

# **Основы теории систем автоматического управления (САУ)**

# 1. Основные определения и понятия

- **Управление** - целенаправленное воздействие на некоторый объект (автомобиль, станок, атомный реактор, фирму, завод...)
- **Автоматическое управление** – управление без участия человека (чем проще объект управления, тем проще исключить человека)

**Автоматизированное управление**  
– управление с участием человека  
(чем сложнее объект управления,  
тем сложнее полностью исключить  
человека из процесса управления).  
Управление экономическими  
объектами как правило  
автоматизированное.

# Магистральная линия развития НТП

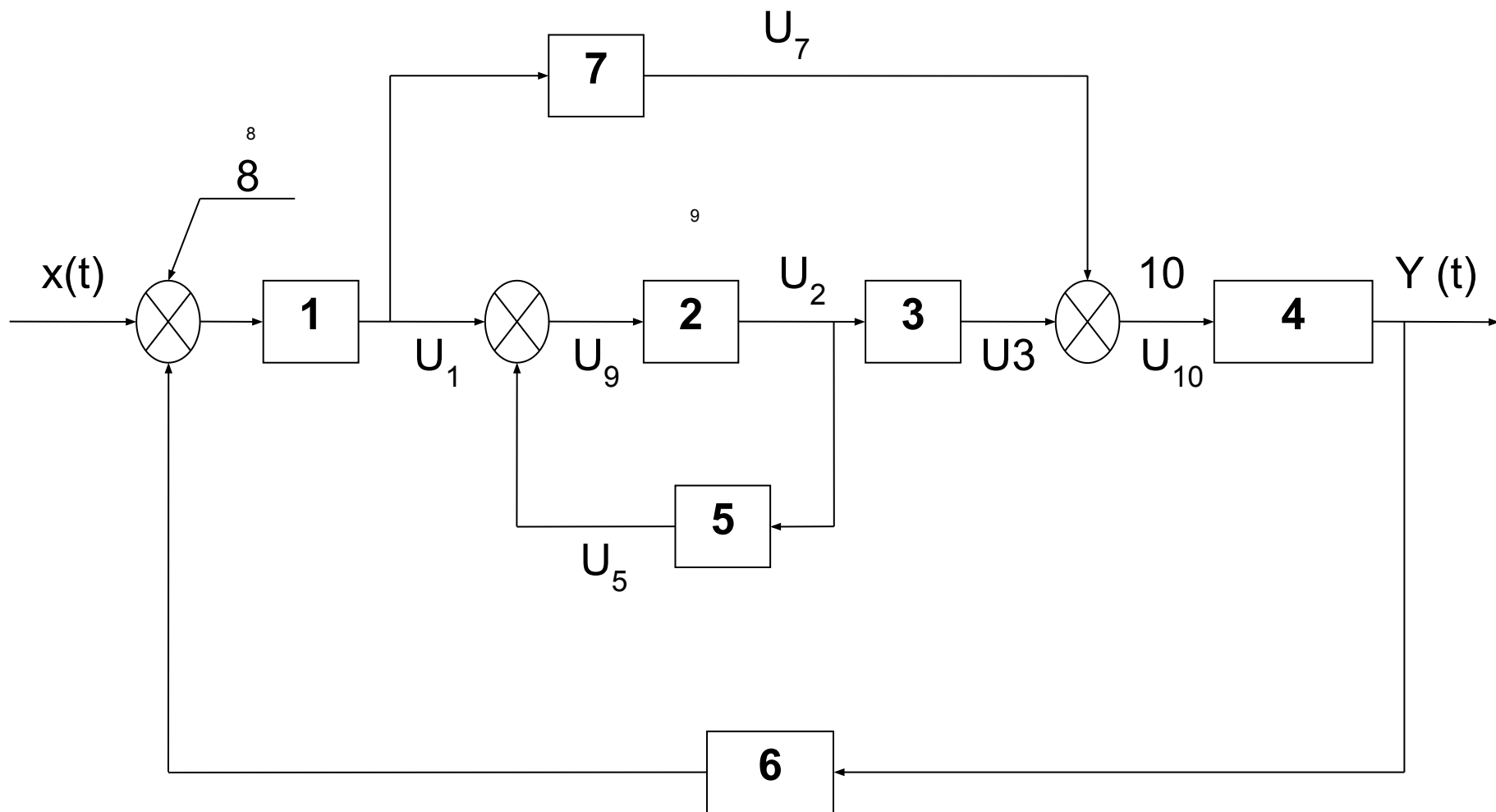


Механизированное производство  
(ручное, дистанционное управление)

