ВУНЦ ВВС «ВВА» (филиал, г. Краснодар)

Кафедра физики и электротехники

Учебная дисциплина

Электротехника и электроника

Тема 1/2

Законы Кирхгофа

Лекция № 2

<u>Учебные вопросы:</u>

1. Первый и второй законы Кирхгофа

2. Последовательное соединение элементов электрической цепи. Делители напряжения

3. Параллельное соединение элементов электрической цепи. Делители тока

<u>Литература</u>:

Бухонский М.И., Найдёнов С.В., Тельнов Г.В. Электротехника и электроника. Аналоговая схемотехника. Часть 1: Учебное пособие.– Краснодар: Филиал ВУНЦ ВВС «ВВА имени проф. Н.Е.Жуковского и Ю.А.Гагарина» (г. Краснодар), 2011.– с. 26-52.

1. Первый и второй законы Кирхгофа.

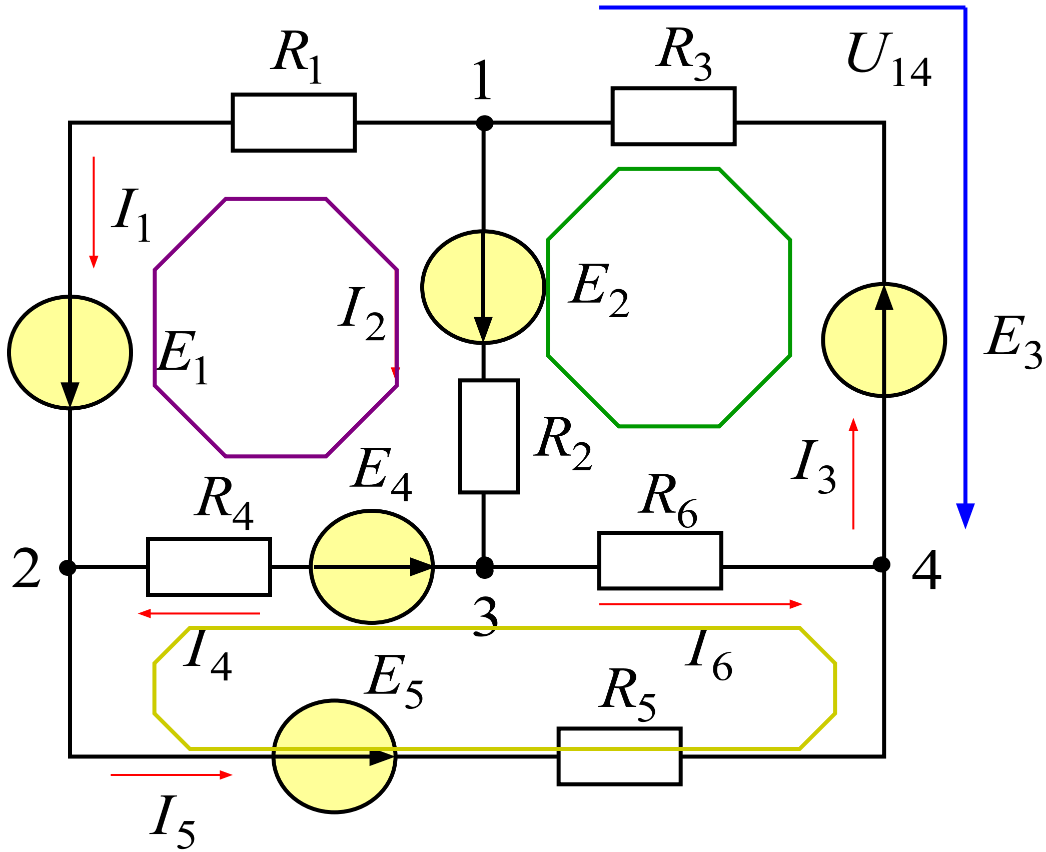
В 1845 г. немецким физиком Г. Кирхгофом были сформулированы два закона разветвленных электрических цепей, которые имеют огромное значение для теоретической и практической электротехники. Законы Кирхгофа являются двумя основными постулатами, на которых построена теория цепей.

Первый закон Кирхгофа – закон токов Кирхгофа (ЗТК) применяется к узлам ЭЦ.

Второй закон Кирхгофа – закон напряжений Кирхгофа (ЗНК) применяется к контурам ЭЦ .

Ветвь электрической цепи и ее схемы - участок, состоящий из последовательно соединенных элементов с одним и тем же током.

Узел электрической цепи - место соединения трех и более ветвей (1,2,3,4).



Контур электрической цепи - замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям, при этом каждый узел в рассматриваемом контуре встречается не более одного раза.

1-й закон токов Кирхгофа (ЗТК): **алгебраическая сумма токов ветвей, сходящихся в любом узле электрической цепи, равна нулю:**

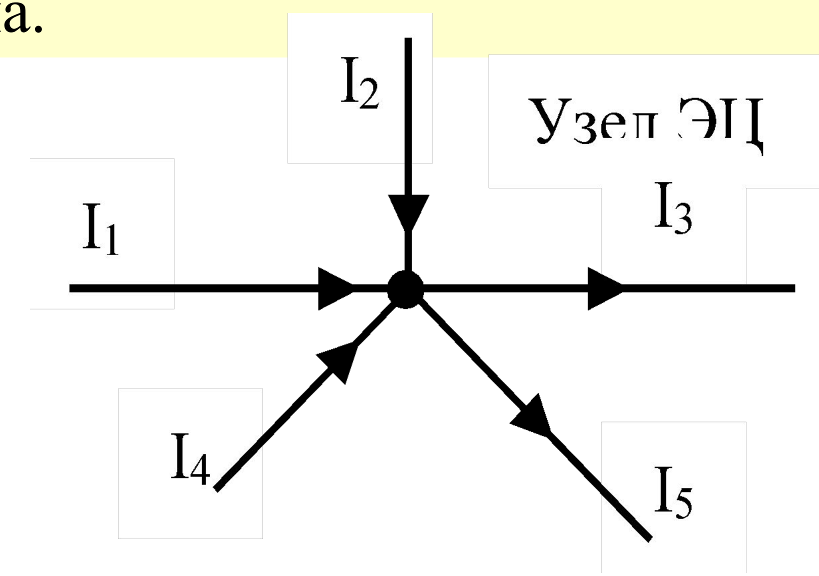
$$\sum_{k=1}^{m} I_K = 0$$

где m –количество ветвей узла.

