

**МЕХАНИКА  
ЖИДКОСТИ И  
ГАЗА**



# III. Элементы гидростатики

Гидростатика – рассматривает покоящееся состояние жидкости.

Различают два вида покоя:

Абсолютно покоящаяся жидкость

это такое состояние, когда частицы жидкости относительно друг друга не перемещаются и весь объем тоже неподвижен.

Относительно покоящаяся жидкость

это когда частицы друг относительно друга не движутся, а весь объем перемещается в пространстве

Поверхности, на которых устанавливается одинаковое давление называются **поверхностями уровня**.

# Гидростатическое давление

Давление жидкости на единицу поверхности называется *гидростатическим давлением* или просто *давлением*.

$$p = \frac{P}{F}$$

Единица измерения гидростатического давления и системе СИ *Ньютон на квадратный метр* ( $\text{Н/м}^2$ ), обозначается **Па** (*паскаль*).

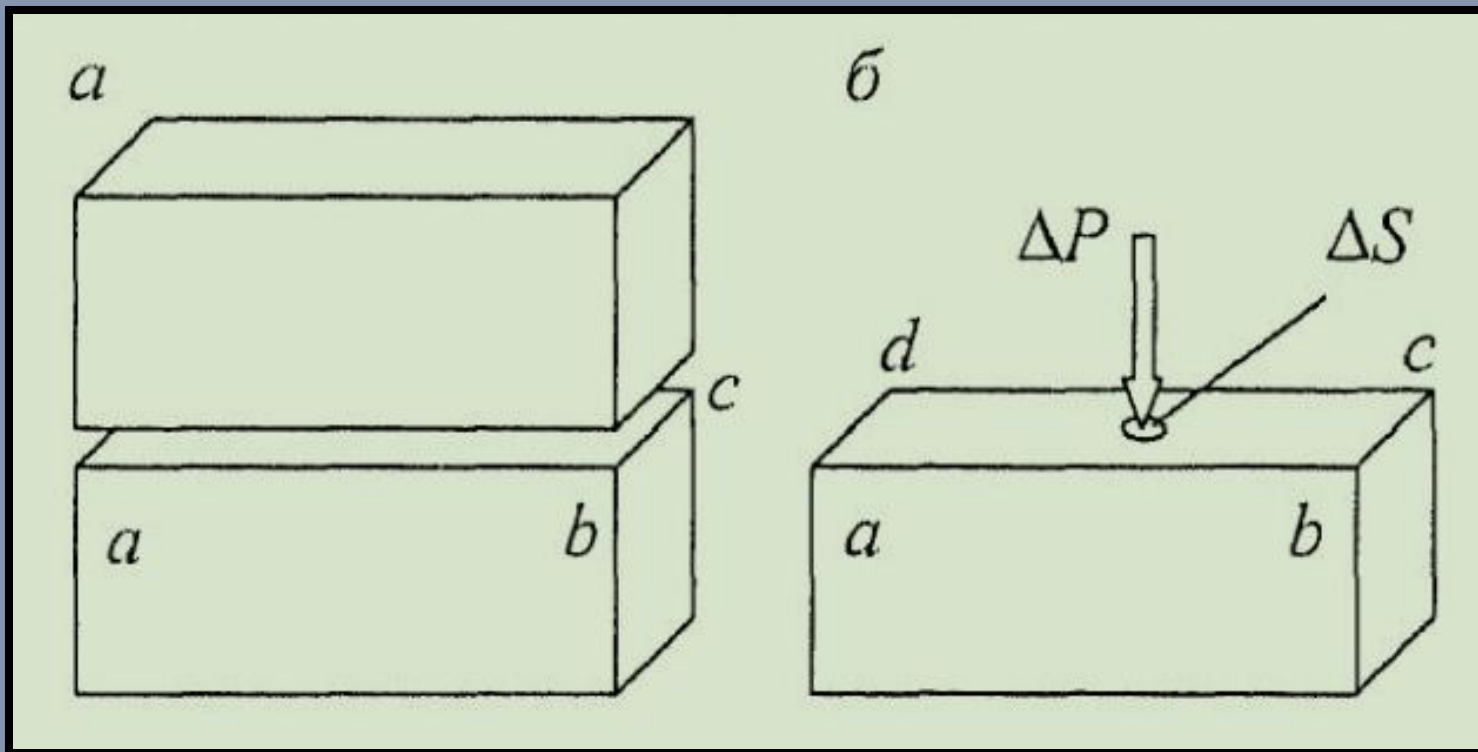
$$\begin{aligned} 1 \text{ МПа} &= 10^6 \text{ Н/м}^2, \\ 1 \text{ бар} &= 10^5 \text{ Н/м}^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ ат} &= 1 \text{ кгс/см}^2 = 0,98 \text{ бар} = \\ &= 98066,5 \text{ Па}. \end{aligned}$$

Одна из основных задач гидростатики – изучение распределения давления в жидкости

Зная распределение давления, можно на основании законов гидростатики рассчитать силы, действующие со стороны покоящейся жидкости на тела:

