ЭЛЕКТР ЖӘНЕ МАГНЕТИЗМ, АТОМДЫҚ ФИЗИКАНЫҢ АРНАЙЫ ТАРАУЛАРЫ

Электростатика

Электромагнетизмнің барлық құбылыстары және оның ерекшеліктері Максвелл теңдеулері арқылы түсіндіріледі. Максвелл теңдеулері мыналар:

$$\boxed{\vec{\nabla}\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0},}$$

Электр өрісінің көзі – заряд.

$$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t},}$$

Электр өрісінің құйыны айнымалы магнит өрісі

$$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{B}=\left(\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\vec{j}\right)\mu_0,}$$

Магнит өрісінің құйыны айнымалы электр өрісі және өткізгіш арқылы өтетін ток

$$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{B}=0.}$$

Магнит өрісінің көзі болмайтындығы, яғни магнит өрісінің сызықтары тұйықталған болатындығы

Мұнда $\mu_0=1/\left(\varepsilon_0c^2\right)$ *- магниттік тұрақты.*

Электростатика

$$\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0},$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t},$$

$$\rho, j = const$$

Егер зарядтар қозғалыссыз не ток тұрақты болса, электр құбылысы мен магнит құбылысы бір-біріне тәуелсіз өмір сүреді, бір-біріне әсер етпейді. Олардың өзара байланысы зарядтар мен токтың шамалары уақыт бойынша өзгере бастасымен пайда болады.

Магнитостатика

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{j},$$

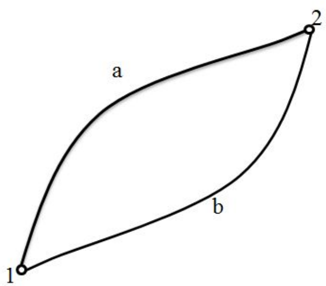
$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = 0.$$

Электр өрісінің потенциалы

Егер заряд тұйық контур бойымен тасылса, онда өрістің істейтін толық жұмысы нөлге тең болады

$$W_{12}(a) + W_{21}(b) = 0$$

$$W_{12}(a) = -W_{21}(b)$$



$$W(1 \to 2) = -\int_1^2 \vec{E}d\vec{l} \qquad \vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$$

$$-\int_1^2 \vec{E}d\vec{l} = \int_1^2 grad\varphi d\vec{l} = \int_1^2 d\varphi = \varphi(2) - \varphi(1)$$

$$\boxed{\varphi(\vec{r}) = -\int_\infty^r Edr = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\infty^r \frac{q}{r^2}dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r}}$$

$$\boxed{\varphi(\vec{r}) = \sum_j \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_j}{r_j}}$$

Потенциалдық өріс. Электр өрісінің потенциалы.

1. Егер A векторлар өрісінің кез келген тұйық контур бойымен алынған циркуляциясы нөлге тең болса, ол өріс потенциалдық болады $rot\,\vec{A} = 0$

2. Электростатикалық өрістің бірлік оң зарядты кез келген тұйық контур бойымен айналдырып тасығанда істейтін жұмысы нөлге тең болса, онда ол электростатикалық өрісті потенциалдық дейді.

3. Электростатикалық өрістің кез келген екі нүктесінің арасында бірлік оң зарядты тасығандда өріс тарапынан істейтін жұмысы жолдың пішініне, ұзындығына байланысты болмайды., тек бастапқы және соңғы нүктелердегі өріс сипаттамаларымен анықталады.

4. Өрістің кез келген нүктесінің потенциалы – бірлік оң зарядты шексіздіктен қарастырып отырған нүктеге әкелуге қажет болатын сыртқы күштің жұмысы.

5. Өрістің екі нүктесінің потенциал айырымы - бірлік оң зарядты сол нүктелердің арасында тасығанда сырткы күштердің істейтің жұмысы.