Физически этот закон отражает то, что в узлах не могут накапливаться электрические заряды. При этом для всех токов положительное направление должно быть выбрано одинаковым образом к узлу или от узла.

$$-I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 = 0$$

$$I_3 + I_5 = I_1 + I_2 + I_3$$



$$
\left.\begin{array}{ll}
\text{äëÿ óçëà1} & -I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\
\text{äëÿ óçëà2} & -I_5 + I_1 + I_4 = 0 \\
\text{äëÿ óçëà3} & -I_4 - I_6 + I_2 = 0 \\
\hline
\text{äëÿ óçëà4} & -I_3 + I_5 + I_6 = 0
\end{array}\right\}
$$

Если в электрической схеме имеются источники тока, то они должны учитываться при составлении уравнений для соответствующих узлов. Другая формулировка первого закона Кирхгофа: алгебраическая сумма токов ветвей равна алгебраической сумме токов, обусловленных источниками тока:

$$
\sum_{k=1}^{m} I_k = \sum_{n=1}^{p} J_n
$$

где p – количество источников тока подсоединенных к рассматриваемому узлу. Ток , берется со знаком «+», если он направлен к узлу, из него «–».

2-й закон напряжений Кирхгофа (ЗНК): **алгебраическая сумма напряжений ветвей в любом контуре электрической цепи равна нулю:**

$$\sum_{k=1}^{l} U_k = 0$$

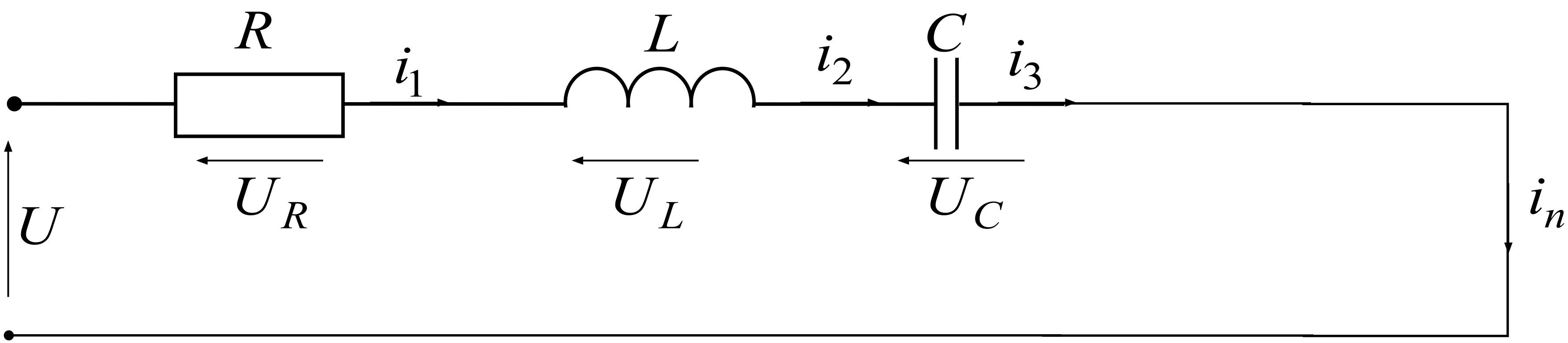
$$\left.\begin{aligned} &\textit{для контура } 1-3-2-1 \quad E_1 - I_1R_1 - E_2 + I_2R_2 + E_4 + I_4R_4 = 0 \\ &\textit{для контура } 1-4-3-1 \quad E_2 - I_3R_3 + E_3 - I_6R_6 - I_2R_2 = 0 \\ &\textit{для контура } 2-3-4-2 \quad -E_4 - I_4R_4 + I_6R_6 - I_5R_5 + E_5 + = 0 \end{aligned}\right\}$$

другая формулировка второго закона Кирхгофа: **в любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма напряжений на всех элементах контура, равна алгебраической сумме Э.Д.С., действующих в этом контуре:**

$$\sum_{k=1}^{m} I_k R_k = \sum_{n=1}^{p} E_n$$

2. Последовательное соединение элементов цепи. Делитель напряжения.

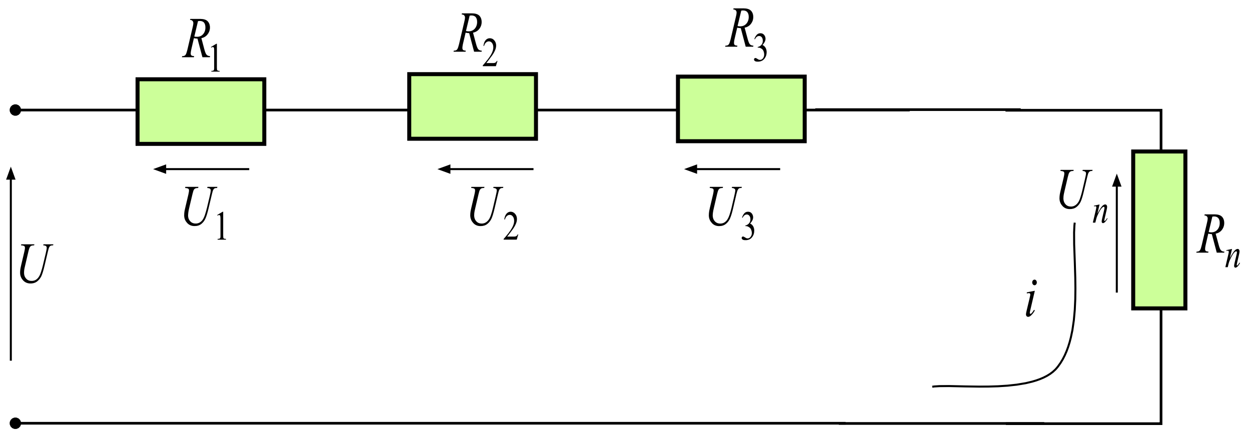
Последовательное соединение элементов - при котором конец одного элемента соединен с началом другого элемента, образуя простой узел.