на стенки и дно сосуда, на откосы плотины, оградительных и регуляционных сооружений, причалов и т.д



$$p_{\text{ср}} = \frac{\Delta P}{\Delta S}$$

**Среднее гидростатическое давление** – сила, приходящаяся в среднем на единицу площади

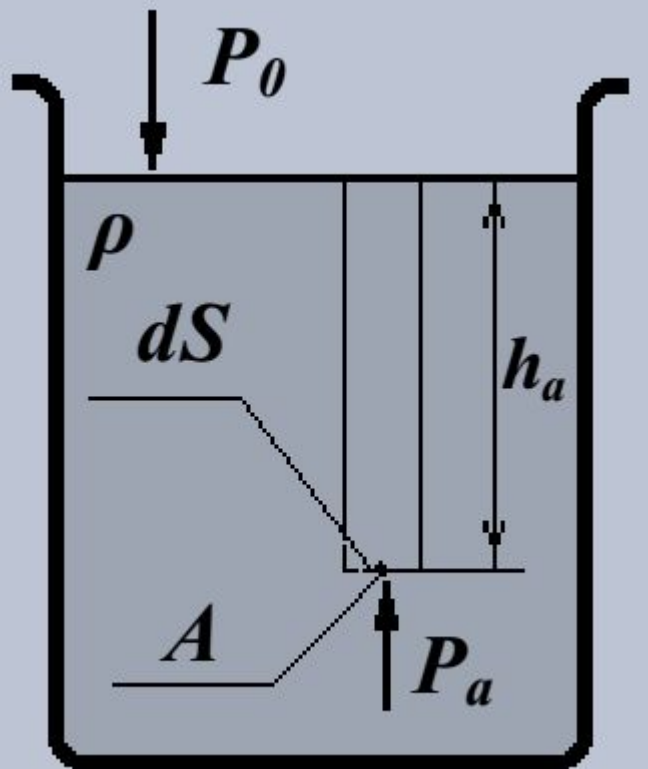
$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta S}$$

Если уменьшать площадку  $\Delta S$ , то предел отношения  $\Delta P$  к  $\Delta S$  выразит величину **истинного** гидростатического давления в точке

## Гидростатическое давление обладает следующими свойствами:

1. Гидростатическое давление **действует по нормали** к площадке действия и является сжимающим, иначе появились бы силы, действующие вдоль поверхности, что вызвало бы перемещение жидкости
2. Величина гидростатического давления в данной точке зависит **не от направления** (угла наклона) площадки действия, а от **положения точки** в пространстве

# Основное уравнение гидростатики



Сверху на площадку  $dS$  действует внешнее давление  $P_0$  ( $P_0 = P_{\text{атм}}$ ) и вес столба жидкости, высотой  $h_a$ . Снизу – давление в т. А -  $P_a$ .  
Уравнение сил, действующих на площадку:

$$dSP_0 + dSh_ag\rho = P_a dS$$

Разделив это выражение на  $dS$ , получим выражение для  $P$  в любой точке покоящейся жидкости (где  $h$  – глубина жидкости, на которой определяется давление  $P$ ):

$$P = P_0 + \rho gh$$

**основное  
уравнение  
гидростатики**



*Атмосферное давление* - это сила, действующая со стороны воздушной атмосферы на единицу площади поверхности Земли в перпендикулярном к поверхности направлении.

Среднюю величину атмосферного давления можно получить, если разделить вес всех молекул воздуха на площадь поверхности Земли.

$$P_{атм} = \frac{\text{вес молекул воздуха}}{\text{площадь поверхности Земли}}$$

$$P_{атм} = 101325 \text{ Па} = 101325 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 760 \text{ мм.рт.ст.}$$

# Следствия основного уравнения гидростатики:

## **1. Закон Паскаля:**

*давление, приложенное к граничной поверхности покоящейся жидкости, передаётся всем точкам этой жидкости по всем направлениям одинаково.*

Закон используется в различных гидравлических устройствах:

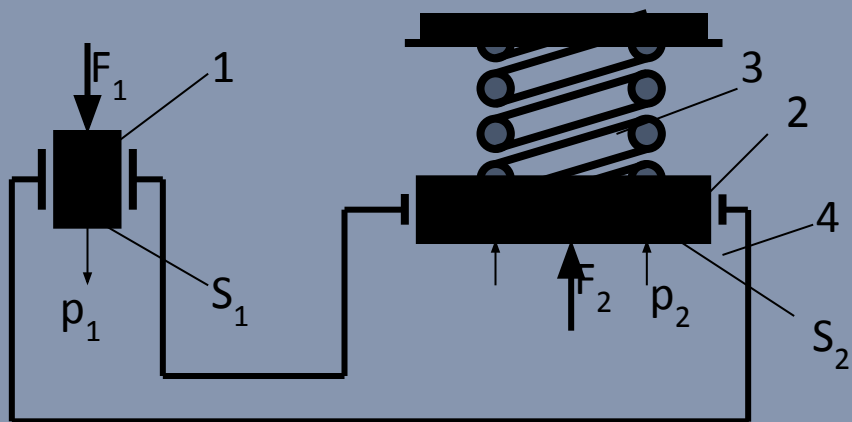
- гидропресс,
- гидродомкрат,
- гидроаккумулятор



Одинакова лишь та часть (составляющая), которая приложена к **граничной поверхности жидкости**.

**2. На равной глубине в покоящейся жидкости давление одинаково.**  
*В результате можно говорить о поверхностях равного давления. Для жидкости, находящейся в абсолютном покое или равномерно движущейся, эти поверхности – горизонтальные плоскости.*

Гидропресс – предназначен для создания больших усилий.



Устройство:

- 1-поршень первого гидроцилиндра;
- 2-поршень второго гидроцилиндра;
- 3-пружина сопротивления (деталь для прессования);
- 4-рабочая жидкость.

Если к поршню, имеющему площадь  $S_1$ , приложить некоторую силу, то эта сила будет передаваться на жидкость, и с такой же силой жидкость будет действовать на поршень, площадью  $S_2$ .