6. Электростатикалық өрістің әр нүктесіне *E* кернеулік векторымен қатар потенциалды-скалярды сәйкес қоюға болады. Потенциалдар электростатикалық өрісті энергия жағынан сипаттамайды.

Өрістің потенциалы мен кернеулігі аралығындағы байланыс.

Өрістің потенциалы мен кернеулігі арасындағы байланыс

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$$

Кейбір жағдайларда өріс кернеулігін анықтаудан гөрі өріс потенциалын анықтау жеңіл. Сондықтан алдымен өріс потенциалын тауып, содан соң өріс кернеулігін есептеген жөн.

Электростатиканың негізгі теңдеулері.

Электростатиканың негізгі теідеулері Максвелл теңдеулері:

$$\boxed{\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0},} \longleftarrow \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$$

$$\boxed{\vec{\nabla}\vec{E} = 0,}$$

$$\boxed{\nabla\nabla\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0},} \quad \boxed{\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0},} \quad \boxed{\nabla^2\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2},}$$

Пуассон теңдеуі дейді.

Егер өріс көзі болып табылатын зарядтардың кеңістікке таралып орналасуы белгілі болса, Пуассон теңдеуін шешу арқылы өрістің потенциалын тауып, содан соң өрістің кернеулігін табамыз.

Сфералық, цилиндрлік және жазық конденсаторлар

Конденсаторлар бірінің ішінде бірі орналасқан өткізгіштерден жасалуы мүмкін:
-сфералық конденсатор;
-цилиндрлік конденсатор;
-жазық конденсатор.

Конденсаторлардың сыйымдылықтарын анықтау үшін олардың *астарларында шоғырланған зарядтарды белгіліден есептеп, потенциалдар айырымын табамыз.* Заряд шамасы мен потенциалдар айырымының пропоционалдық коэффициенті сыйымдылықты береді.

а) Конденсатор сфералық болсын. Оның астарларындағы өрістің кернеулігі

$$\boxed{E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

мұнда q *- конденсатор астарларындағы заряд.*

Конденсатор астарларының арасындағы потенциал айырымы

$$\boxed{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

Сфералық конденсатордың сыйымдылығы

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}}$$

Цилиндрлік конденсатор

Конденсатор цилиндр тәріздес болсын. Конденсатордың ішкі астарларындағы заряд q *болсын. Гаусс теоремасы бойынша кернеулік ағыны*

$$\boxed{2\pi hE = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r \cdot h}}$$

қатынасымен анықталады

Жазық конденсаторды

а) Конденсатор сфералық болсын. Оның астарларындағы өрістің кернеулігі

$$\boxed{E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

мұнда q *- конденсатор астарларындағы заряд.*

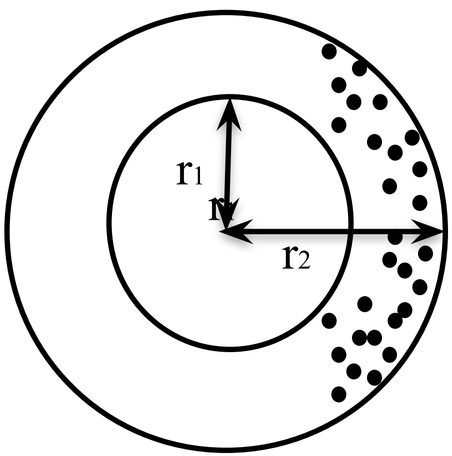
Конденсатор астарларының арасындағы потенциал айырымы

$$\boxed{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \int_{r_1}^{r_2} Edr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

