_3$	Q-выход
00	-3	00	-3
01	-1	01	-1
11	1	11	1
10	3	10	3

Результат преобразования группы бит в комплексное число $d =$

$$K_{MOD}(I + jQ)$$

I, Q – реальная и мнимая квадратуры

K_{MOD} – нормирующий множитель

64QAM

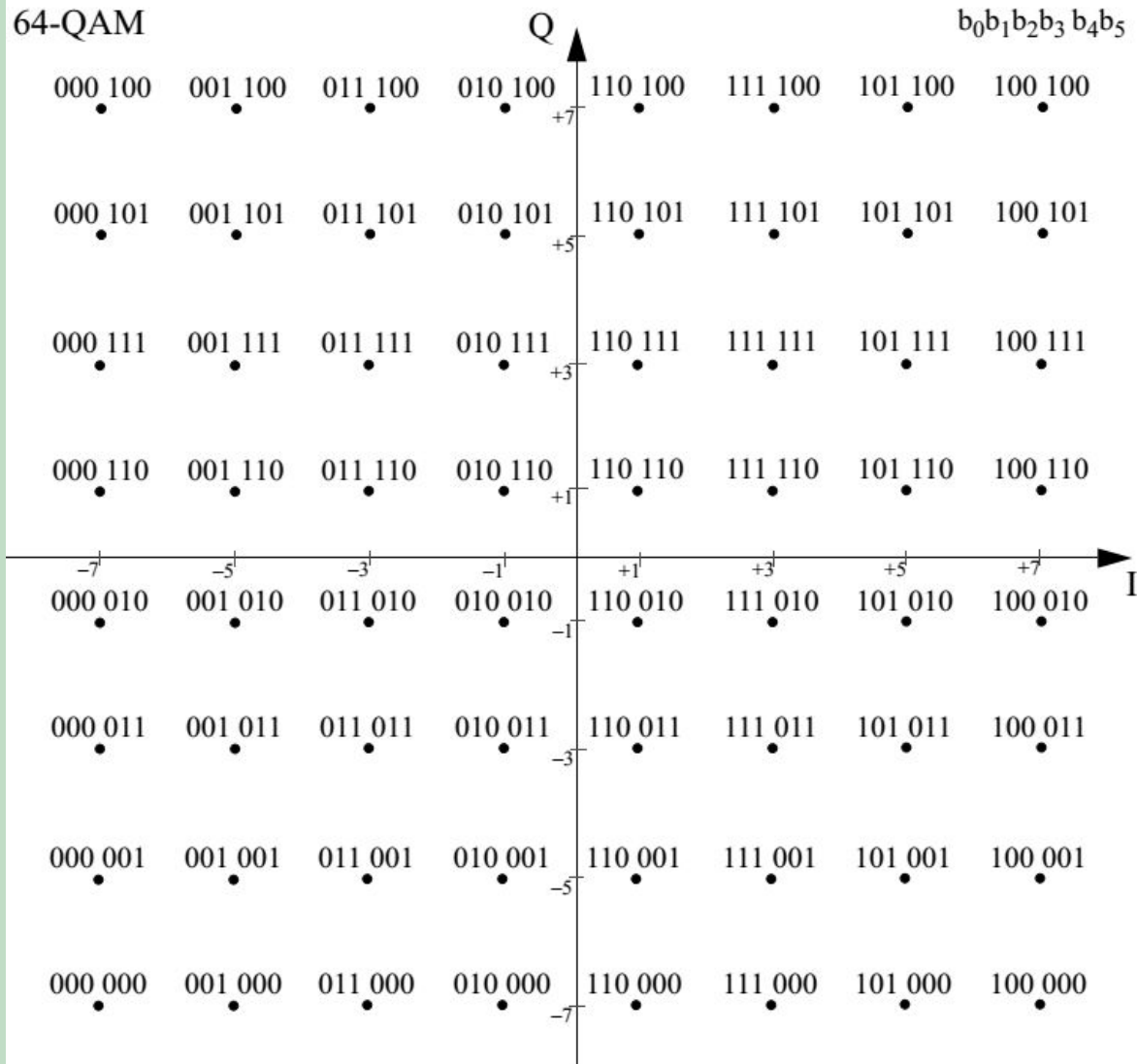


Таблица 16QAM, $K_{MOD} = 1/\sqrt{42}$

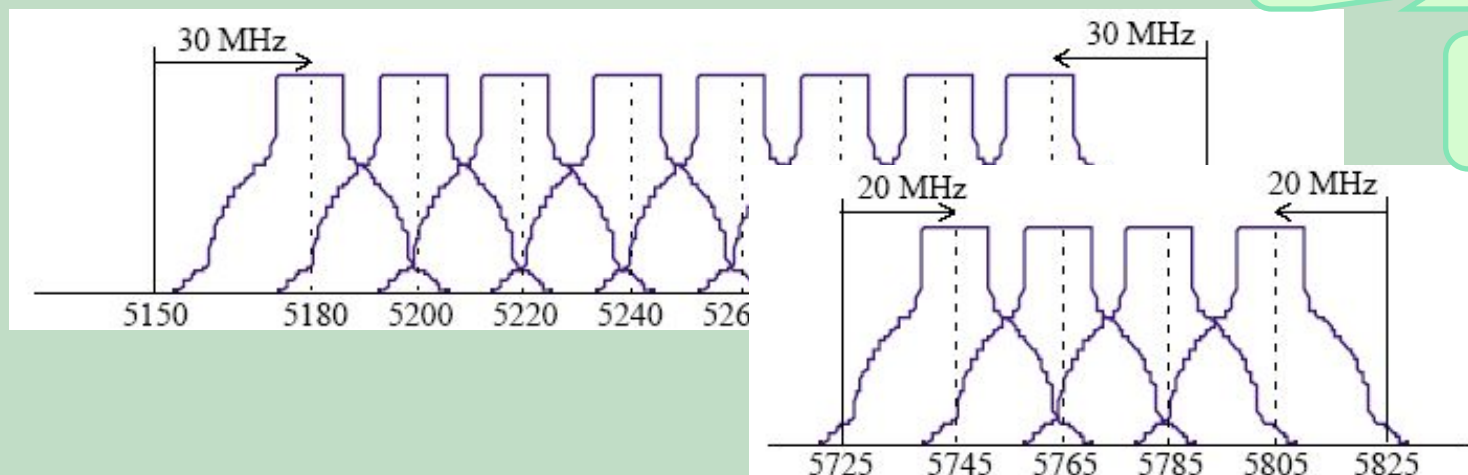
Вход $b_0 b_1 b_2$	I- ВЫХОД	Вход $b_3 b_4 b_5$	Q- ВЫХОД
000	-7	000	-7
001	-5	001	-5
011	-3	011	-3
010	-1	010	-1
110	1	110	1
111	3	111	3
101	5	101	5
100	7	100	7

Используемые диапазоны частот (channelization)

- Стандарт предписывает передачу сигналов в нелицензионных диапазонах национальной информационной инфраструктуры США U-NII (unlicensed national information infrastructure)
 - 5,15÷5,25 ГГц, 5,25÷5,35 ГГц и 5,725÷5,825 ГГц
- Стандарт регламентирует использование каналов шириной 20 МГц и определяет по 4 канала для каждого из 3 поддиапазонов
- Центральные частоты равны (МГц) $f_{0i} = 5000 + 5 \times i$ ($i = 0, 2, \dots, 200$)
 - Первый поддиапазон $i = 36, 40, 44, 48$
 - Второй поддиапазон $i = 52, 56, 60, 64$
 - Третий поддиапазон $i = 149, 153, 157, 161$

1-ый и 2-ой
поддиапазоны

3-ий
поддиапазон



Спектральная маска

- Максимальный уровень излучаемой мощности при усилении антенны не более 6 дБ составляет 40 мВт (2.5 мВт/МГц), 200 мВт (12.5 мВт/МГц) и 800 мВт (50 мВт/МГц) в 1-ом, 2-ом и 3-ем поддиапазонах, соотв.
- Спектральная плотность мощности передаваемого сигнала должна быть в пределах спектральной маски
- Спектр может быть прямоугольным в диапазоне шириной до 18 МГц, ширина спектра не должна превышать 22 МГц, 40 МГц и 60 МГц по уровню -20 дБ, -28 дБ и -40 дБ