На основании закона сохранения количества электричества следует **основное свойство последовательного соединения элементов - токи во всех элементах последовательного соединения одинаковы:**

$$i = i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_n$$

Последовательное соединение активных сопротивлений



$$U - U_1 - U_2 - U_3 - \ldots - U_n = 0 \quad \text{или} \quad U = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$$

В соответствии с законом Ома

$$iR_Э = iR_1 + iR_2 + iR_3 + \ldots + iR_n \quad \text{т.к.} \quad \boldsymbol{i} \quad \text{одинаков, то}$$

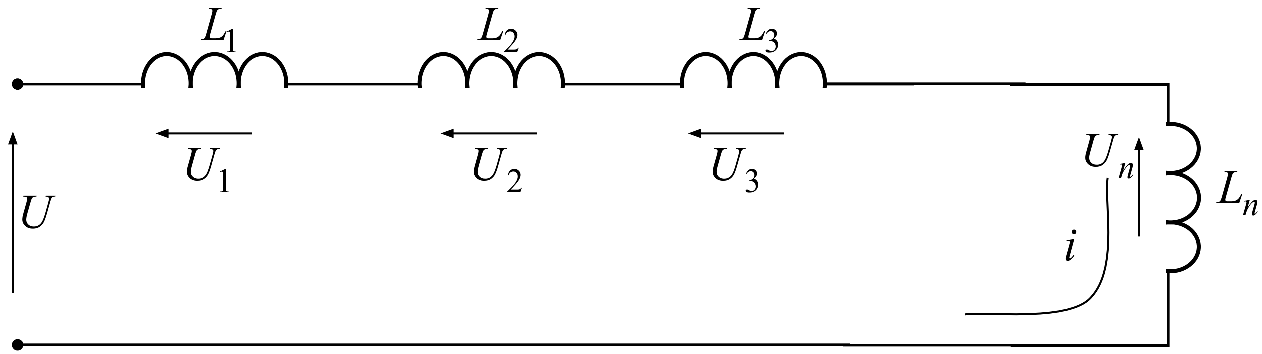
$$R_Э = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n$$

Эквивалентное сопротивление последовательно соединенных активных сопротивлений равно сумме всех активных сопротивлений данной электрической цепи.

Следствие:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Последовательное соединение индуктивностей.



Имеем $U_K = L_K \dfrac{di}{dt}$. Тогда:

$$L_Э \frac{di}{dt} = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + L_3 \frac{di}{dt} + \dots + L_n \frac{di}{dt}$$

. Т.к. $\dfrac{di}{dt}$ одинаков

$$L_Э = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$$

эквивалентная (общая) индуктивность последовательного соединения индуктивностей равна сумме индуктивностей, образующих последовательное соединение.

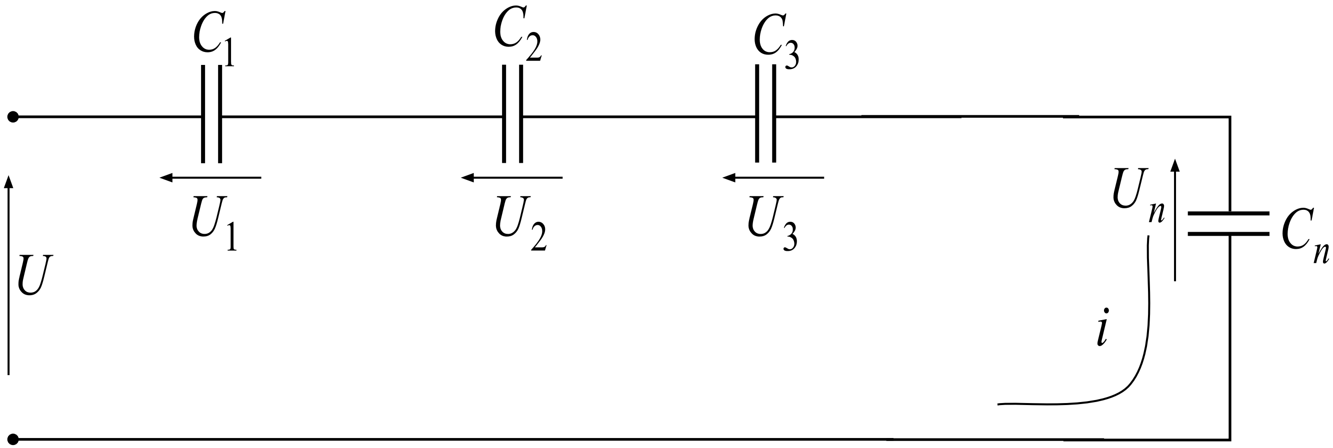
Следствие:

Имеем: $$i_K = \frac{1}{L_K}\int U_K\,dt$$ Тогда:

$$\frac{U_1}{L_1} = \frac{U_2}{L_2} \qquad \text{или} \qquad \frac{U_1}{U_2} = \frac{L_1}{L_2} \quad .$$

Вывод: напряжения на последовательно соединенных индуктивностях распределяются пропорционально величинам индуктивностей, входящих в последовательное соединение.