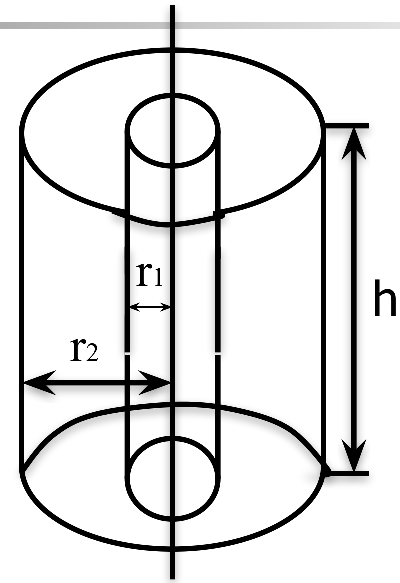
Сфералық конденсатордың сыйымдылығы

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}}$$

Цилиндрлік конденсатор



Сфералық конденсатор



Цилиндірлік конденсатор

Зарядтарының шамалары бірдей, таңбалалары қарама-қарсы кез келген екі өткізгіштердің жиынын конденсаторлар дейді.   Өткізгіштерді конденсаторлардың астарлары дейді.

Цилиндрлік конденсатор

Астарларының арасындағы потенциалдар айырымын ескеріп

$$\boxed{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 h}\ln\frac{r_2}{r_1}}$$

Кейінгі теңдіктен цилиндрлік кондерсатордың сыйымдылығы үшін

$$\boxed{C = 2\pi\varepsilon_0 h / \ln\frac{r_2}{r_1}}$$

Жазық конденсатор. Оның астарындағы заряд шамасы q болсын. Конденсатор астарларының арасындағы потенциал айырымы $\Delta\varphi$ *электростатикалық өрістің кернеулігі E арқылы анықталады.*

$$\boxed{\Delta\varphi = Ed} \qquad \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon S}} \qquad \boxed{\Delta\varphi = \frac{d}{\varepsilon_0 S}\cdot q}$$

Жазық конденсатор сыйымдылығы

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}}$$

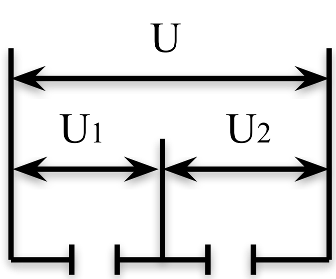
Конденсаторды тізбектей және параллель жалғастыру

Конденсаторларды тізбектей жалғағанда тізбектің толық потенциалдар айырымы конденсаторлардағы потенциалдар айырымының қосындысына, ал толық заряды шама жағынан бір конденсатордың зарядына тең. Көршілес орналасқан конденсаторлардың өзара жалғасқан астарларының потенциалдары бірдей.

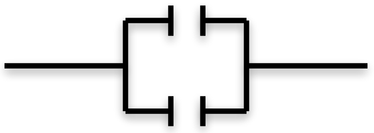
$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i = \frac{q}{c}, \quad \Delta\varphi = \frac{q}{C_i}, \quad \Delta\varphi = \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{C_i} \quad \frac{Q}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{C_i}$$

Кейінгі теңдіктен өзара тізбектей жалғанған конденсаторлардың жалпы сыйымдылығы үшін

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}$$



а)



б)

Конденсаторды тізбектей және параллель жалғау

Конденсаторды тізбектей және параллель жалғастыру

2 Параллель жалғанған конденсаторлардың астарларындағы потенциал айырымы бірдей $\Delta\varphi$ *, ал зарядтары әр түрлі. Конденсаторларда шоғырланған зарядтар*

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} q_1 = C_1\Delta\varphi, \\ q_2 = C_2\Delta\varphi, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ q_n = C_n\Delta\varphi \end{array}\right\}}$$

Конденсатордың толық заряды: $q = \sum_{i=1}^{n} q_i = (C_1 + C_2 + \ldots + C_n)\Delta\varphi$

