

Лекция

**Математическое моделирование  
ППП и элементов ИМС с  
использованием компактных  
моделей (часть 1)**

# Компактная модель

Модели компонентов, применяемые в системах схемотехнического проектирования, обычно называют компактными моделями. Также часто встречаемое название SPICE-модели.

Основное требование к компактным моделям – простота вычислений.

Отличие от физико-технологических моделей:

- упрощенный анализ процессов, протекающих в полупроводниковых приборах (ППП) и элементах ИМС;
- возможность более гибкого управления при исследовании конструкций ППП с помощью управления параметрами отдельных элементов;
- описываются с помощью системы обыкновенных дифференциальных уравнений;
- возможность построения моделей без точного знания конструкции, структуры, топологии ППП.

# Компактная модель

Компактные модели используются в составе систем схемотехнического моделирования для решения следующих задач:

- исследование функционирования разрабатываемых изделий (ИМС, комплексированных изделий и т.д.);
- анализ чувствительности разрабатываемых изделий к изменению параметров элементов, прогнозирования характеристик при изменении техпроцесса и размеров элементов;
- верификации проекта с учетом паразитных элементов (емкостей, резисторов, индуктивностей).

# Компактная модель

Закрытые

Уравнения закрытых моделей известны только собственнику модели.

Частные

Уравнения частных моделей доступны всем, но контролируются собственником (модель HSPICE Level 28).

Открытые

Открытые модели имеют общедоступные уравнения. Каждый может их модифицировать, указав при этом отличие от оригинала.  
(модели Level 1–3, все версии модели BSIM)

Программа – симулятор:

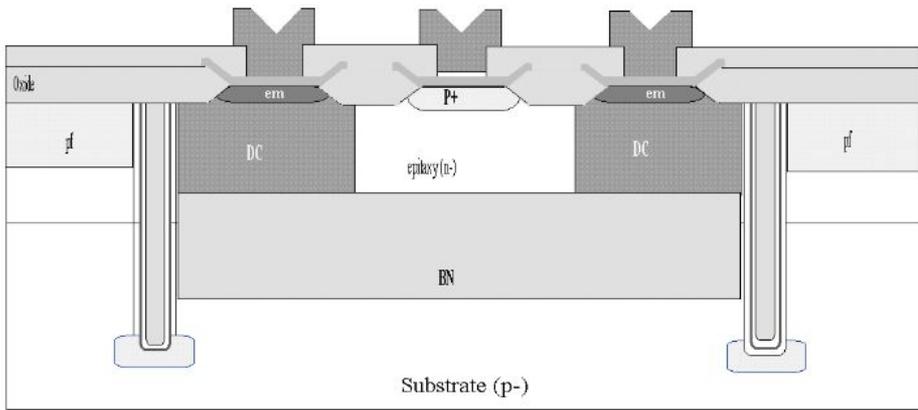
**SPICE** - **S**imulation **P**rogram with **I**ntegrated **C**ircuit **E**mphasis

SPICE 1 – 1973 г.

SPICE 2 – 1975 г.

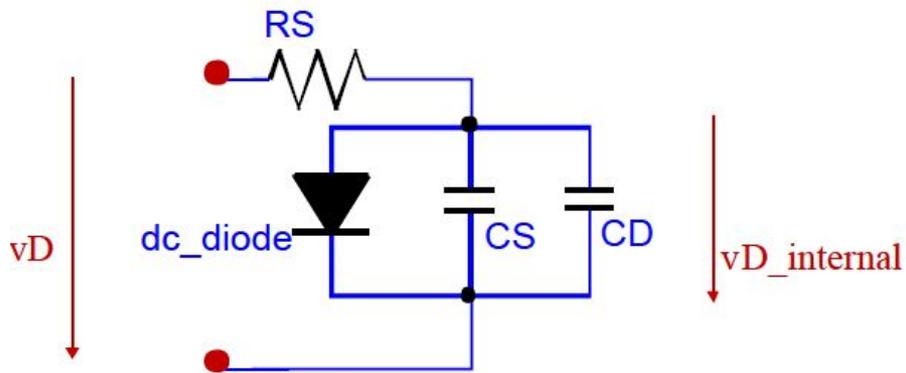
SPICE 3 – 1989 г.

# Диод на основе p-n перехода



$$i_D = I_S \cdot \left( e^{\frac{V_D}{N^* v_T}} - 1 \right)$$

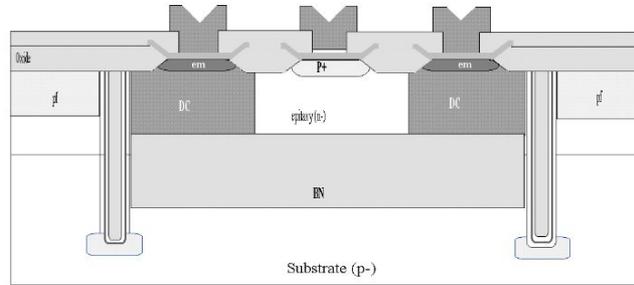
$i_D$   
→



$I_S$  – ток насыщения;  
 $N$  – коэффициент эмиссии;  
 $v_T$  – тепловой потенциал.

$R_S$  – последовательное сопротивление;  
 $C_S$  – барьерная емкость;  
 $C_D$  – диффузионная емкость.

# Диод на основе p-n перехода



Уравнение Пуассона:  $div(\epsilon \nabla \psi) = -\rho$

Уравнения непрерывности носителей заряда:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} div \vec{J}_n + G_n - R_n$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} div \vec{J}_p + G_p - R_p$$

Дрейф-диффузионная модель:

$$\vec{J}_n = qD_n \nabla n - qn\mu_n \nabla \psi - \mu_n n (kT_L \nabla(\ln n_{ie}))$$

$$\vec{J}_p = -qD_p \nabla p - qp\mu_p \nabla \psi + \mu_p p (kT_L \nabla(\ln n_{ie}))$$

Модель подвижности:

$$\mu_n(T, N) = \mu_1 \left(\frac{T}{300}\right)^\beta + \frac{(\mu_2 - \mu_1) \left(\frac{T}{300}\right)^\delta}{1 + \left[\frac{N}{N_{cr} \left(\frac{T}{300}\right)^\gamma}\right]^{\alpha \left(\frac{T}{300}\right)^\epsilon}}$$

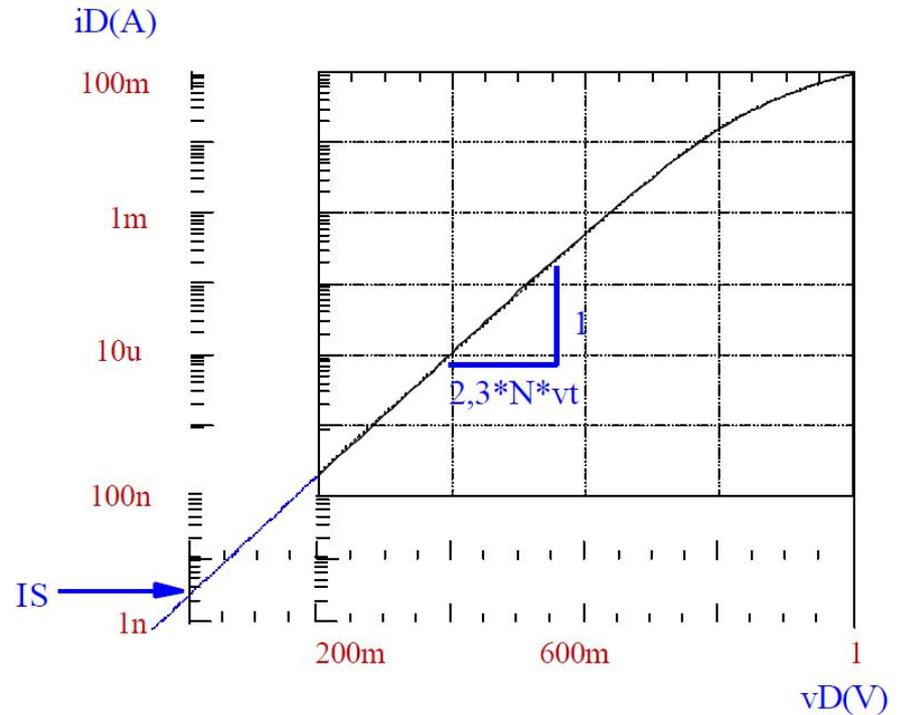
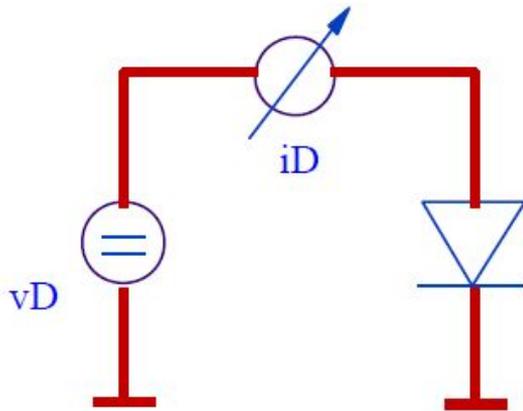
Модель генерации-рекомбинации:

$$R_{net}^{SRH} = \frac{np - n_{i,eff}^2}{\tau_p(n + n_1) + \tau_n(p + p_1)}$$

$$n_1 = n_{i,eff} \exp\left(\frac{E_{trap}}{kT}\right)$$

$$p_1 = n_{i,eff} \exp\left(\frac{-E_{trap}}{kT}\right)$$

# Диод



Ограничение модели: в случае если диоды показывают рекомбинационные эффекты при малых напряжениях смещения, то данный эффект моделируется с помощью добавления в подсхему второго диода, первый будет описывать эффекты для высоких напряжений смещения, второй – для малых.

# Диод на основе p-n перехода

## Емкость диода

$$v_D < F_C * V_J$$

$$C_S = \frac{C_{JO}}{\left(1 - \frac{v_D}{V_J}\right)^M}$$

$C_{JO}$  – барьерная емкость при  $V=0$ ;

$V_J$  – встроенный потенциал;

$M$  – коэффициент:

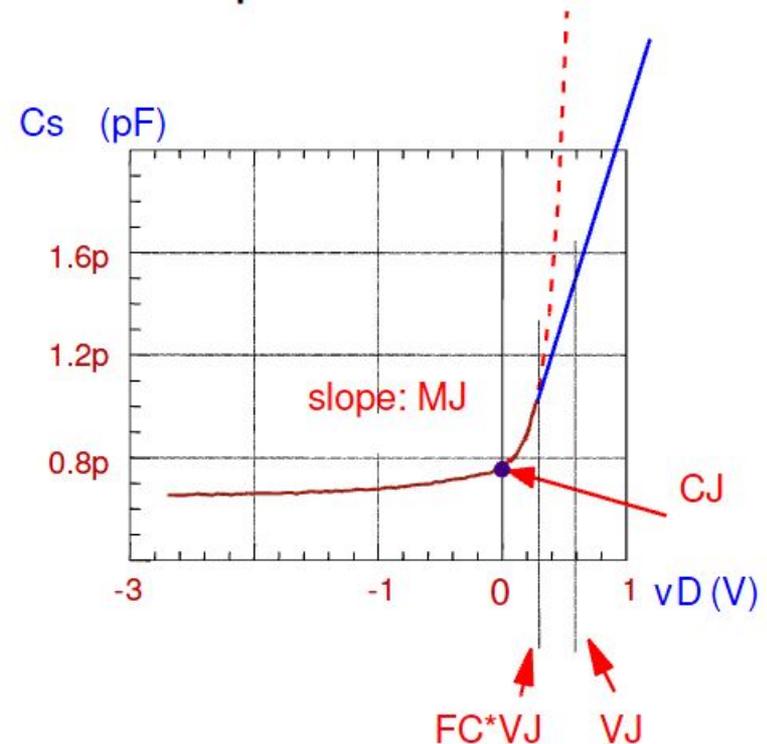
$M = 1/2$  для резкого p-n перехода

$M = 1/3$  для линейного p-n перехода.