Последовательное соединение емкостей



Известно, что $$U_K = \frac{1}{C_K}\int i\,dt$$

$$\frac{1}{C_Э}\int i\,dt = \frac{1}{C_1}\int i\,dt + \frac{1}{C_2}\int i\,dt + \frac{1}{C_3}\int i\,dt + \dots + \frac{1}{C_n}\int i\,dt$$ получим

$$\frac{1}{C_Э} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

при последовательном соединении емкостей обратная величина эквивалентной емкости равна сумме обратных величин всех емкостей, входящих в данное соединение.

- Следствия:
- для двух последовательно соединенных емкостей:

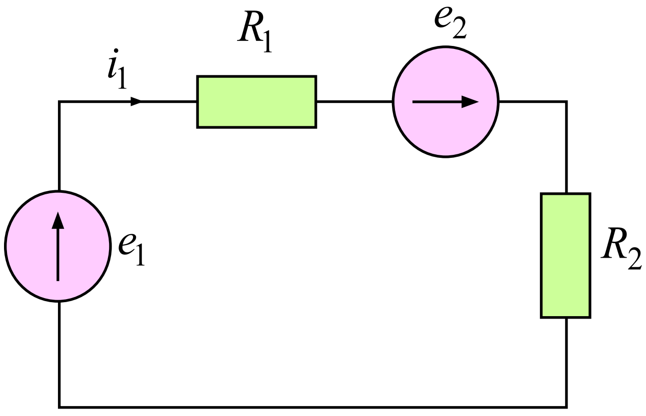
$$C_Э = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad .$$

- **Вывод: эквивалентная емкость последовательно соединенных емкостей меньше наименьшей из емкостей, входящих в последовательное соединение.**

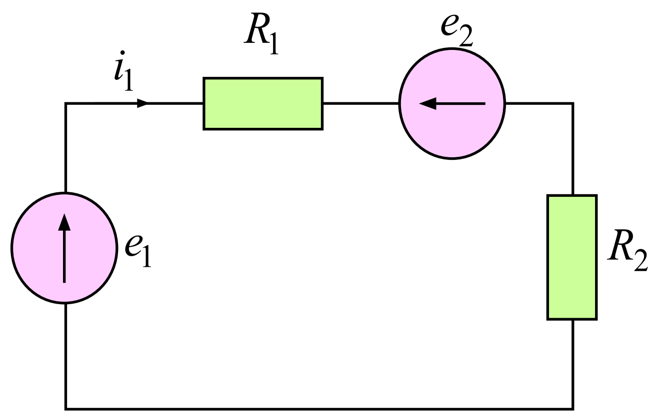
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1} \quad .$$

- **Вывод: при последовательном соединении емкостей напряжения на емкостях распределяются обратно пропорционально величинам емкостей.**

Последовательное соединение активных элементов электрической цепи



а)



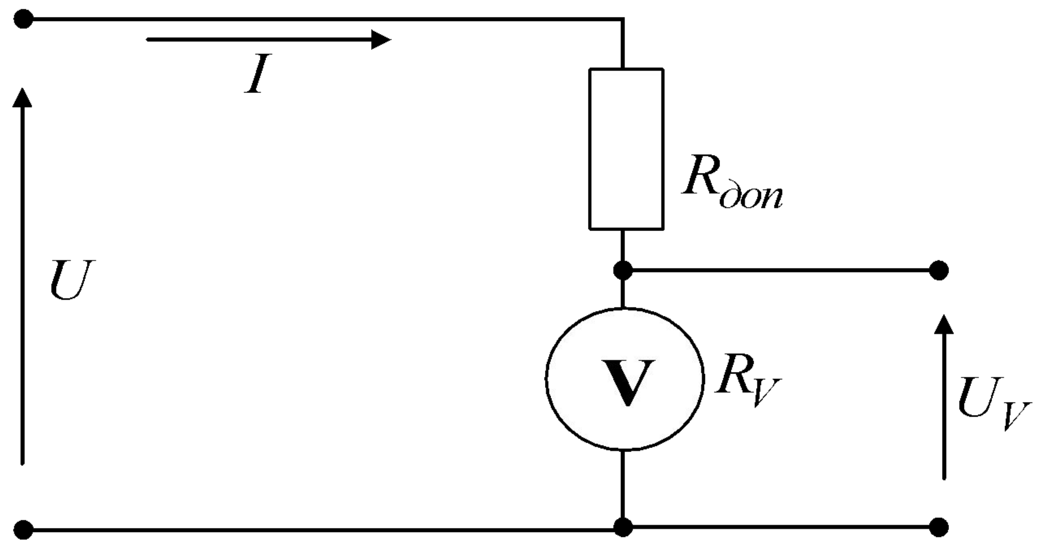
б)

$$i = \frac{e_1 + e_2}{R_1 + R_2}$$

$$i = \frac{e_1 - e_2}{R_1 + R_2}$$

Делитель напряжения

Требуется расширить предел измерения напряжения в $n=U/U_V$ раз путем подключения к нему дополнительного сопротивления R.