Автоматизированное управление

Автоматическое управление

## 2. Структурная схема САУ – графическое представление элементов САУ и связей между ними.

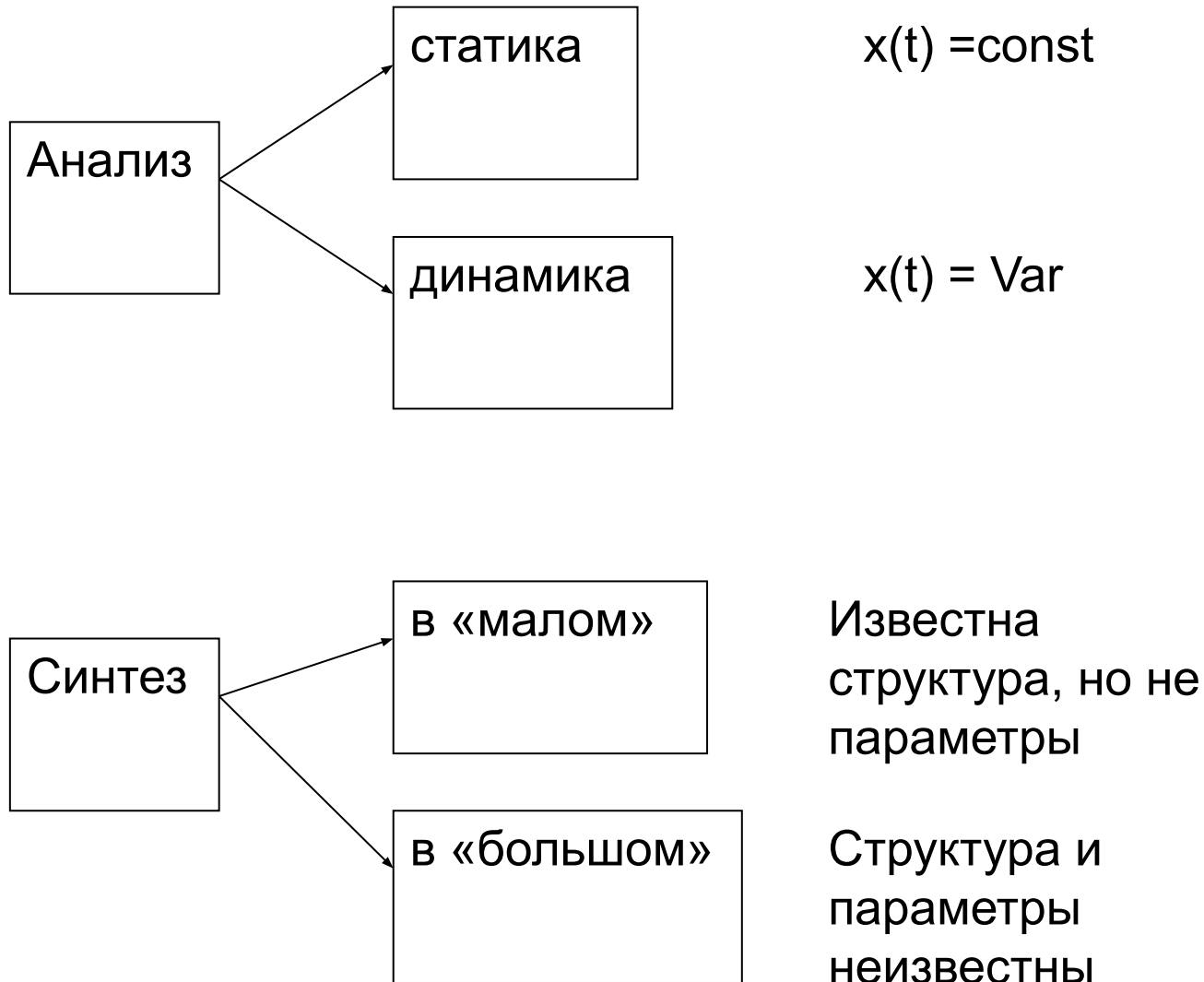


- **1-7-** элементы САУ с их математическими моделями.
- **8-**сравнивающий элемент (измеритель рассогласования)
- **$\varepsilon(t) = X(t) - Y(t)$**
- **U1-U10** - физические величины (напряжения, токи, силы, скорости, углы и т.п.)

Различают связи:

- - прямые (через элемент **7**)
- - обратные местные (через элемент **5**)
- - обратная главная (через элемент **6**)

# 3. Основные задачи ТАУ



# 4. Преобразование по Лапласу

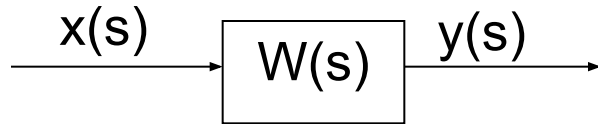
— исключительно широко использовано в  
ТАУ.