$$v_D > F_C * V_J$$

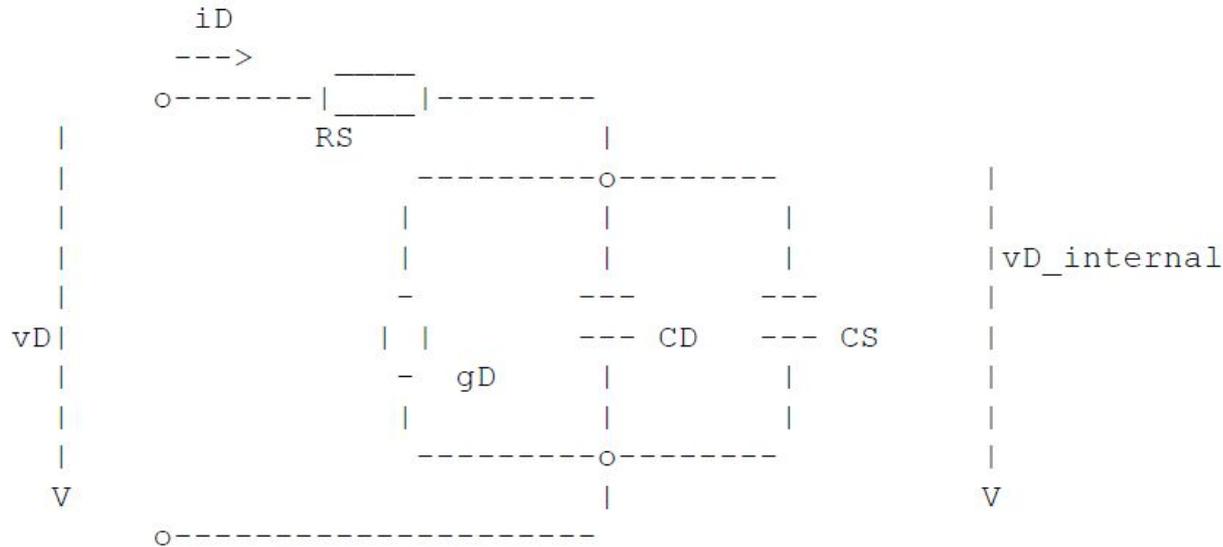
$$C_S = \frac{C_{JO}}{(1 - F_C)^{(1+M)}} * \left[ 1 - F_C * (1 + M) + M * \frac{v_D}{V_J} \right]$$

$F_C$  – коэффициент, определяющий переход от барьерной к диффузионной емкости



# Диод на основе p-n перехода

## Эквивалентная схема на малом сигнале



Проводимость на малом сигнале

$$g_D = \frac{\partial i_D}{\partial v_D} = \frac{I_S}{N \cdot v_T} \cdot \left( \exp\left(\frac{v_D}{N \cdot v_T}\right) - 1 \right) = \frac{1}{N \cdot v_T} \cdot i_D$$

Диффузионная емкость

$$C_D = T_T * g_D = T_T * \frac{1}{N \cdot v_T} \cdot i_D$$

# Диод на основе p-n перехода

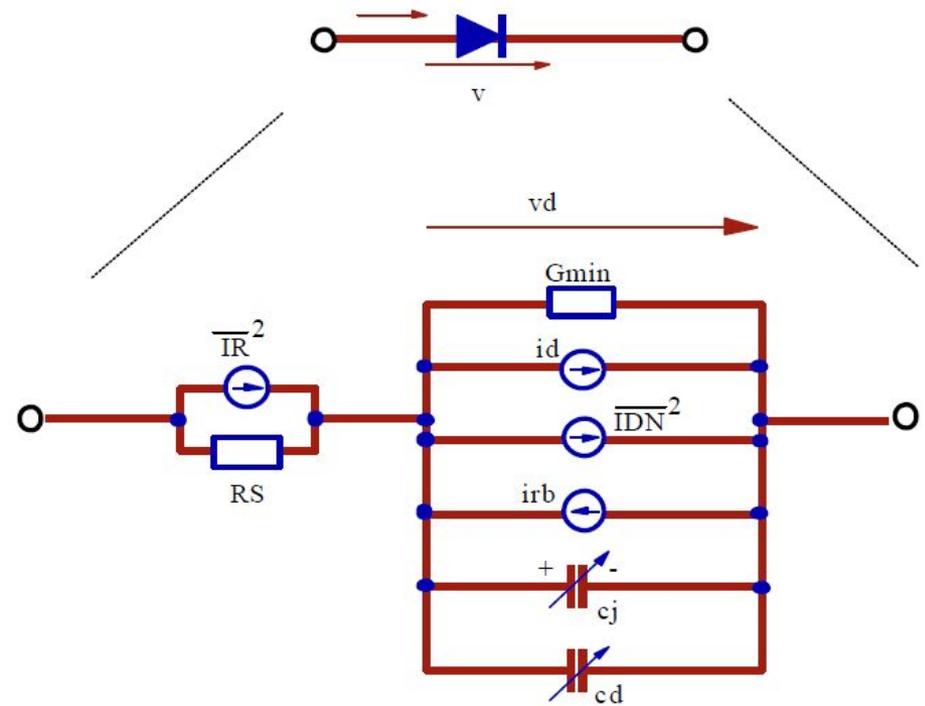
Berkeley SPICE модель диода

Прямой и обратный ток

$$i_d = I_S \cdot \left( e^{\frac{v_d}{N^* v_t}} - 1 \right) + G_{min} \cdot v_d$$

Предпороговый ток

$$i_{rb} = I_{BV} \cdot \left( e^{-\frac{v_d + BV}{v_t}} - 1 \right)$$



# Диод на основе p-n перехода

Berkeley SPICE модель диода

Емкость диода

Барьерная емкость:

$$c_j = \frac{CJO}{\left(1 - \frac{v_d}{VJ}\right)^M} \quad v_d < FC \cdot VJ$$

$$c_j = \frac{CJO}{(1 - FC)^M} \left[ 1 + \frac{M}{VJ \cdot (1 - FC)} (v_d - FC \cdot VJ) \right] \quad v_d > FC \cdot VJ$$

Диффузионная емкость:

$$c_d = \tau_T \cdot \left( IS \cdot \frac{1}{v_t \cdot N} \cdot e^{\frac{v_d}{N \cdot v_t}} + G_{min} \right)$$

# Диод на основе p-n перехода

Berkeley SPICE модель диода

Температурные эффекты

$$I_{S\_TEMP} = I_{S\_TNOM} * \left( \frac{TEMP}{TNOM} \right)^{\frac{XPI}{N}} * e^{\frac{q * EG}{k * N} \left( \frac{TEMP - TNOM}{TEMP * TNOM} \right)}$$

$$V_{J\_TEMP} = V_{J\_TNOM} * \left( \frac{TEMP}{TNOM} \right) + 2 * vt * \log \frac{n_i}{n_{i\_TEMP}}$$

$$n_{i\_TEMP} = n_i * \left( \frac{TEMP}{TNOM} \right) * e^{\frac{q}{2k} \left( \frac{-EG}{TEMP} + \frac{1.15}{TNOM} \right)}$$

$$n_i = 1.45E-10$$

# Диод на основе p-n перехода

Berkeley SPICE модель диода

Шумовые эффекты

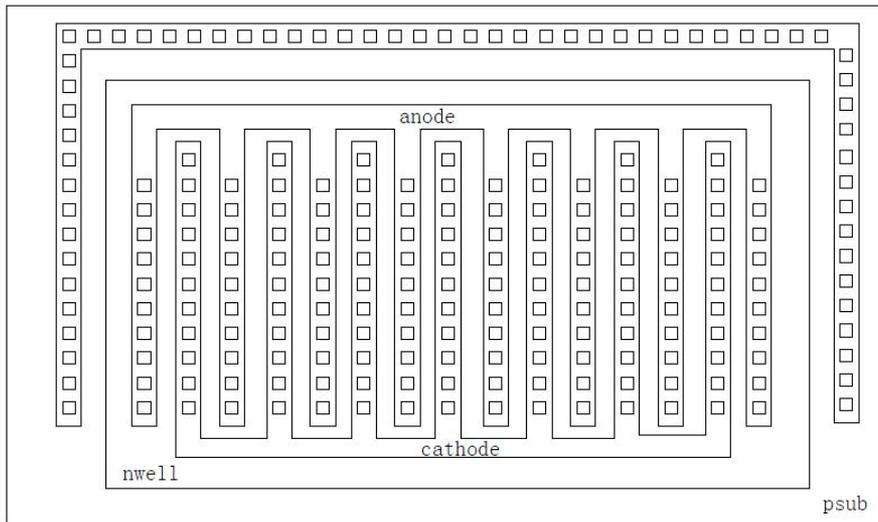
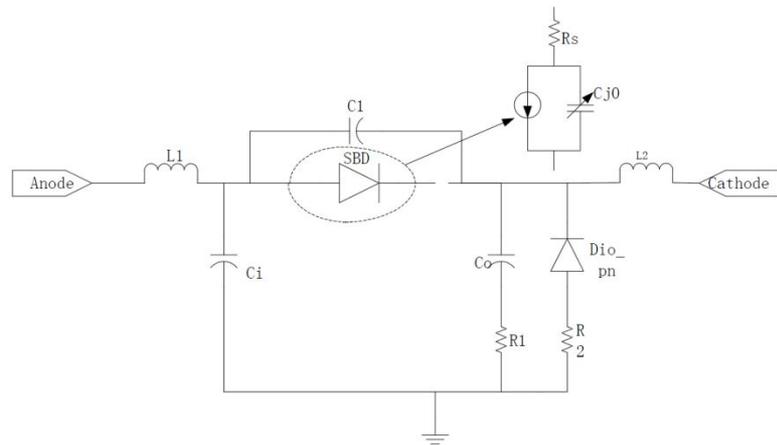
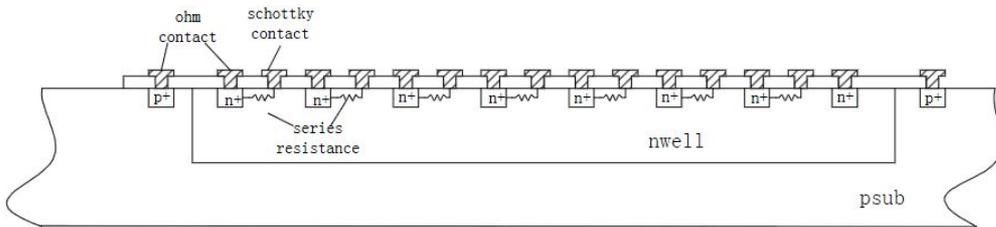
Тепловой шум