из равенства сил давления следует, что

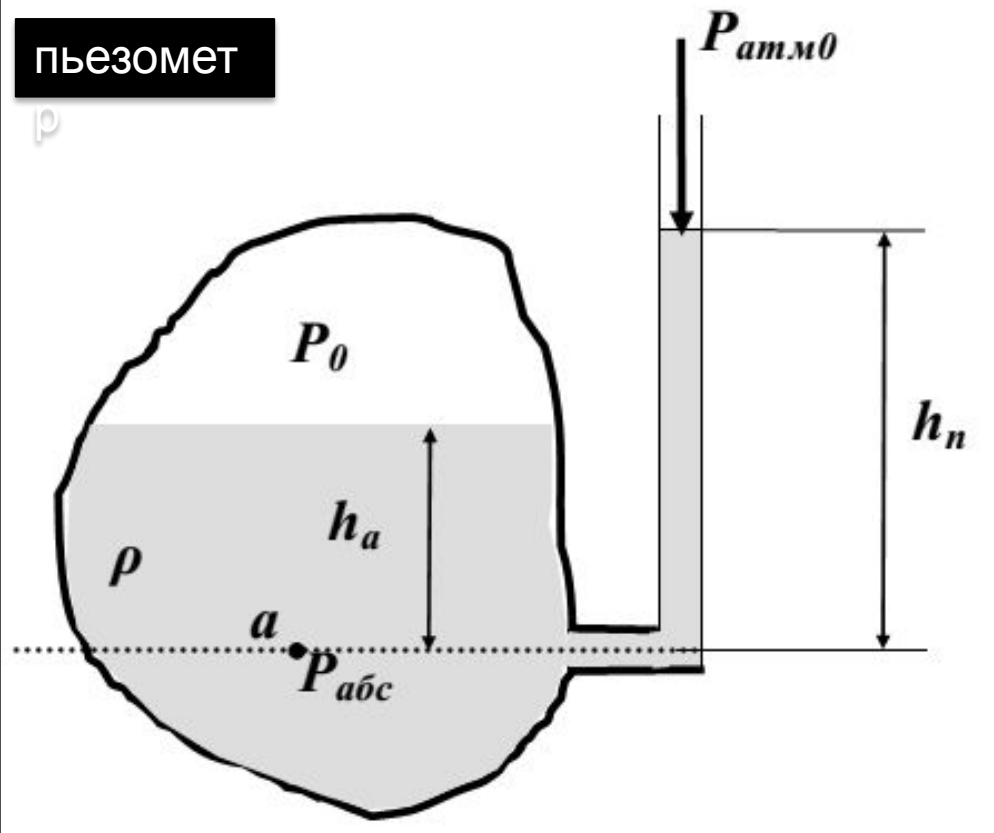
$$p_1 S_1 = p_2 S_2$$

$$p_2 = p_1 \frac{S_2}{S_1}$$

Следовательно, сжатие тела будет происходить под действием некоторого давления  $p_2$ , которое непосредственно будет зависеть от отношения площадей двух поршней.

# Приборы для измерения давления

пЬЕЗОМЕТ



Абсолютное давление в  
точке *a*

$$P_{абс} = P_0 + \rho g h_a$$

С другой стороны, это же  
давление можно представить  
как

$$P_{абс} = P_{атм} + \rho g h_n$$

Отсюда

пЬЕЗОМЕТРИЧЕСКА  
Я ВЫСОТА

$$h_n = \frac{P_0 - P_{атм} + \rho g h_a}{\rho g} = \frac{P_{изб} - P_{атм}}{\rho g}$$

Пьезометрическая высота меняется в зависимости от глубины погружения точки под уровень свободной поверхности жидкости.

Однако сумма пьезометрической высоты  $h_p$  и геометрической высоты  $z$  данной точки над горизонтальной плоскостью сравнения 0-0 есть величина постоянная.

Эта сумма называется **напором  $H$**  жидкости:

$$H = h_p + z = \text{const}$$

Если абсолютное давление меньше атмосферного  $P_{абс} < P_{атм}$ , то в жидкости имеет место **разрежение**, или **вакуум**.

