

## Групповое занятие №1

# «Линейные цепи с распределенными параметрами»

Время: 2 аудиторных часа

## Цель занятия:

1. Изучить основные понятия теории длинных линий.
2. Изучить особенности функционирования длинных линий в различных режимах.

## **Учебные вопросы:**

- 1. Основы теории длинных линий.**
- 2. Режимы работы длинных линий.**

## Основная литература:

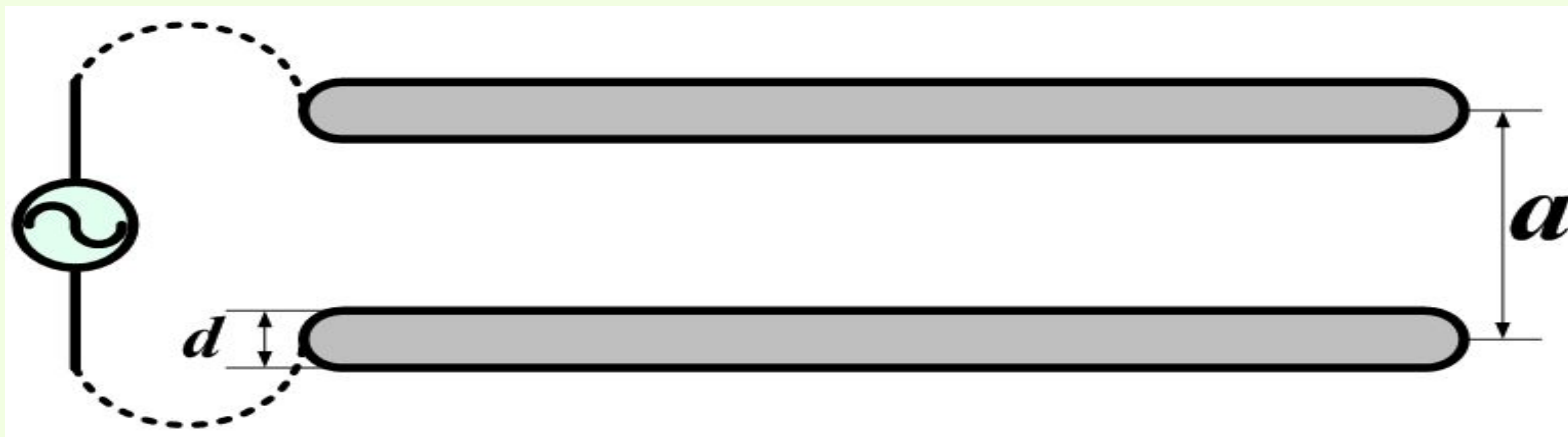
[1]. **Белоцерковский, Г. А.** Основы радиотехники и антенны / Г. А. Белоцерковский. - М. : Советское радио, – 1969.

Ч. 1 : Основы радиотехники. – 432 с.



**Учебный вопрос 1:**  
**Основы теории длинных линий.**

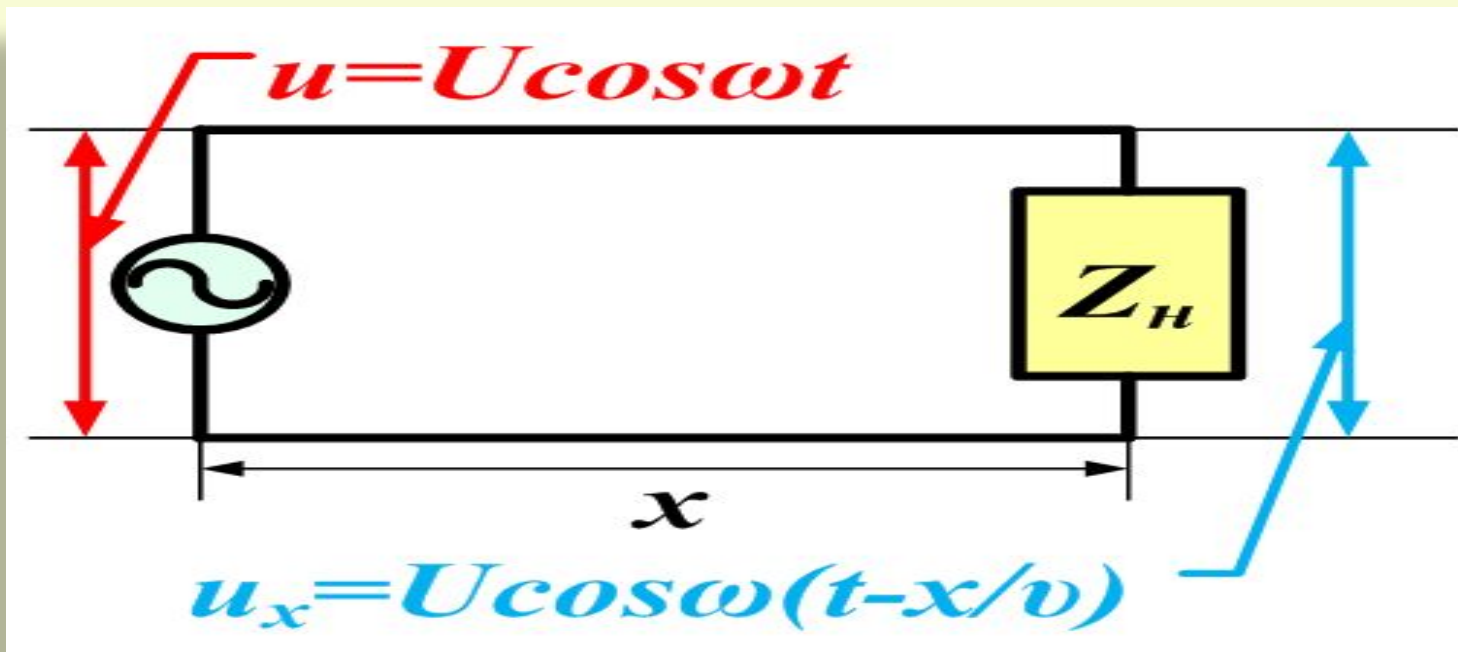
# 1. Основы теории длинных линий.



***Длинными линиями*** называют такие линии передач у которых длина соизмерима с длиной волны колебаний, передаваемых по ней или превышает эту длину.  $l/\lambda > 0,05$

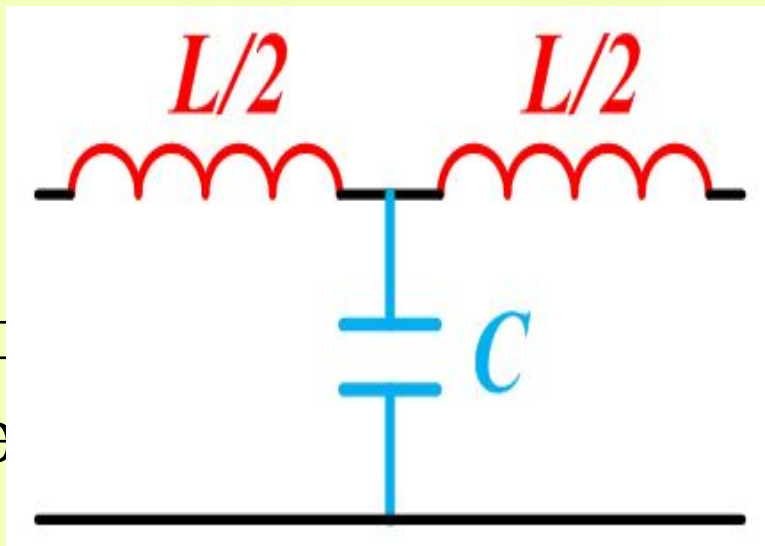
Пример 1. Линия протяженностью  $l=1$  км не может быть названа длинной, если частота  $f=50$  Гц ( $\lambda=cT=6000$ км).

Пример 2. Отрезок протяженностью  $l = 1$  см при  $f = 5 \cdot 10^9$  Гц ( $\lambda = 6$  см), является длинной линией.



При изучении двухпроводной линии считаем, что к левой ее части подключается источник напряжения.

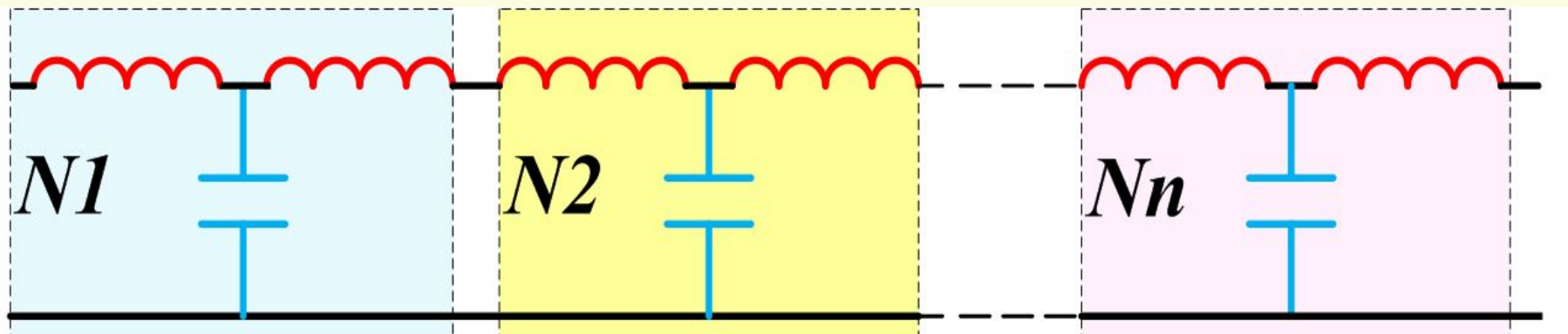
К правой части подключается нагрузка (сопротивление), с контактов которой снимается напряжение.



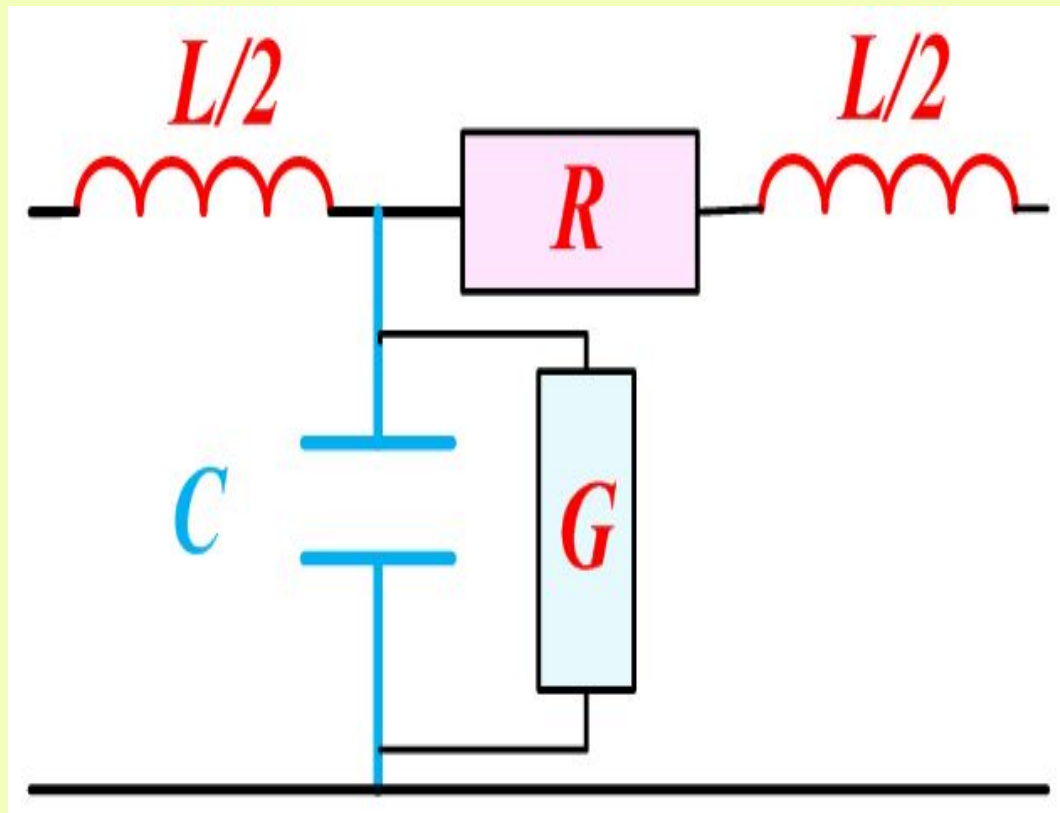
Для удобства рассмотрения физических процессов в представляются

Каждые элементарный

участок линии обладает индуктивностью  $L$ , между двумя проводами существует емкость  $C$ . При этом число звеньев считают бесконечно большим.