$$\overline{I_{RS}^2} = \frac{4 * k * TEMP}{RS} * \Delta f$$

Дробовый шум и фликер-шум

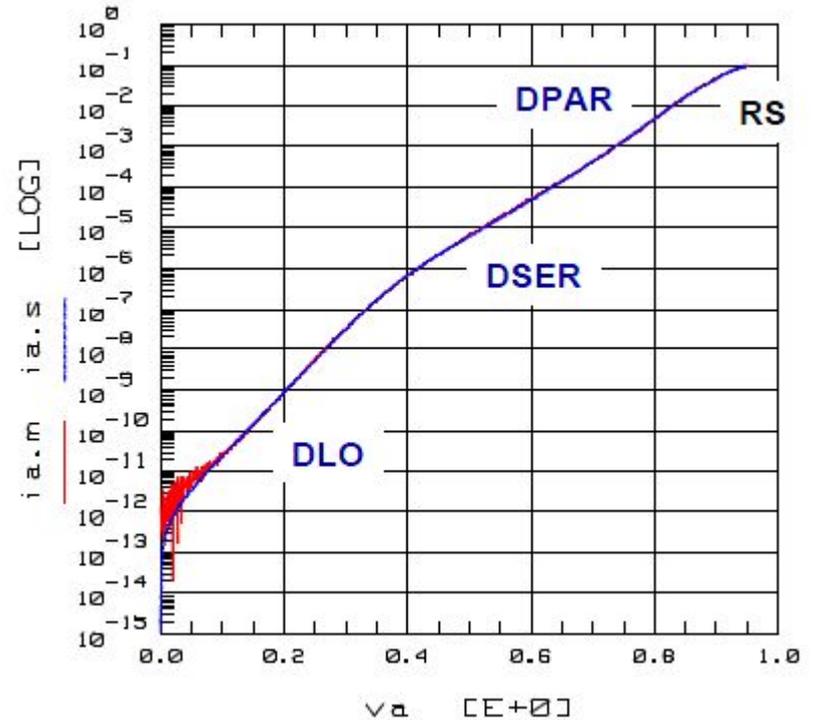
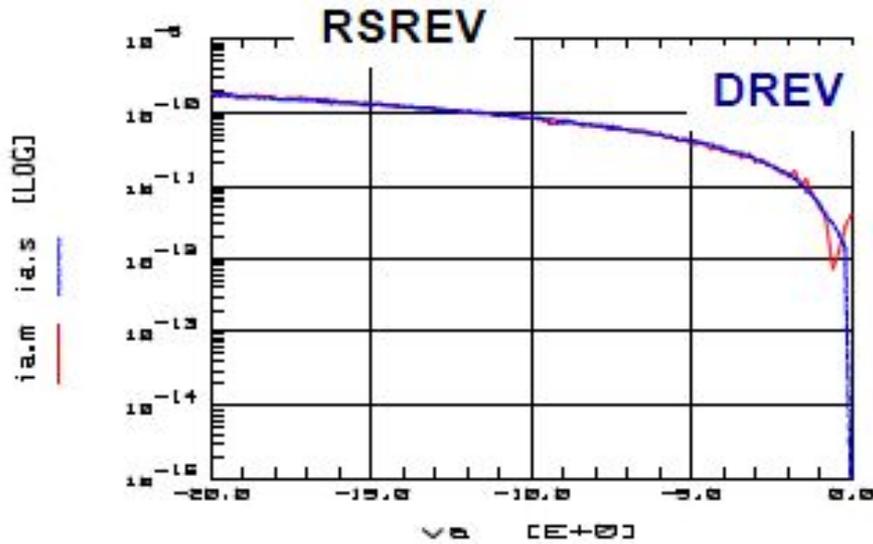
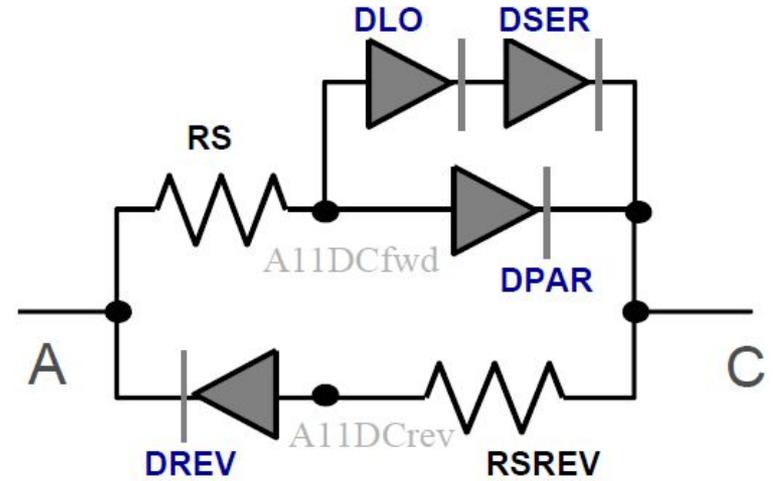
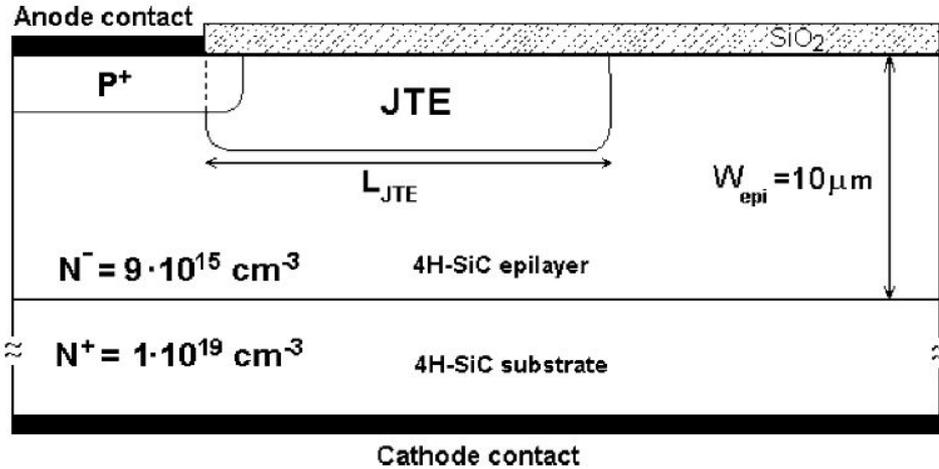
$$\overline{I_{DN}^2} = 2 * q * id * \Delta f + \frac{KF * id^{AF}}{f} \Delta f$$

# Диод Шоттки



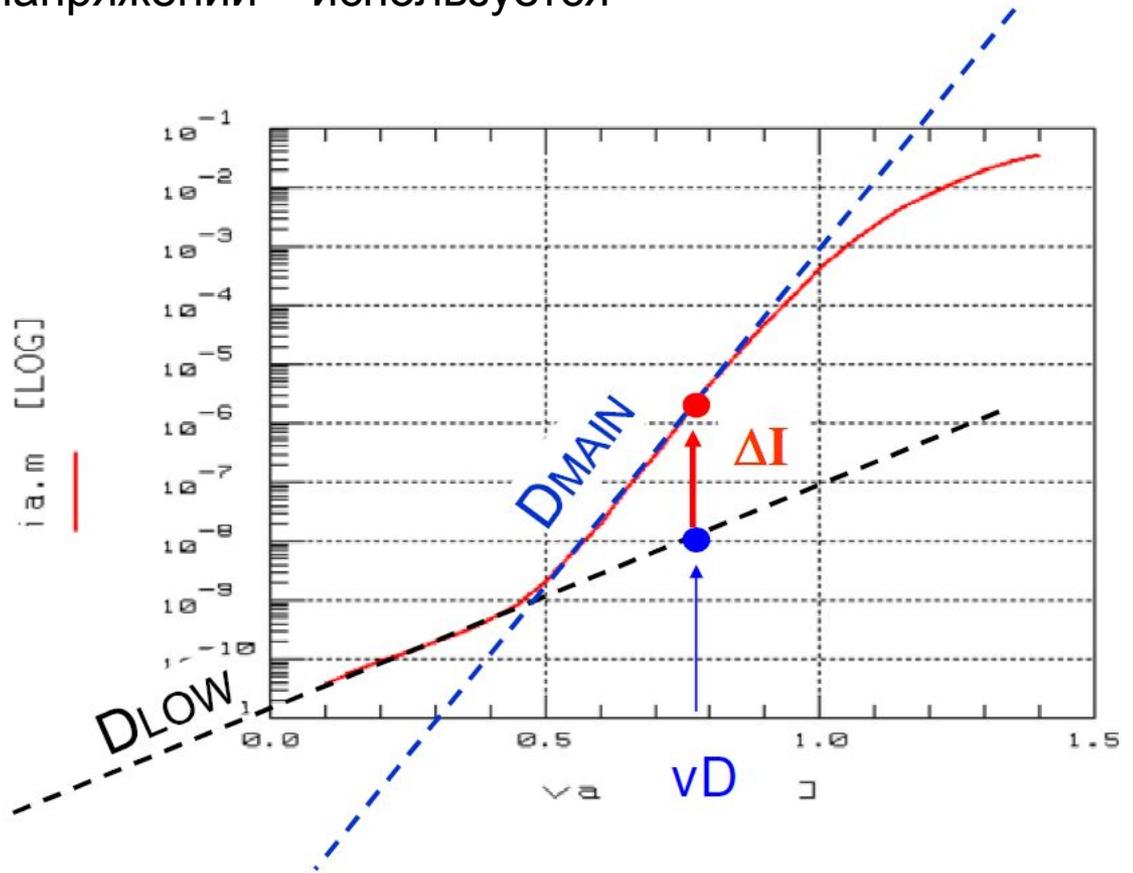
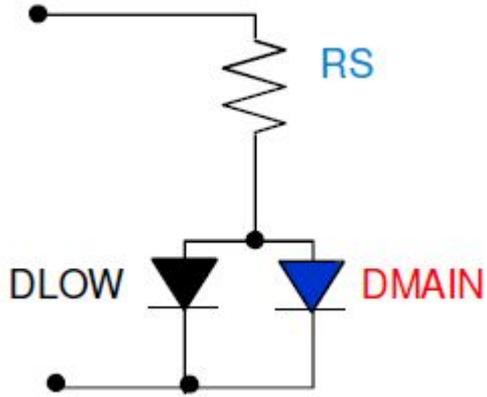
$C_i$  – входная емкость;  
 $C_o$  – выходная емкость;  
 $R_1$  и  $R_2$  – сопротивление между N-карманом и контактом земли;  
 $C_1$  – емкость между пальцами, имеющими встречно-штырьевое расположение  
 $Di_{o\_pn}$  – паразитный диод N-карман – P-подложка

