

An aerial photograph of a large body of water, possibly a bay or a wide river, with a curved shoreline. The water is dark blue, and the land is covered in dense green forest. The sky is bright, and there are some white clouds. The overall scene is a natural landscape.

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Курс лекций для
направления
«Металлургия»



VII. Элементы теории подобия

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС

математическая модель

решение системы сложных
дифференциальных уравнений
известными математическими
методами

*общий случай, но не всегда
возможен*

экспериментальная модель

получение эмпирических
уравнений

*частный случай,
применим не для всех
аналогичных явлений*

ТЕОРИЯ ПОДОБИЯ

Законами подобия называют связывающие между собой величины, полученные при исследованиях на модели, и соответствующие им величины в натуре

Геометрическое подобие

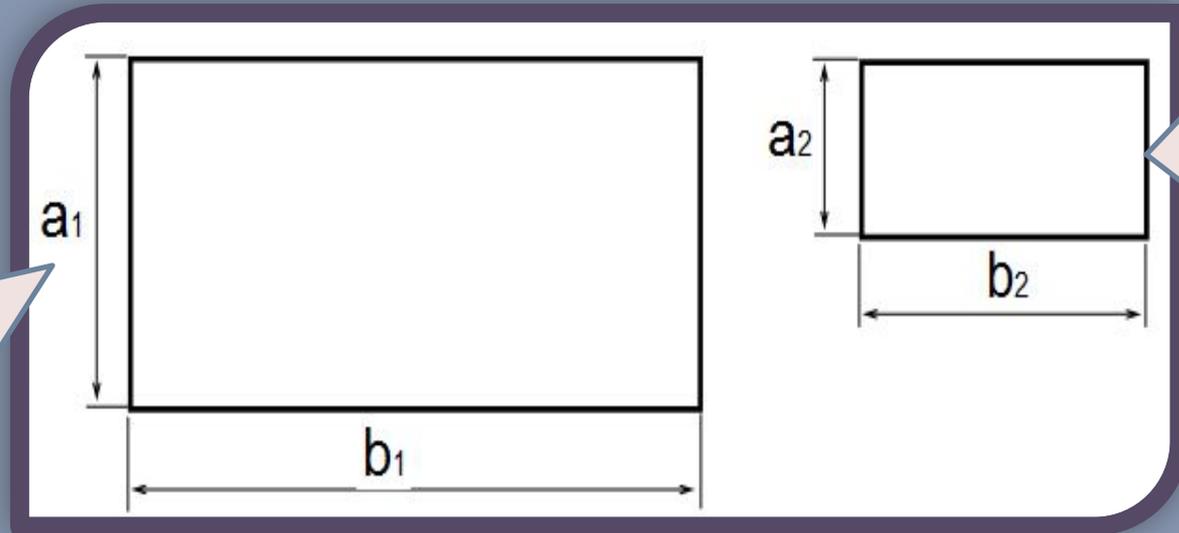
Кинематическое
подобие

Динамическое
подобие

Подобными называют явления, для которых постоянны отношения характеризующих их соответственных величин.

Геометрическое подобие

натурный объект (поток), подлежащий гидродинамическому исследованию (индекс 1)



его модель (индекс 2)

Разделим все линейные размеры натурального потока на некоторое число k , которое называется **линейным масштабом**.

Для площадей



Для объемов



Кинематическое подобие

Необходимо:

- траектории частиц обоих потоков были подобны *геометрически*.
- пропорциональны *отрезки траекторий* соответствующих частиц натурального и модельного потоков,
- пропорциональны *отрезки времени*, в течение которых протекают процессы в натуре и в модели.

Т.е если в первом потоке (натуре) частицы проходят
пусть L_1 за время t_1 ,
то во втором потоке (модели) –

пусть L_2 за t_2 .

Причем, отрезки L_1 и L_2 должны быть *геометрически подобны*, а отношение t_1/t_2 должно быть *одинаковым* для сходственных точек обоих потоков.

Отношение t_1/t_2 называется **масштабом времени** и обозначается k_t .