- Если  $X(t)$  - оригинал,
- а  $X(s)$  – его изображение по Лапласу
- и  $S$  - переменная Лапласа, то

$$X(s) = L\{x(t)\} = \int_0^{\infty} x(t) * e^{-st} * dt$$

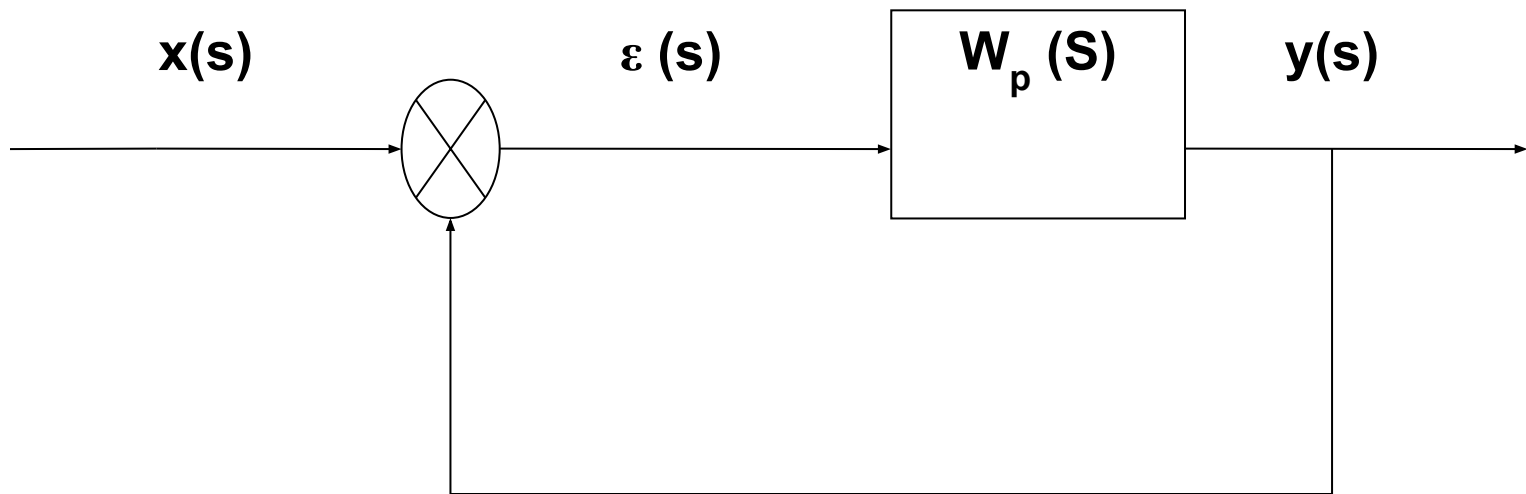


**5. Передаточная функция  $W(s)$  –**  
элемента – это отношение преобразования по  
Лапласу от выходной величины к  
преобразованию по Лапласу от входной  
величины при нулевых начальных условиях:



$$W(s) = \frac{y(s)}{x(s)} \quad \text{при нулевых начальных условиях}$$

Передаточная функция  $W(s)$  – САУ – управляющее воздействие формируется с учетом сравнения отклонения  $y(s)$  от заданного положения. Данное отклонение называется ошибкой САУ, а замкнутая САУ системой с обратной связью.



Различают  $W(s)$  САУ:

- разомкнутой (при размыкании обратной связи):

$$W(s) = \frac{y(s)}{\varepsilon(s)}$$

- замкнутой по входу-выходу:

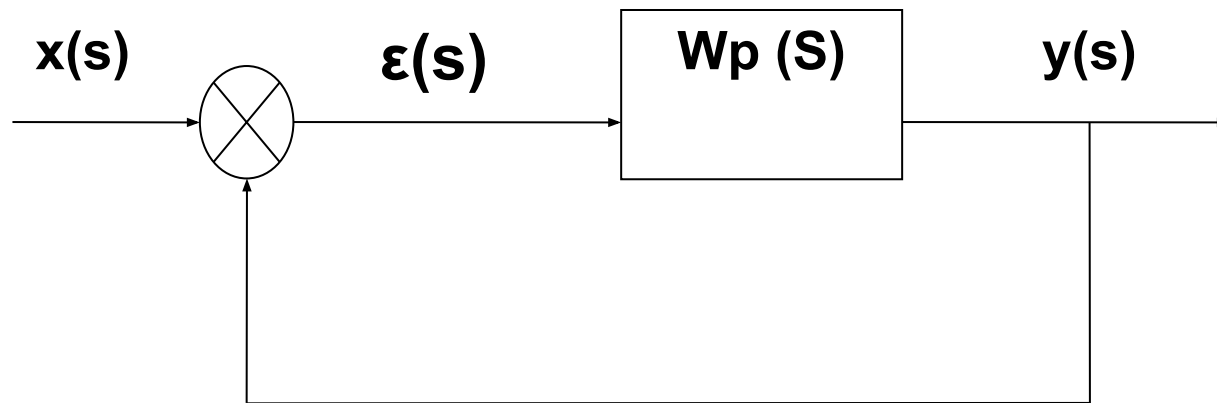
$$\Phi(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{Wp(s)}{1 + Wp(s)}$$