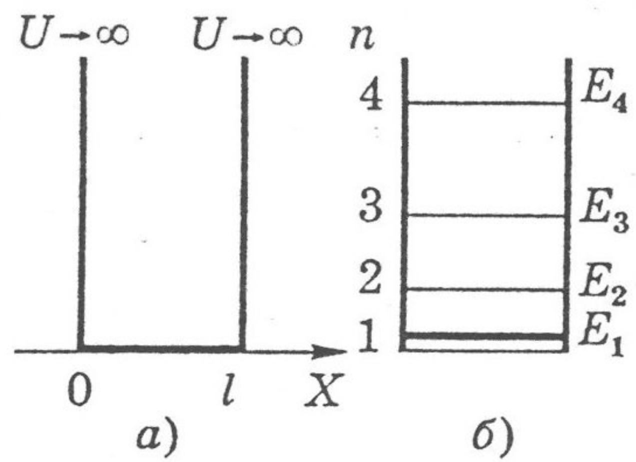
Екінші жағынан $q = C\Delta\varphi$

Кейінгі екі теңдіктен параллель жалғанған конденсаторлардың толық сыйымдылығы:

$$\boxed{C = \sum_{i=1}^{n} C_i}$$

Тік бұрышты потенциалдық шұңқырдағы бөлшек

- $0 \le x \le l$ болғанда $\boldsymbol{U}=0$
- $x<0$ және $x>l$ болғанда $\boldsymbol{U}=\infty$ болады



$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi=0$$

- Үздіксіздік шартынан $\psi(0)=\psi(l)=0$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}E\psi=0$$

$$k^2=\frac{2m}{\hbar^2}E \qquad \boxed{\psi''+k^2\psi=0} \Rightarrow \psi(x)=A\sin kx+B\cos kx$$

$$\psi(0)=0; \quad B=0; \Rightarrow \psi(x)=A\sin kx$$

$$\psi(l)=0; \Rightarrow \psi(l)=A\sin kl=0; \qquad kl=\pm n\pi\,(n=1,2,\ldots) \qquad E=\frac{k^2\hbar^2}{2m}$$

$$\boxed{E_n=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n^2\,(n=1,2,\ldots)}$$

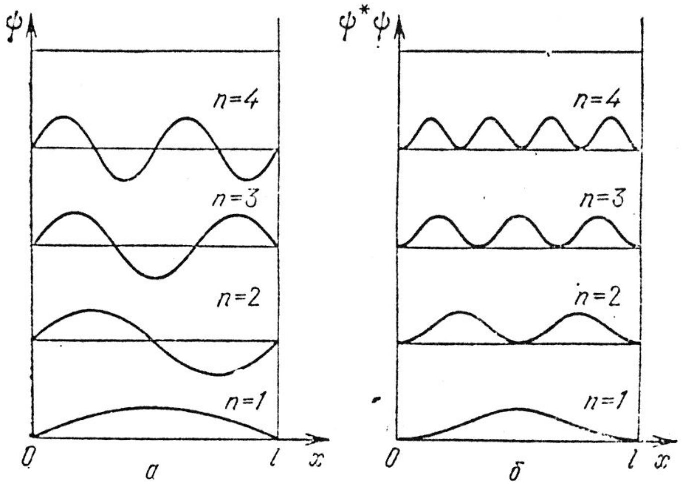
Тік бұрышты потенциалдық шұңқырдағы бөлшек

Енді толқындық функцияны табайық. Ол үшін *A* коэффициентін анықтайық. Бөлшектің $0 \le x \le l$ аймақта бар екені анық

$$\int_0^l |\psi|^2 dx = 1$$

$$A^2 \int_0^l \sin^2\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx = 1; \qquad A^2 \frac{l}{2} = 1; \quad A = \left(\frac{2}{l}\right)^{1/2}$$

$$\boxed{E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2; \quad \psi_n(x) = \left(\frac{2}{l}\right)^{1/2} \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right), \quad (n = 1, 2, \ldots)}$$



$$w(x)dx = |\psi_n|^2 dx = A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx$$

Сызықтық гармоникалық осциллятор

- Массасы m бөлшек $\boldsymbol{x}$ осі бойында бөлшектің тепе-теңдік қалыптан ауытқуына тура пропорционал $F=-kx$ квазисерпімді күш әсерінен қозғалатын болсын. Мұндағы k – серпімділік коэффициенті. Осындай бөлшек сызықтық **гармоникалық осциллятор** деп аталады.
- Гармоникалық осциллятордың ротенциалдық энергиясы