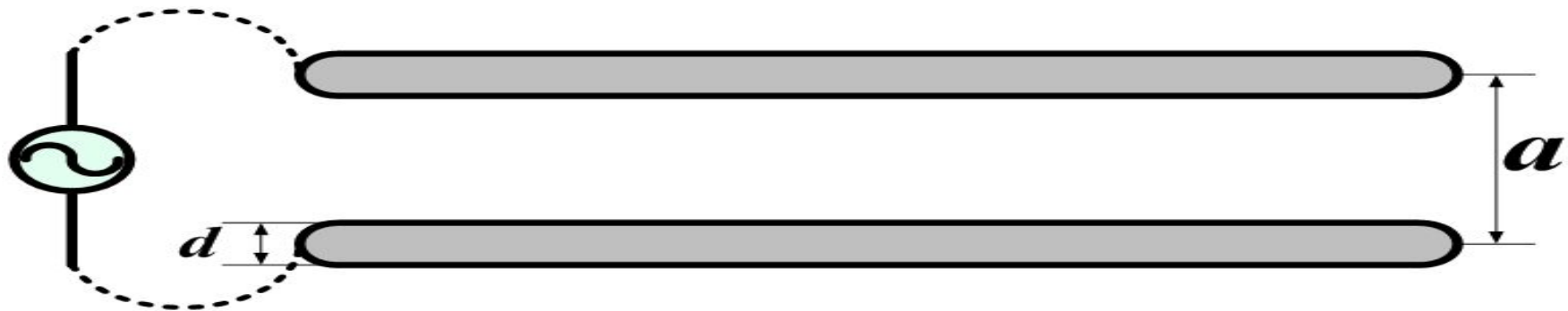




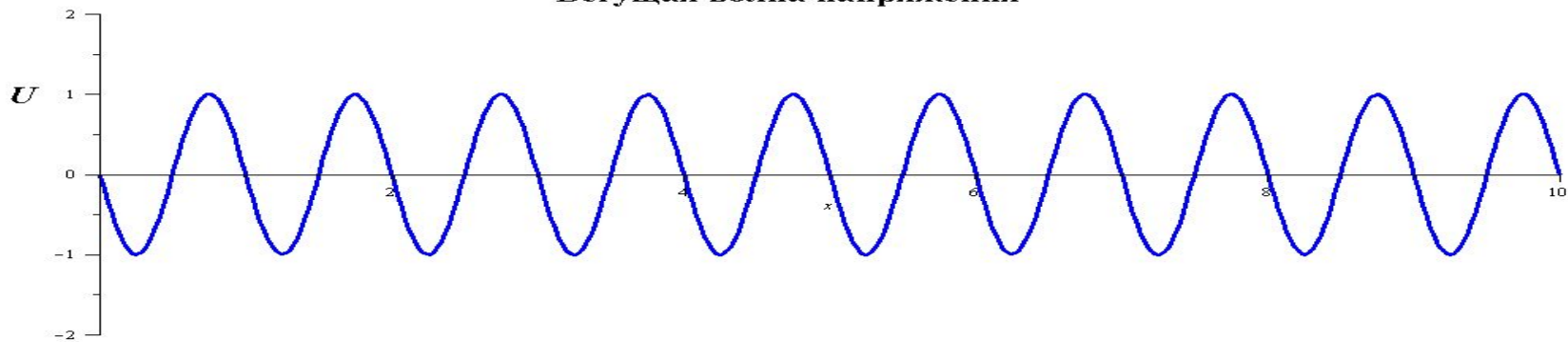
Эквивалентна  
я схема  
реальной  
двухпроводно

Целью изучения режимов работы длинной линии является выявление особенностей пространственно-временного распределения токов и напряжений вдоль линии от генератора до нагрузки.

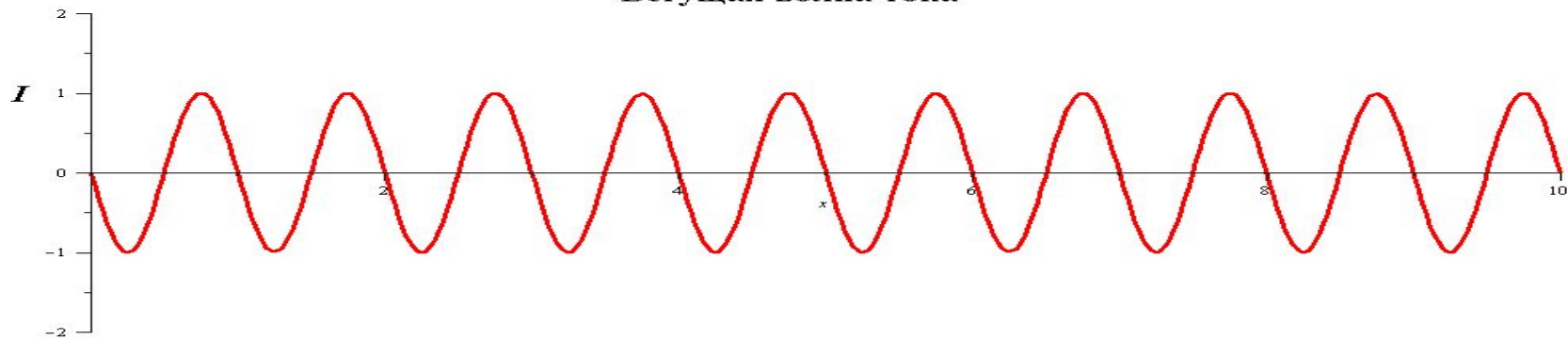
Эта задача решается с помощью, так называемых **телеграфных уравнений**, которые представляют собой линейные дифференциальные уравнения, они позволяют установить зависимости изменения напряжения и тока во времени и по длине линии. С помощью этих уравнений можно, зафиксировав какой-нибудь момент времени  $t_i$ , найти распределение напряжения или тока в данный момент времени вдоль линии или, зафиксировав некоторое значение координаты  $x$ , найти для данной точки зависимость напряжения или тока от времени.

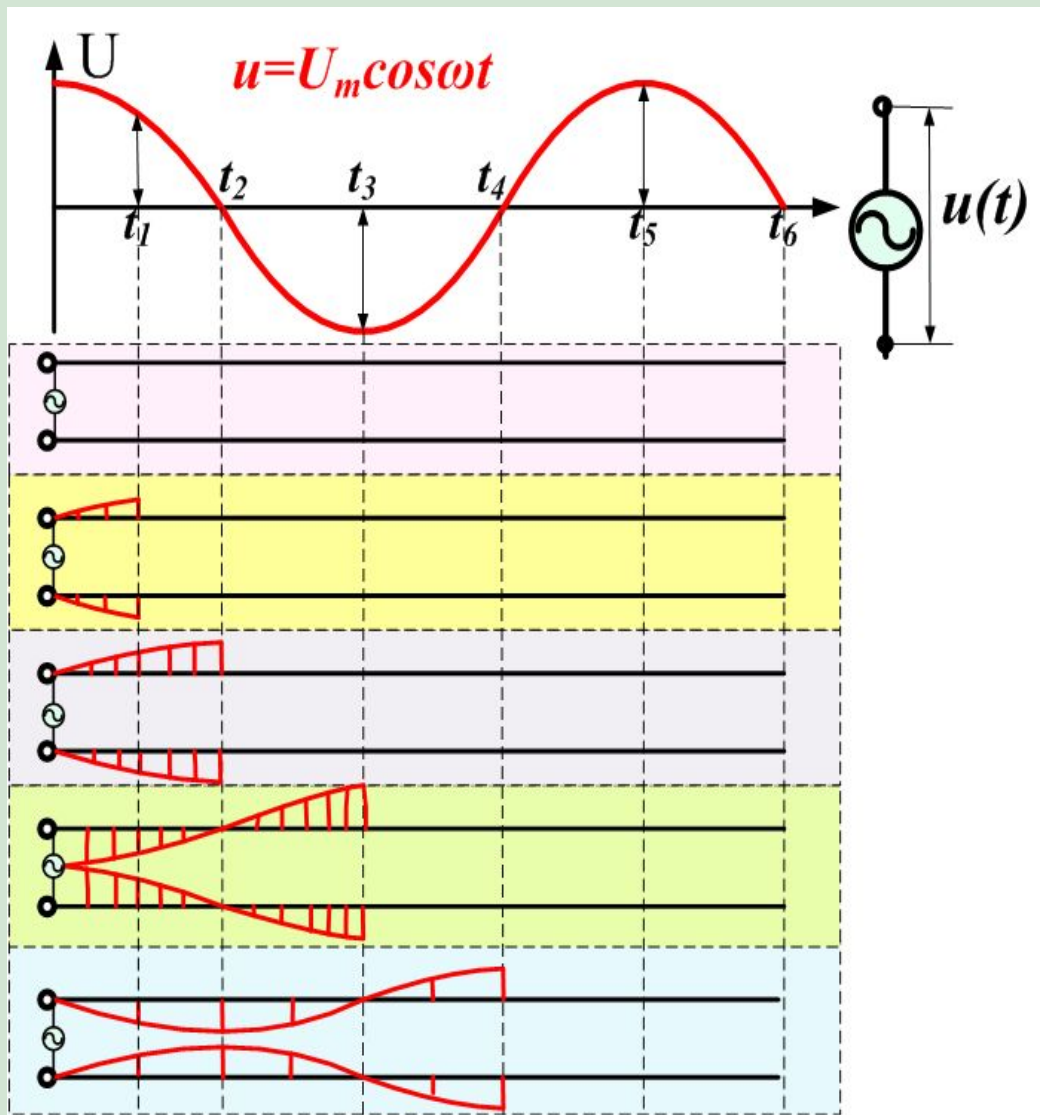


Бегущая волна напряжения



Бегущая волна тока





Для бегущей волны выражения зависимости изменения напряжения и тока во времени и по длине линии имеют вид:

$$u_x = U \cos \omega(t - x/v)$$

$$i_x = I \cos \omega(t - x/v)$$

(где  $\Delta t = x/v$  - время запаздывания)

Распространение напряжение вдоль бесконечной длинной линии

# Первичные параметры длинной линии

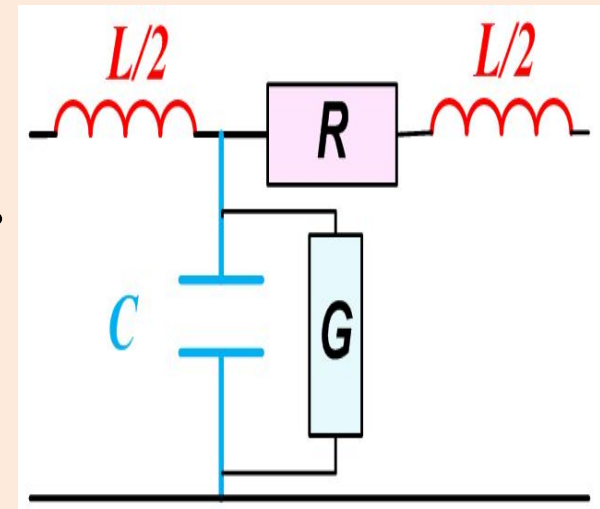
Длинная линия охарактеризована **погонными параметрами**:

**$R$**  — погонное сопротивление, Ом/м;

**$G$**  — погонная проводимость, 1/Ом м;

**$L$**  — погонная индуктивность Гн/м;

**$C$**  — погонная ёмкость Ф/м;



Погонные сопротивление  **$R$**  и проводимость  **$G$**  зависят от проводимости материала проводов и качества диэлектрика, окружающего эти провода, соответственно. Чем меньше тепловые потери в металле проводов и в диэлектрике, тем меньше  **$R$**  и больше  **$G$** . Погонные индуктивность  **$L$**  и емкость  **$C$**  определяются формой и размерами поперечного сечения проводов, а также расстоянием между ними.