Такое давление называют

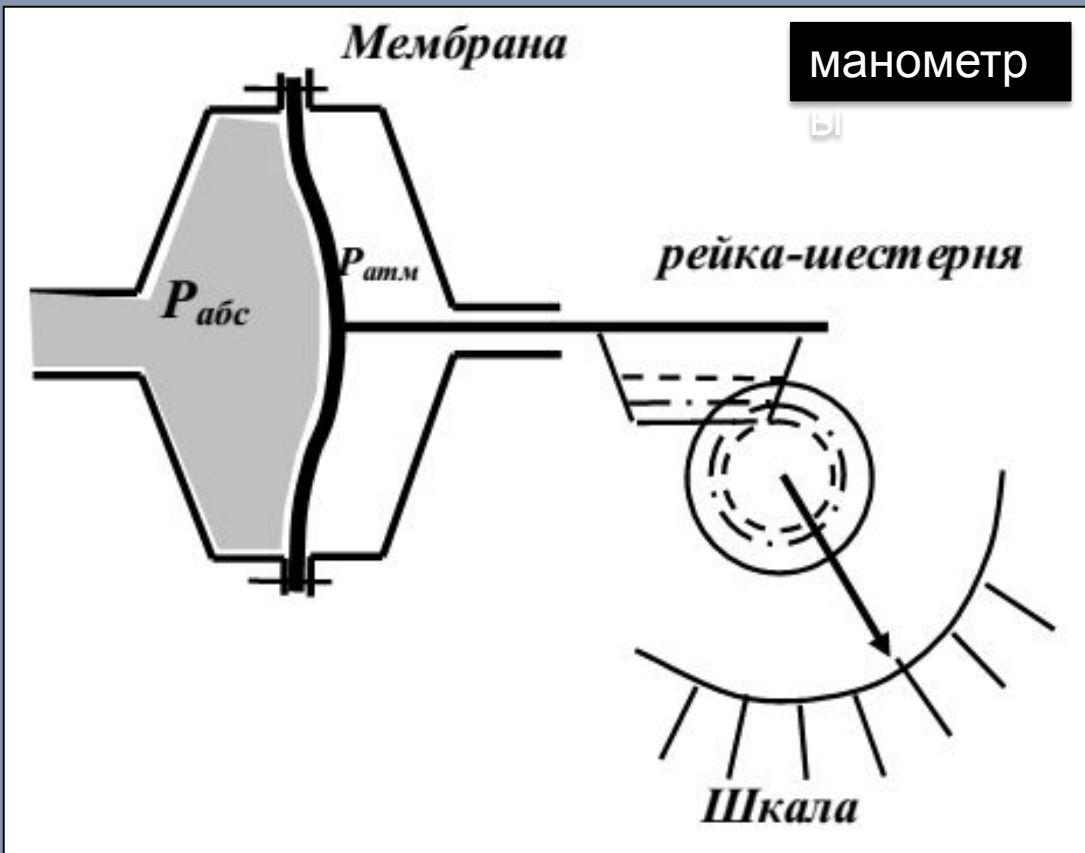
**вакуумметрическим давлением**  $P_{вак}$ , а

высоту в пьезометре называют

вакуумметрической высотой  $h_{вак}$ .

$$P_{вак} = P_{атм} + P_{абс}$$

$$h_{вак} = \frac{P_{атм} - P_{абс}}{\rho g}$$



эти приборы состоят из чувствительного элемента, который меняет свою форму под воздействием давления, и, связанного с этим элементом, передаточного механизма и регистрирующего прибора (индикатора).

Общим недостатком таких приборов является малое исходное отклонение чувствительного элемента – мембраны.

Приборы для измерения давления (манометры, вакуумметры) показывают не абсолютное давление внутри замкнутого объема, а **разность между абсолютным и атмосферным**, или барометрическим, давлением. Эту разность называют **избыточным** давлением [ати].

Соотношения между единицами измерения давления:

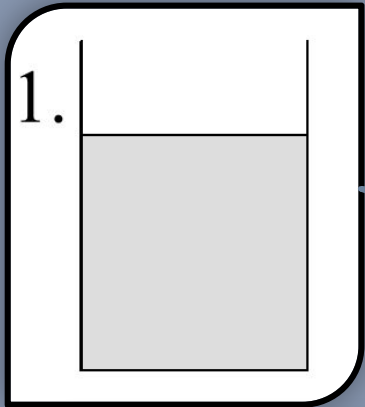
$$\begin{aligned} 1 \text{ атм (физ)} &= 760 \text{ мм рт.ст.} = \\ &= 10,33 \text{ м вод.ст.} = 1,033 \text{ кгс/см}^2 = \\ &= 10330 \text{ кгс/м}^2 = 101300 \text{ н/м}^2 \text{ (Па)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ ат (техн)} &= 735,6 \text{ мм рт.ст.} = \\ &= 10 \text{ м вод.ст.} = 1 \text{ кгс/см}^2 = \\ &= 10000 \text{ кгс/м}^2 = 98100 \text{ н/м}^2. \end{aligned}$$

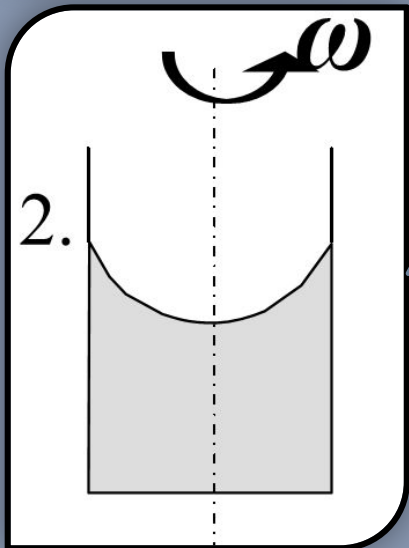


# Дифференциальные уравнения равновесия жидкости. (Уравнения Эйлера)

Они получены для общего случая относительного покоя жидкости. Возможны следующие варианты относительного покоя.

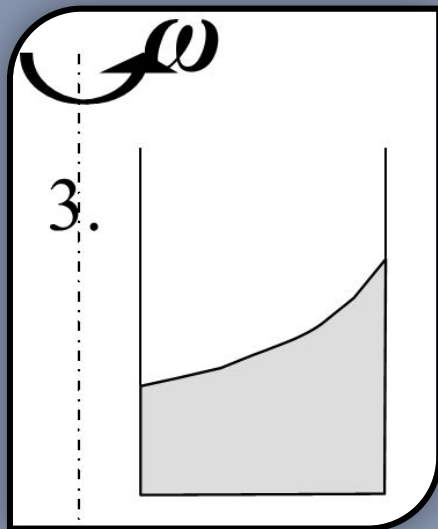


абсолютный покой или  
равномерное  
движение сосуда с жидкостью.



*Вращение сосуда с жидкостью с постоянной  
угловой скоростью  $\omega$  вокруг центральной оси.*

Вся масса жидкости вращается вместе с сосудом, частицы жидкости друг относительно друга не перемещаются, следовательно, весь объём жидкости, представляет собой как бы твёрдое тело.