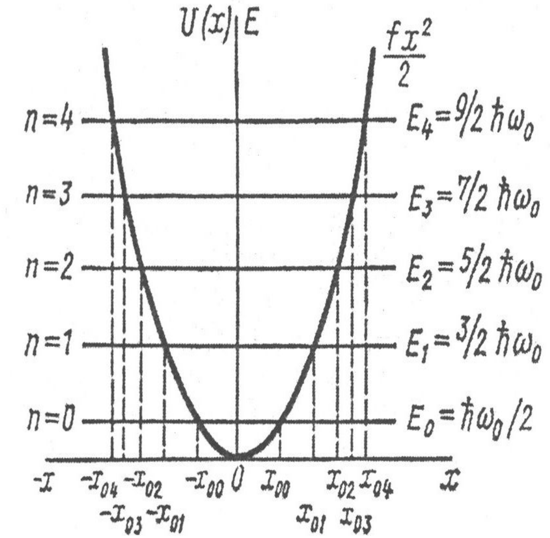
$$U(x)=\frac{kx^2}{2} \qquad \omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad U(x)=\frac{m\omega_0^2x^2}{2}$$

- Осциллятор үшін Шредингер теңдеуі

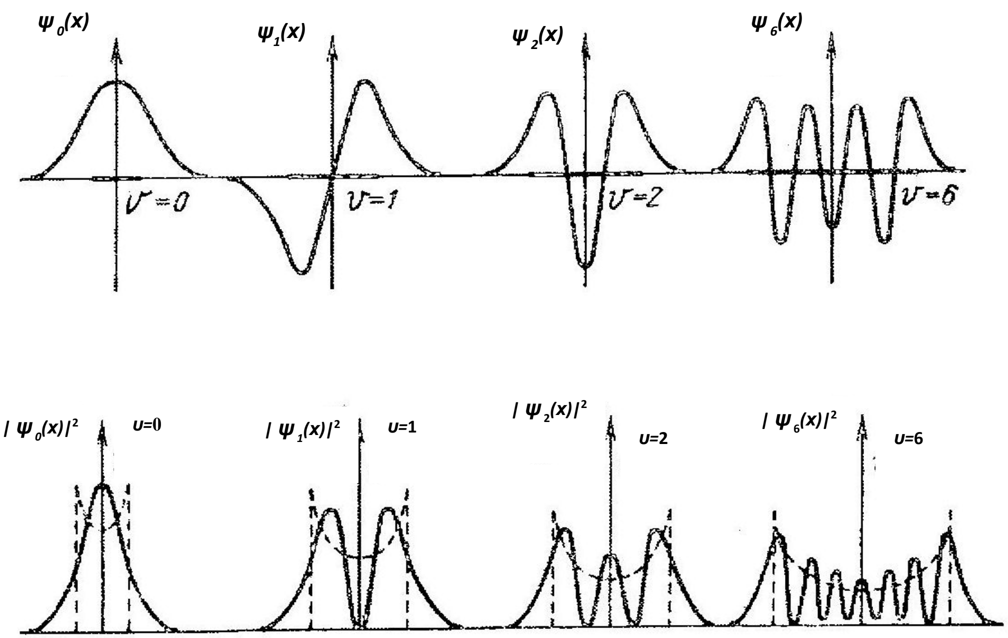
$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}\left(E-\frac{m\omega_0^2x^2}{2}\right)\psi=0$$

мұндағы ***E*** – осцилятордың толық энергиясы. ***E*** параметрі мына мәндерді

$$E_\upsilon=(\upsilon+\tfrac{1}{2})\hbar\omega_0(\upsilon=0,1,2,\ldots)$$



6.4-сурет



6.5-сурет

Орталық-симметриялы өрісте бөлшектің қозғалысы. Сутегі атомының квантмеханикалық моделі

Шредингер теңдеуі. Енді сутегі ядросының кулондық өрісінде электронның күйі жайындағы квант-механикалық есепті шығаруға көшейік. Заряды *Ze* ядроны координаттар жүйесінің басы деп қабылдаймыз. Сонда потенциалдық энергия сфералық симметриялық тартылыс өрісі (кулондық) түрінде болады:

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Гамильтонның классикалық функциясы былайша жазылады:

$$H = \frac{1}{2m_0}(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2) - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

мұндағы m_0 – электрон массасы, P_x, P_y, P_z – импульс құраушылары.