# Волновое сопротивление длинной линии

Сопротивление линии между точками подключения генератора называется **входным сопротивлением**:

$$Z_{вх} = U_{вх} / I_{вх}$$

Сопротивление линии бегущей волне называется **волновым сопротивлением линии** оно является важной характеристикой, которое **определяется в каждом сечении линии как отношение напряжения к току в этом сечении**:

$$Z_{в} = U(x) / I(x)$$

Удобнее волновое сопротивление выразить через погонные параметры:

$$Z_{в} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

В зависимости от соотношения между волновым сопротивлением линии и сопротивлением нагрузки линия работает в режиме **бегущих, стоячих** или **смешанных волн**.

## Режим бегущих волн

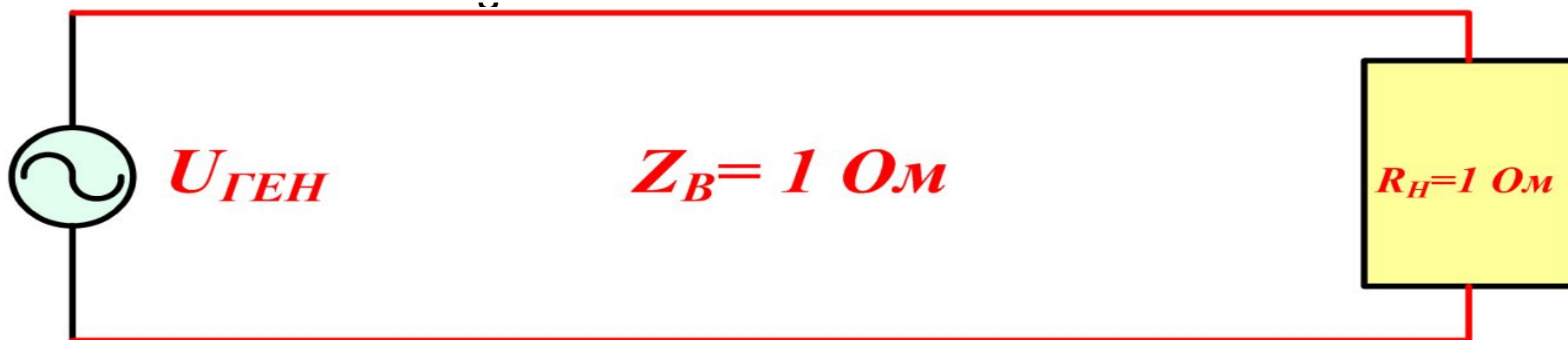
– это такой режим работы при котором в линии отсутствуют отраженные волны напряжения и тока, то есть и распределение напряжений и токов вдоль линии полностью определяются напряжением и током падающей волны на конце линии. *Распространяющаяся в этом случае вдоль линии электромагнитная волна называется бегущей волной.*

Линия работает в режиме бегущих волн когда активное сопротивление нагрузки равно волновому сопротивлению линии

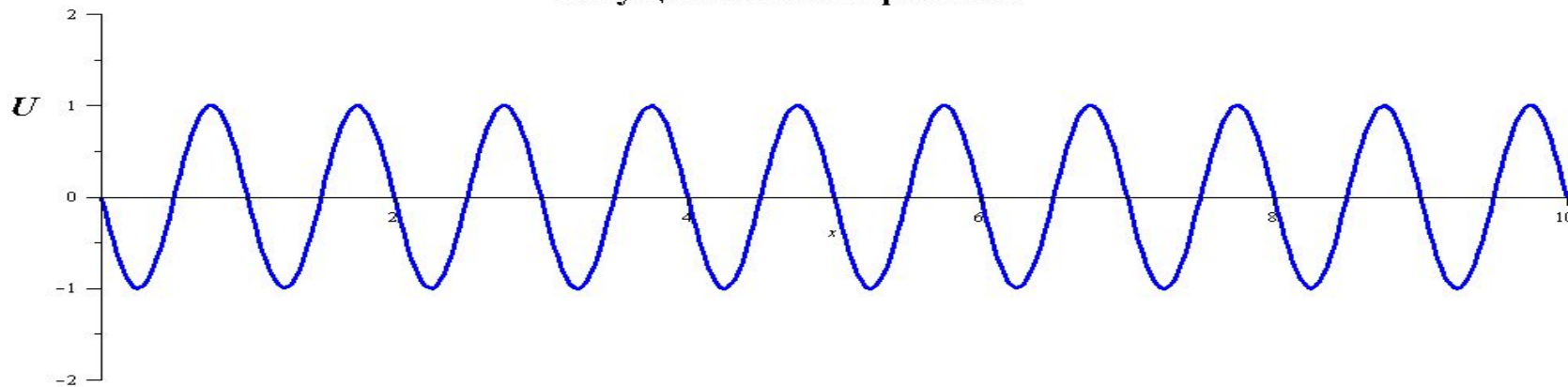
$$Z_B = R_H$$



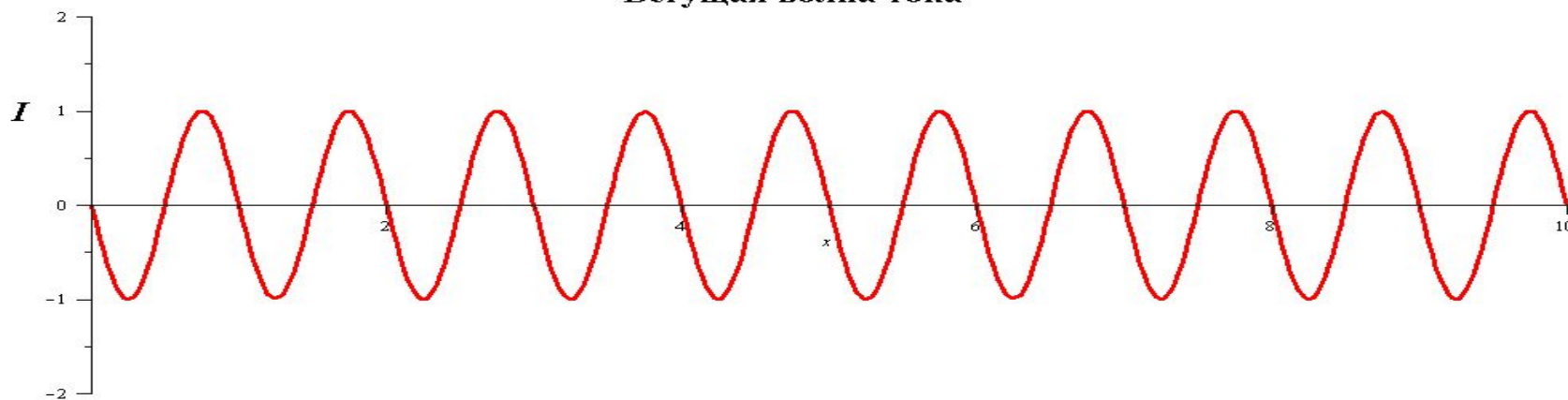
# Длинная линия, согласованная с



Бегущая волна напряжения



Бегущая волна тока





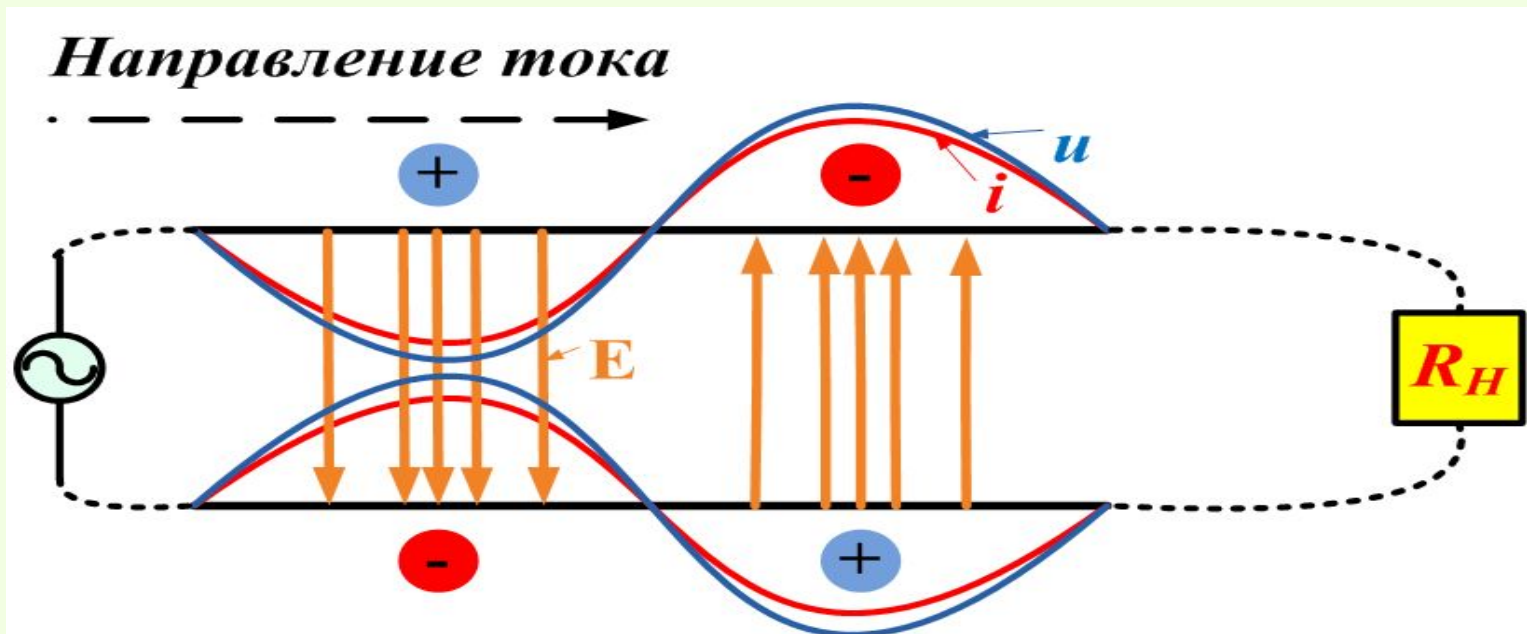
При распространении бегущей волны линия поглощает всю энергию, отдаваемую ей генератором, ничего не возвращая обратно.

$$u_x = U \cos \omega(t - x/v)$$

так как  $Z_B = R_H$  то в этом случае напряжение и ток на конце линии согласно закона Ома будут связаны выражением:

$U/L = Z_B$  где  $Z_B$  — **волновом сопротивлением** **линии** следовательно  $i_x = U/Z_B (\cos \omega(t - x/v))$

Ток и напряжение в линии при бегущей волне совпадают по фазе.



## Свойства бегущих волн

В каждом сечении линии, (при любом постоянном значении  $x$ ), напряжение и ток изменяются синусоидально во времени.

Отставание фазы волны напряжения и тока по мере их распространения вдоль линии.

Скорость распространения бегущей волны тем меньше, чем больше погонные индуктивность и емкость линии

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Амплитуда (но не мгновенное значение) бегущих волн во всех сечениях идеальной линии одинаковая.