# P-I-N Диод



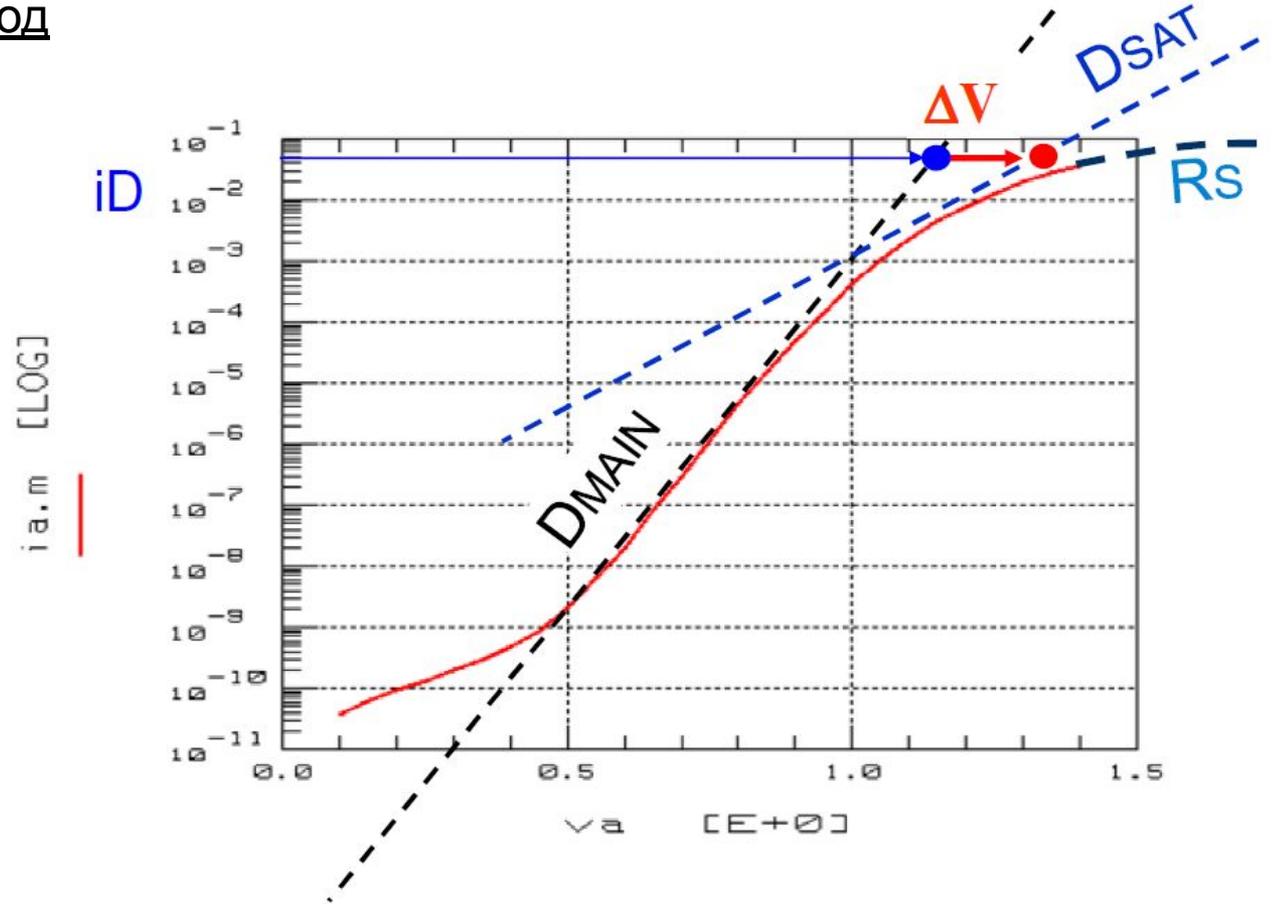
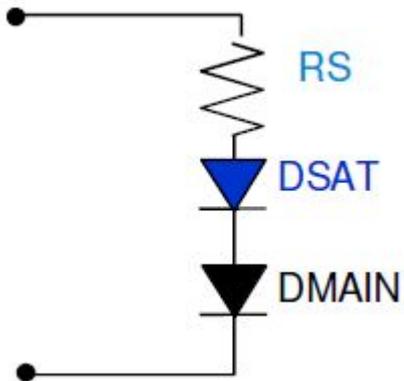
# P-I-N Диод

Повысить ток при заданном напряжении – используется параллельный диод

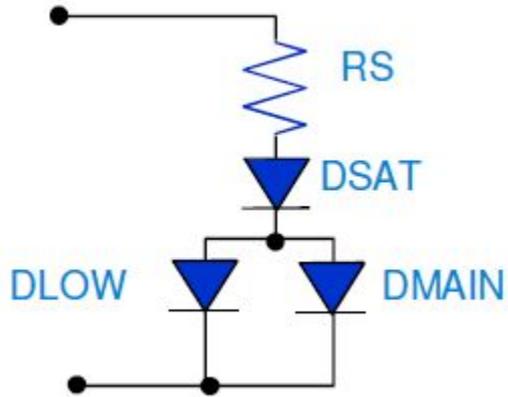


# P-I-N Диод

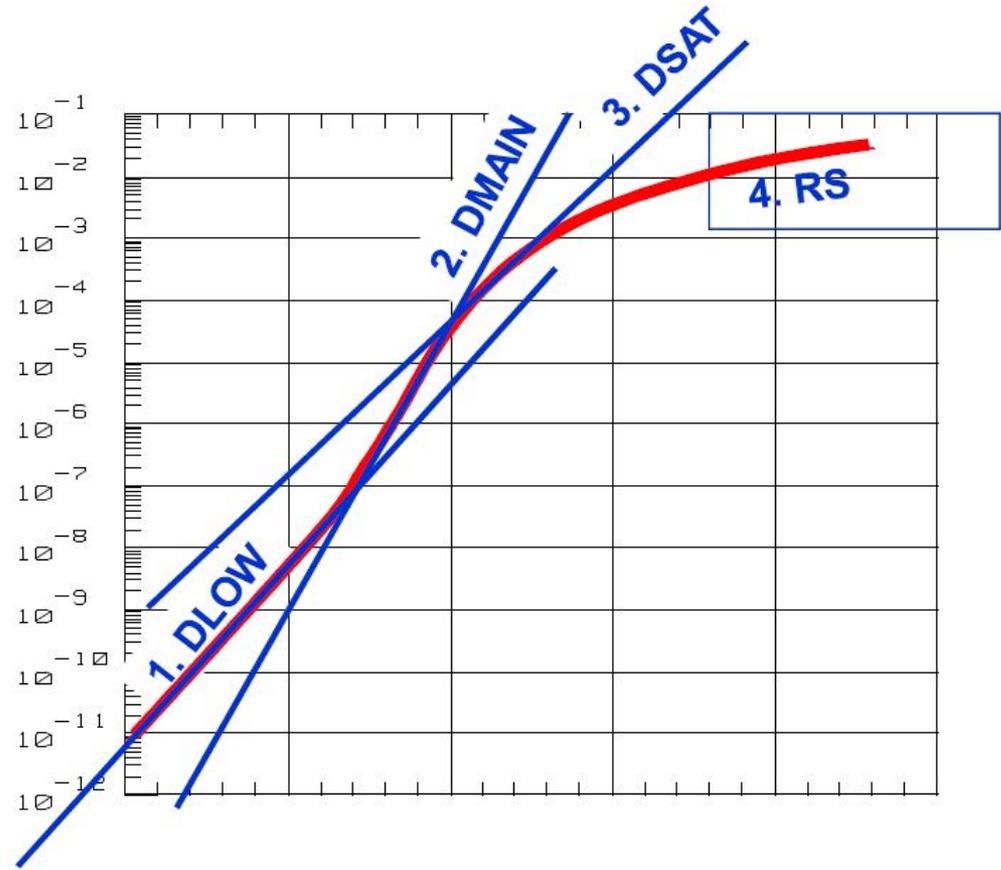
Повысить напряжение при заданном токе – используется последовательный диод



# P-I-N Диод



$i_{a.m}$   $i_{a.s}$  [LOG]



DLOW – область рекомбинации

DMAIN – основная область для диода

DSAT – переход к области определяемой последовательным сопротивлением

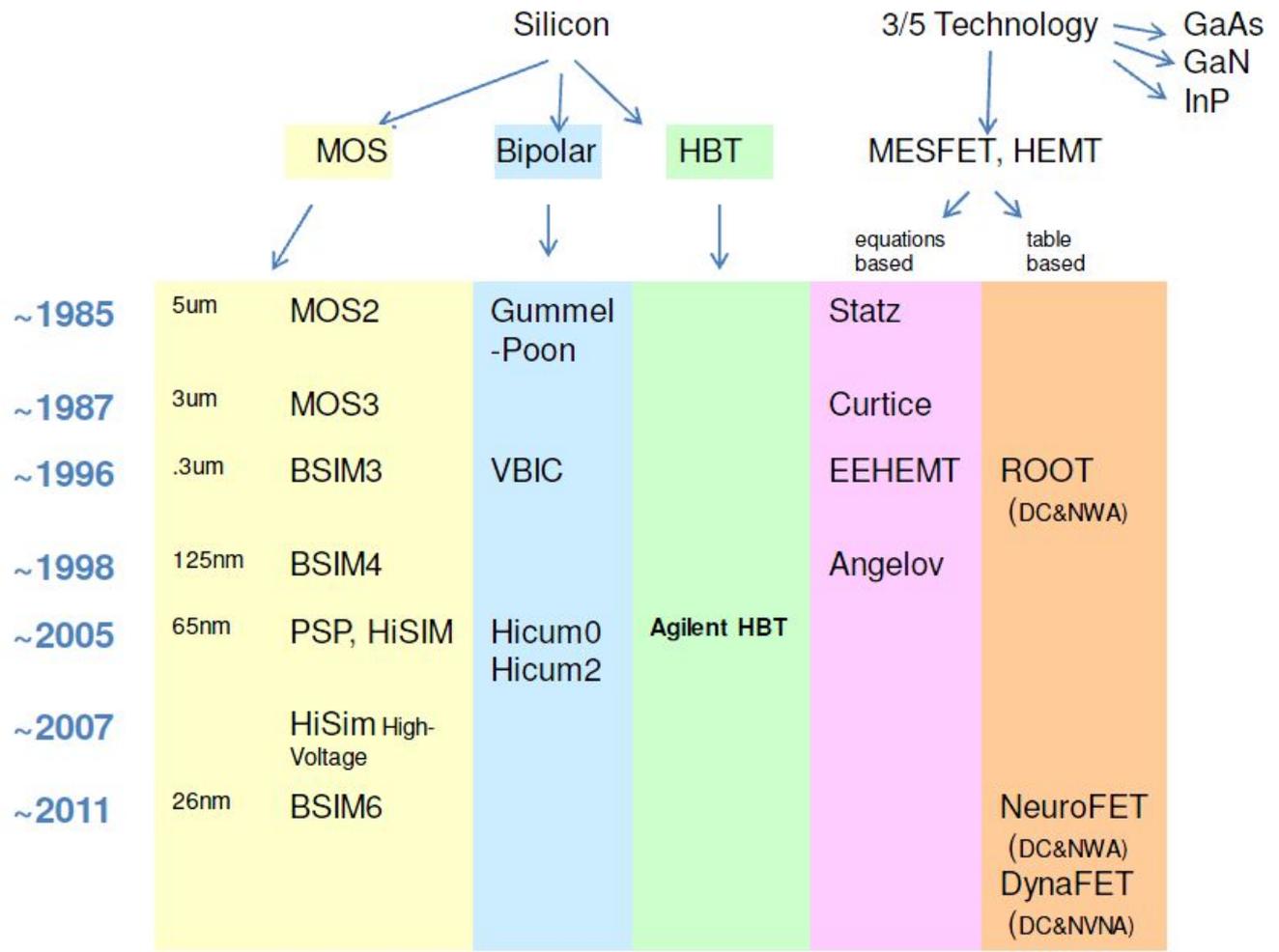
RS – последовательное сопротивление

# Модели транзисторов

Technology

Transistor Type

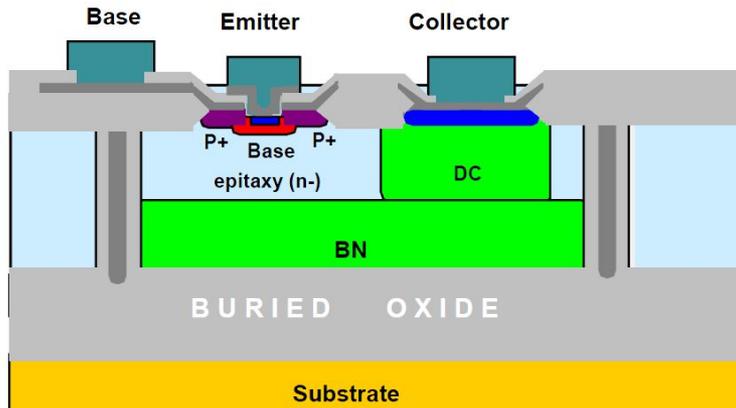
Transistor Model



Measurement Equipment

DC & CV (& NWA)	DC & CV (& NVNA)	DC & CV (& NVNA)	DC & NWA	
-----------------	------------------	------------------	----------	--