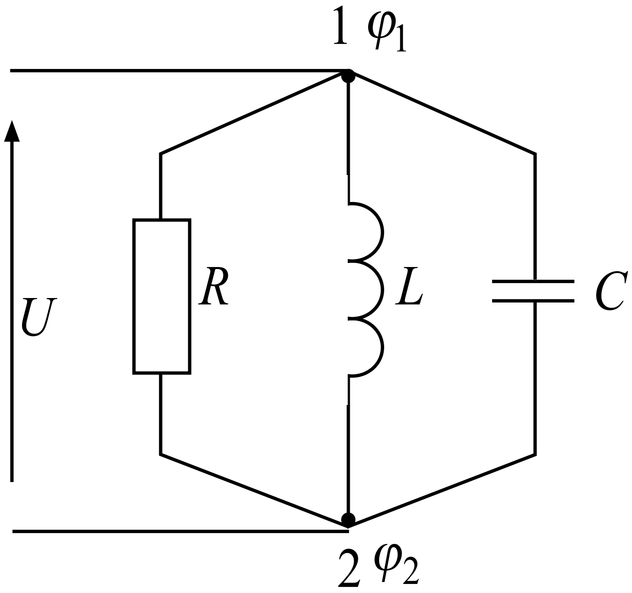


$$R_{доп}=\frac{U_{доп}}{I}=\frac{U-U_V}{U_V/R_V}=\frac{nU_V-U_V}{U_V/R_V}=\frac{U_V(n-1)}{U_V/R_V}=R_V(n-1)$$

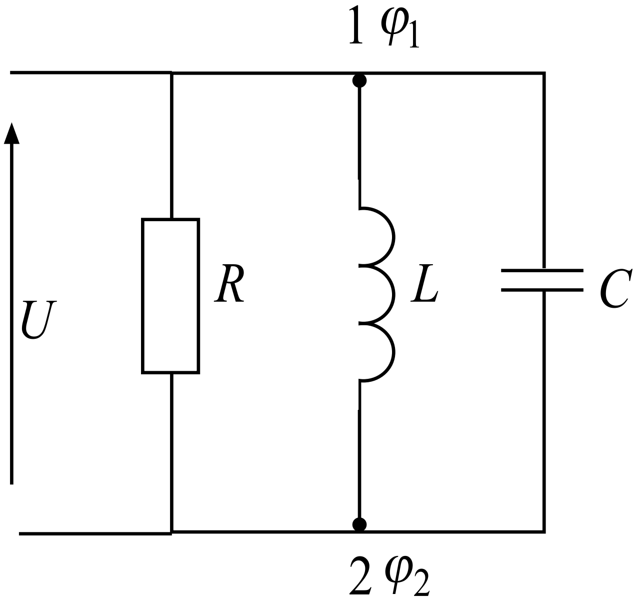
Вывод: **для расширения пределов измерения вольтметра в n раз, последовательно с ним включают резистор с сопротивлением в n раз больше сопротивления вольтметра.**

3. Параллельное соединение элементов цепи. Делитель тока

Очевидно, что $U = \varphi_1 - \varphi_2$

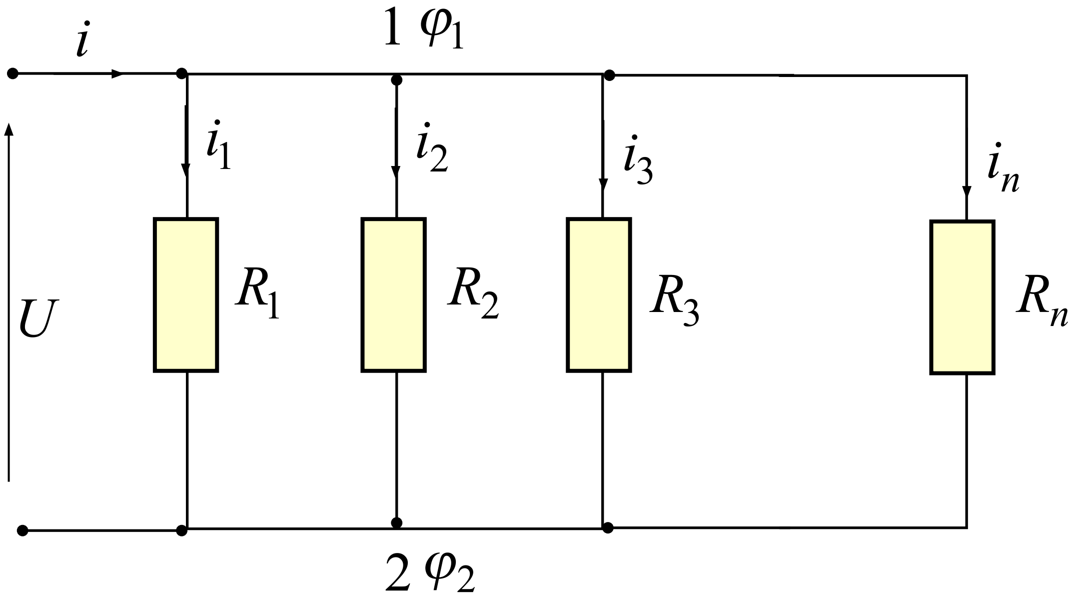


а)



б)

общим свойством параллельного соединения элементов является одинаковое падение напряжения на всех параллельно соединенных элементах.



По ЗТК имеем: $i = i_1 + i_2 + i_3 + \ldots + i_n \quad i_K = \dfrac{U}{R_K}$ Тогда:

$$\frac{U}{R_Э} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} + \ldots + \frac{U}{R_n}$$

Общая проводимость параллельно соединенных сопротивлений равна сумме проводимостей элементов.