Вероятность пакетных ошибок

- Вероятность пакетных (фреймовых) ошибок (Packet Error Rate, PER) не должна превышать 10% для пакета длиной 1000 бит и при уровне сигнала на входе антенны -82, -81, -79, -77, -74, -70, -66 и -65 дБ относительно мВт, для скоростей передачи данных 6, 9, 12, 18, 24, 36, 48 и 54 Мбит/с, соответственно
- Приемник должен обеспечить максимальную вероятность пакетных ошибок не более 10% при длине пакета 1000 бит и при максимальной величине сигнала на входе антенны -30 дБ относительно мВт для всех скоростей передачи данных
- Допустимые ошибки в амплитуде при модуляции
 - Относительные среднеквадратические ошибки, усредненные по всем частотам, не должны превышать следующих величин: -5, -8, -10, -13, -16, -19, -22 и -25 дБ для скоростей передачи данных 6, 9, 12, 18, 24, 36, 48 и 54 Мбит/с, соответственно

Влияние неидеальности частотной синхронизации

- Спектр сигнала, передаваемого на k -ой поднесущей

$$S_k(f) = \text{sinc}\left(\frac{f - f_k}{\Delta f}\right), \quad \text{sinc}(f) = \frac{\sin \pi f}{\pi f}$$

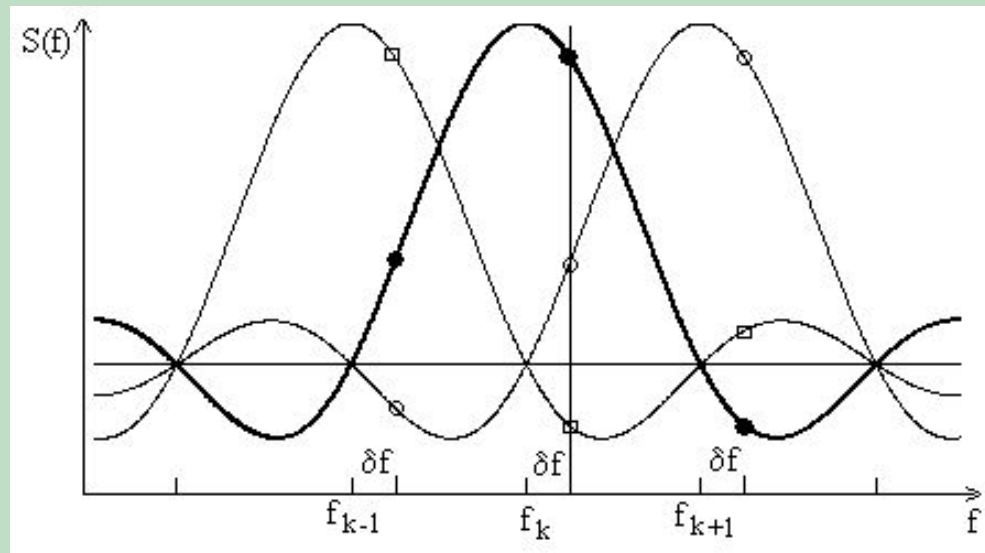
- БПФ на приемнике при идеальной синхронизации поднесущих на передатчике и приемнике

$$g_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N x(n) \exp(j2\pi f_k n \Delta t)$$

- БПФ на приемнике при ошибке δf синхронизации поднесущих на передатчике и приемнике

$$g_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N x(n) \exp[j2\pi (f_k + \delta f) n \Delta t]$$

Влияние неидеальности частотной синхронизации



- Из-за ошибки синхронизации
 - сигнал на k -ой поднесущей уменьшается
 - появляется помеха между поднесущими (inter-subcarrier interference, ISI)

Мощность помех между поднесущими

- Помеха между поднесущими

$$I_k = \sum_{j=1, j \neq k} d_j S_j(f_k + \delta f)$$

- Символ d_j , передаваемый на j -ой поднесущей, является случайным. Поэтому, помеха I_k также является случайной величиной. При большом числе поднесущих помеха I_k в соответствие с ЦПТ подчиняется гауссовой статистике (гауссов шум с нулевым средним и дисперсией)