# Биполярный транзистор



## Модели биполярного транзистора

1954 г. Модель Эберса-Молла

1970 г. Модель Гуммеля-Пуна

1986 г. Модель Mextram

Most **E**xquisite **T**RAnsistor **M**odel

1987 г. Модель HICUM

High **C**urrent bipolar compact transistor **M**odel

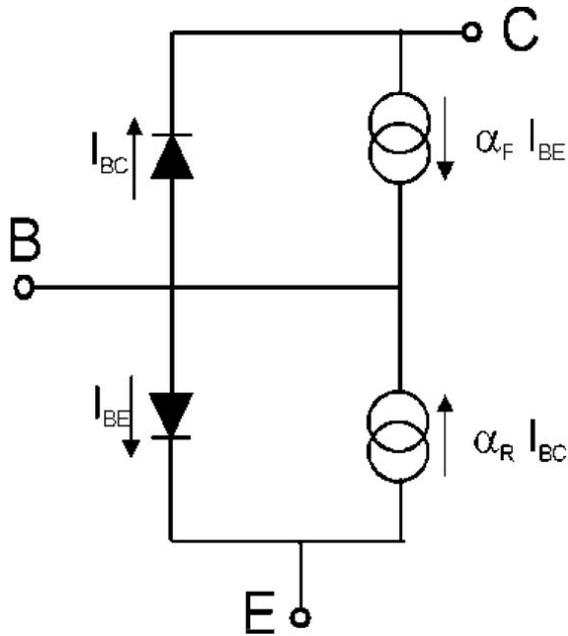
1995 г. Модель VBIC

Vertical **B**ipolar **I**nter-**C**ompany model

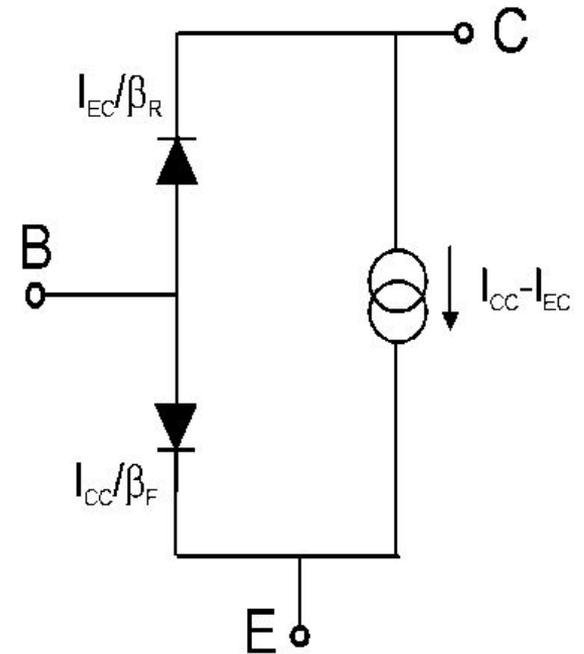
# Биполярный транзистор

## Модель Эберса-Молла

### «Транспортная» модель

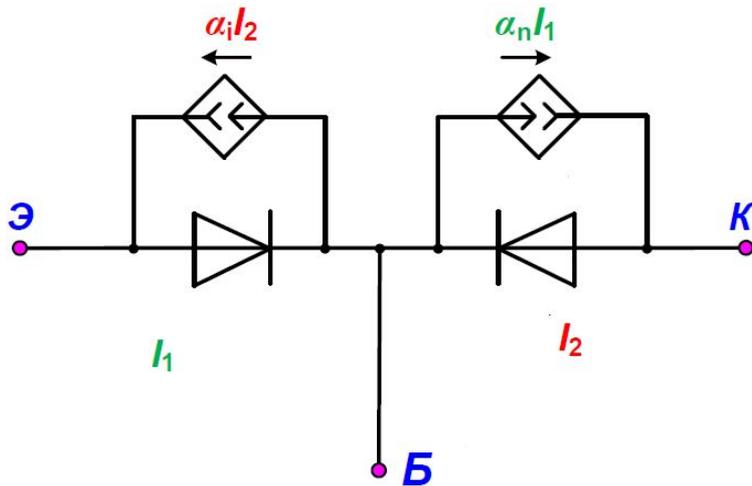


### «Инжекционная» модель



# Биполярный транзистор

## Модель Эберса-Молла



## Токи инжекции:

$$I_1 = I_{\varepsilon 0} (e^{u_{\varepsilon \delta} / \varphi_t} - 1)$$

$$I_2 = I_{\kappa 0} (e^{u_{\kappa \delta} / \varphi_t} - 1)$$

$I_{\varepsilon,0}$  ;  $I_{\kappa,0}$  – токи насыщения

Токи экстракции:  $\alpha_n I_1$  и  $\alpha_i I_2$

## Токи эмиттера и коллектора:

$$I_{\varepsilon} = I_1 - \alpha_i I_2$$

$$I_{\kappa} = \alpha_n I_1 - I_2$$

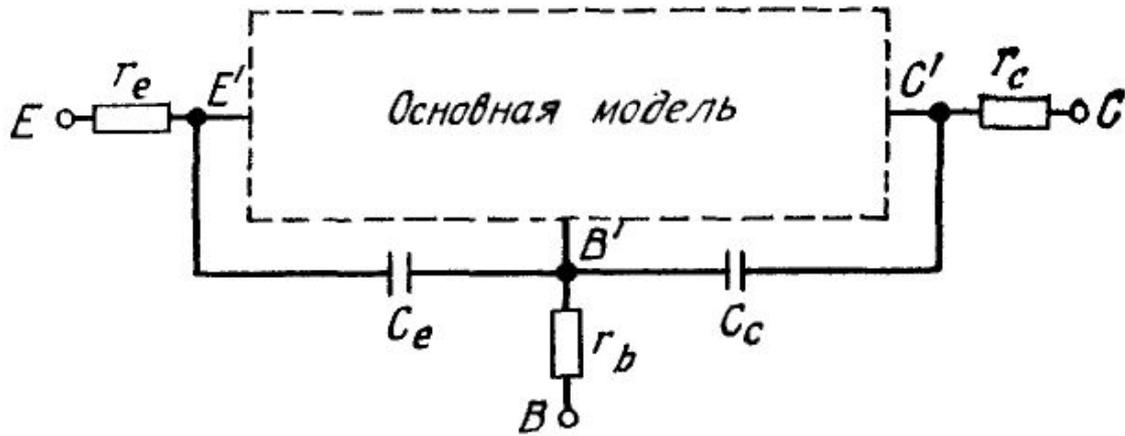
$$I_{\varepsilon} = I_{\varepsilon 0} (e^{u_{\varepsilon \delta} / \varphi_t} - 1) - \alpha_i I_{\kappa 0} (e^{u_{\kappa \delta} / \varphi_t} - 1)$$

$$I_{\kappa} = \alpha_n I_{\varepsilon 0} (e^{u_{\varepsilon \delta} / \varphi_t} - 1) - I_{\kappa 0} (e^{u_{\kappa \delta} / \varphi_t} - 1)$$

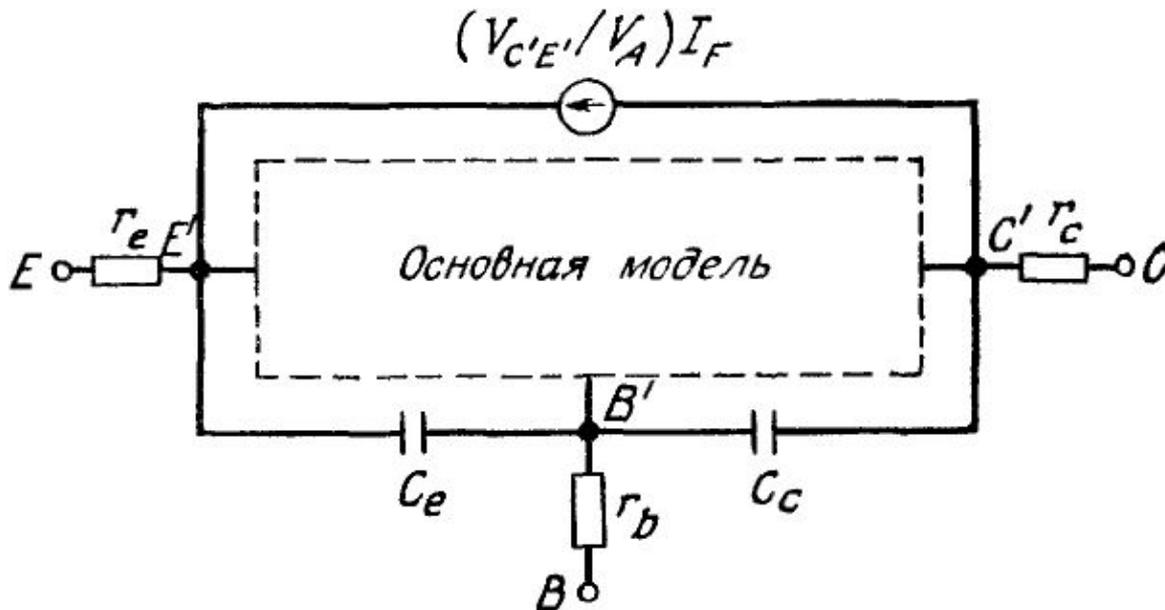
$$I_{\delta} = (1 - \alpha_N) I_{\varepsilon 0} (e^{u_{\varepsilon} / \varphi_t} - 1) + (1 - \alpha_i) I_{\kappa 0} (e^{u_{\kappa} / \varphi_t} - 1)$$

# Биполярный транзистор

## Модель Эберса-Молла



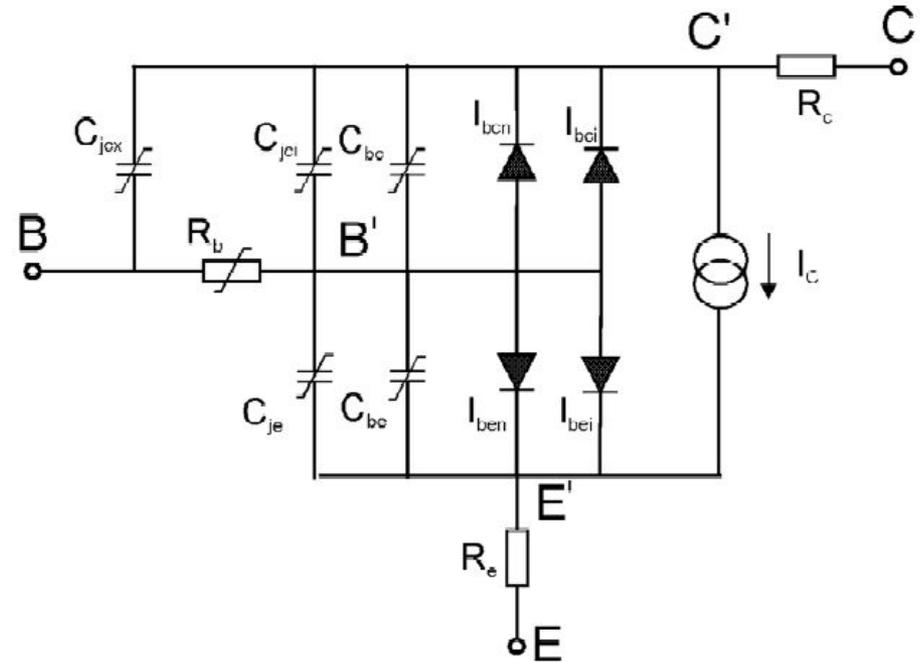
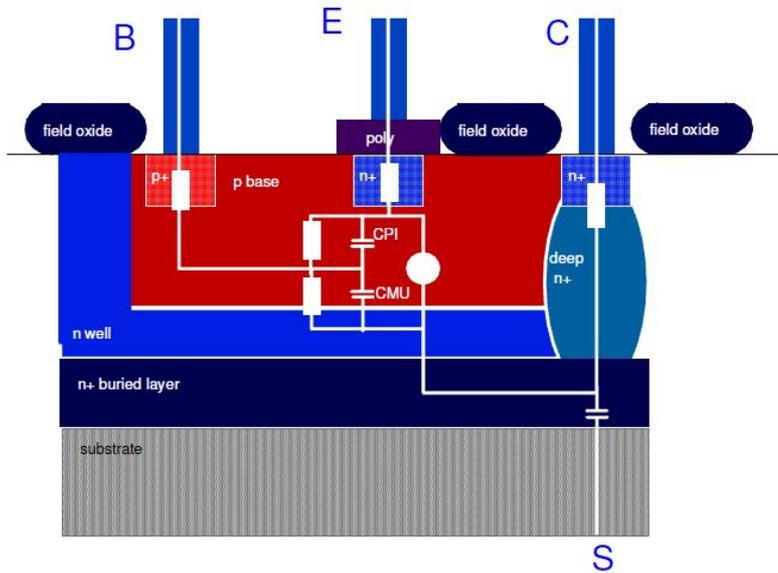
Модель с учетом последовательных сопротивлений и барьерных емкостей