Следствия:

$$R_Э = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

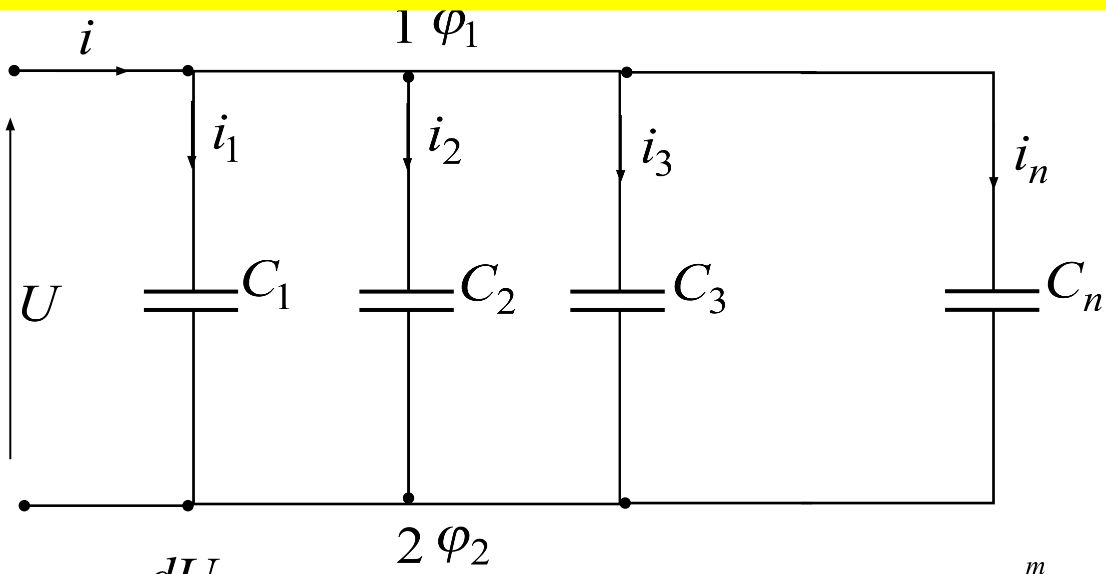
при параллельном соединении резисторов эквивалентное сопротивление меньше наименьшего, входящего в параллельное соединение.

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

токи в параллельных ветвях распределяются обратно пропорционально сопротивлениям ветвей.

Полученные выводы аналогичны для соединения индуктивностей

Параллельное соединение емкостей в электрической цепи.



Имеем: $i_K = C_K \dfrac{dU}{dt}$ тогда с учетом ЗТК $\sum_{k=1}^{m} I_k = \mathrm{I}$

$$C\frac{dU}{dt} = C_1\frac{dU}{dt} + C_2\frac{dU}{dt} + C_3\frac{dU}{dt} + \dots + C_n\frac{dU}{dt}.$$ или

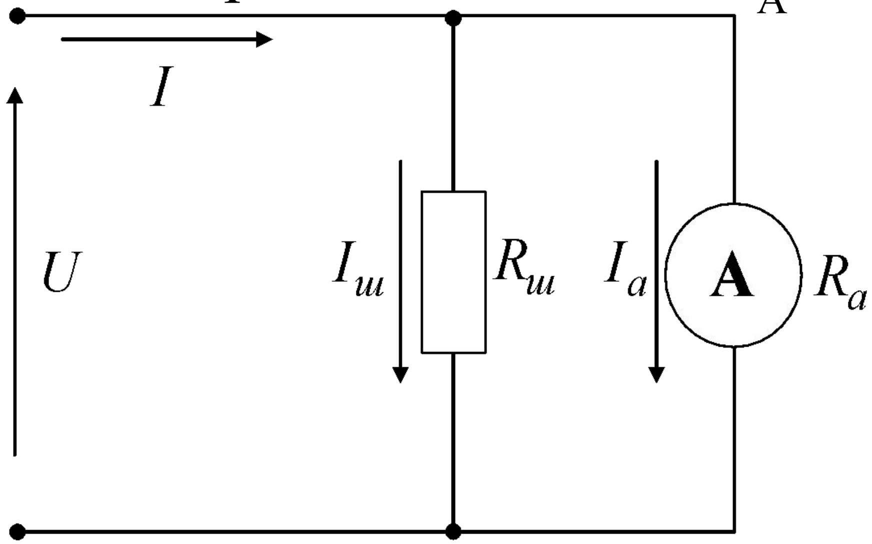
$$C_Э = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

эквивалентная (общая) емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме их емкостей.

токи в ветвях параллельно соединенных конденсаторов распределяются пропорционально величинам их емкостей.

Делитель тока

Рассчитать шунтирующее сопротивление $R_Ш$ для измерения амперметром тока в n раз большего чем I_A.



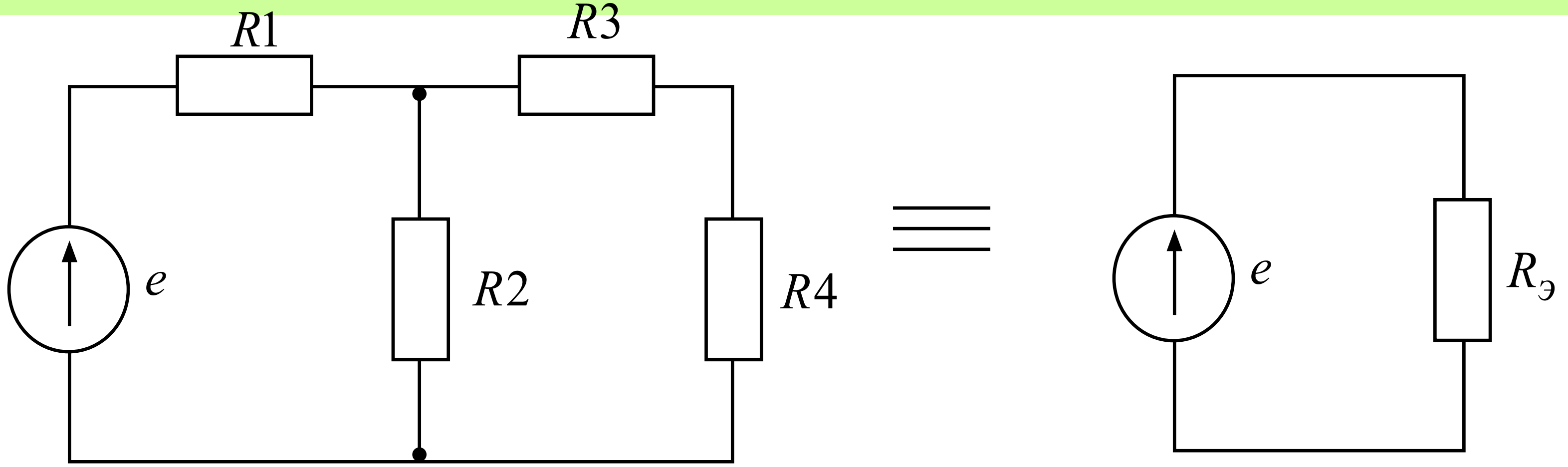
$$R_ш = \frac{U}{I_ш} = \frac{I_a R_a}{I - I_a} = \frac{I_a R_a}{nI_a - I_a} = \frac{I_a R_a}{I_a(n-1)} = \frac{R_a}{n-1}$$