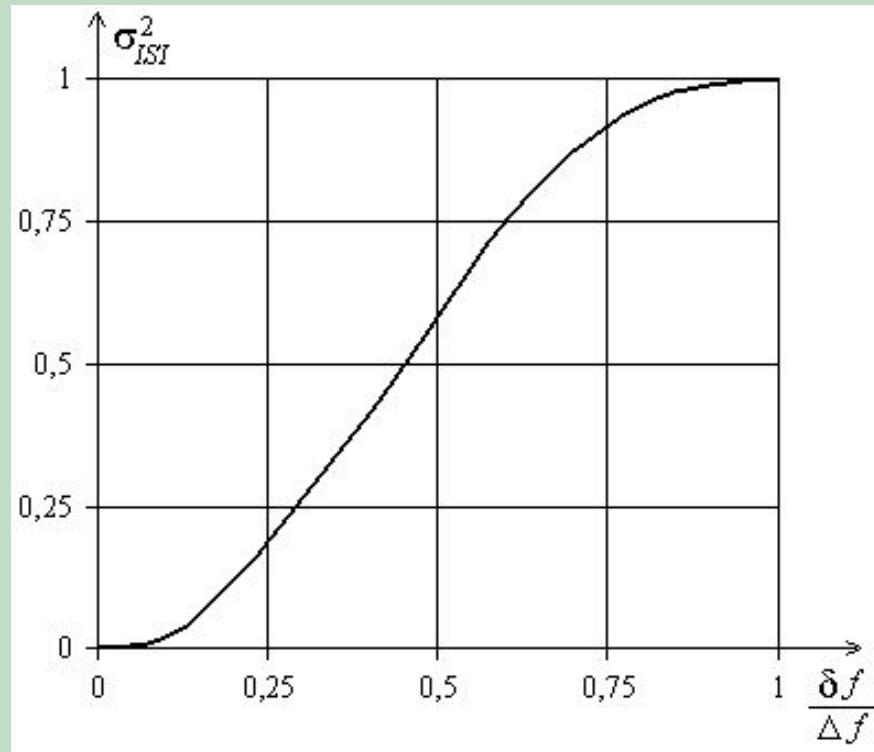
$$(\sigma_{ISI}^2)_k = \sum_{j=1, j \neq k} \sigma_j^2 |S_j(f_k + \delta f)|^2 \quad (\sigma_j^2 = \sigma^2) \quad \text{- дисперсия передаваемых символов (не зависит от номера поднесущей)}$$

- Имеем $S_j(f_k + \delta f) = \text{sinc}\left((k-j) + \frac{\delta f}{\Delta f}\right)$

- Тогда $\sigma_{ISI}^2 = \sigma^2 \sum_{j=1, j \neq k} \left| \text{sinc}\left((k-j) + \frac{\delta f}{\Delta f}\right) \right|^2$

Зависимость мощности помех от величины частотной расстойки

- Дисперсия помехи между поднесущими для размерности БПФ 64, 512 и 4096 (соответствующие кривые совпадают)



Основной вклад в помеху вносят только ближние поднесущие

ОСШ при неидеальной частотной синхронизации

- Коэффициент уменьшения амплитуды сигнала из-за ошибки синхронизации: $\text{sinc}(\delta f / \Delta f)$

- Эквивалентное ОСШ
$$\tilde{\gamma}_k = \gamma_k \frac{\text{sinc}(\delta f / \Delta f) \cdot \sigma^2}{\gamma_k \cdot \sigma_{ISI}^2 + \sigma^2}$$

γ_k – ОСШ при идеальной синхронизации при $\delta f = 0$

- При неограниченном увеличении ОСШ γ_k , или при неограниченном увеличении мощности передатчика эквивалентное ОСШ стремится к конечному пределу

$$\tilde{\gamma} \xrightarrow{\gamma_k \rightarrow \infty} \frac{\text{sinc}(\delta f / \Delta f) \cdot \sigma^2}{\sigma_{ISI}^2}$$

- Пример: QPSK сигналы единичной мощности $d_k = \frac{(\pm 1 \pm j)}{\sqrt{2}}$
 - Среднее значение $\langle d_k \rangle = 0$, дисперсия $\sigma^2 = 1$
 - Относительная ошибка синхронизации $\delta f / \Delta f = 0.25 \Rightarrow$
ОСШ_{max} ≈ 13.5 дБ
 - Относительная ошибка синхронизации $\delta f / \Delta f = 0.1 \Rightarrow$
ОСШ_{max} ≈ 32 дБ

Влияние неидеальности временной синхронизации

- Ошибка синхронизации по времени не приводит к появлению помехи между поднесущими
- Однако, если область времени, на которой выполняется БПФ на приёмнике, захватывает выборки из двух последовательных символов, то появляется межсимвольная помеха
- Сдвиг δt по времени приводит в спектре сигнала к дополнительному фазовому множителю $\exp(j2\pi f\delta t)$ из-за св-ва преобразования Фурье
 - Фазовый сдвиг между соседними поднесущими будет составлять $\Delta\phi = 2\pi\Delta f\delta t$
- Если $\delta t = m\Delta t$, где Δt – интервал времени между выборками, то $\Delta\phi = 2\pi m/N$
- Поворот фазы приводит к повороту диаграммы отображения бит в символы, т.е. к ошибкам при демодуляции передаваемых данных.
 - Величина ошибки демодуляции зависит от типа модуляции