*вращение осуществляется вокруг произвольно расположенной вертикальной оси.*

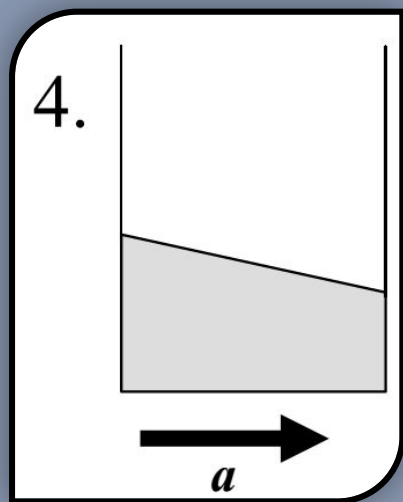
Во втором и третьем случае свободная поверхность жидкости принимает новую форму, соответствующую новому равновесному положению жидкости.

*сосуд с жидкостью движется прямолинейно*

*и*

*равноускоренно. (В процессе разгона или остановки цистерны с жидкостью).*

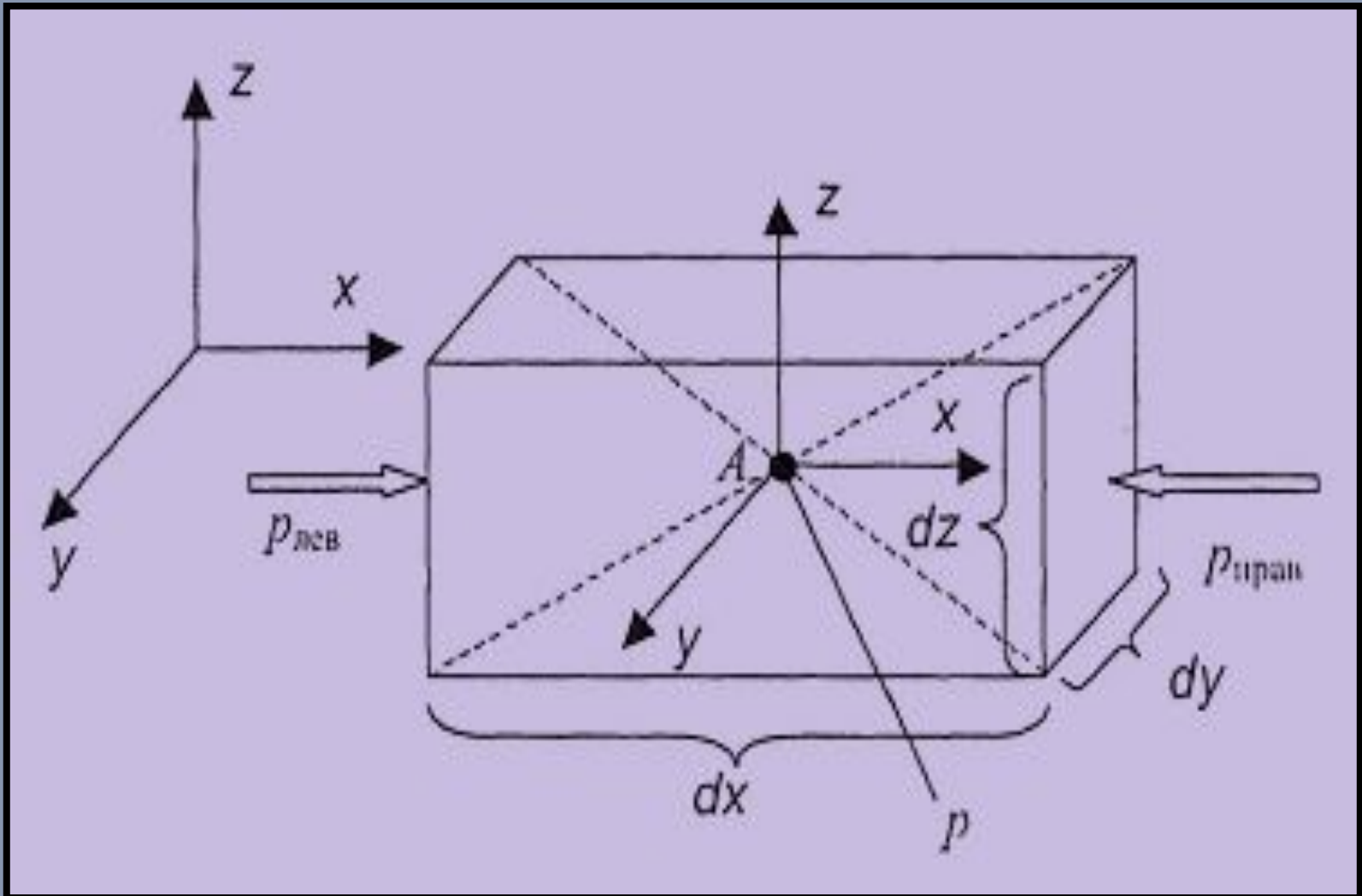
В этом случае жидкость занимает новое равновесное положение, свободная поверхность приобретает наклонное положение, которое сохраняется до изменения ускорения.



Во всех перечисленных случаях на жидкость действуют, во -  
первых,

силы веса во-вторых, силы инерции в-третьих, силы давления

Рассмотрим в произвольной системе координат  $X, Y, Z$  произвольную точку  $A$ . Вблизи этой точки выделим элементарный объём  $dz dy dx$ .