Напряжение и ток на любом участке линии совпадают по фазе

Отношение значения напряжения к току в любой точке длинной линии есть постоянная величина, равная волновому сопротивлению.

$$u_x / i_x = Z_B$$

## Режим стоячих волн

– это режим работы длинной линии при котором падающая на нагрузку волна полностью отражается от нее и распространяется в обратную сторону. При этом падающая и отраженная волны складываются по всей длине линии. **Волна, полученная в результате сложения двух бегущих волн, направленных навстречу друг другу называется стоячей волной.**

Линия работает в режиме стоячих волн в следующих взаимоисключающих случаях

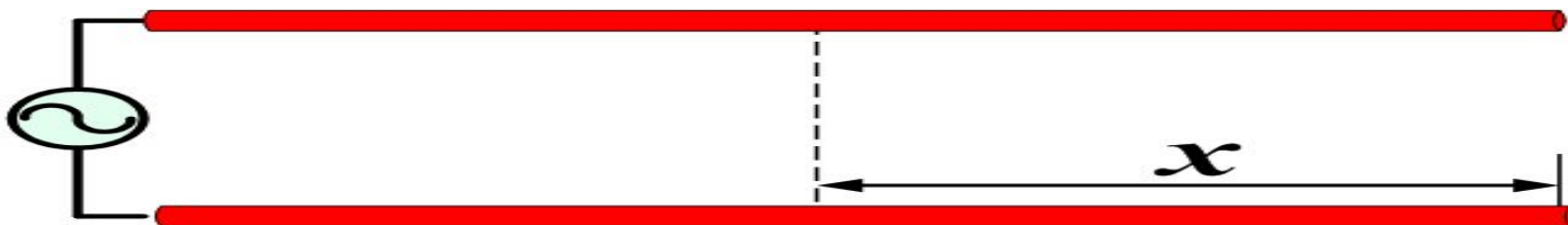
*сопротивление нагрузки равно бесконечности, то есть линия является разомкнутой на конце*

$$Z_H = \infty$$

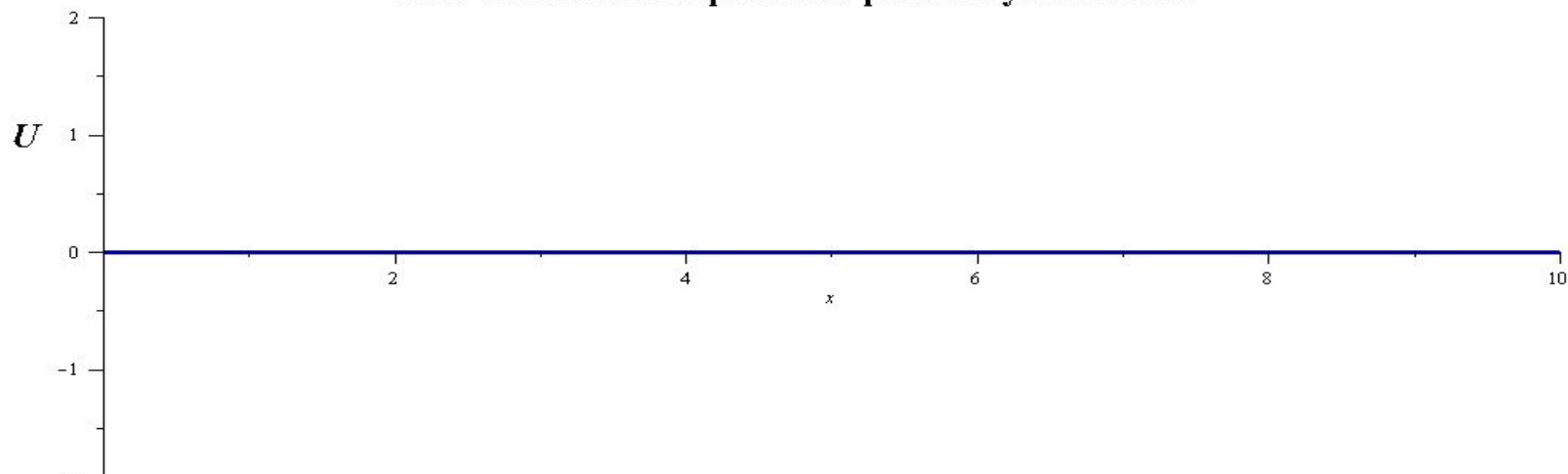
*сопротивление нагрузки равно нулю, то есть линия является замкнутой накоротко на конце*

$$Z_H = 0$$

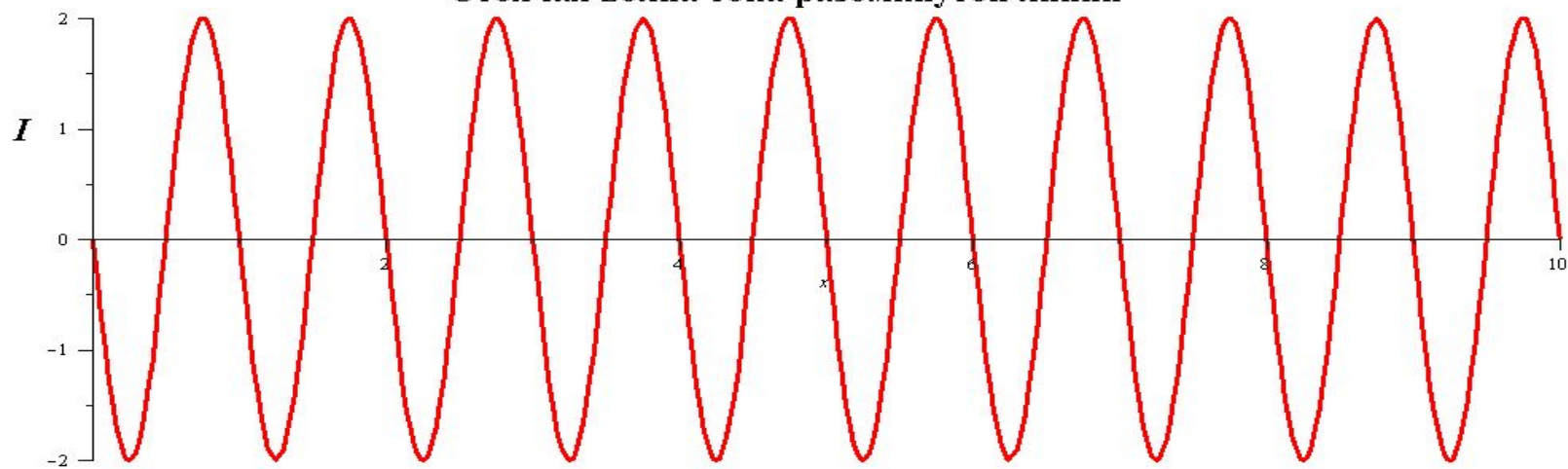
# Разомкнутая длинная линия



Стоячая волна напряжения разомкнутой линии



Стоячая волна тока разомкнутой линии



$u_{x=0} = U \cos \omega t$  – напряжение на входе линии

$u_{x \text{ над}} = U \cos \omega(t + x/c)$  – напряжение падающей

волны в конце линии.

*Как будто на ее конце включен генератор.*

$u_{x \text{ отр}} = U \cos \omega(t - x/c)$  – напряжение отраженной

волны в конце линии.

Результирующее напряжение в этой точке равно сумме напряжений падающей и отраженной волн:

Это выражение называется *уравнением стоячей волны напряжения.*

Так как  $\omega = 2\pi T$  и  $T = \lambda/c$ , то  $\omega/c = 2\pi/Tc = 2\pi/\lambda$ .

$$u_x = 2U \cos(2\pi/\lambda)x \cos \omega t.$$

Аналогичным образом можно найти распределение тока в проводах разомкнутой линии. Поскольку падающая и отраженная волны являются бегущими, то их токи совпадают по фазе с напряжениями. Поэтому:

$$i_{xпад} = I \cos \omega(t + x/c);$$

$$i_{xотр} = I \cos \omega(t - x/c);$$

Необходимо только учитывать, что отраженная волна напряжения создает ток, движущийся от конца линии к началу. Поэтому  $i_{xпад}$  и  $i_{xотр}$  проходят по линии в противоположных направлениях и  $i_x = i_{xпад} - i_{xотр}$

После преобразований, аналогичных рассмотренным, получим

$$i_x = 2I \sin (2\pi/\lambda) x \cos(\omega t + 90^\circ)$$

*уравнение стоячей волны тока.*

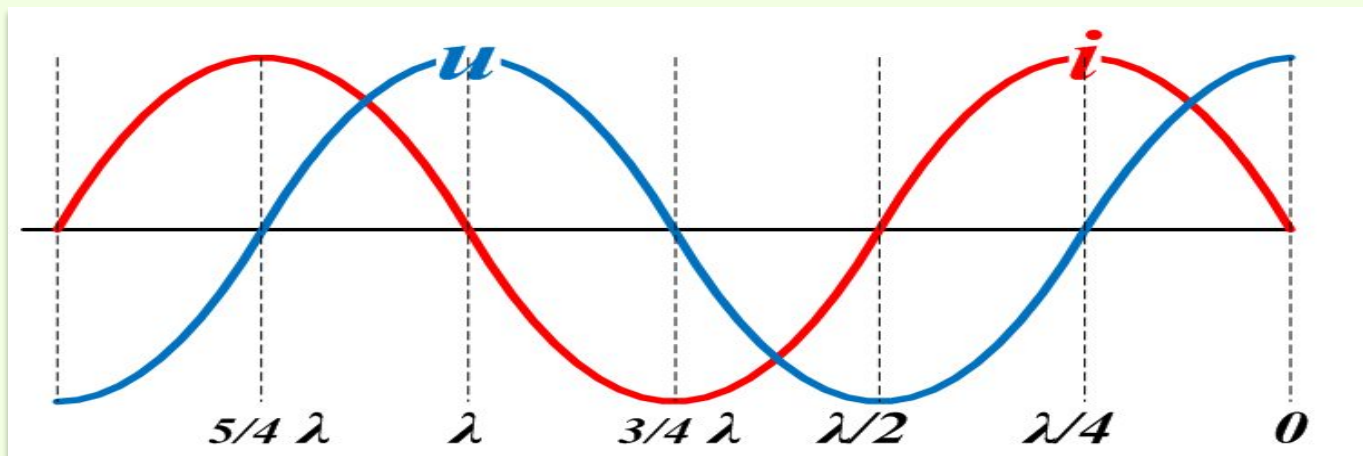
## Свойства режима стоячих волн в разомкнутой линии

*В каждом сечении линии имеют место синусоидальные, изменения напряжения и тока во времени.*

*Фаза напряжения (тока) во всех сечениях линии одинакова. Синфазность напряжения означает, что во всей линии напряжение или равно нулю, или достигает максимума в один и тот же момент времени, но эти максимумы для разных сечений различны.*

*Закон изменения амплитуды напряжения (тока) периодический, косинус для напряжения и синус для тока.*

*В любой точке линии колебание тока опережает напряжение по фазе на  $90^\circ$*





На расстоянии от конца разомкнутой линии кратной половине длины волны ( $\lambda/2$ ), имеем максимальную амплитуду напряжения при этом амплитуда тока равна нулю. Такие сечения называются **пучностями** напряжения и **узлами** тока. Если же координата кратна нечетному числу ( $\lambda/4$ ), то в этих сечениях всегда наблюдаются узлы напряжения и пучности тока.

