
Фотометрическое приближение



Будак Владимир Павлович,
Московский энергетический институт (ТУ)
кафедра светотехники

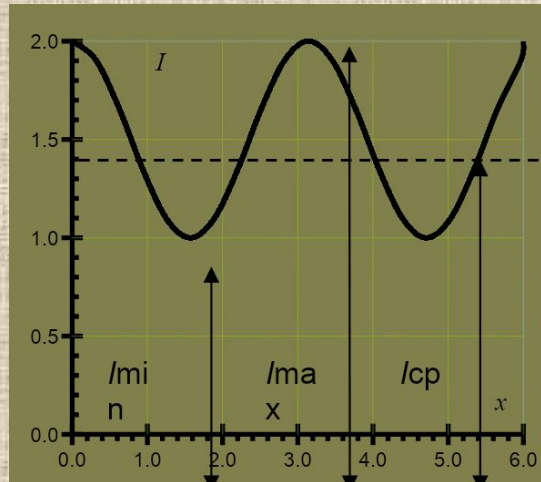
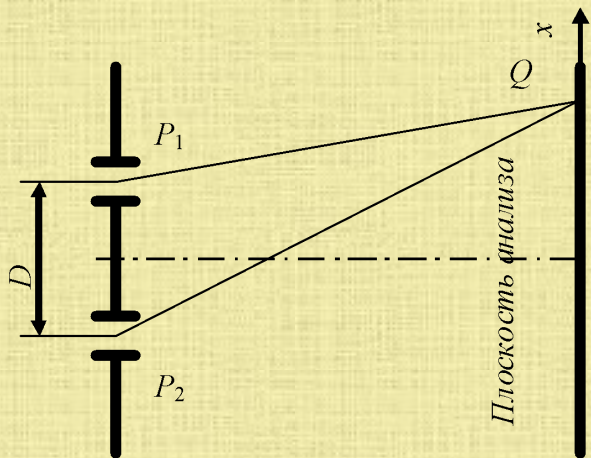
☐: +7 (495) 763-5239

BudakVP@mpei.ru



Понятие когерентности

- поле как лучевое поле;
- по каждому из лучей распространяется энергия;
- поток энергии через любую точку пространства определяется суммированием потоков через каждый луч



$$U(Q) = U_1 + U_2$$

$$I(Q) = \langle U(Q)U^*(Q) \rangle$$

$$= \langle (U_1 + U_2)(U_1^* + U_2^*) \rangle$$

$$= I_1 + I_2 + 2 \operatorname{Re} \Gamma_{12}$$

$$\gamma_{12} = \frac{\Gamma_{12}}{\sqrt{I_1 I_2}} = |\gamma_{12}| \exp(i\alpha_{12}) \quad \text{где} \quad \alpha_{12} = \arg \Gamma_{12}$$

Вместо суммирования интенсивностей происходит перераспределение энергии излучения, называемое интерференцией

Видность интерференционных полос

$$I(Q) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}| \cos \alpha_{12}$$

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{\Delta I}{I}$$

$$V = \frac{(I_1 + I_2 + 2|\gamma_{12}|\sqrt{I_1 I_2}) - (I_1 + I_2 - 2|\gamma_{12}|\sqrt{I_1 I_2})}{(I_1 + I_2 + 2|\gamma_{12}|\sqrt{I_1 I_2}) + (I_1 + I_2 - 2|\gamma_{12}|\sqrt{I_1 I_2})} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} |\gamma_{12}|$$

Последнее выражение особенно наглядно, если в опыте сделать совершенно одинаковые отверстия:

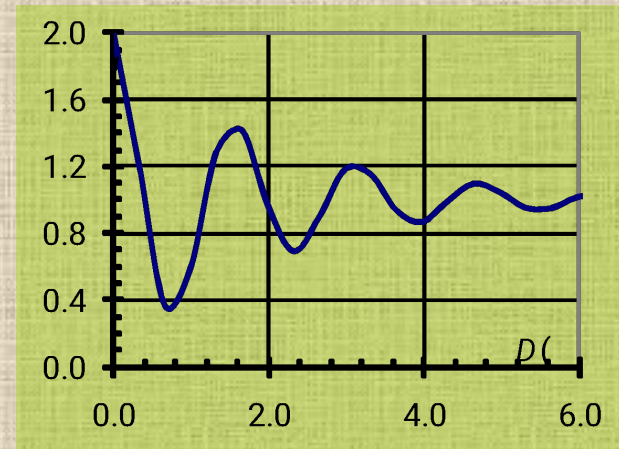
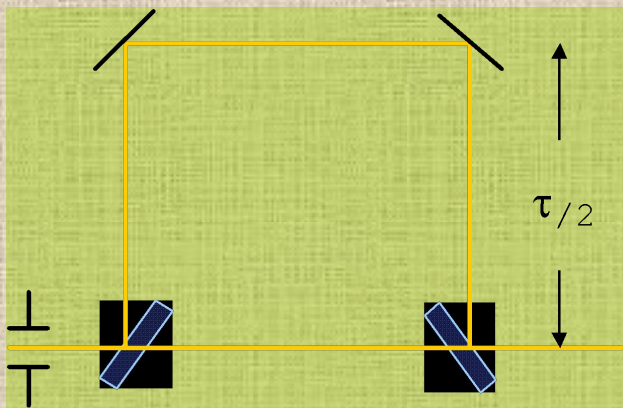
$$I_1 = I_2 \Rightarrow V = |\gamma_{12}|$$