считаем, что приращение давления на участке  $dx$  в направлении оси  $X$  равно  $dp$ , поэтому величины давлений на левую и правую грани параллелепипеда составят соответственно:

$$p_{\text{лев}} = p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

$$p_{\text{прав}} = p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

Сила, действующая на параллелепипед в направлении оси  $X$

$$(p_{\text{лев}} - p_{\text{прав}}) dydz = \left[ \left( p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) - \left( p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \right] dydz = -\frac{\partial p}{\partial x} dx dydz \quad (1)$$

Проекция объемных сил на ось

$X$ :

$$\rho X dx dy dz \quad (2)$$

Сумма выражений (1) и (2) при равновесии должна быть равна нулю (как сумма всех сил, действующих на параллелепипед в направлении оси  $x$ ), поэтому

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz + \rho X dx dy dz = 0$$

Ил  
и

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho X = 0$$

Аналогично  
для  
проекций на  
оси  $y$  и  $z$ :

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho Y &= 0, \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho Z &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Перепишывая эти уравнения в форме,  
предложенной  
Л. Эйлером, получим **дифференциальные  
уравнения равновесия жидкости:**

$$\begin{cases} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \end{cases}$$

В таком виде интегрировать уравнение трудно, поэтому их преобразуем:

1-ое уравнение умножаем на  $dx$ , 2-ое – на  $dy$ , 3-е – на  $dz$ .  
По второму свойству гидростатического давления:

$$p_y = p_x = p_z = p$$

Тогда сложив эти уравнения получим

$$X \cdot dx + Ydy + Zdz - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p_x}{\partial x} dx + \frac{\partial p_y}{\partial y} dy + \frac{\partial p_z}{\partial z} dz \right)$$

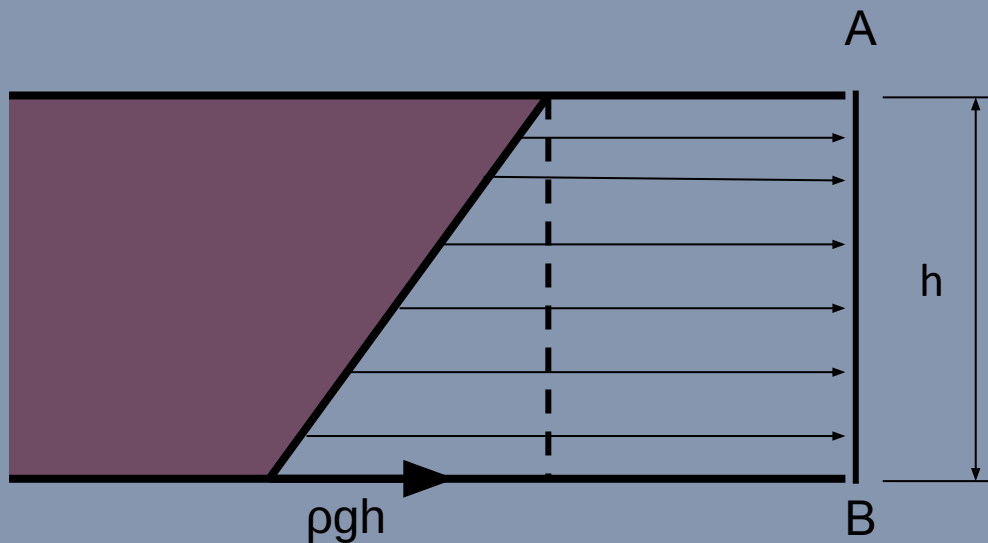
полный дифференциал  $dp$

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

уравнение Эйлера в свернутом виде.

# Эпюры давления

Графическое изображение изменения гидростатического давления в зависимости от глубины вдоль плоской стенки называют **эпюрой давления**.