Совместное влияние ошибок синхронизации (1/3)

- Предположим, что имеются ошибки синхронизации по частоте (δf) и времени (δt)
- Помеху между поднесущими можно учесть добавляя к дисперсии собственных шумов дисперсию помехи между поднесущими

$$\sigma_{ISI}^2 = \sigma^2 \sum_{j=1, j \neq k} \left| \text{sinc} \left((k-j) + \frac{\delta f}{\Delta f} \right) \right|^2$$

- Если ошибок синхронизации нет, то в результате БПФ, выполняемого на приемной стороне, сигнал на m -ой поднесущей (z_m – гауссов шум с нулевым средним и дисперсией σ_0^2)

$$g_m = \sqrt{N} H_m d_m + z_m$$

- При наличии ошибок синхронизации

$$g_m^{(k)} = \sqrt{N} H_m^{(k)} d_m^{(k)} \text{sinc}(\delta f / \Delta f) \exp(-j\Psi_m^{(k)}) + z_m^{(k)},$$

$$\Psi_m^{(k)} = \theta_0 + 2\pi\delta f (kT_s + 0.5N\Delta t + \delta t) + 2\pi\delta t(m\Delta f).$$

- Считается, что поднесущие частоты расположены симметрично относительно центральной частоты $f_m = f_0 + m\Delta f$, $m = -N/2, \dots, N/2$, $m \neq 0$

θ_0 смещение фазы на несущей частоте, верх. индекс k обозначает номер OFDM символа

Совместное влияние ошибок синхронизации (2/3)

$$g_m^{(k)} = \sqrt{N_F} H_m^{(k)} d_m^{(k)} \text{sinc}(\delta f / \Delta f) \exp(-j\Psi_m^{(k)}) + z_m^{(k)},$$
$$\Psi_m^{(k)} = \theta_0 + 2\pi\delta f(kT_s + 0.5N\Delta t + \delta t) + 2\pi\delta t(m\Delta f).$$

- Из формулы следует:
 - имеется общий поворот фазы сигнала на всех поднесущих из-за частотного смещения δf и смещения θ_0 фазы на несущей частоте (первые два слагаемых)
 - общий поворот фазы увеличивается с увеличением номера k OFDM символа (слагаемое $2\pi\delta f k T_s$)
 - частотное смещение δf приводит к ослаблению сигнала на всех поднесущих (множитель $\text{sinc}(\delta f / \Delta f)$), а также к появлению помехи между поднесущими
 - ошибка синхронизации по времени (т.е. ошибка определения стартового положения OFDM символа) δt приводит к прогрессивно нарастающему фазовому повороту, пропорциональному номеру m поднесущей (последнее слагаемое)

Совместное влияние ошибок синхронизации (3/3)

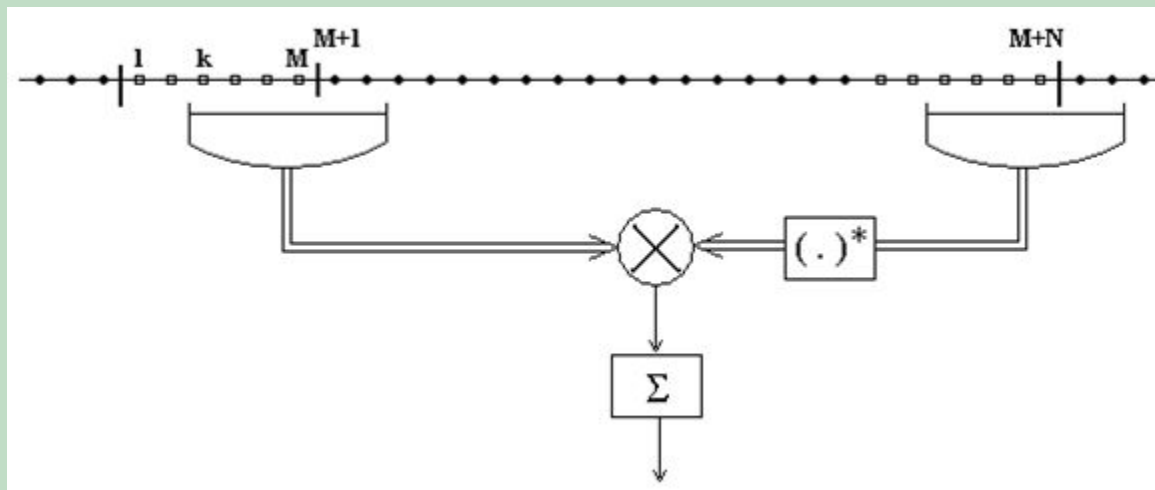
- Обозначим $\delta t' = \delta t / \Delta t$ (δt – временное расстояние между выборками)
- Фазовый поворот (например, на 90°) будет достигаться, если