Степень когерентности определяет видимость интерференционной картины: $\gamma_{12} = 0$, то интенсивности складываются

Среднее поле

$$I(Q) = |\gamma_{12}| \left\{ I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \alpha_{12} \right\} + (1 - |\gamma_{12}|)(I_1 + I_2)$$

$$I_{\text{ког}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \alpha_{12}, \quad I_{\text{неког}} = I_1 + I_2, \quad \frac{I_{\text{ког}}}{I_{\text{полн}}} = |\gamma_{12}|$$



время и пространство когерентности – область, где излучение в соответствии с критерием следует считать когерентным

Распространение функции когерентности

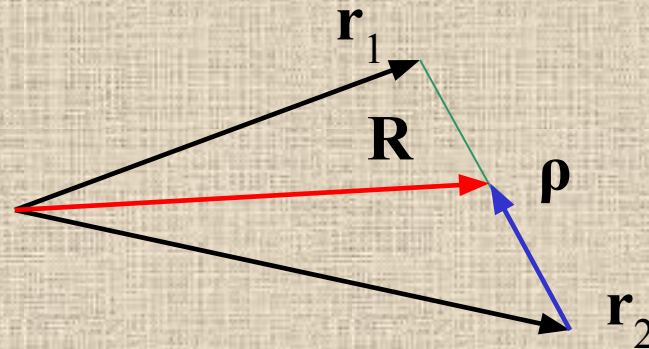
$$I(\mathbf{r}) = I(\mathbf{r}_1) + I(\mathbf{r}_2) + 2\operatorname{Re}\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$$

$$I(\mathbf{r}) = \langle U(\mathbf{r})U^*(\mathbf{r}) \rangle \equiv \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \Rightarrow I(\mathbf{r}) = \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) + \Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2) + 2\operatorname{Re}\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$$

$$\begin{cases} \Delta_1 U_1 + k^2 U_1 = 0, \\ \Delta_2 U_2 + k^2 U_2 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta_1 \Gamma_{12} + k^2 \Gamma_{12} = 0, \\ \Delta_2 \Gamma_{12} + k^2 \Gamma_{12} = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} (\Delta_1 - \Delta_2) \Gamma_{12} = 0, \\ \frac{1}{2}(\Delta_1 + \Delta_2) \Gamma_{12} + k^2 \Gamma_{12} = 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2), \quad \boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$$

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{R} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}, \quad \mathbf{r}_2 = \mathbf{R} - \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}$$



координата центра тяжести и разностной координатой

Уравнение распространения когерентности

$$\begin{aligned} \nabla_1 &= \frac{1}{2} \nabla_{\mathbf{R}} + \nabla_{\boldsymbol{\rho}}, & \Delta_1 &= \frac{1}{4} \Delta_{\mathbf{R}} + \Delta_{\boldsymbol{\rho}} + \nabla_{\mathbf{R}} \nabla_{\boldsymbol{\rho}}, & \left\{ \begin{array}{l} \nabla_{\mathbf{R}} \nabla_{\boldsymbol{\rho}} \Gamma_{12}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = 0, \\ \left(\frac{1}{4} \Delta_{\mathbf{R}} + \Delta_{\boldsymbol{\rho}} + k^2 \right) \Gamma_{12}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = 0 \end{array} \right. \\ \nabla_2 &= \frac{1}{2} \nabla_{\mathbf{R}} - \nabla_{\boldsymbol{\rho}}, & \Delta_2 &= \frac{1}{4} \Delta_{\mathbf{R}} + \Delta_{\boldsymbol{\rho}} - \nabla_{\mathbf{R}} \nabla_{\boldsymbol{\rho}} \end{aligned}$$