Динамическое подобие

Включает в себя геометрическое и кинематическое подобия. В любых потоках, если физическая *природа* действующих на жидкость *сил одинакова* и силы образуют *геометрически подобные* силовые многоугольники, они являются **динамически подобными**.

Отношение одноименных сил в сходственных точках в натуре и на модели постоянны:

P – любая сила, в том числе и равнодействующая
 k_p – масштабный коэффициент, или масштаб сил

К силам, действующим в потоке жидкости, можно отнести

силы внутреннего трения жидкости

силы тяжести

силы поверхностного натяжения и др.

для скоростей

масштаб скоростей

масштаб ускорений

для действующих сил

Таким образом, для динамического подобия необходимо, чтобы силы находились в соотношении

математическим выражением общего закона динамического подобия, впервые сформулированным Ньютоном

Критерий Ньютона. Критерий Ньютона является *обобщенным критерием динамического подобия* механических систем.

Гидродинамические критерии подобия

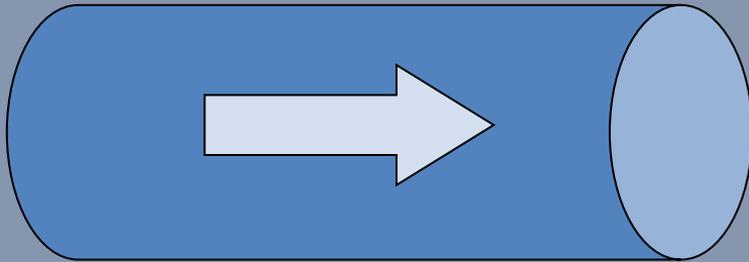
При исследованиях гидравлических явлений часто выделяют только одну силу, а действием остальных пренебрегают. В этом случае применяют *частные критерии Рейнольдса, Фруда, Вебера и др.*

Безразмерные соотношения разнородных физических величин называют *критериями подобия.*

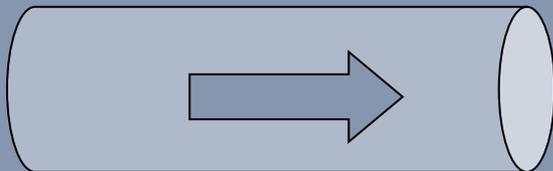
Критерии подобия **всегда имеют физический смысл**, являясь мерами соотношения между какими-то двумя параметрами, оказывающими существенное влияние на данный процесс.

1. Критерий Рейнольдса

Если основное влияние на движение потока жидкости оказывают силы *вязкости*



$$\rho_1, \mu_1, L_1 (d_1), v_1$$



$$\rho_2, \mu_2, L_2 (d_2), v_2$$

Вывод:

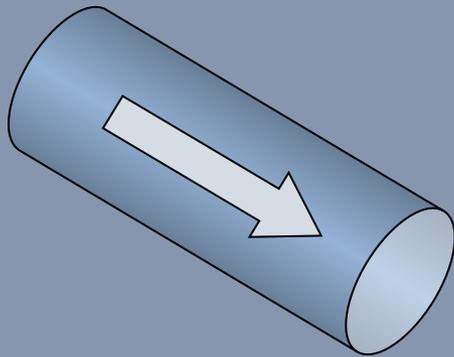
По закону внутреннего трения эти силы вязкости могут быть выражены:	$P = \mu S \frac{dv}{dn} \quad \text{или} \quad P = \mu L^2 \left(\frac{v}{\ell} \right) = \mu v \ell$
Для натурального и модельного потоков	$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\mu_1 v_1 \ell_1}{\mu_2 v_2 \ell_2}$
Приравнивая к основному уравнению динамического подобия, получим:	$\frac{\rho_1 v_1^2 \ell_1^2}{\rho_2 v_2^2 \ell_2^2} = \frac{\mu_1 v_1 \ell_1}{\mu_2 v_2 \ell_2}$
Преобразуем	$\frac{\rho_1 v_1 \ell_1}{\mu_1} = \frac{\rho_2 v_2 \ell_2}{\mu_2}$
Введя кинематическую вязкость ν	$\frac{v_1 \ell_1}{\nu_1} = \frac{v_2 \ell_2}{\nu_2} = \text{idem}$
критерий Рейнольдса	$Re = \frac{v \ell}{\nu}$