Модель с напряжением Эрли

# Биполярный транзистор

## Модель Гуммеля-Пуна

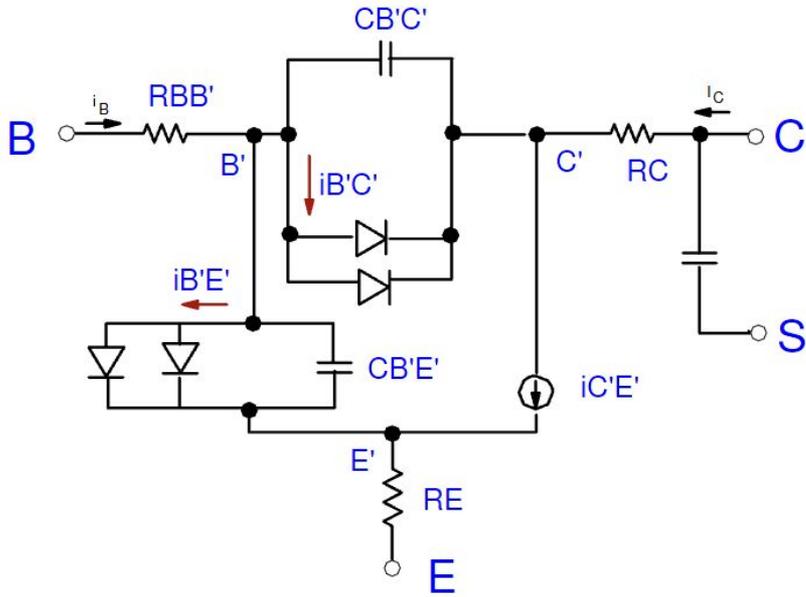


### Особенности

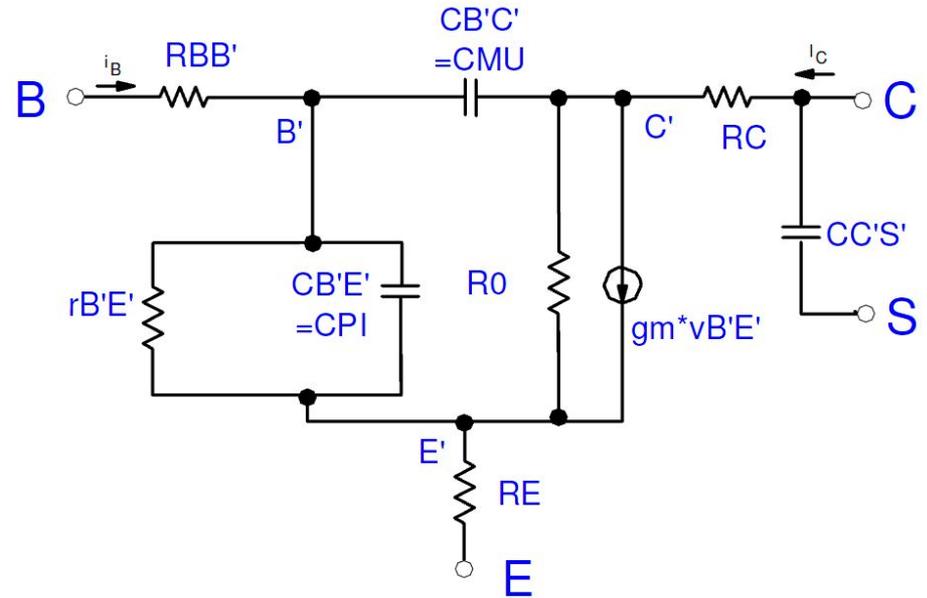
- управляемый напряжением источник тока Гуммеля-Пуна;
- идеальный и неидеальный токи базы для прямого и инверсного режима работы;
- барьерные и диффузионные конденсаторы;
- сопротивление базы, зависящее от смещения;
- постоянное сопротивление эмиттера и коллектора.

# Биполярный транзистор

## Модель Гуммеля-Пуна



Модель для анализа на постоянном токе



Модель для малого уровня сигнала

# Биполярный транзистор

Ток базы:

$$i_B = i_{BE} + i_{BC}$$

$$I_B = \frac{I_F}{B_F} + I_{BErec} + \frac{I_R}{B_R} + I_{BCrec}$$

Прямой диффузионный ток

$$I_F = IS \left\{ \exp \left( \frac{U_{BE}}{NF \cdot v_t} \right) - 1 \right\}$$

Ток рекомбинации эмиттерного перехода

$$I_{BErec} = ISE \left\{ \exp \left( \frac{U_{BE}}{NE \cdot v_t} \right) - 1 \right\}$$

Обратный диффузионный ток

$$I_R = IS \left\{ \exp \left( \frac{U_{BC}}{NR \cdot v_t} \right) - 1 \right\}$$

Ток рекомбинации коллекторного перехода

$$I_{BCrec} = ISC \left\{ \exp \left( \frac{U_{BC}}{NC \cdot v_t} \right) - 1 \right\}$$

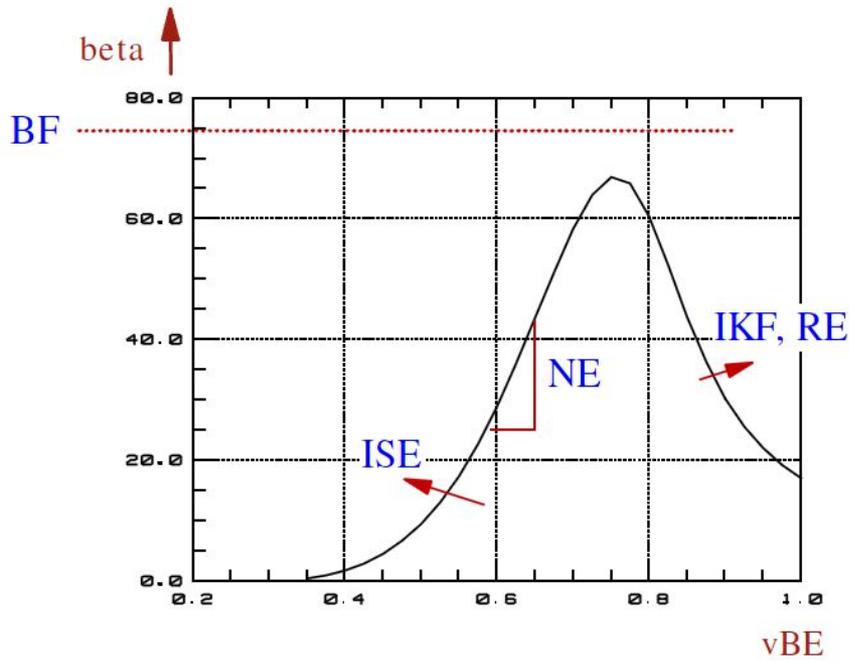
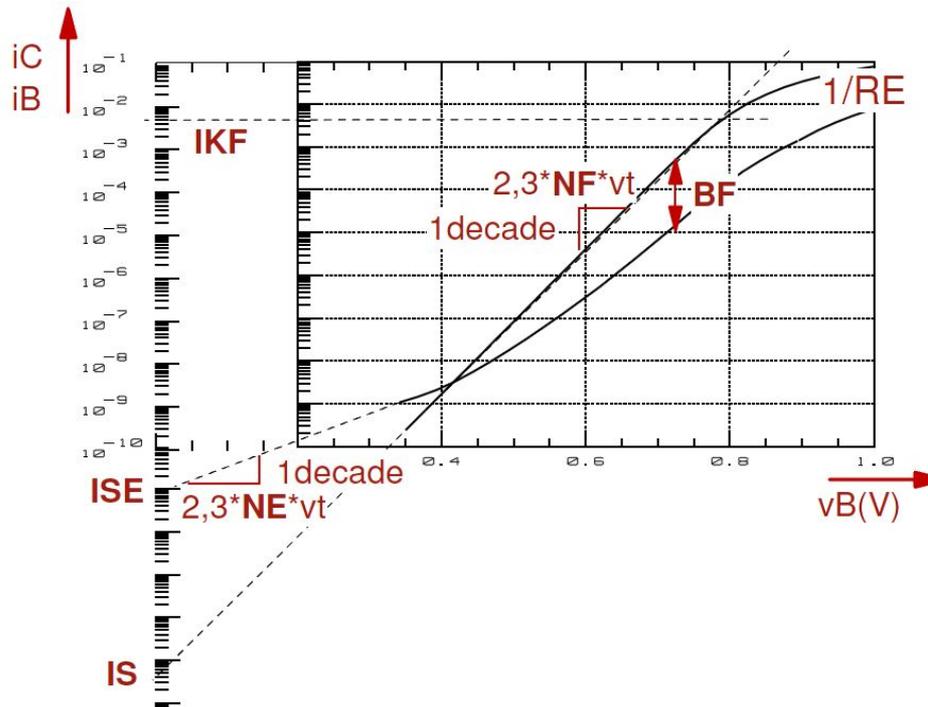
# Биполярный транзистор

Ток коллектора:

$$I_C = \frac{1}{Nq_b} (I_F - I_R) + \frac{I_R}{BR} - I_{BCrec}$$

$$I_C = \frac{IS}{Nq_b} \left\{ \left( \exp \left[ \frac{U_{BE}}{NF \cdot v_t} \right] - 1 \right) - \left( \exp \left[ \frac{U_{BC}}{NR \cdot v_t} \right] - 1 \right) \right\} -$$

$$- \frac{IS}{BR} \left\{ \exp \left[ \frac{U_{BC}}{NR \cdot v_t} \right] - 1 \right\} - ISC \left\{ \exp \left[ \frac{U_{BC}}{NC \cdot v_t} \right] - 1 \right\}$$