- замкнутой по ошибке:

$$\Phi_{\varepsilon}(s) = \frac{1}{1 + Wp(s)} = \frac{\varepsilon(s)}{x(s)}$$

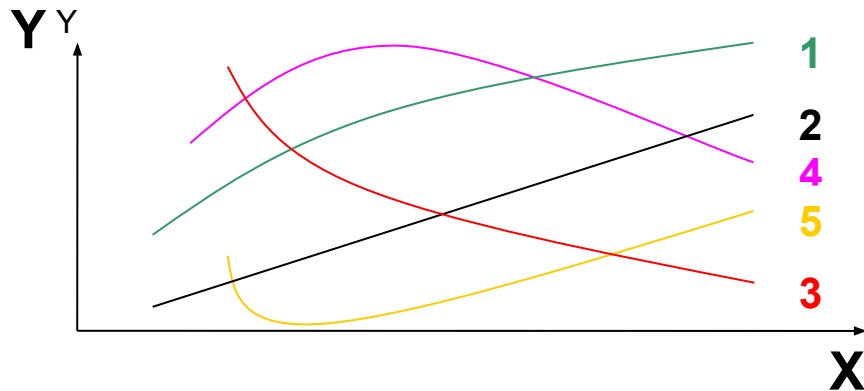
В любых случаях понятие передаточной функции справедливо лишь при нулевых начальных условиях

- Перед исследованиями САУ следует «свернуть» к такому расчетному виду:



# Характеристики и элементы САУ

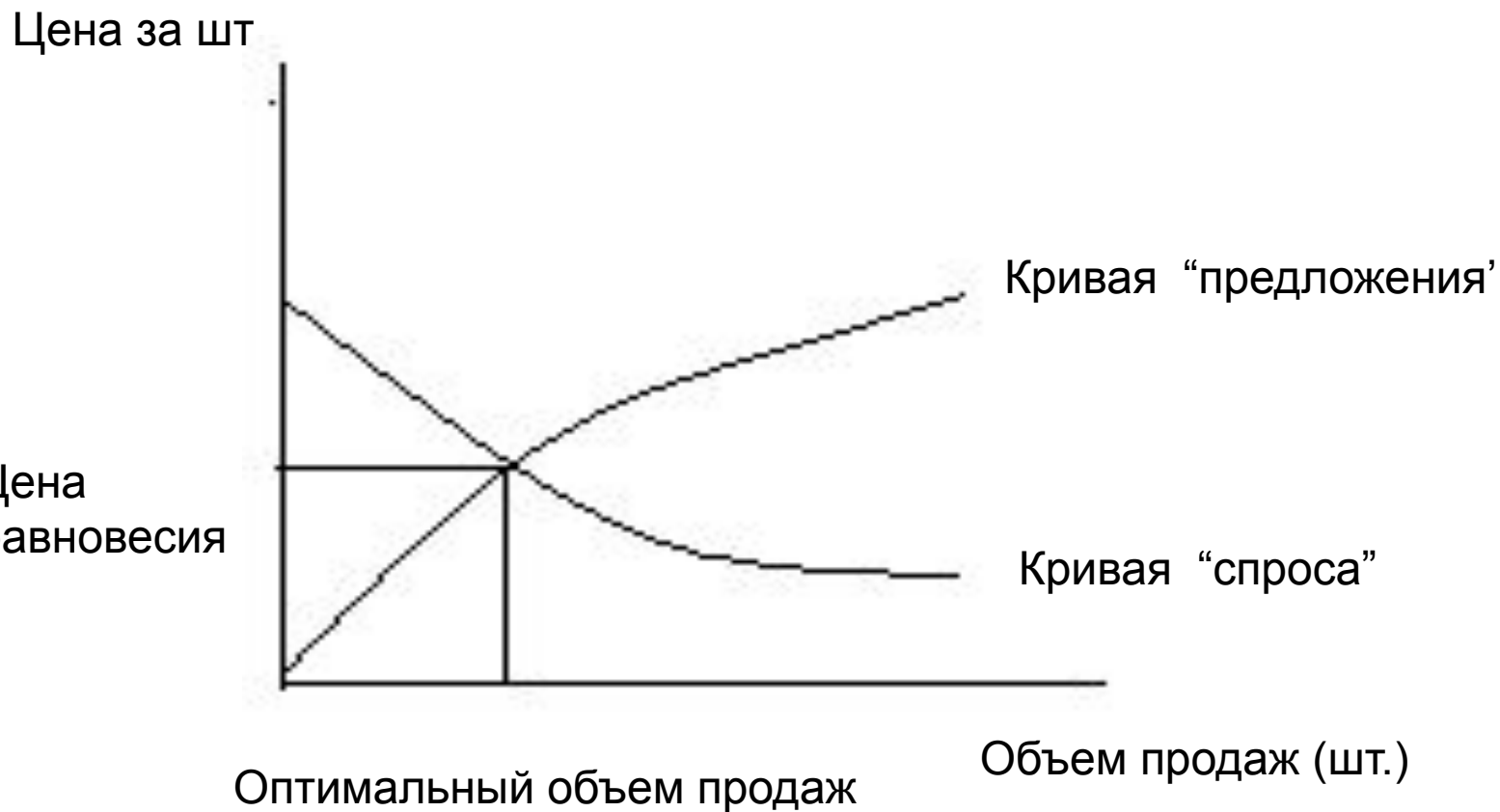
а) статические характеристики: это зависимости “ВХОД-ВЫХОД” в статическом режиме.