$$2\pi\delta t(m\Delta f) = 2\pi\delta t'\Delta t m\Delta f = \frac{2\pi\delta t'\Delta t m}{T_s} = \frac{2\pi}{N}\delta t'm = \frac{\pi}{2} \leftarrow \delta t' = \frac{N}{4m}$$

- Имеем, что фазовый сдвиг равный 90° на первой поднесущей ($m=1$) соответствует ошибке синхронизации по времени равной 32 выборкам при использовании 128 поднесущих
- На поднесущих с большими номерами фазовый сдвиг увеличивается пропорционально номеру поднесущей
- Если ограничить 90° фазовый сдвиг крайних поднесущих ($m = N/2$), то ошибка синхронизации δt не должна превышать величины $\Delta t/2$

Символьная синхронизация «вслепую» в OFDM системе

- Часть выборок (M выборок) из хвостовой части каждого символа переставляется вперед для образования циклического префикса (ЦП)
- ЦП в последовательности передаваемых OFDM сигналов дает возможность выполнять символьную синхронизацию без специальных синхросигналов (синхронизация «вслепую»)
- Будем пренебрегать собственным шумом и считать коэффициент передачи канала постоянным на рассматриваемом интервале двух OFDM-символов. Пусть также в канале нет задержанных сигналов (однолучевой канал)
- OFDM-символ состоит из $N+M$ выборок



Начало окна совпадает с началом OFDM-символа ($k = 0$)

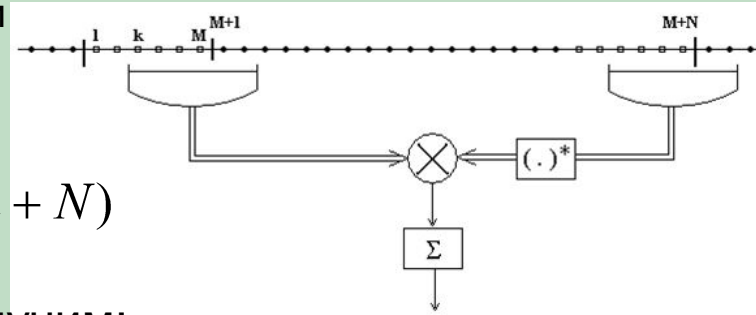
- Процедура синхронизации представляет собой корреляционную обработку сигналов (индекс k означает сдвиг начала окна относительно начала OFDM-символа)

$$y_k = \frac{1}{M} \sum_{n=k}^{k+M} x(n) x^*(n+N)$$

- $x(n) = h_0 s(n)$ – n -ая выборка принятого сигнала, $s(n)$ – n -ая выборка передаваемого сигнала, h_0 – коэффициент передачи канала
- Начало окна совпадает с началом OFDM-символа ($k = 0$)
 - В левую часть окна попадают $1, 2, \dots, M$ выборки
 - В правую часть окна: $N+1, N+2, \dots, N+M$ выборки

- Сигнал на выходе схемы синхронизации

$$y_0 = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M h_0 s(n) \cdot h_0^* s^*(n+N)$$



- С учётом $s(n+N) = s(n)$ для $n = 1, 2, \dots, M$ получим:

$$y_0 = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M |h_0 s(n)|^2$$

Начало окна сдвинуто на k - выборок вправо

- В левую часть окна попадают $k+1, k+2, \dots, k+M$ выборки
- В правую часть окна: $k+N+1, k+N+2, \dots, k+N+M$ выборки
- Сигнал на выходе коррелятора