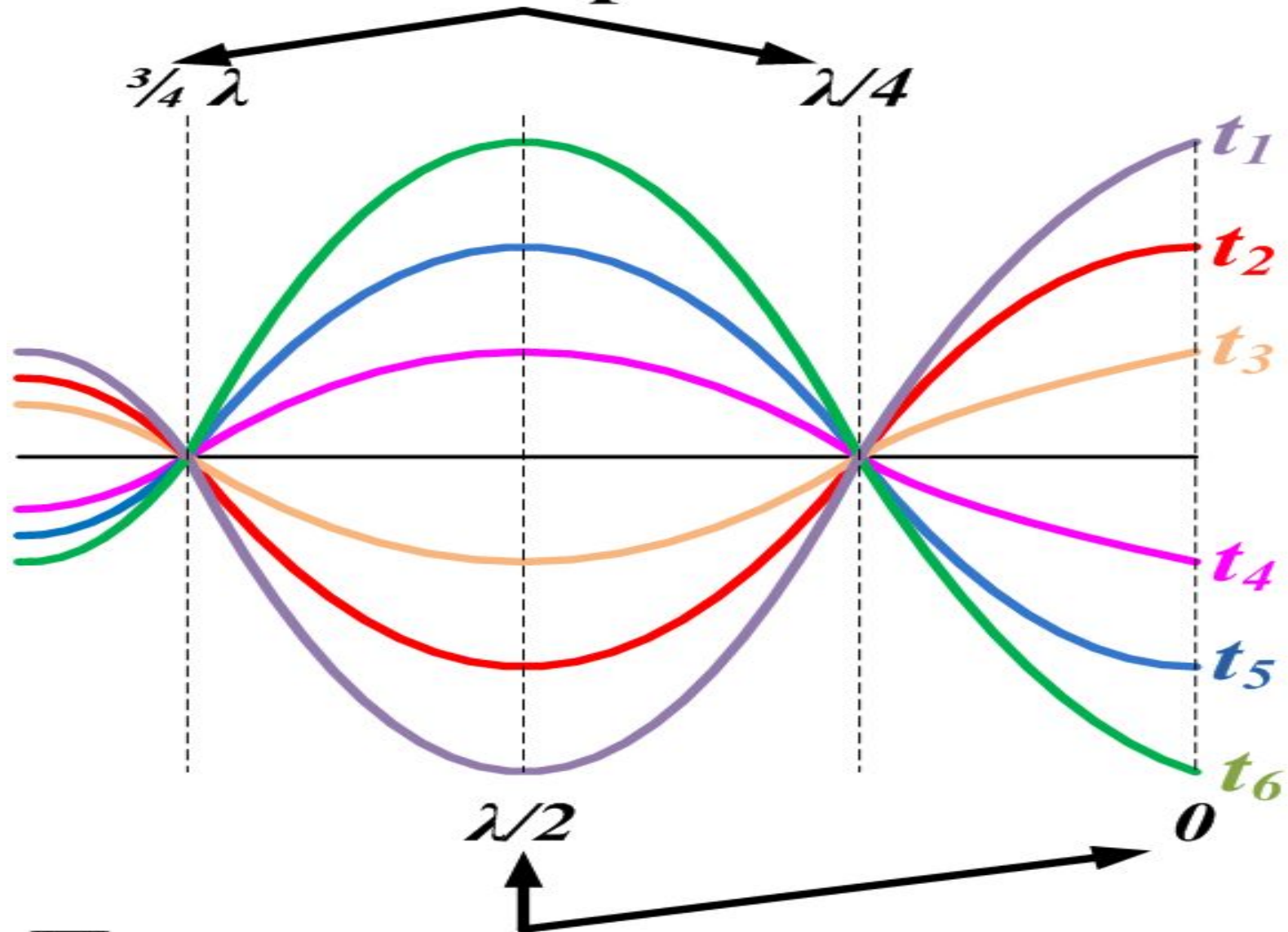
Отношение амплитуды напряжения в его **пучности** к амплитуде тока в его **пучности** равно волновому сопротивлению линии.

$$U_{\text{п}} / I_{\text{п}} = Z_{\text{в}}$$

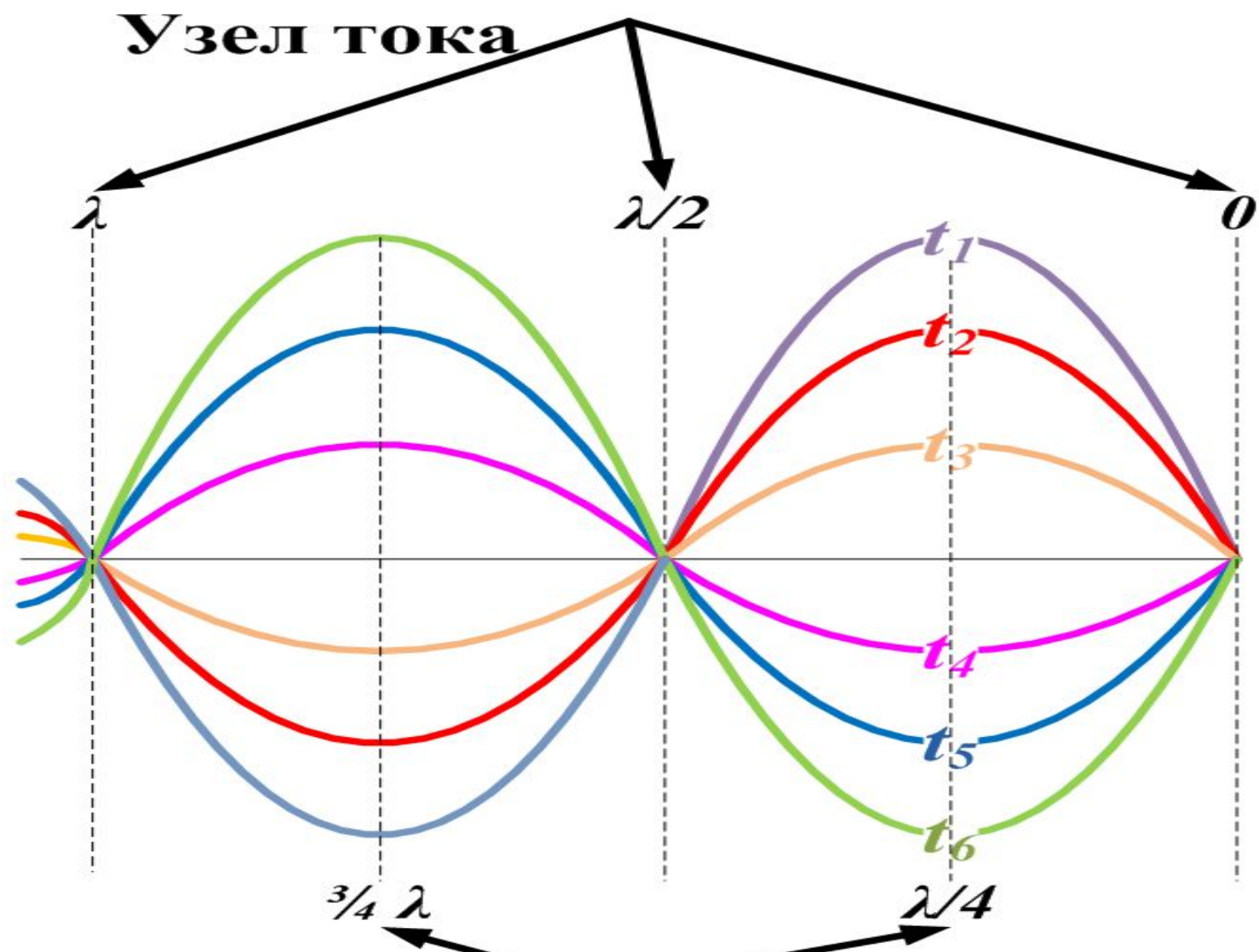
Тока на конце линии нет, нет и магнитного поля. Это означает, что в конце разомкнутой линии энергия магнитного поля падающей волны переходит в энергию электрического поля, напряжение в конце линии удваивается, в связи с чем возникает отраженная бегущая волна.



**Узел напряжения**



**Пучность напряжения**



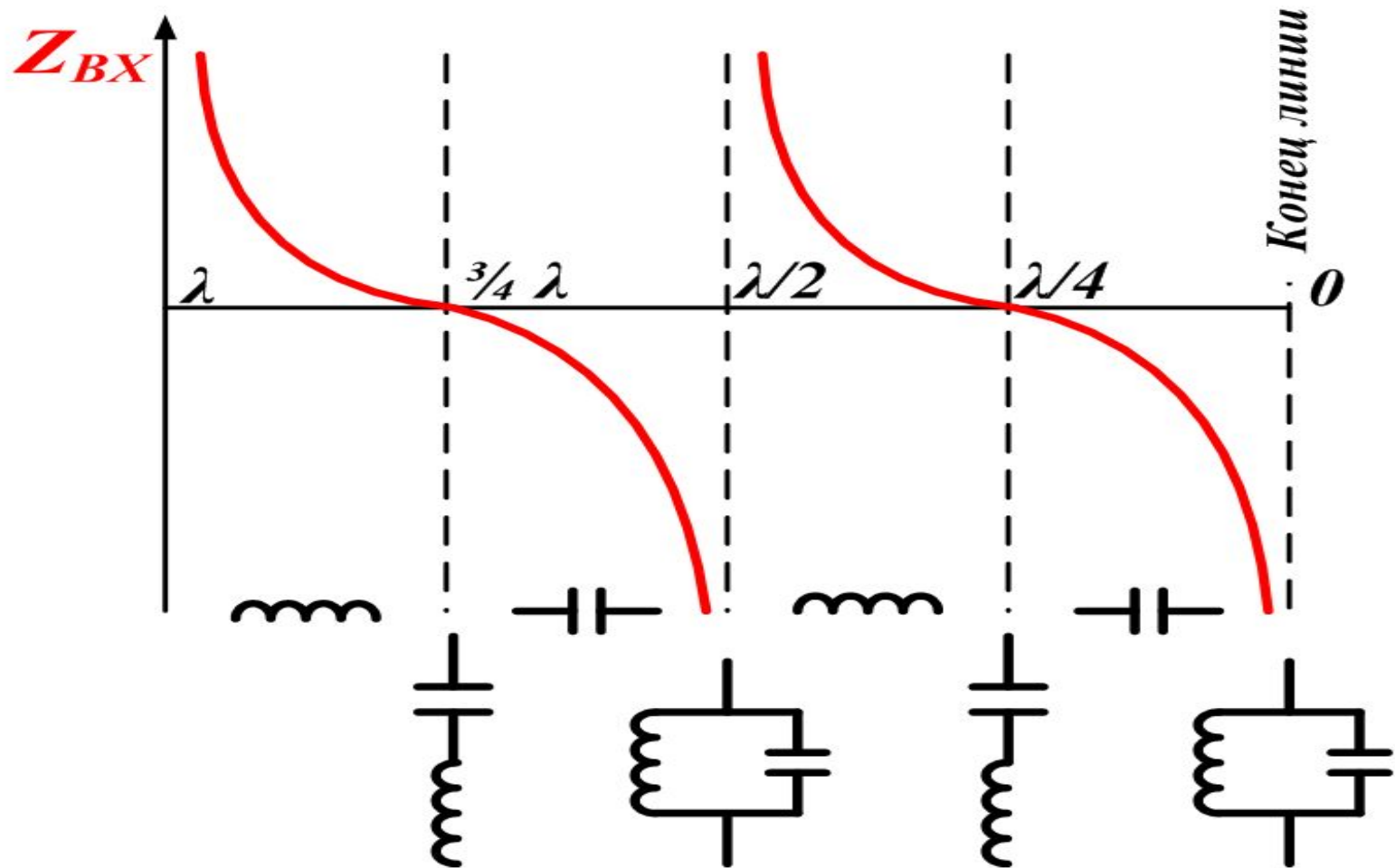
**Узел тока**

**Пучность тока**

Если разделить выражение  $u_x$  для амплитуды напряжения на выражение  $i_x$  для амплитуды тока и учесть, что опережение напряжения током на  $90^\circ$  отмечается символом  $-j$ , то получится входное сопротивление разомкнутой линии