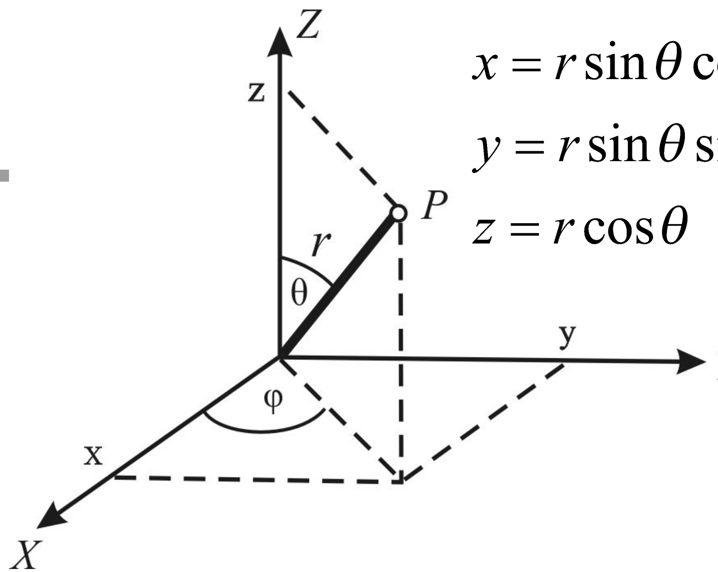
Осы алынған өрнекті Гамильтонның операторына түрлендіреміз:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta + U(r)$$

Осы операторды электронның ψ толқындық функциясына қолданғанда сутегі атомы үшін Шредингер теңдеуін аламыз:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)\psi = E\psi \qquad (7.1)$$

$$x = r\sin\theta\cos\varphi$$
$$y = r\sin\theta\sin\varphi$$
$$z = r\cos\theta$$



7.1-сурет

мұндағы Δ – Лаплас операторы,

E – электронның толық энергиясы.

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) +$$

$$+\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right] \equiv \Delta_r + \frac{1}{r^2}\Delta_{\theta,\varphi} \qquad (7.2)$$

(7.2) өрнекті (7.1) теңдігіне қойғаннан кейін Шредингер теңдеуі мына түрде жазылады:

$$\left(\Delta_r + \frac{1}{r^2}\Delta_{\theta,\varphi}\right)\psi + K^2\psi = 0 \qquad (7.3)$$

мұндағы $$K^2 = \frac{2m_0}{\hbar^2}\left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)$$

(7.3) теңдеудегі *K* тек *r* координатына тәуелді; $\boldsymbol{\Delta_r}$ тек радиал функцияға, ал $\boldsymbol{\Delta_{\theta\phi}}$ - сфералық функцияға әсер ететін операторлар. (7.3) теңдеуді айнымалыларды айыру әдісімен шешеміз. Ол үшін *ψ*-функцияны екі функция көбейтіндісі түрінде іздестіреміз

$$\psi(r,\theta,\varphi) = R(r)\cdot Y(\theta,\varphi),$$

мұндағы *R(r)* толқындық функцияның радиалдық бөлігі немесе радиалдық функция деп аталады. *Y(θ,ϕ)* функциясы *θ* және *ϕ* бұрыштық координаттарға тәуелді. Бұл сфералық, кейде шарлық функция деп аталады.