Вывод: **для расширения пределов измерения амперметра в n раз параллельно ему подключается сопротивление в n раз меньшее, чем сопротивление самого амперметра.**

Расчет ЭЦ с последовательным, параллельным и смешанным соединением элементов.

В общем случае простая ЭЦ представляет собой только последовательно-параллельное соединение элементов.

Расчет простой ЭЦ основан на использовании законов Ома и Кирхгофа и свойств последовательного и параллельного соединения элементов. ЭЦ, которая не может быть сведена к виду простой цепи, называется сложной



Методика расчета простой ЭЦ сводится к двум этапам:

1. схема последовательно сводится к простейшей: с одним источником и одним резистором (рис.). В ней определяются ток или напряжение.
2. схема последовательно наращивается от простейшей к исходной, с определением искомых токов и напряжений.

Выберем направление обхода контура по часовой стрелке и запишем уравнение в соответствии со 2 законом Кирхгофа и с учетом направления тока:

$$-e_1 + U_1 + e_2 + U_2 = 0$$

Преобразуем уравнение:

$$e_1 - e_2 = U_1 + U_2$$

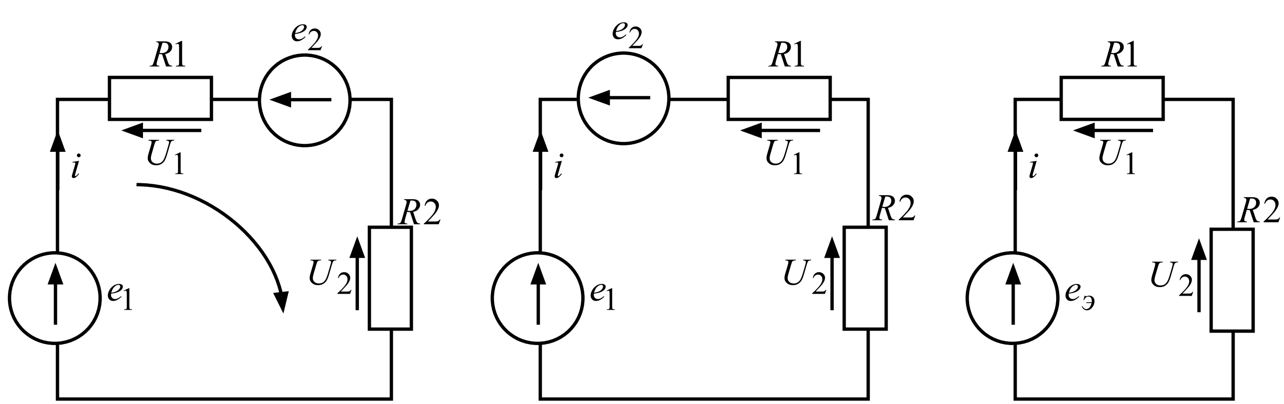
Получим схему на рис. б. Если принять, что э.д.с. эквивалентного источника

$$e_э = e_1 - e_2$$

то можно записать:

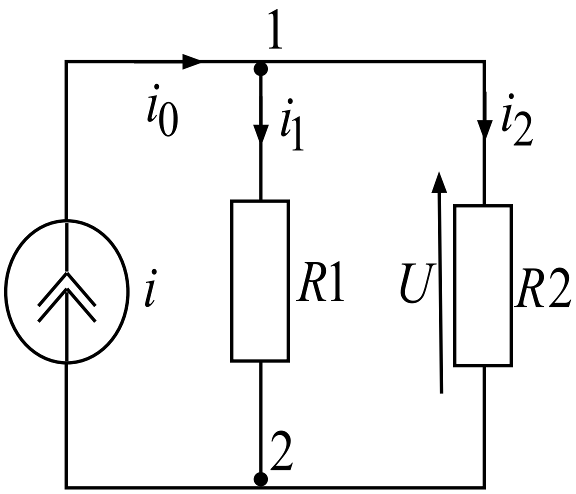
$$e_э = U_1 + U_2$$

В результате цепь сведена к цепи с одним источником э.д.с. (рис., в).

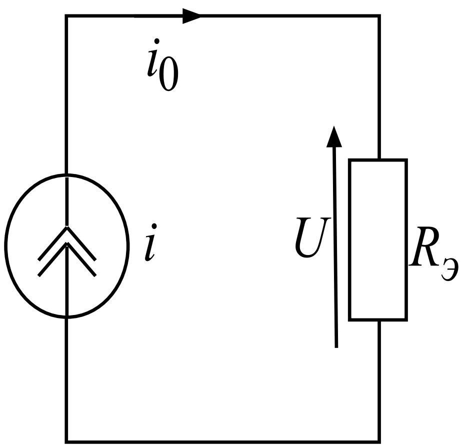


а) б) в)

Пусть дана параллельная резистивная цепь (рис. а). Известна сила тока и величины сопротивлений и . Необходимо определить напряжение и силу тока, протекающего через резисторы .