Учитывая, что отношение амплитуд напряжения и тока представляет собой волновое сопротивление линии,

$$Z_{вх} = -jZ_B \operatorname{ctg}(2\pi/\lambda)x$$

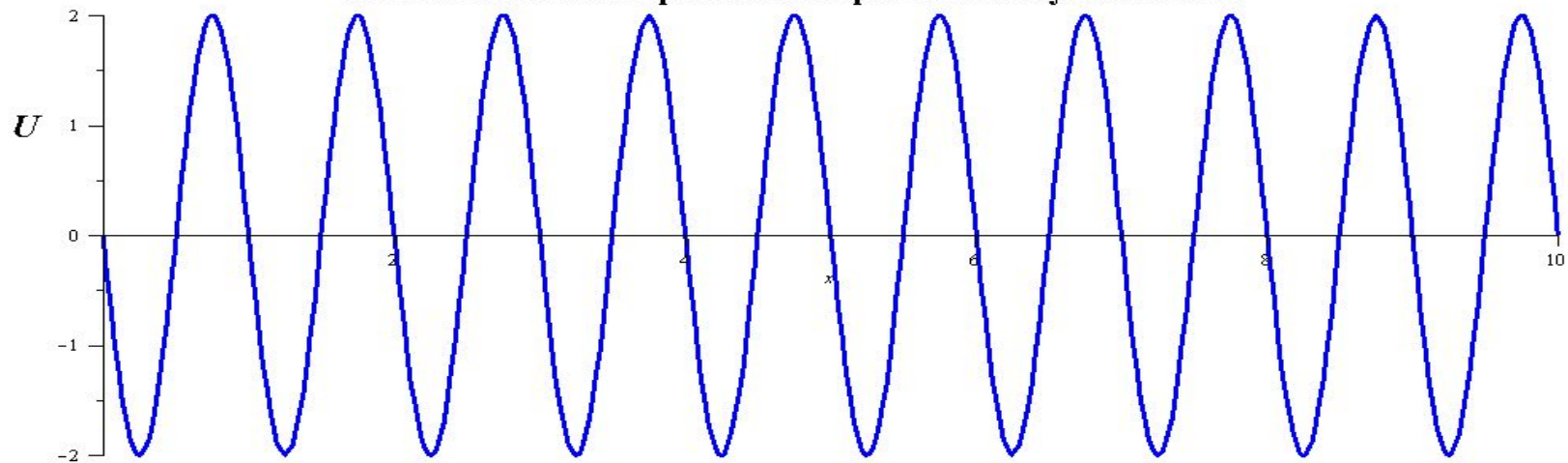


Зависимость входного  
сопротивления разомкнутой линии  
без потерь от её длины

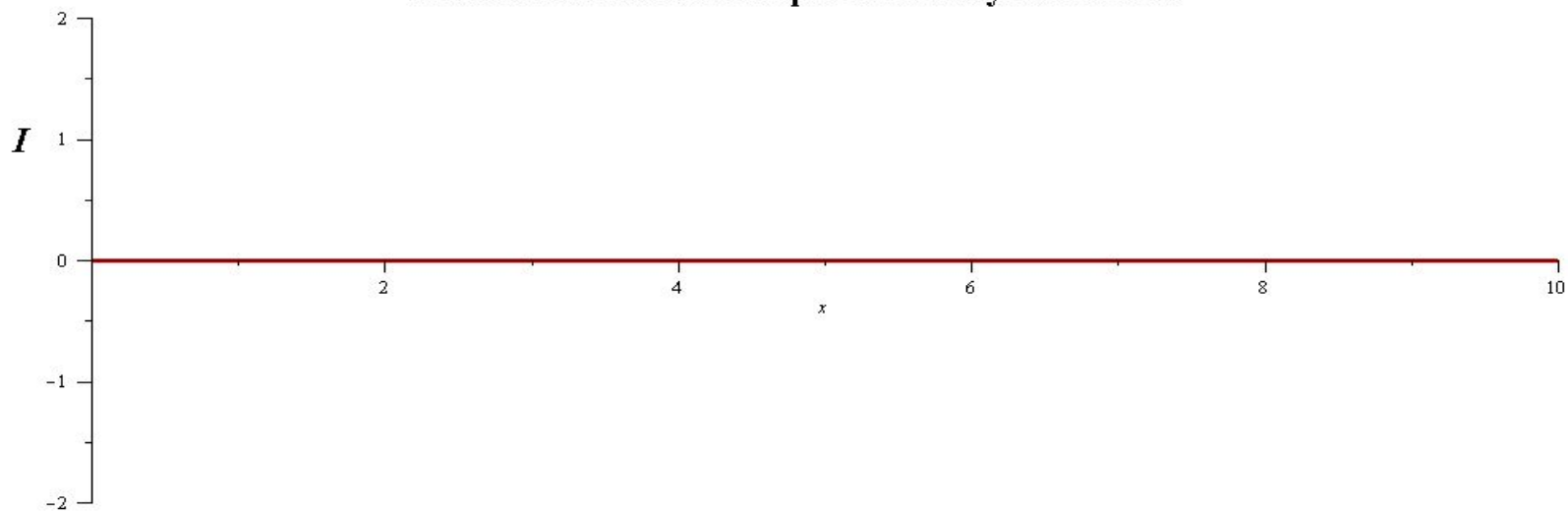
# Короткозамкнута длинная



Стоячая волна напряжения короткозамкнутой линии



Стоячая волна тока короткозамкнутой линии



## Свойства режима стоячих волн в замкнутой линии

В каждом сечении линии имеют место синусоидальные, изменения напряжения и тока во времени.

Фаза напряжения (тока) во всех сечениях линии одинакова.

Пучности тока и узлы напряжения наблюдаются в точках линии кратных половине длины волны. Узлы тока и пучности напряжения имеют место в точках координата которых кратна нечетному числу  $\lambda/4$ .

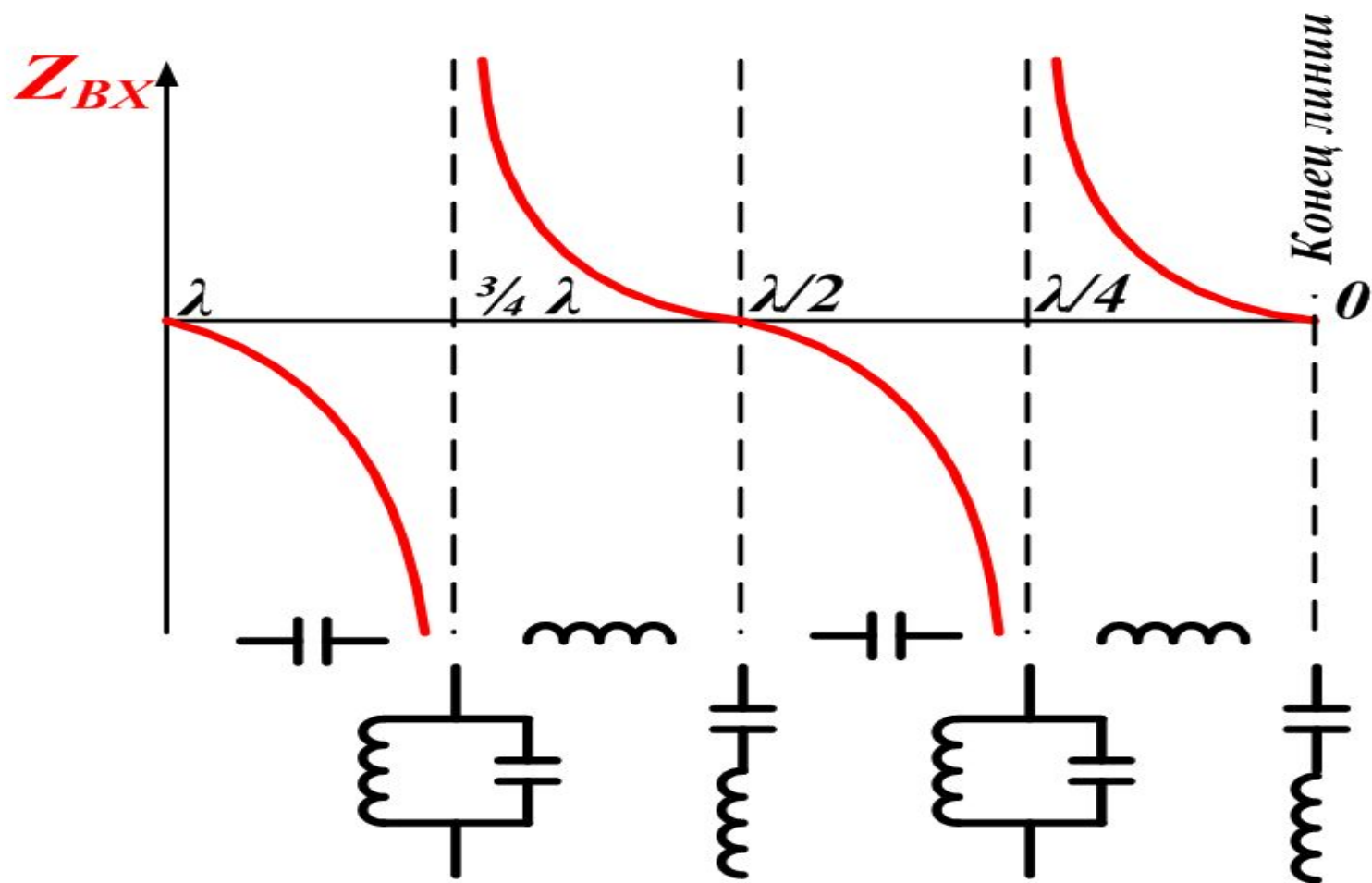
Отношение амплитуды напряжения в его пучности к амплитуде тока в его пучности равно волновому сопротивлению линии.

В любой точке линии колебание напряжения опережает ток по фазе на  $90^\circ$



Электрическое поле в конце линии полностью преобразуется в магнитное.



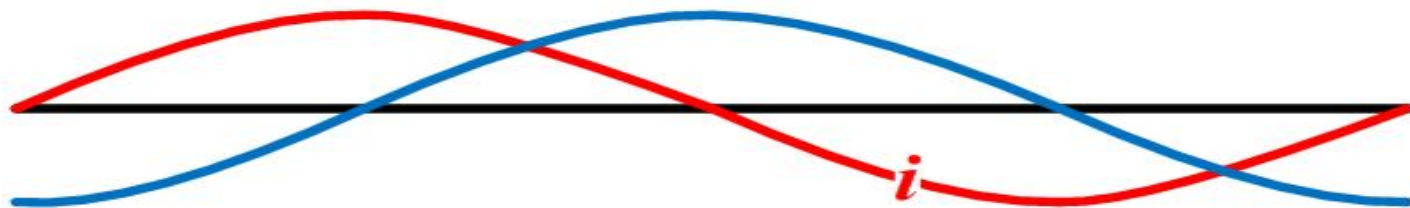
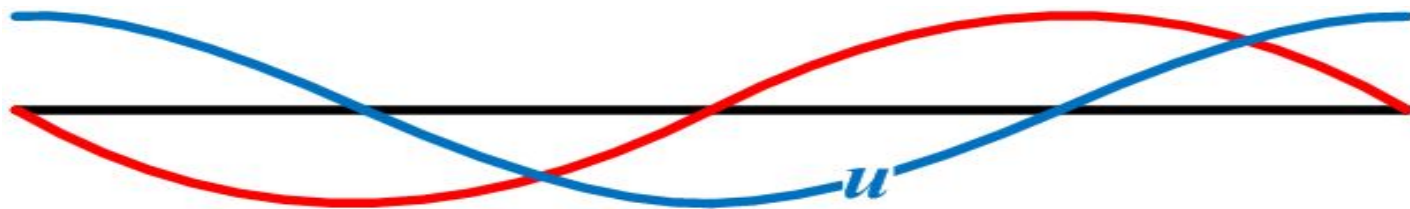


Зависимость входного сопротивления  
линии, короткозамкнутой на конце,  
от её длины

# РЕАКТИВНАЯ НАГРУЗКА

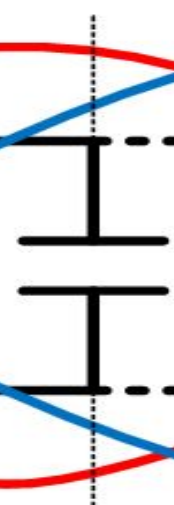
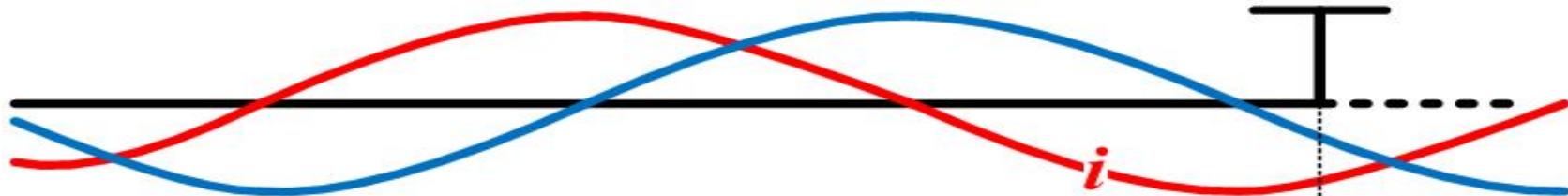
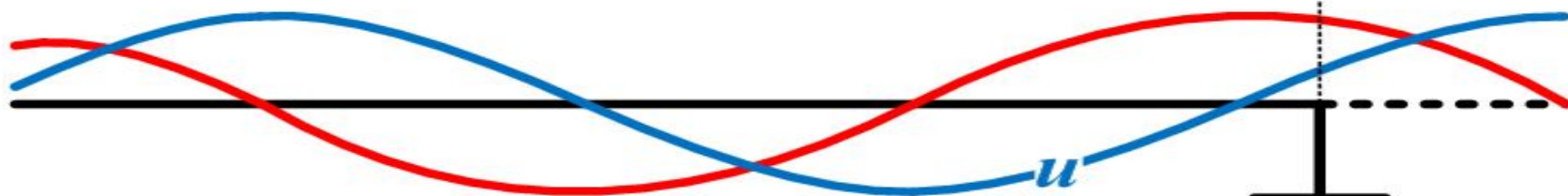
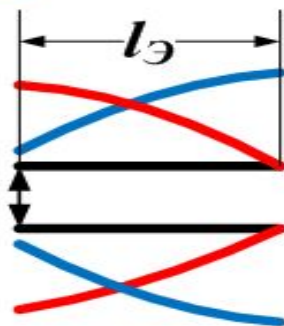
Для выяснения характера распределения стоячих волн при нагрузке линии на реактивное сопротивление удобно заменить включенную на конце нагрузку соответствующим отрезком разомкнутой линии. Найдем длину эквивалентного отрезка линии, реактивное сопротивление которого равно сопротивлению нагрузки, и присоединим его мысленно к концу линии вместо нагрузки. На получившейся удлиненной разомкнутой линии строим распределение токов и напряжений. Та часть графика, которая расположится на реальном участке, и будет представлять новое деление стоячих волн в линии.