Различают:

- линейные (2)
- нелинейные (1,3,4,5,)
- возрастающие (1,2)
- экстремальные (4,5)

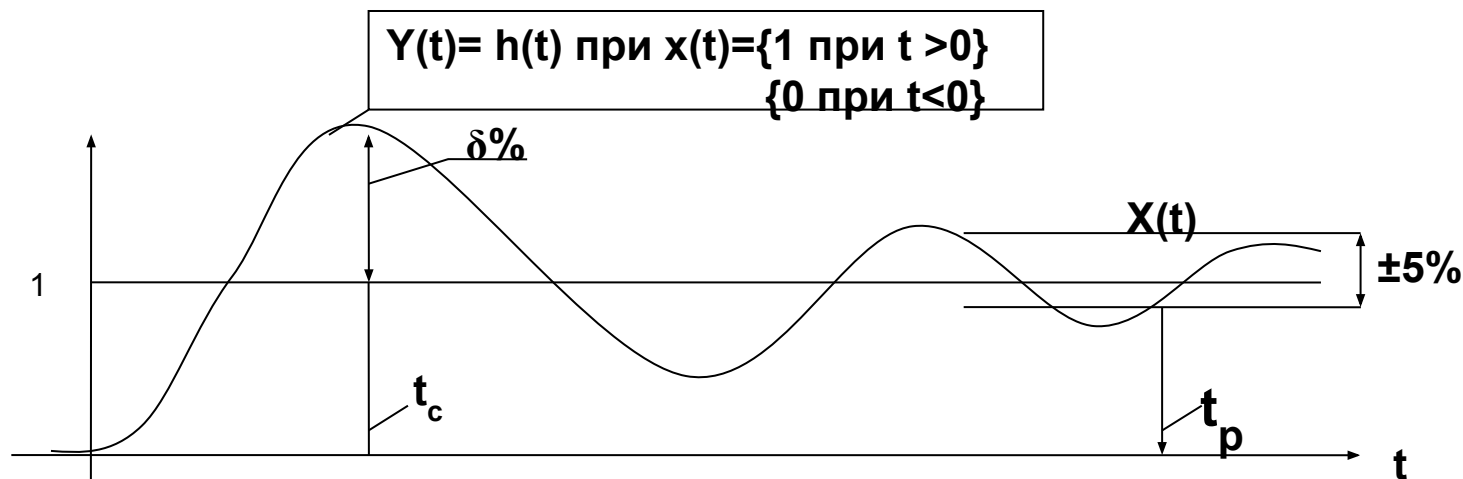
# Пример - хорошо известные экономические кривые «спроса» и «предложения» в рыночной экономике



б) Временные характеристики САУ – это реакции системы на типовые входные воздействия.



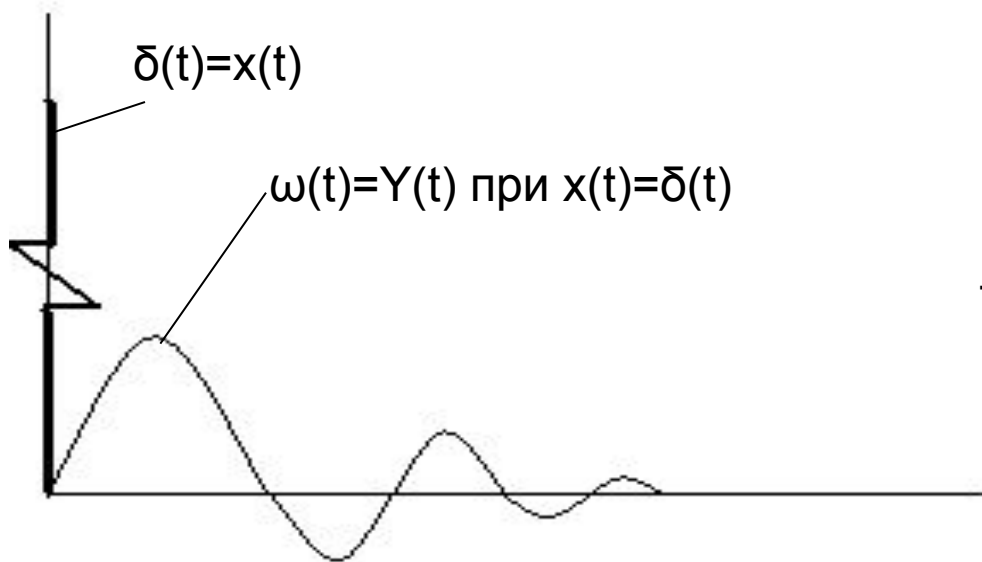
Переходная функция  $h(t)$  – это реакция системы на единичное ступенчатое входное воздействие.