Радиалдық толқындық функциялар теңдеуі

Енді толқындық функцияның *R(r)* радиалдық бөлігі үшін теңдеуге көшейік. Бұл теңдеуді мына түрде жазуға болады:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d}{dr}\right)R+\left[\frac{2m_0}{\hbar^2}\left(E+\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)-\frac{l(l+1)}{r^2}\right]R=0 \qquad (7.5)$$

мұнда Δ_r және λ мәндері ескерілген.

$E<0$ болғанда (7.5) теңдеуінің ψ-функцияға қойылатын табиғи талаптарды (бірмәнділік, шектелген, үздіксіздік) қанағаттандыратын шешімдері E-нің дискретті мәндері жағдайында, яғни мынаған тең болғанда алынады:

$$E=E_n=-\frac{m_0 e^4 Z^2}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2} \qquad (7.6)$$

Сутегі атомындағы электрон энергиясы кванттталған, яғни бас кванттық санмен анықталатын дискреттік мәндер қабылдайды. (7.6)-дағы $n=n'+l+1$ нөлден үлкен, бүтін сан ($n=1, 2, 3,\ldots, \infty$).

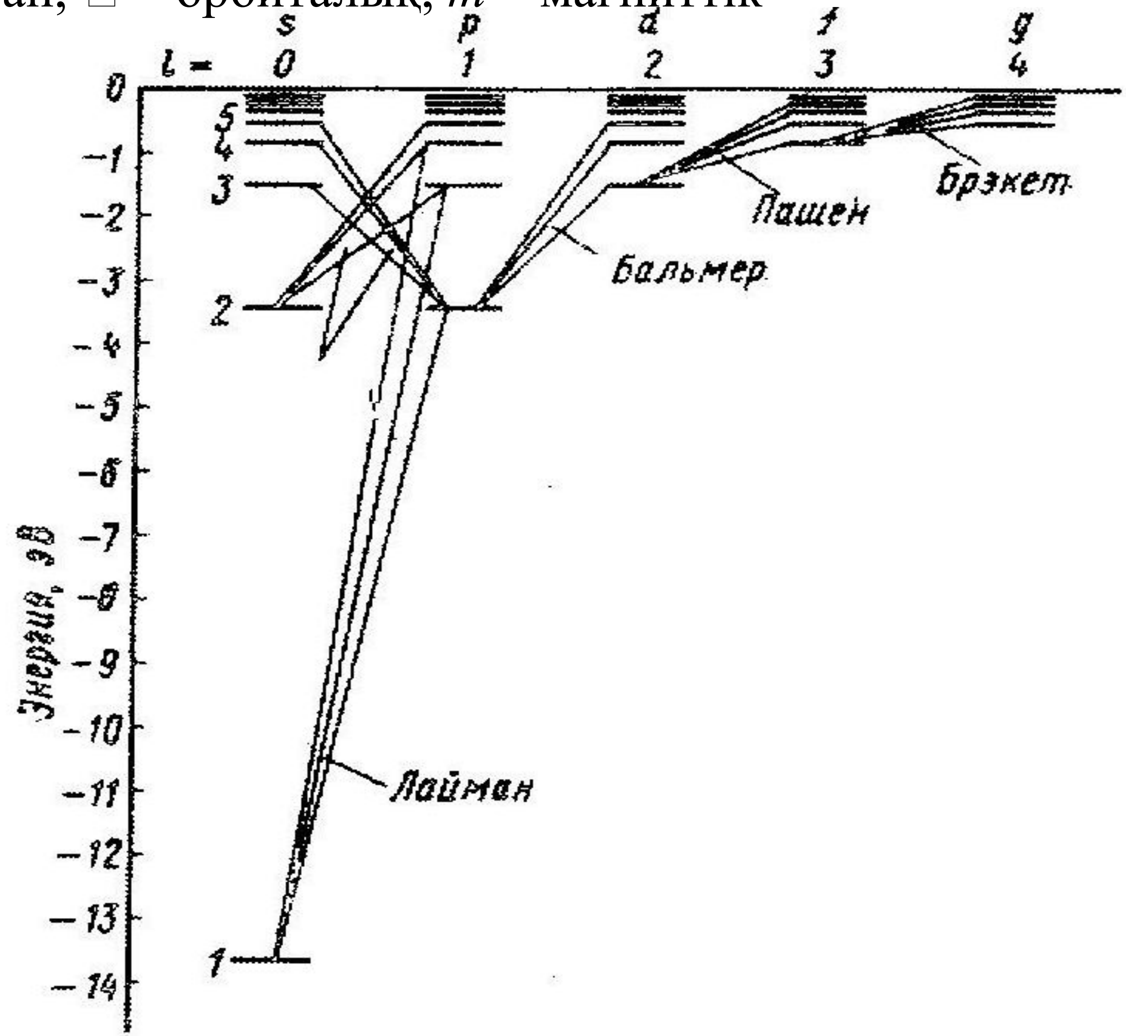
n саны - бас кванттық сан, ал $n'=n_r=(n-l-1)$ – радиал кванттық сан деп аталады.