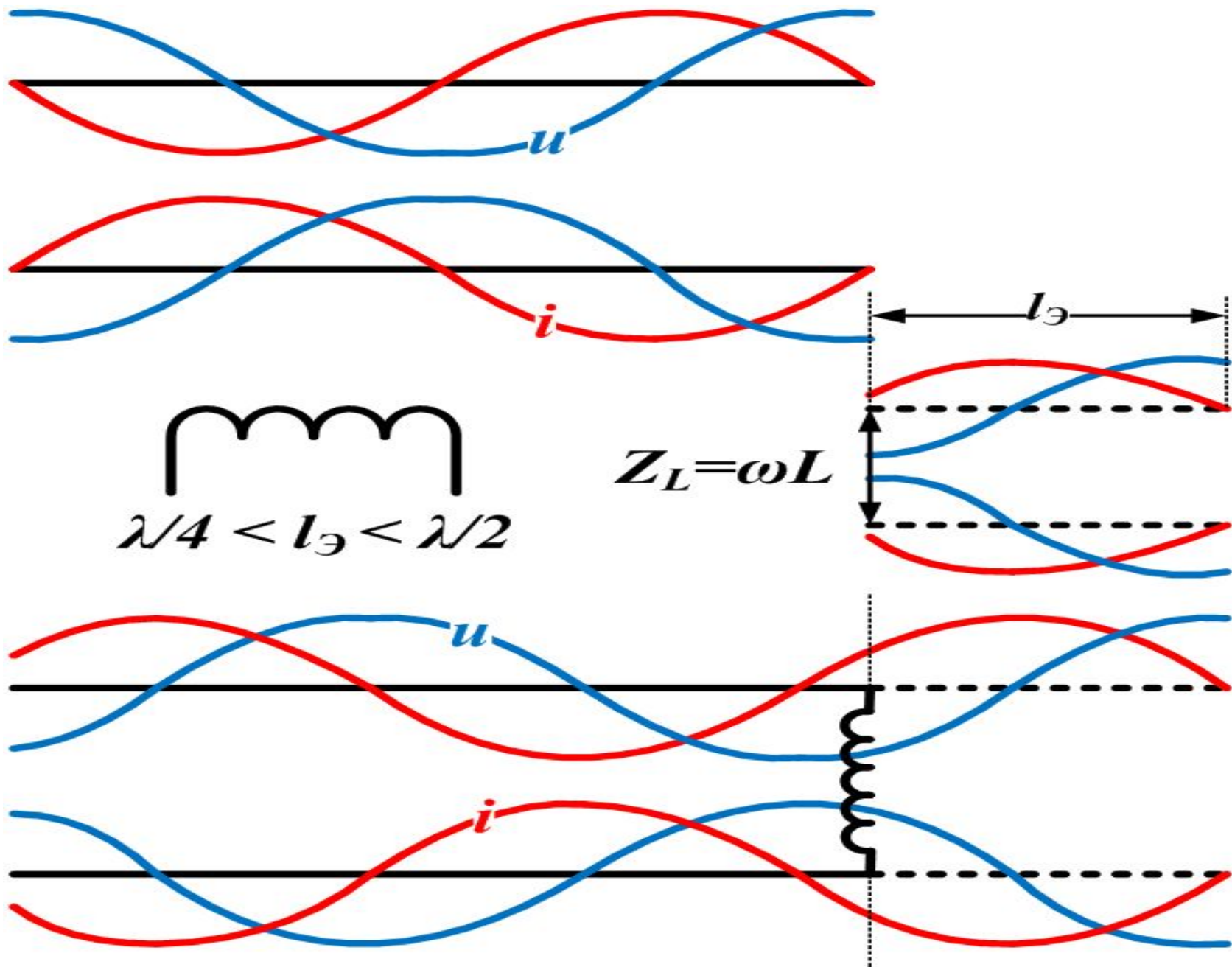


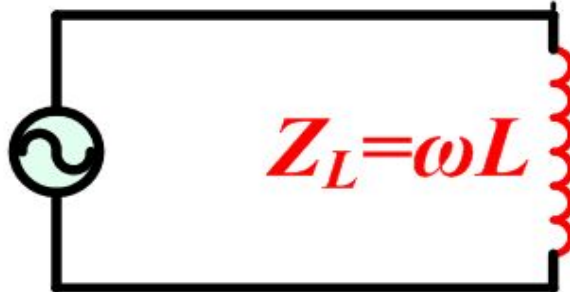
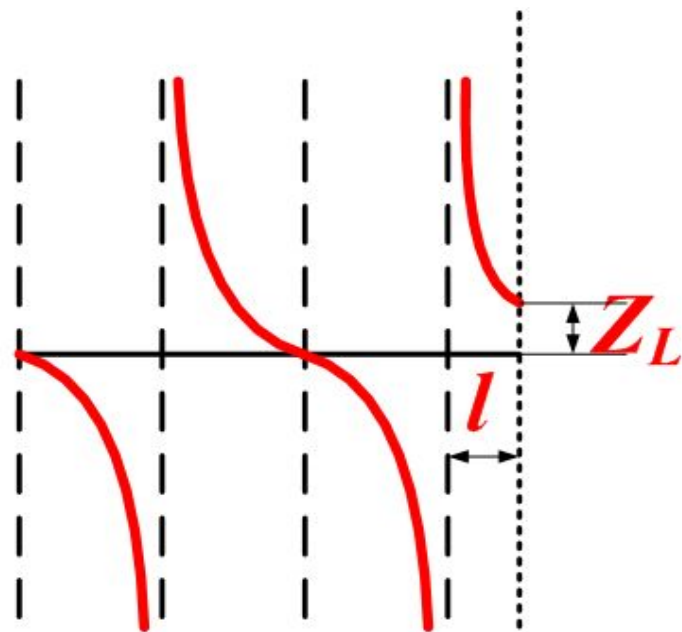
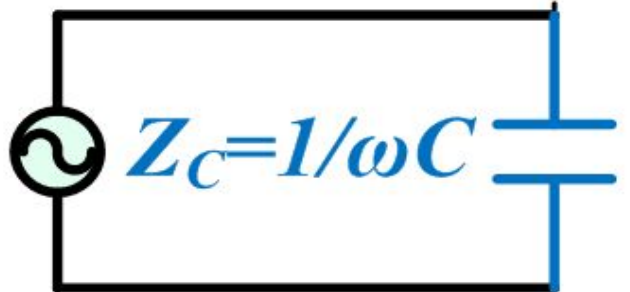
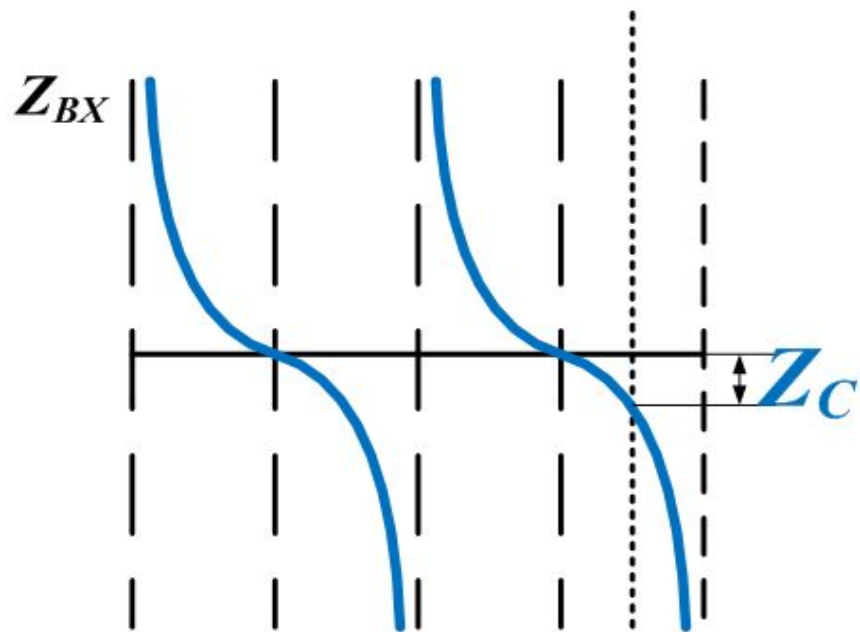


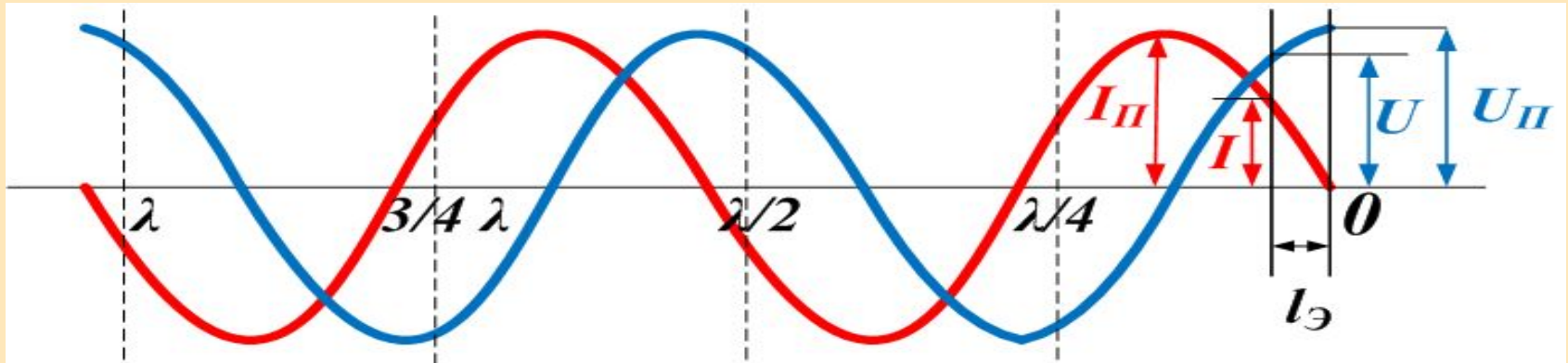
$$\begin{array}{c}
 \text{---} \perp \perp \text{---} \\
 0 < l_3 < \lambda/4
 \end{array}$$

$$Z_C = 1/\omega C$$









## Особенности линии, нагруженной на реактивное сопротивление

- 1) Линия работает в режиме стоячих волн.
- 2) Амплитудные значения напряжения и тока распределяются вдоль такой линии, как на разомкнутой, длина которой отличается от первой на некоторую величину  $l_{\text{Э}}$ ; на этот же отрезок  $l_{\text{Э}}$  смещена пучность напряжения относительно места подключения реактивной нагрузки;

# Режим смешанных волн

– это режим работы длинной линии при котором часть энергии падающей бегущей волны поглощается нагрузкой, а оставшаяся отражается. Электромагнитные волны, возникающие в режиме смешанных волн, называются смешанными.