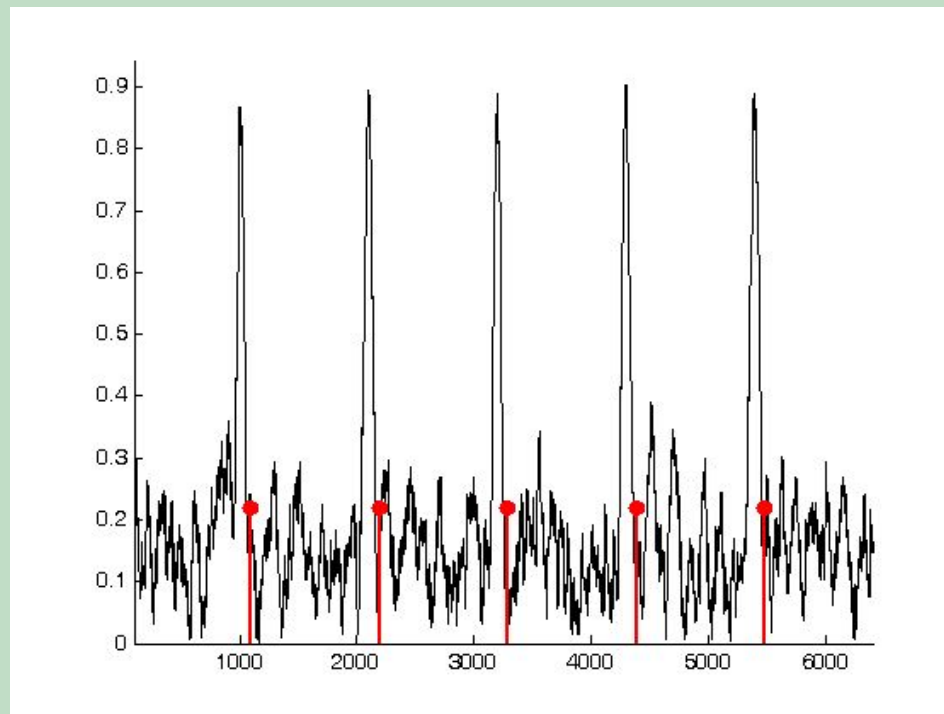
$$y_k = \frac{1}{M} \sum_{n=k+1}^{M+k} h_0 s(n) \cdot h_0^* s^*(n+N) = \frac{1}{M} \sum_{n=k+1}^M |h_0 s(n)|^2 + \frac{1}{M} \sum_{n=M+1}^{M+k} |h_0|^2 s(n) s^*(n+N)$$

- Приблизённо

$$y_k \approx \begin{cases} \langle |s(n)|^2 \rangle |h_0|^2 \left(1 - \frac{k}{M}\right), & k = 0, 1, 2, \dots, M-1, \\ 0, & k \geq M \end{cases}$$

Пример

- Корреляционная обработка с учётом собственных шумов приемников
- Красным цветом отмечено начало сигнала, с которого необходимо брать выборки для БПФ.
- Видно, что пики функции корреляции достаточно точно указывают начало сигнала
- Отклик на выходе схемы синхронизации имеет треугольный вид



Символьная синхронизация на основе пилотных сигналов

- Пусть на m -ой поднесущей k -го OFDM символа передаются известные комплексные символы $d_m^{(k)}$, называемые пилотами

- Имели ранее
$$g_m^{(k)} = \sqrt{N_F} H_m^{(k)} d_m^{(k)} \text{sinc}(\delta f / \Delta f) \exp(-j\Psi_m^{(k)}) + z_m^{(k)},$$
$$\Psi_m^{(k)} = \theta_0 + 2\pi\delta f (kT_s + 0.5N\Delta t + \delta t) + 2\pi\delta t(m\Delta f).$$

- Или

$$g_m^{(k)} = \sqrt{N} \tilde{H}_m^{(k)} d_m^{(k)} + z_m^{(k)}$$

- Эквивалентный коэффициент передачи на m -ой поднесущей

$$\tilde{H}_m^{(k)} = H_m^{(k)} d_m^{(k)} \text{sinc}(\delta f / \Delta f) \exp(-j\Psi_m^{(k)})$$

- Оценка эквивалентного коэффициента передачи с учётом всех ошибок синхронизации

$$\hat{\tilde{H}}_m^{(k)} = \frac{g_m^{(k)}}{\sqrt{N} d_m^{(k)}} = \tilde{H}_m^{(k)} + \frac{z_m^{(k)}}{\sqrt{N} d_m^{(k)}}$$