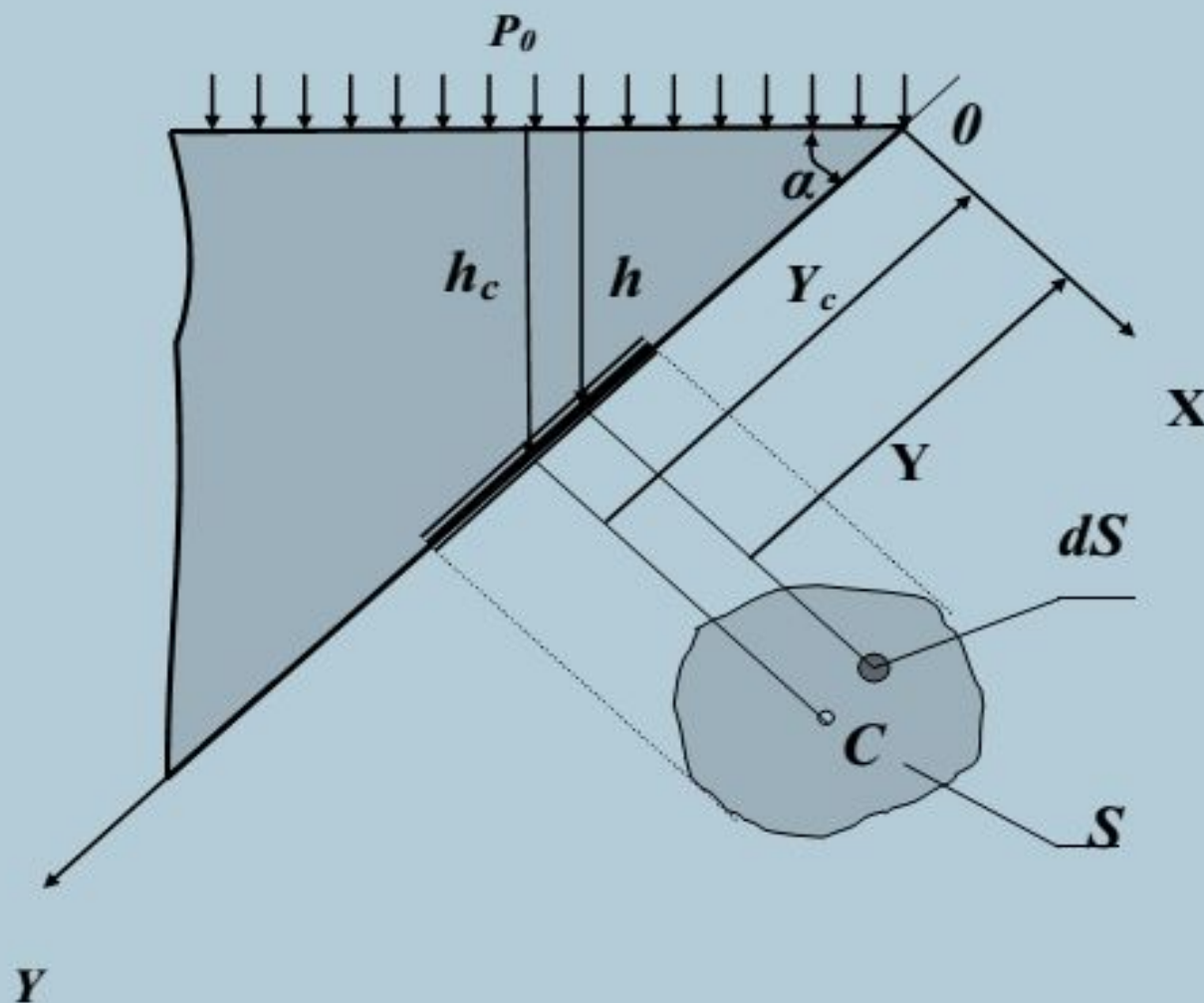


При построении эпюры помнить, что гидростатическое давление **всегда** направлено **по нормали** к площадке (стенке). Вдоль стенки давление изменяется по закону  $p = p_0 + pgh$  (линейно)

- ✓ в точке А:  $p_a = p_0$ , т.к.  $h = 0$  и  $pgh = 0$ ;
- ✓ в точке В:  $p = p_0 + pgh$
- ✓ начало векторов  $p_a$  и  $p_b$  соединяются отрезками прямой.
- ✓ эпюра имеет вид трапеции.



# Давление жидкости на плоские стенки



Найти полную  
силу давления -  
это значит  
определить ее

**величину**

**направлени  
е**

**точку  
приложени  
я**

Сумма в скобках является абсолютным давлением в центре тяжести рассматриваемой произвольной площадки.

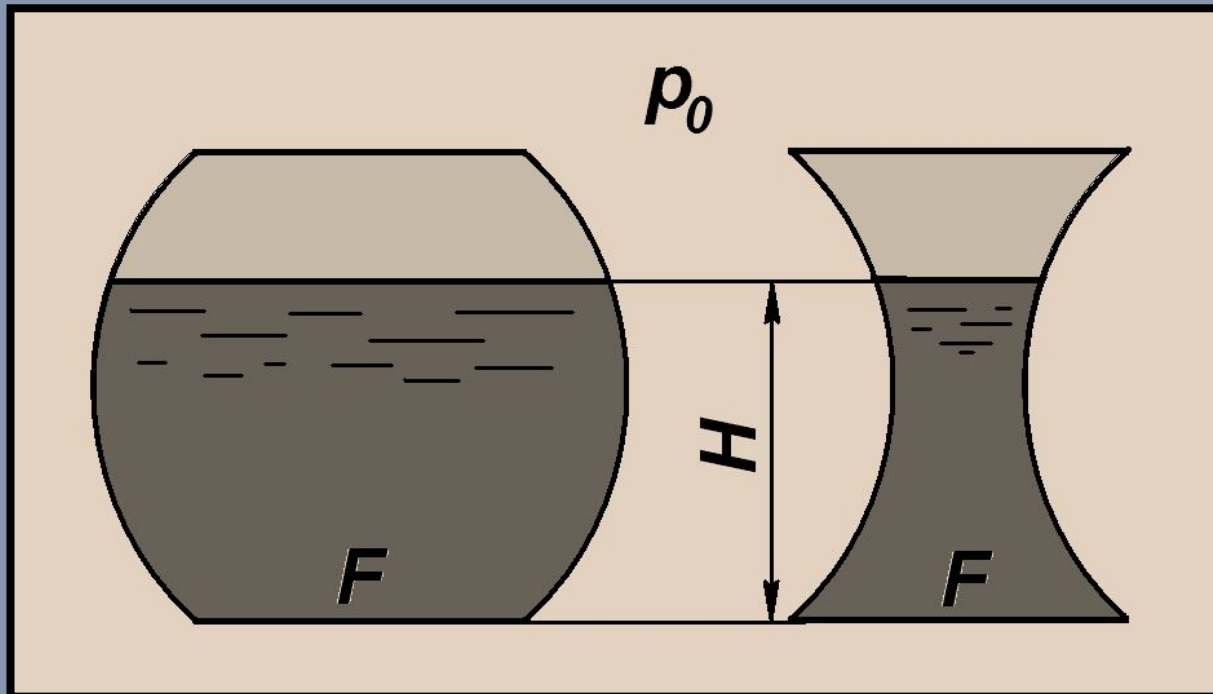
**полная сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению её площади на величину гидростатического давления в центре тяжести этой стенки.**

$$F = \underbrace{(P_0 + \rho g h_c)}_{P_c} S.$$

Но эта сила не сконцентрирована в точке, а неравномерно распределена по площади. Т.е. для расчётов, кроме величины силы действующей на наклонную площадку, необходимо знать точку приложения равнодействующей.