# Биполярный транзистор

## Нормированный заряд в базе

$$NqV = \frac{q_{1S}}{2} * \left(1 + \sqrt{1 + 4q_{2S}}\right)$$

## Эффект Эрли (модуляция ширины базы)

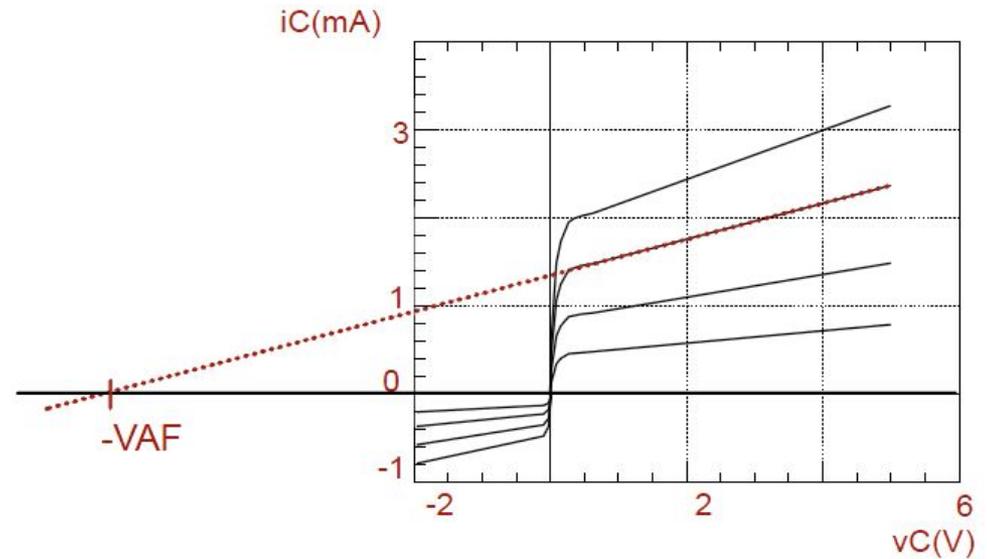
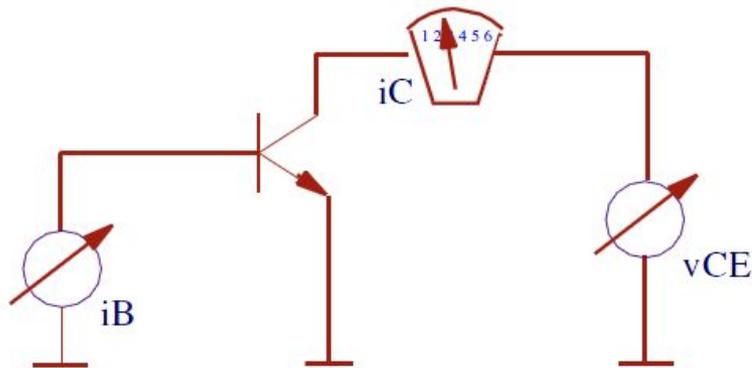
$$q_1 = 1 + \frac{1}{Q_{B0}} \cdot \int_0^{V_{BE}} C_{jE}(V) dV + \frac{1}{Q_{B0}} \cdot \int_0^{V_{CE}} C_{jC}(V) dV$$

$$q_{1S} = \frac{1}{1 - \frac{v_{BE}}{V_{AR}} - \frac{v_{BC}}{V_{AF}}}$$

## Эффект Вебстера (высокий уровень инжекции)

$$q_2 = \frac{1}{IKF} \cdot IS \cdot \left( e^{\frac{v_{be}}{N_F \cdot V_T}} - 1 \right) + \frac{1}{IKR} \cdot IS \cdot \left( e^{\frac{v_{bc}}{N_R \cdot V_T}} - 1 \right)$$

# Биполярный транзистор



Ток коллектора:

$$i_C = \frac{2 * I_S \exp\left(\frac{V_{BE}}{n_F V_T}\right)}{1 + \sqrt{1 + 4 \frac{I_S}{I_{KF}} \exp\left(\frac{V_{BE}}{n_F V_T}\right)}} * \frac{1}{V_{AF}} (V_{AF} + v_{CE})$$

$$U_{BC} = U_{BE} - U_{CE}$$

# Биполярный транзистор

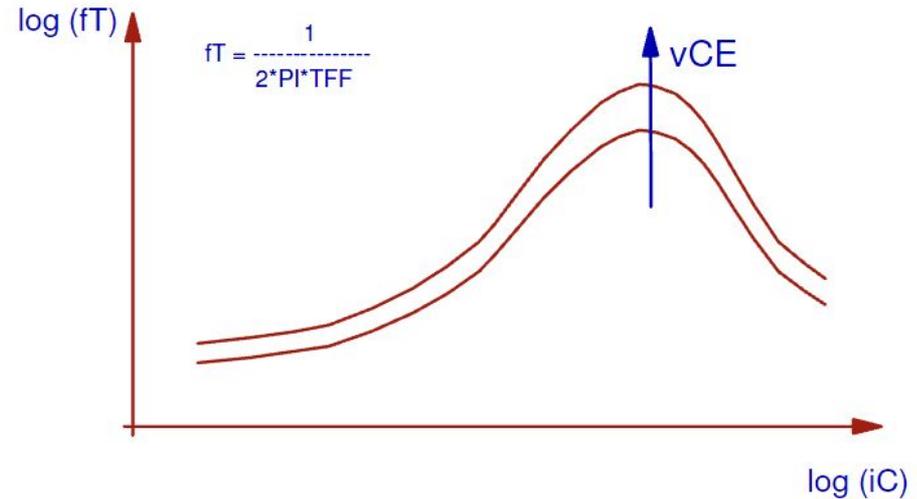
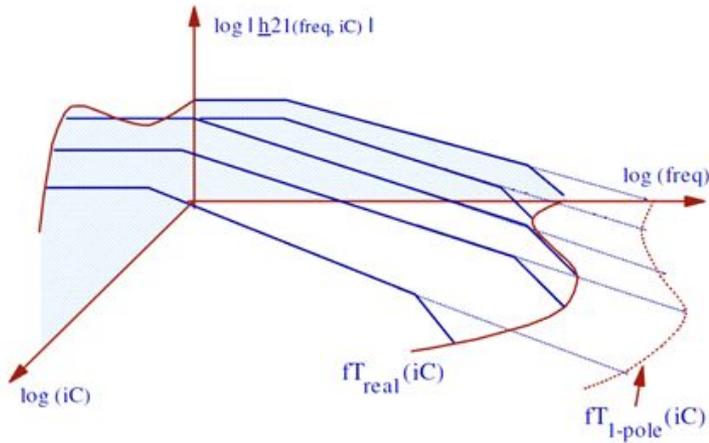
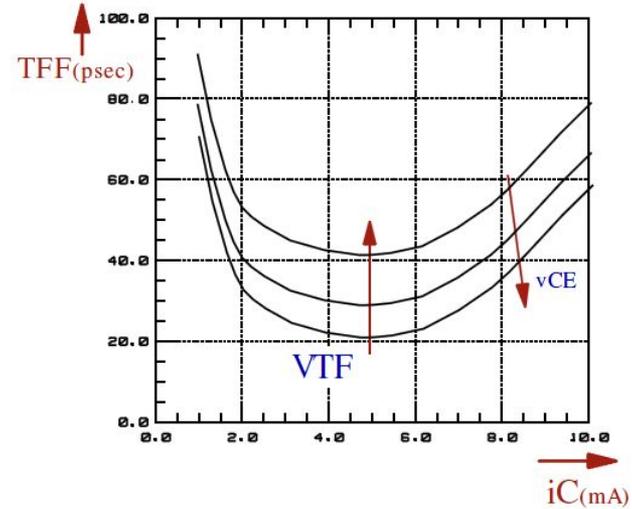
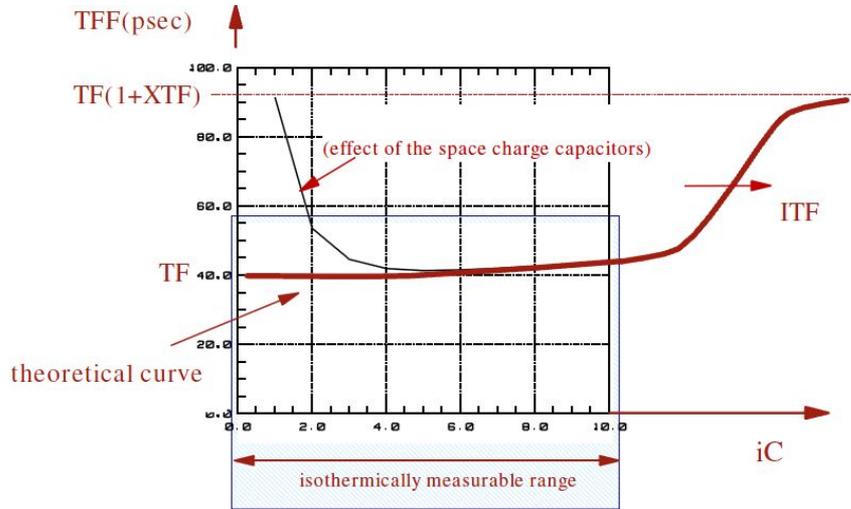
## Емкость перехода коллектор-база

$$C_{BC} = \frac{C_{jC}}{[1 - v_{BC} / V_{JC}]} + \frac{T_R}{N_R V_T} \frac{I_S}{N_q B} \exp\left(\frac{v_{BC}}{N_R V_T}\right)$$

## Емкость перехода эмиттер-база

$$C_{BE} = \frac{C_{jE}}{[1 - v_{BE} / V_{JE}]} + \frac{T_{FF}}{N_F V_T} \frac{I_S}{N_q B} \exp\left(\frac{v_{BE}}{N_F V_T}\right)$$

# Биполярный транзистор



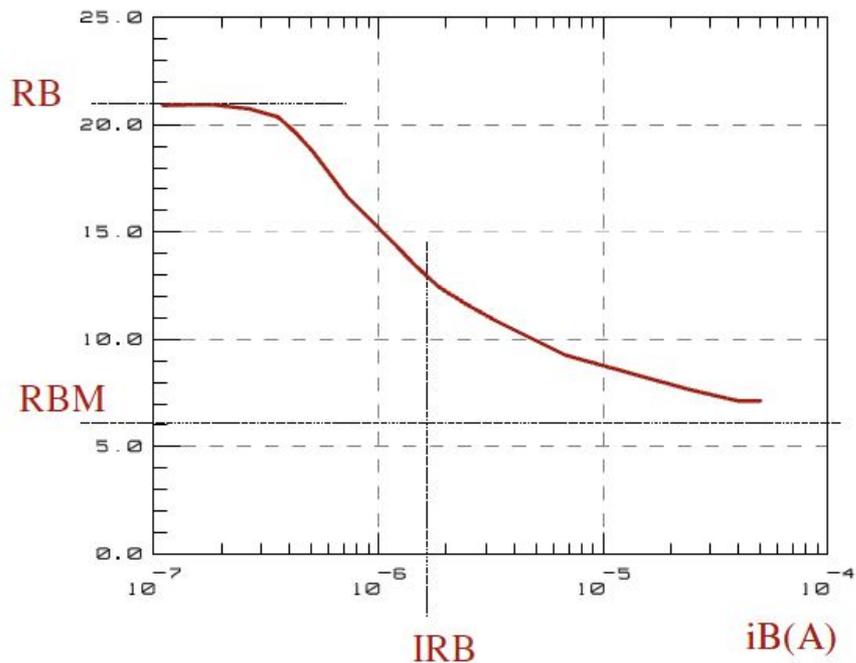
Время пролета носителей заряда:

$$TFF = TF \cdot \left[ 1 + XTF \cdot \left( \frac{I_F}{I_F + ITF} \right)^2 \cdot e^{\frac{V_{bc}}{1.44 \cdot VTF}} \right]$$

# Биполярный транзистор

Сопротивление базы:

$r_{BB'}$  (Ohm)