Физический смысл критерия Рейнольдса:

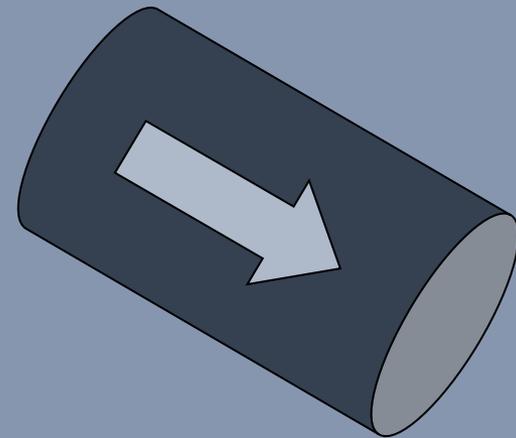
характеризует отношение силы инерции к силе трения (вязкости).

2. Критерий Фруда

Если движение жидкости преимущественно обусловлено действием *сил тяжести*, то в основное уравнение динамического подобия вместо силы P надо подставить значение силы **тяжести**



$$\rho_1, L_1(d_1), v_1$$



$$\rho_2, L_2(d_2), v_2$$

Вывод:

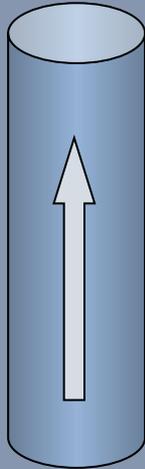
силы тяжести могут быть выражены:	$P = mg = \rho \Delta^3 g$
для натурального и модельного потоков, с учетом основного уравнения динамического подобия, получим:	$\frac{\rho_1 v_1^2 \Delta_1^2}{\rho_2 v_2^2 \Delta_2^2} = \frac{\rho_1 \Delta_1^3 g_1}{\rho_2 \Delta_2^3 g_2}$
или после сокращений получим закон подобия Фруда	$\frac{v_1^2}{g_1 \Delta_1} = \frac{v_2^2}{g_2 \Delta_2} = \text{idem}$
критерий Фруда	$\text{Fr} = \frac{v^2}{g \Delta}$

Физический смысл критерия Фруда:

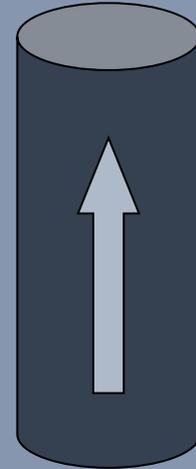
характеризует отношение силы инерции к силе тяжести.

3. Критерий Вебера

Если преобладающее влияние имеет сила **поверхностного напряжения** (например при истечении жидкости из капиллярных отверстий), то в основное уравнение динамического подобия вместо силы P следует подставить выражение силы **поверхностного натяжения**



$$\sigma_1, L_1$$



$$\sigma_2, L_2$$

Вывод:

силы поверхностного натяжения могут быть выражены:	$P = p \lambda^2 = \frac{\sigma}{L} \lambda^2 = \sigma \lambda$
для натурального и модельного потоков, с учетом основного уравнения динамического подобия, получим:	$\frac{\rho_1 v_1^2 \lambda_1^2}{\rho_2 v_2^2 \lambda_2^2} = \frac{\sigma_1 \lambda_1}{\sigma_2 \lambda_2}$
или после сокращений получим закон подобия Вебера	$\frac{\rho_1 v_1^2 \lambda_1}{\sigma_1} = \frac{\rho_2 v_2^2 \lambda_2}{\sigma_2} = \text{idem}$
критерий Вебера	$We = \frac{\rho v^2 \lambda}{\sigma}$

Физический смысл критерия Вебера:

характеризует отношение сил инерции к силам поверхностного натяжения