**Домашнее задание:  
Какова сила давления  
жидкости на дно  
сосуда**



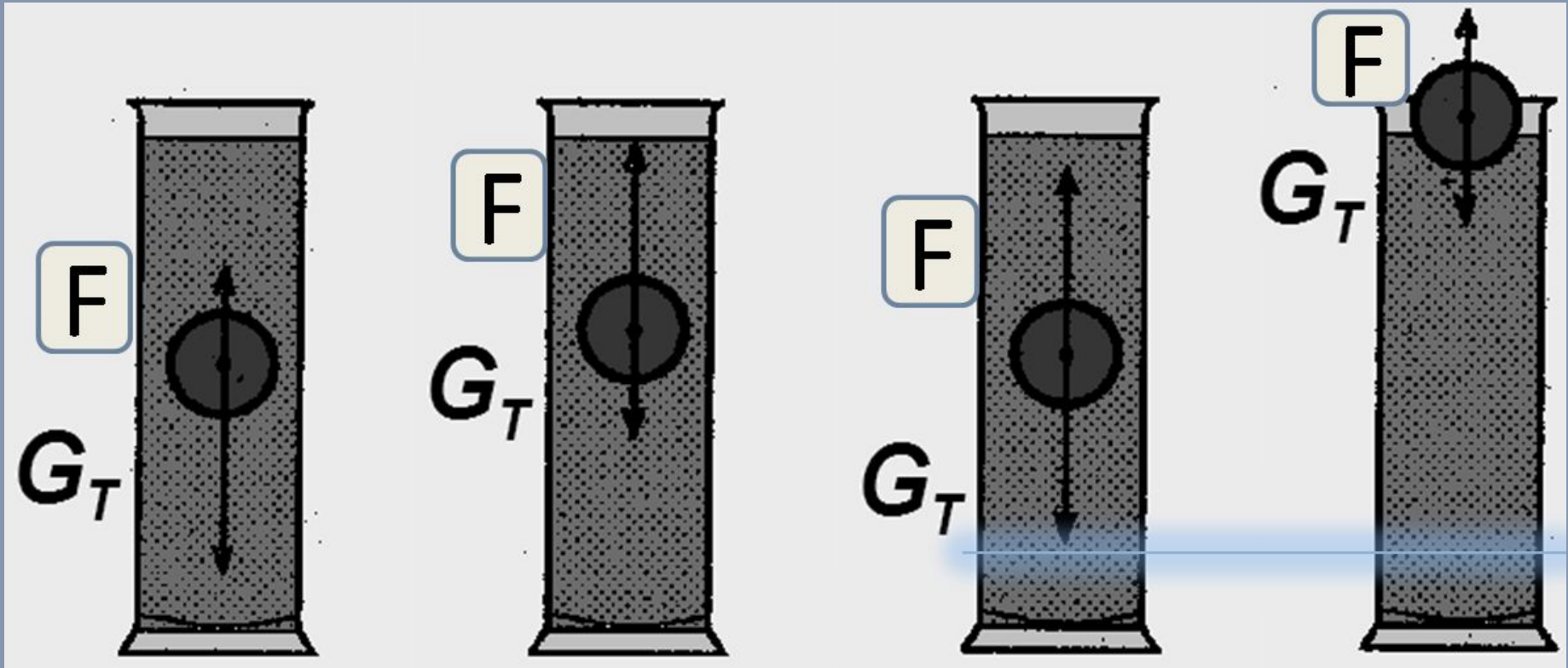
# Равновесие тела в покоящейся жидкости



*Всякое тело, погруженное  
в жидкость, теряет в  
своем весе столько,  
сколько весит  
вытесненная им  
жидкость (закон  
Архимеда)*

**Способность плавающего тела, выведенного из состояния равновесия, вновь возвращаться в это состояние называется устойчивостью**

условие плавания  
тел



Если  $F$   
меньше  
 $G_T$ , то тело  
тонет

Если  $F$   
больше  $G_T$ ,  
то тело  
всплывает

Если  $F$  равна  $G_T$ ,  
то тело  
находится  
в состоянии  
безразличного  
равновесия

Необходимым  
условием равновесия  
плавающего тела  
является равенство

$$F = G$$

Достаточным условием равновесия  
является вертикальность линии,  
соединяющей точки приложения сил  $F$  и  
 $G$ , т. е. центр тяжести  $C$  и центр  
давления  $D$

## варианты равновесия:

если центр  
тяжести  $C$  тела  
лежит **ниже**  
центра  
давления  $D$ , то  
равновесие  
является  
**устойчивым**

если центр тяжести  $C$   
тела лежит **выше**  
центра давления  $D$ , то  
равновесие является  
**неустойчивым**

если центр тяжести  $C$   
тела **совпадает** с  
центром давления  $D$ ,  
то равновесие  
является  
**безразличным**  
(например,  
плавающий на  
глубине шар)

# Прикладные задачи гидростатики

(разработка практических методов расчета распределения сил в объемах покоящейся жидкости)

1. Разрабатывать методы конструктивно-механических расчетов различных емкостей, резервуаров и сосудов для хранения и транспортировки жидкостей и

2. На основе полученных закономерностей разрабатывать методы и конструкции средств измерения давления и уровней в объеме жидкостей.

3. Разрабатывать конструкции гидравлических машин и механизмов для передачи усилий.