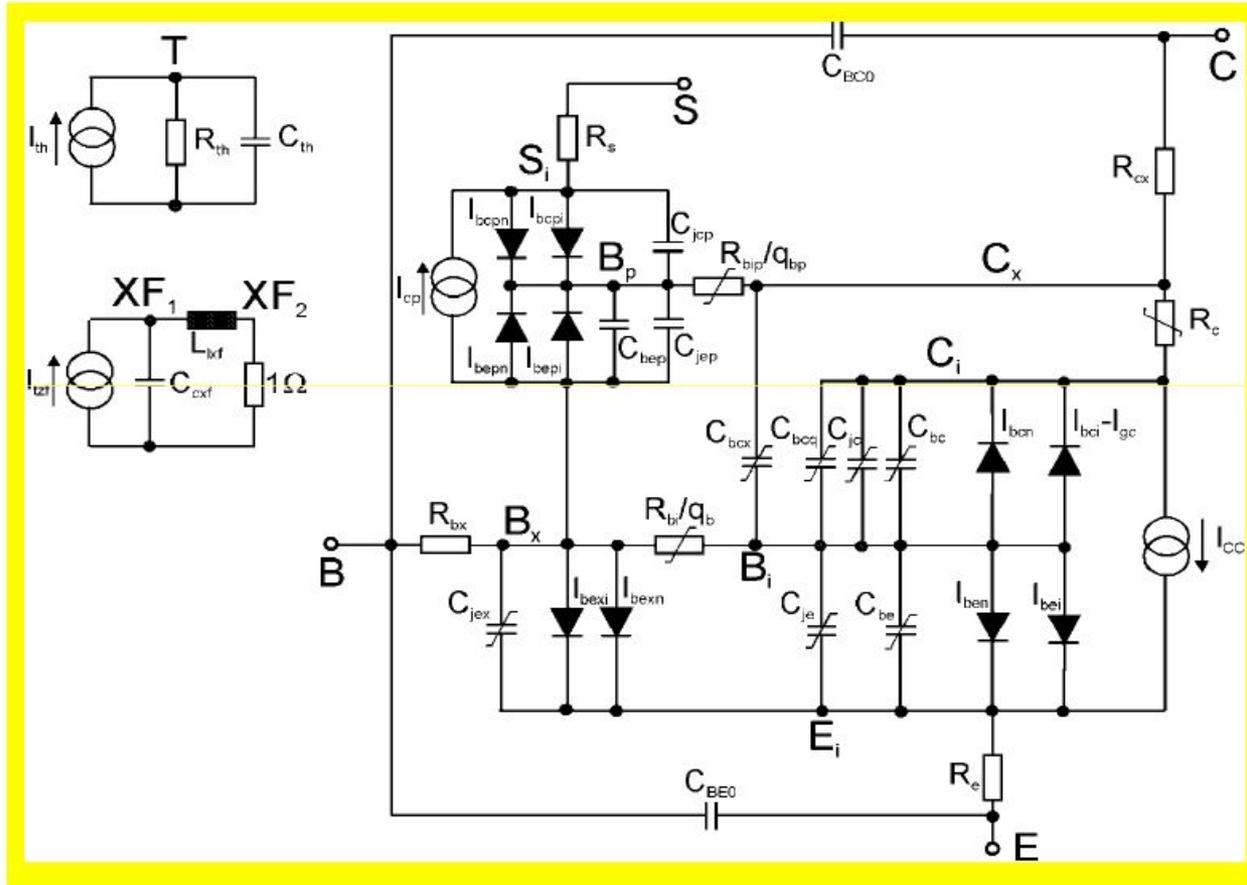


$$r_{BB'} = RBM + 3 [RB - RBM] \frac{\tan(z) - z}{z \tan^2(z)}$$

$$z = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{12}{\pi}\right)^2 \frac{i_B}{IRB}} - 1}{\left(\frac{24}{\pi^2}\right) \sqrt{\frac{i_B}{IRB}}}$$

# Биполярный транзистор

## Модель VBIC

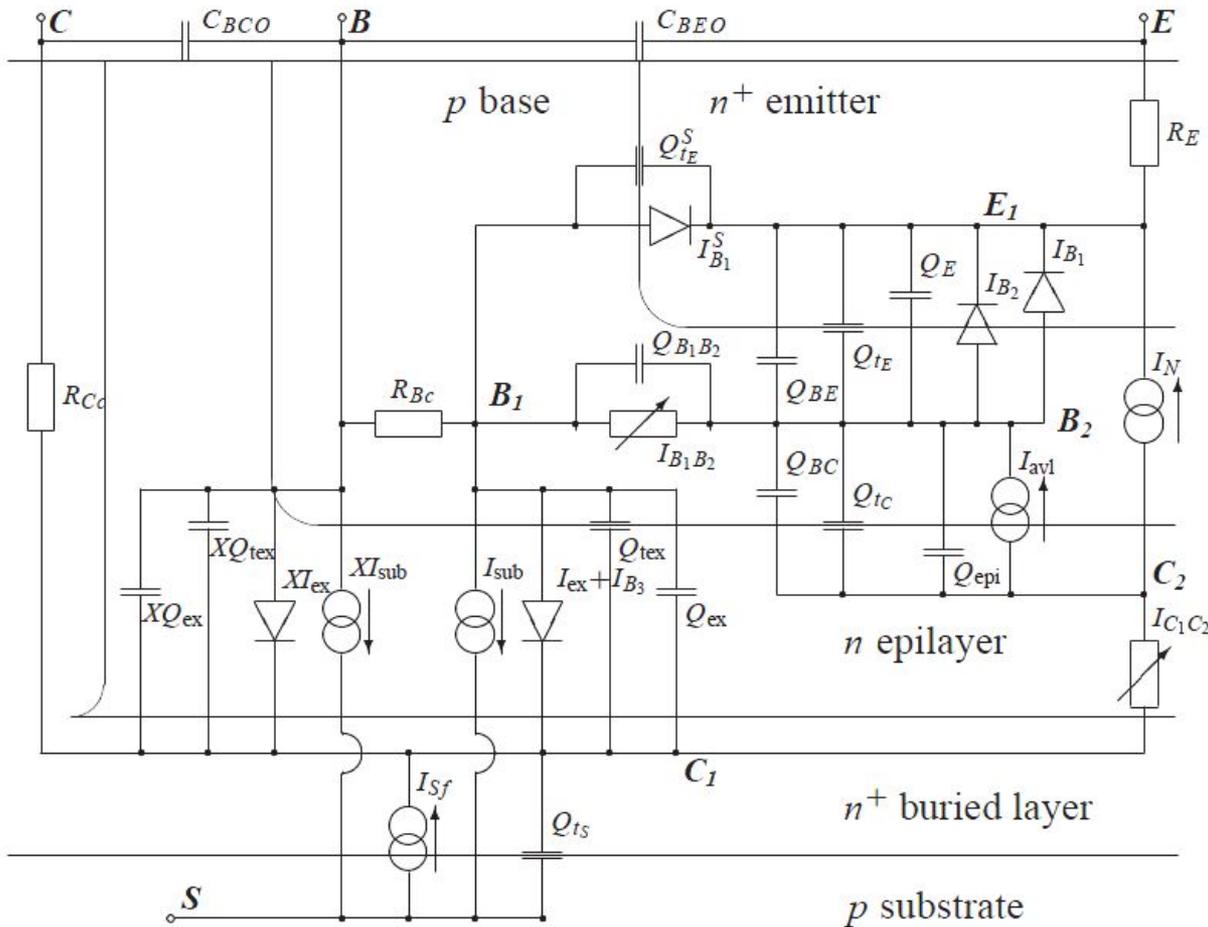


## Особенности модели:

- Модифицированная модель Гуммеля-Пуна для основного транзистора;
- упрощенная модель Гуммеля-Пуна для паразитного транзистора
- Модель Кулла для квази-насыщения;
- учет слабого лавинного пробоя;
- учет эффекта саморазогрева с помощью дополнительной подсхемы;
- учет сдвига фазы с помощью дополнительной подсхемы.

# Биполярный транзистор

## Модель MEXTRAM

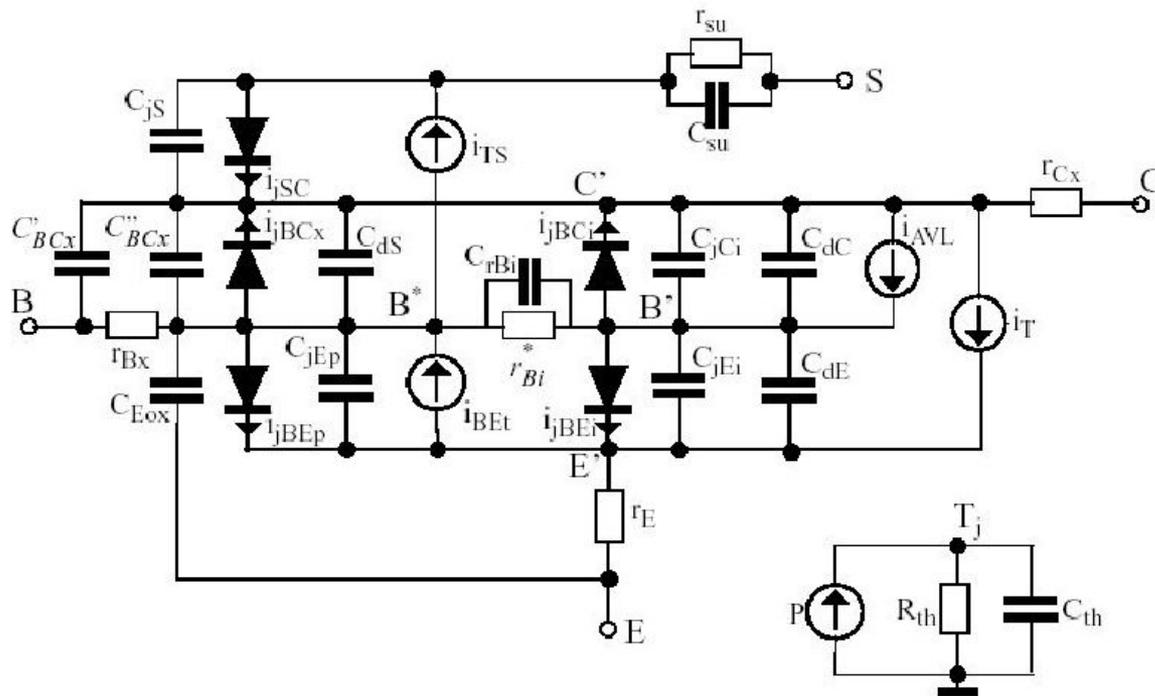


## Особенности модели:

- Улучшенное описание эффекта Эрли;
- описание эффектов при высоком уровне инжекции;
- модель для квази-насыщения;
- учет слабого лавинного пробоя;
- учет эффекта саморазогрева;
- эффекты рекомбинации в базе (имеют существенное значение для SiGe транзисторов);
- учет паразитного pnp-транзистора и др.

# Биполярный транзистор

## Модель HICUM



## Особенности модели:

- Улучшенное описание эффекта Эрли;
- описание эффектов при высоком уровне инжекции;
- модель для квази-насыщения;
- учет эффекта саморазогрева;
- масштабируемость модели.

# Биполярный транзистор

	ГП	VBIC	Mextram	HICUM
Точность	+	+++	++++	++++
Комплексность	+	+++	++++	+++++
Документация	+++++	++	+++	+
Наличие симуляторов	+++++	++++	++	+
Экстракция	++++	++	+	+
Квазинасыщение	-	+++	++++	+++++
Лавинное умножение	-	+++	+++	++++
Само-разогрев	-	++++	(+++)	++++
Распределенная база	-	+	+++	+++++
Подложечный транзистор	-	+++++	++	+
Масштабируемость	-	(+)	(+?)	+++++
Моделирование ГБТ	-	(+)	++	+++