По  $h(t)$  САУ оценивают:

- $-\delta\%$  - перерегулирование
- $-t_c$  - время первого согласования
- $-t_p$  - время регулирования
- $-m$  - число колебаний за  $t < t_p$

Весовая функция  $\omega(t)$  – это реакция системы на входное воздействие типа дельта функции (функции Дирака).



$\delta(t)$  при  
- дельта – функции  
(функции Дирака)  
-  $A \rightarrow \infty$   
-  $\tau \rightarrow 0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) * dt = 1$$

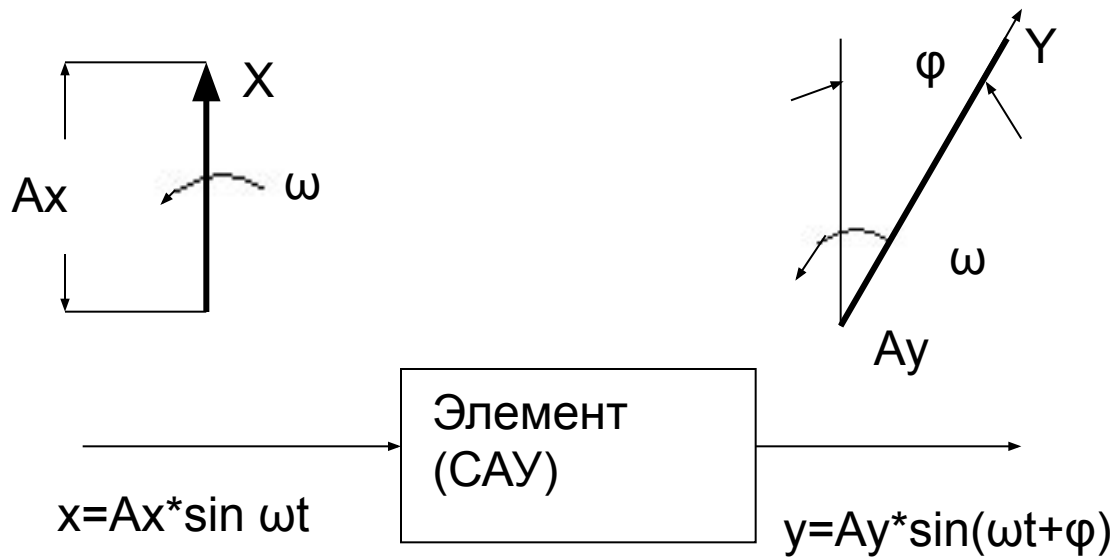
- Взаимосвязь между  $\omega(t)$  и  $h(t)$ :