E_n үшін дәл Бор теориясындағыдай өрнек алынғандығы; бірақ мұның кванттық механиканың қатаң заңдары негізінде қорытылып шығарылғандығы.

(7.1) теңдеуінің меншікті функцияларында, яғни ψ-функцияларында бүтін санды үш параметр – n, □, m болатындығы анықталды:

$$\psi=\psi_{n\square m}(r,\theta,\phi), \qquad (7.7)$$

мұндағы *n* – бас кванттық сан, □ – орбиталық, *m* – магниттік кванттық сан деп аталады.



Сутегі атомындағы электронның энергия деңгейлері. Энергия деңгейлерінің айнуы.

(7.6) өрнектегі *z=1* болғанда сутегі атомының энергетикалық деңгейлері үшін өрнек алынады

$$E_n = -\frac{m_0 e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2} = -\frac{R_y}{n^2}, n = 1,2,\ldots \qquad (7.8)$$

.

$1R_y = 1{,}79 \cdot 10^{-16}$ Дж≈13,6 эВ.- атомның энергия шкаласының масштабын анықтайды

(7.8) теңдеуіне *m* кванттық саны енбеген, демек электронның энергия мәні бұған тәуелді емес. Сонда l мәні тұрақты, ал *m* әр түрлі болатын барлық күйлер (мұндай күйлердің толық саны $2l+1$) бірдей энергияға ие болады. Демек бір энергия деңгейіне әртүрлі *ψ*-функциялармен бейнеленетін бірнеше күй сәйкес келеді. Осындай энергетикалық деңгейлер айнығын, ал нақты энергия мәні бірдей күйлер саны сол энергия деңгейінің а**йну дәрежесі** деп аталады.

$$\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = \frac{2(n-1)+1+1}{2}n = 1+3+5+\ldots+2n-1 = n^2$$

Атомдық физикада импульс моменттерінің мәндері әр түрлі электрон күйлерінің спектроскопиядағы шартты белгіленуі пайдала-нылады. Сонда *□=0* күйде тұрған электронды ***s*-**электрон, *□=1* күйдегі электронды – *p***-**электрон, *□=*3 күйдегі электронды – *d***-**электрон деп атайды.

Электрон күйін көрсету үшін (әрине бір электронды сутегі атомы жағдайында бұл атомның күйін де көрсетеді) мынадай символдық жазу қолданылады: *□* санының шартты белгісі алдына *n* бас кванттық санның мәні жазылады. Мысалы, *n=*2 және *□=*1 сандары бар электрон күйі 2*p* символымен белгіленеді.

□-дің максимум мүмкін мәні *n* мәнінен 1-ге кем болатындықтан, атомда электронның мынадай күйлері мүмкін болады

1*s*

2*s*, 2*p*,

3*s*, 3*p*, 3*d* және т.б.