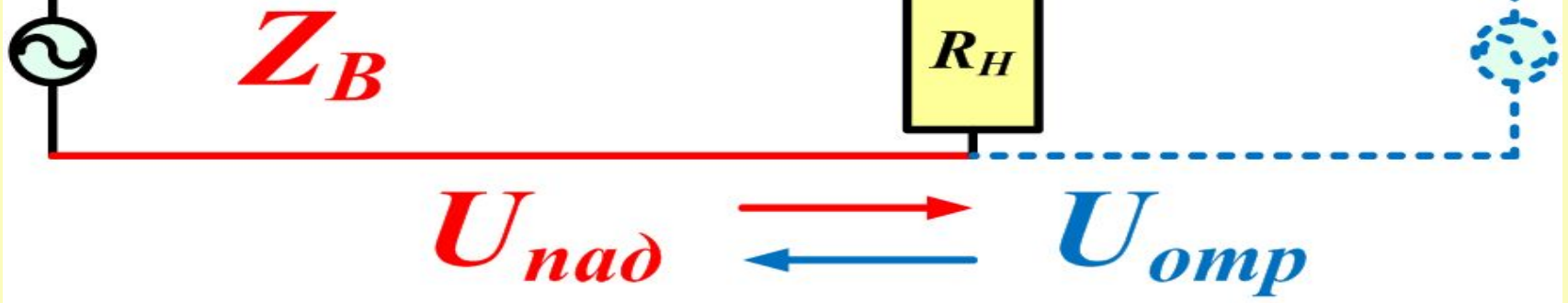
Линия работает в режиме смешанных волн в следующих случаях:

сопротивление нагрузки чисто активное, но не равно волновому

$$R_H \neq Z_B$$

сопротивление нагрузки активно-реактивное

$$Z_H = R_H + jZ_H$$



Для количественной оценки степени согласования длинной линии с нагрузкой используют введённое советским учёным Пистолькорсом А.А. понятие **коэффициента бегущей волны**, который **равен отношению минимума амплитуды (действующего значения) напряжения или тока в линии к максимуму амплитуды (действующего значения) соответствующей функции.**

$$K_{ВВ} = U_{\min} / U_{\max}$$

$$U_{\min} = U_{\text{пад}} - U_{\text{отр}},$$

$$U_{\max} = U_{\text{пад}} + U_{\text{отр}}$$

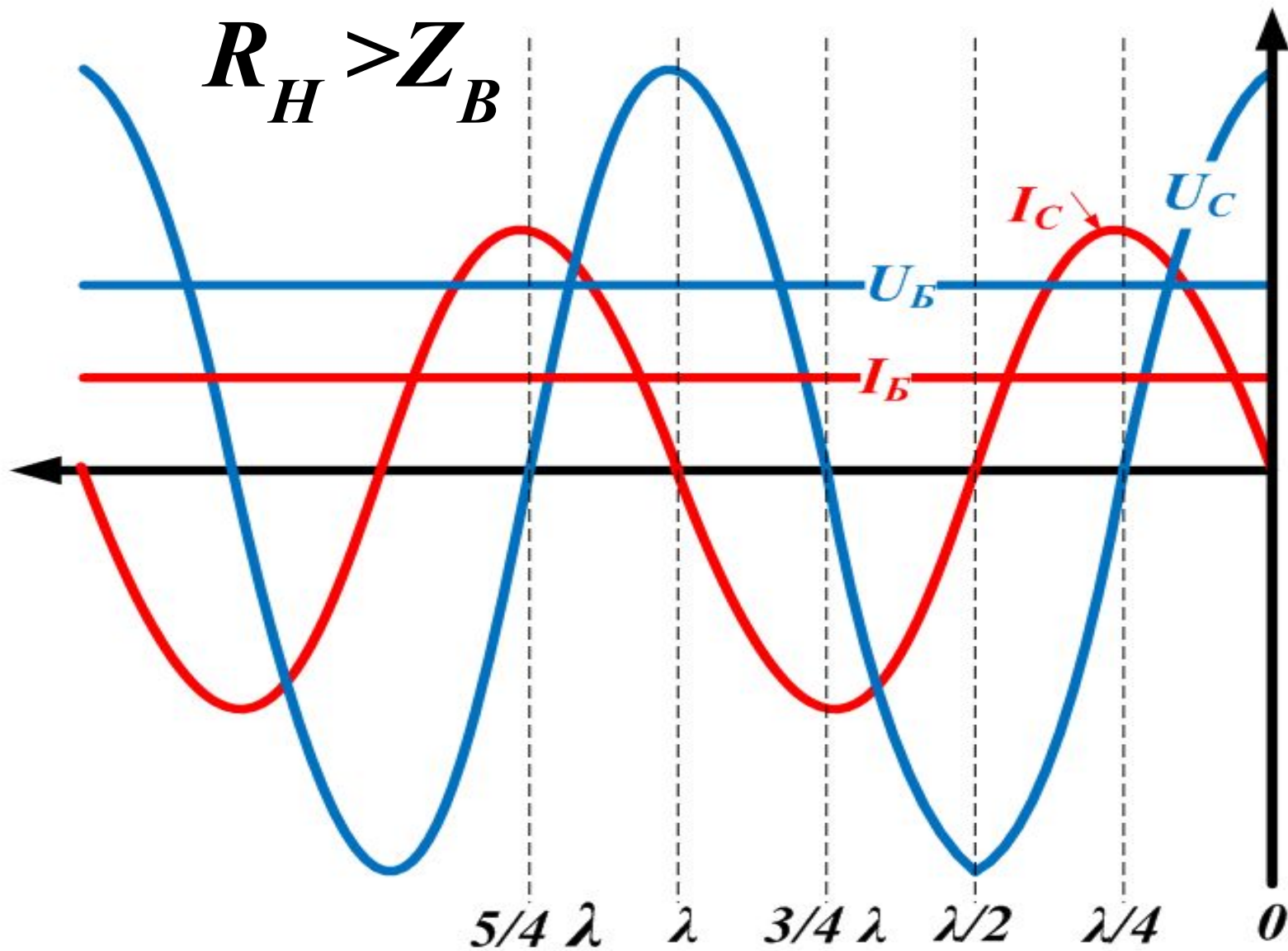
$$K_{ВВ} = (U_{\text{пад}} - U_{\text{отр}}) / (U_{\text{пад}} + U_{\text{отр}})$$

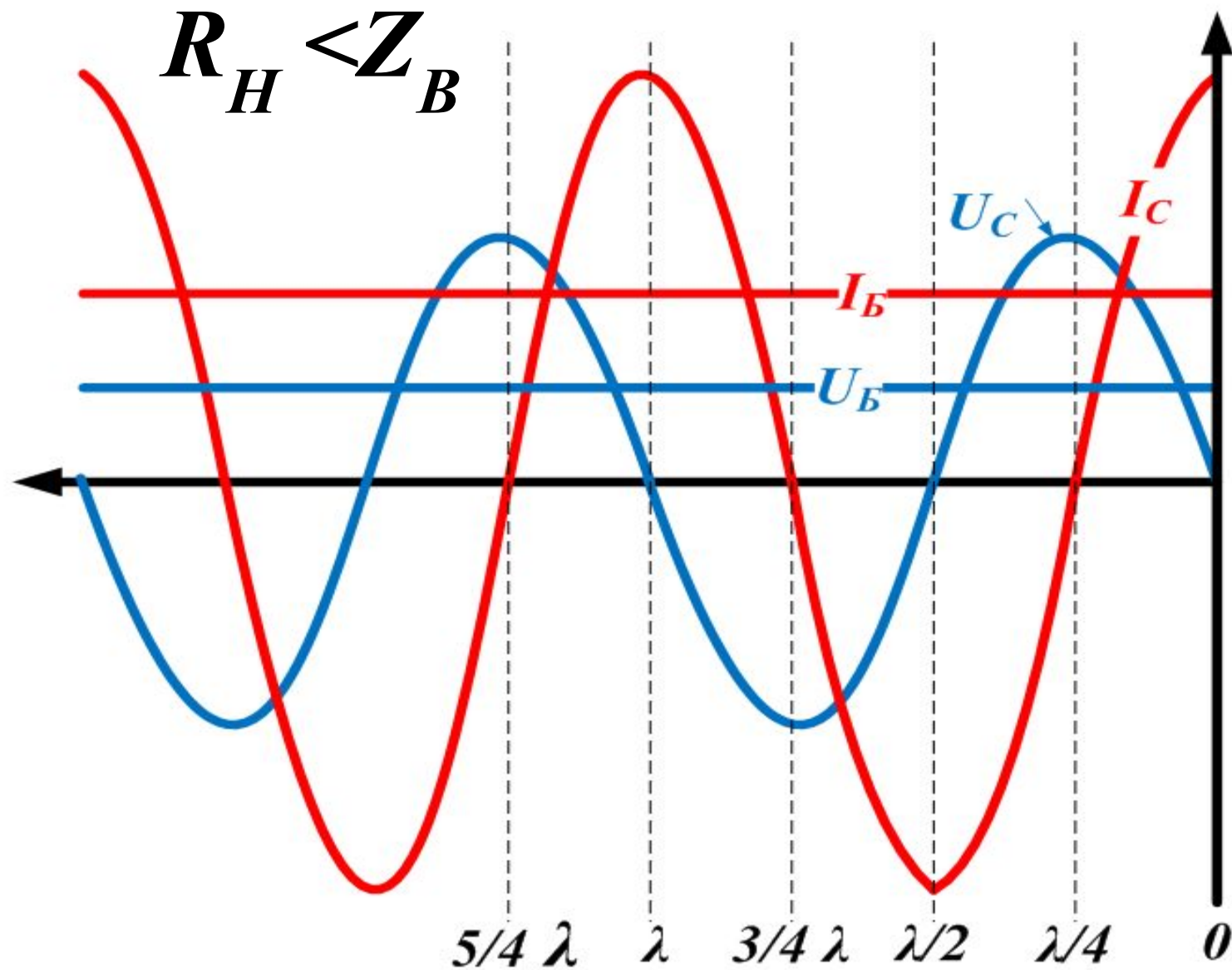
$$0 \leq K_{ВВ} \leq 1$$

$$K_{СВ} = 1 / K_{ВВ} \quad 1 \leq K_{СВ} \leq \infty$$



$$R_H > Z_B$$







# Заключение

Однородная линия на всем своем протяжении представляет для бегущей волны тока активное сопротивление, равное волновому  $Z_в$ , и поэтому, когда сопротивление нагрузки  $R_n = Z_в$ , тогда энергия падающей волны полностью поглощается в нагрузке. В такой линии распространяются только бегущие волны.

Если идеальная линия на конце разомкнута, замкнута накоротко или замкнута на реактивное сопротивление, то энергия падающей волны вовсе не потребляется и полностью отражается от конца линии к генератору. В результате возникают чисто стоячие волны, на поддержание которых генератор никакой энергии не затрачивает.

Если нагрузкой линии является комплексное сопротивление или активное сопротивление, не равное волновому, то в линии существуют смешанные волны. В данном случае часть энергии падающей волны поглощается в нагрузке (бегущая волна), а другая часть отражается к генератору (стоячая волна).

*Входное сопротивление линии, работающей в режиме бегущих волн, равно волновому и активно по характеру.*

Линия, работающая в режиме стоячих волн, имеет реактивное входное сопротивление, которое делает ее эквивалентной настроенному в резонанс или расстроенному колебательному контуру.

При наличии в линии смешанных волн ее входное сопротивление содержит активную и реактивную составляющие.

## **Задание на самоподготовку:**

- 1. Изучить материал по конспекту лекций.**
- 2. [1] С. 260 – 312.**