а)



б)

Решение:

1. Преобразовать цепь к эквивалентному виду (рис. б) и определить общее сопротивление цепи:

$$R_э = \frac{R1R2}{R1 + R2} \qquad G_э = G1 + G2$$

2. Определить падение напряжения на $R_э$

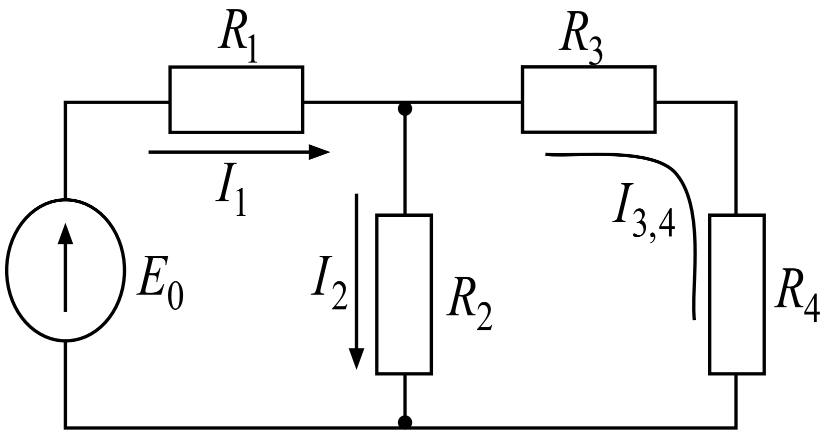
$$U = i_0 R_э = i_0 \frac{R1R2}{R1 + R2} \quad U = i_0 / G_э = \frac{i_0}{G1 + G2}$$

3. Определим токи в резисторах:

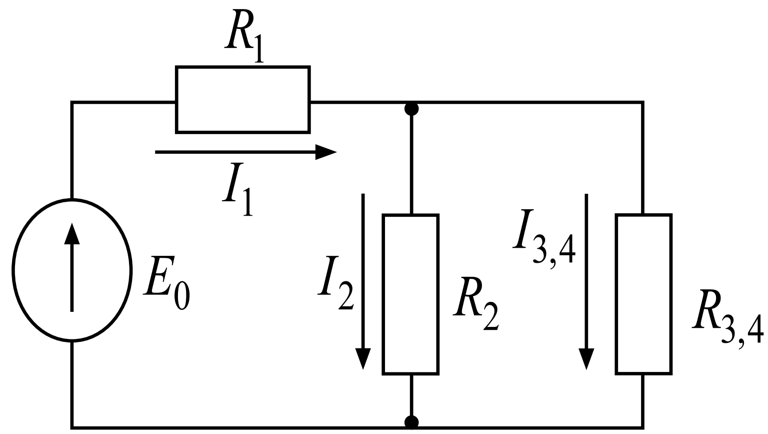
$$i_1 = \frac{U}{R1} = i_0 \frac{R2}{R1 + R2} \qquad i_1 = UG_1 = i_0 \frac{G_1}{G_1 + G_2}$$

$$i_2 = \frac{U}{R2} = i_0 \frac{R1}{R1 + R2} \qquad i_1 = UG_2 = i_0 \frac{G_2}{G_1 + G_2}$$

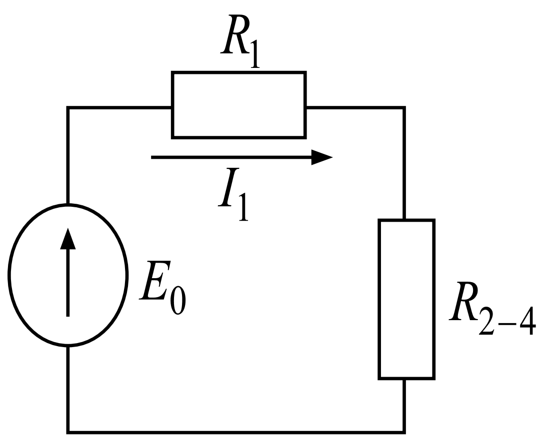
Пусть дана цепь с параллельно– последовательным соединением резисторов (рис. 9, а). Известны значение ЭДС источника , величины сопротивлений. Определить силу тока во всех ветвях схемы, и напряжения на каждом резисторе.



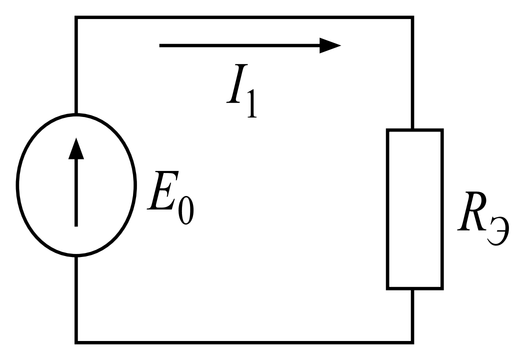
а)



б)



в)



г)

Решение:

1. В соответствии со свойством последовательного соединения элементов, определим

$$R_{3,4} = R_3 + R_4$$

Схема примет вид, показанный на рис. 9 б.

2. В соответствии со свойством параллельного соединения элементов, определим

$$R_{2,4} = \frac{R_2 R_{3,4}}{R_2 + R_{3,4}}$$

Схема примет вид, показанный на рис. 9 в.

3. Рассчитываем эквивалентное сопротивление цепи:

$$R_Э = R_1 + R_{2-4}$$

4. По закону Ома рассчитываем ток $I_1 = \frac{E_0}{R_Э}$

5. Ток протекает I_1 через последовательно соединенные резисторы R_1 и R_{2-4}

следовательно, можно найти падения напряжения на резисторах

$$U_1 = I_1 R_1 \qquad U_2 = I_1 R_{2-4}$$

По второму закону Кирхгофа делаем проверку

$$U_1 + U_2 = E_0$$