$$\Gamma_{12}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \int F(\mathbf{R}, \boldsymbol{\kappa}) e^{i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}} d^3\boldsymbol{\kappa} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\kappa} \nabla_{\mathbf{R}} F(\mathbf{R}, \boldsymbol{\kappa}) = 0, \\ \left(\frac{1}{4} \Delta_{\mathbf{R}} - \boldsymbol{\kappa}^2 + k^2 \right) F(\mathbf{R}, \boldsymbol{\kappa}) = 0. \end{array} \right.$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + \zeta \hat{\mathbf{l}} \Rightarrow \frac{d}{d\zeta} F(\mathbf{R}_0 + \zeta \hat{\mathbf{l}}, \boldsymbol{\kappa}) = 0 \Rightarrow F(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\kappa}) = F(\mathbf{R}_0 + \zeta \hat{\mathbf{l}}, \boldsymbol{\kappa})$$

Луч распространения функции когерентности и луч приближения геометрической оптики в общем случае не совпадают

Квазиоднородные волны

$$\frac{1}{4}\Delta_{\mathbf{R}}F + (k^2 - \kappa^2)F = 0, \quad \Delta_{\mathbf{R}}F \ll \frac{F}{L_R^2}$$

$$\frac{1}{L_R^2} \ll k^2 - \kappa^2 \quad \text{или} \quad \frac{1}{L_R^2} \ll (k - \kappa)(k + \kappa) \Rightarrow \frac{1}{L_R^2} \ll k\Delta k \Rightarrow \frac{1}{k^2 L_R^2} \ll \frac{\Delta k}{k}$$

$$\frac{\lambda^2}{L_R^2} \ll \frac{\Delta k}{k} \Rightarrow (k^2 - \kappa^2)F \gg \frac{1}{4}\Delta_{\mathbf{R}}F$$

$$|\nabla_{\mathbf{R}}\Gamma_{12}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho})| \ll |\nabla_{\boldsymbol{\rho}}\Gamma_{12}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho})|$$

Можно выделить область пространства, где квазиоднородная волна ведет себя приблизительно подобно плоской волне

Световое поле

$$(k^2 - \kappa^2)F = 0 \Rightarrow F(\mathbf{R}, \boldsymbol{\kappa}) = \frac{L(\mathbf{R}, \hat{\mathbf{l}})}{k^2} \delta(k - \kappa)$$

$$\Gamma_{12}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \int F(\mathbf{R}, \boldsymbol{\kappa}) e^{i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}} d^3\boldsymbol{\kappa} = \int_0^\infty \frac{L(\mathbf{R}, \hat{\mathbf{l}})}{k^2} \delta(k - \kappa) e^{i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}} k^2 d\kappa d\hat{\mathbf{l}}$$

$$\Gamma_{12}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \int L(\mathbf{R}, \hat{\mathbf{l}}) e^{i\boldsymbol{\rho}\hat{\mathbf{l}}} d\hat{\mathbf{l}} \Rightarrow (\hat{\mathbf{l}}, \nabla) L(\mathbf{R}, \hat{\mathbf{l}}) = 0: L(\mathbf{R} + \zeta \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}) = L(\mathbf{R}, \hat{\mathbf{l}})$$

$$I(\mathbf{r}) = \Gamma_{12}(\mathbf{R} = \mathbf{r}, \boldsymbol{\rho} = 0) = \int L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) d\hat{\mathbf{l}}, \quad \langle \mathbf{S}(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{ik} \nabla \Gamma_{12}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho} = 0) = \int L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) \hat{\mathbf{l}} d\hat{\mathbf{l}}$$

$$L(\mathbf{R}_\perp, \hat{\mathbf{l}}) = \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 \int \Gamma_{12}(\mathbf{R}_\perp, \boldsymbol{\rho}_\perp) \exp(-ik\hat{\mathbf{l}}\boldsymbol{\rho}_\perp) d^2\rho_\perp$$

Отрицательные значения обобщенной яркости несут информацию о фазе волны и корреляции точек

Аксиомы светового поля

1. Электромагнитное поле представляется совокупностью лучей – приближение геометрической оптики.
 2. Лучи приходящие с различных направлений некогерентны между собой.
 3. Постоянная времени и характерный размер квадратичного оптического приемника существенно превышают период и длину волны – применимость для исследований выводов статистической теории.
 4. Поле эргодично: усреднение по времени соответствует усреднениям по ансамблю реализаций – соответствие теории с практическими измерениями.
-
-