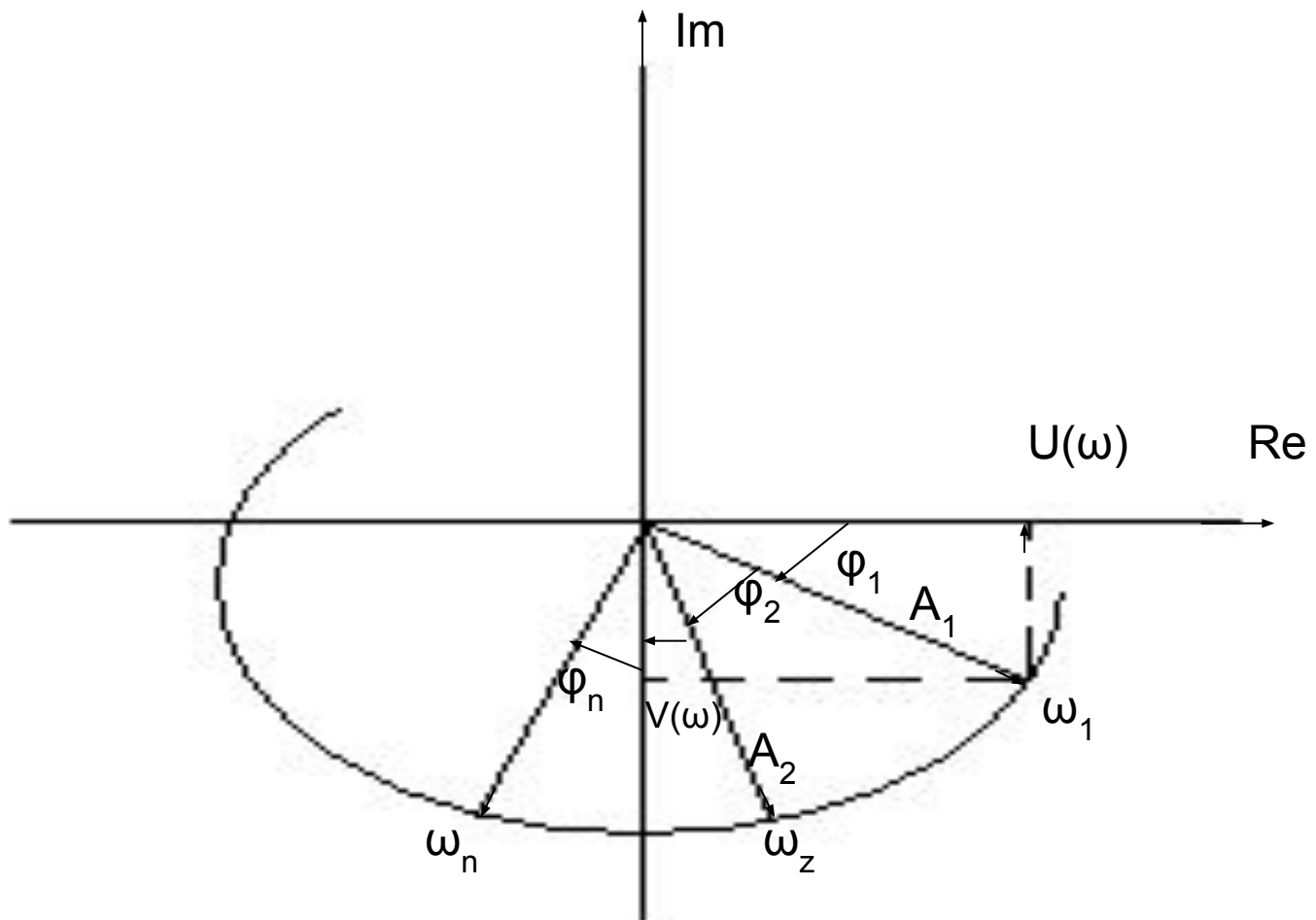
$$\omega(t) = \frac{dt(t)}{dt}$$

## в) Частотные характеристики элементов и САУ

- это формулы и графики показывающие прохождение гармонических сигналов через элементы и системы. Различают:

\* амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ).



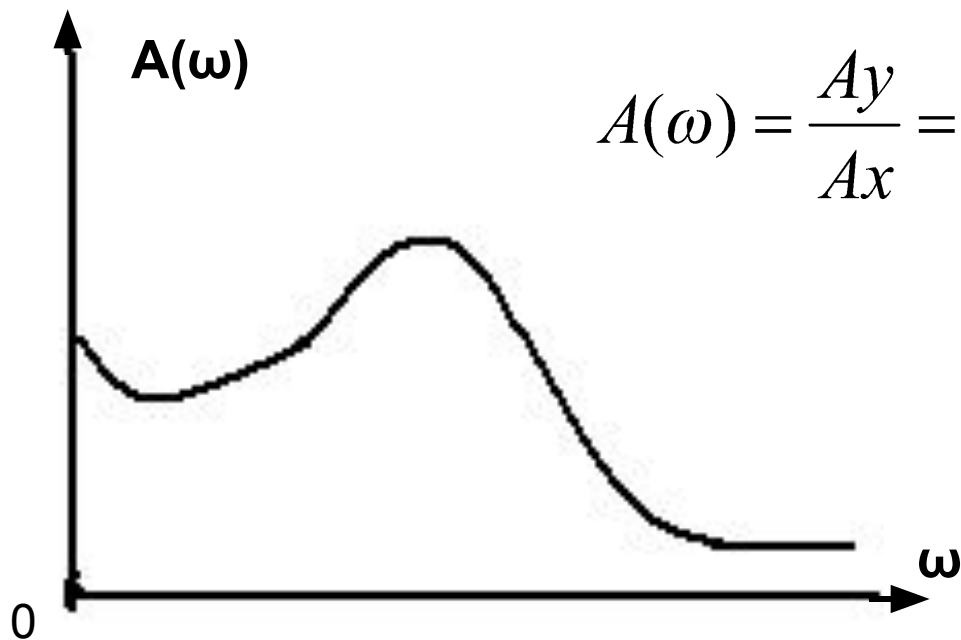


- АФЧХ – годограф описываемый на комплексной плоскости концом вектора с модулем:

$$A = \frac{Ay}{Ax}$$

при изменении частоты  $0 < \omega < \infty$ , причем угол  $\varphi$  откладывается от вещественном положительной полуоси по часовой стрелке если он отрицателен и наоборот, иначе

\* амплитудно-частотная характеристика – это зависимость  $A(\omega)$ , при  $0 < \omega < \infty$

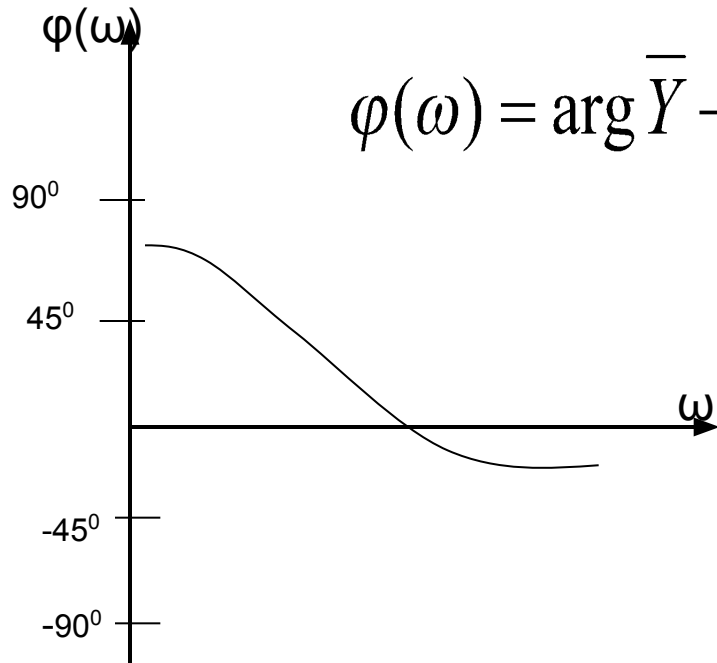


$$A(\omega) = \frac{Ay}{Ax} = \sqrt{[V(\omega)]^2 + [V(\omega)]^2} = |W(j\omega)|$$

при  $0 < \omega < \infty$



\* фазо-частотная характеристика – это зависимость фазового сдвига  $\varphi(\omega)$  между входным и выходным гармоническими сигналами элемента или системы при  $0 < \omega < \infty$



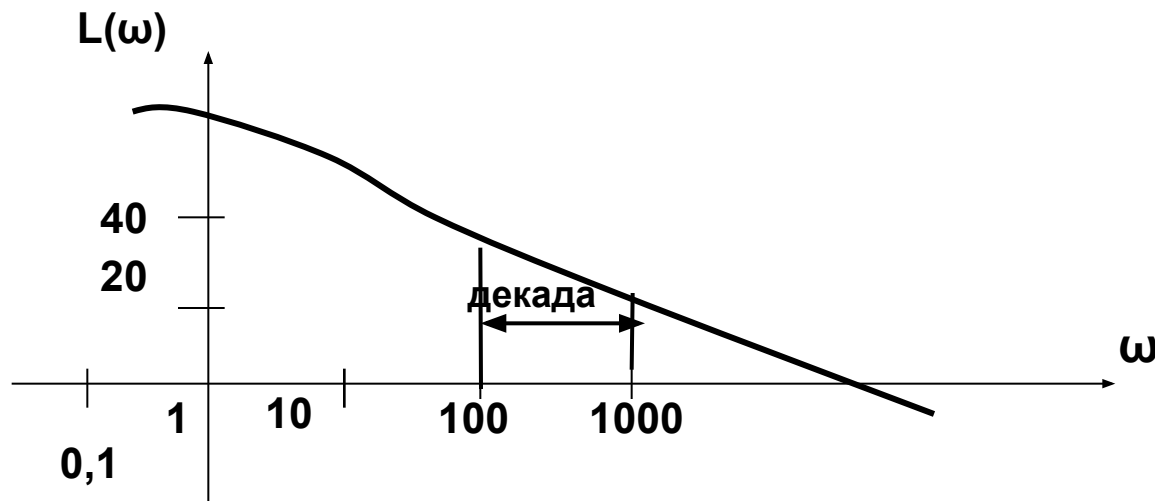
$$\varphi(\omega) = \arg \bar{Y} - \arg \bar{X} = \arg \bar{W}(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)}$$

**г) Логарифмические частотные характеристики** – это формулы и графики, показывающие прохождение гармонических сигналов через элементы и системы, но в логарифмическом масштабе, когда вдоль горизонтальной оси откладывается десятичные логарифмы частоты.

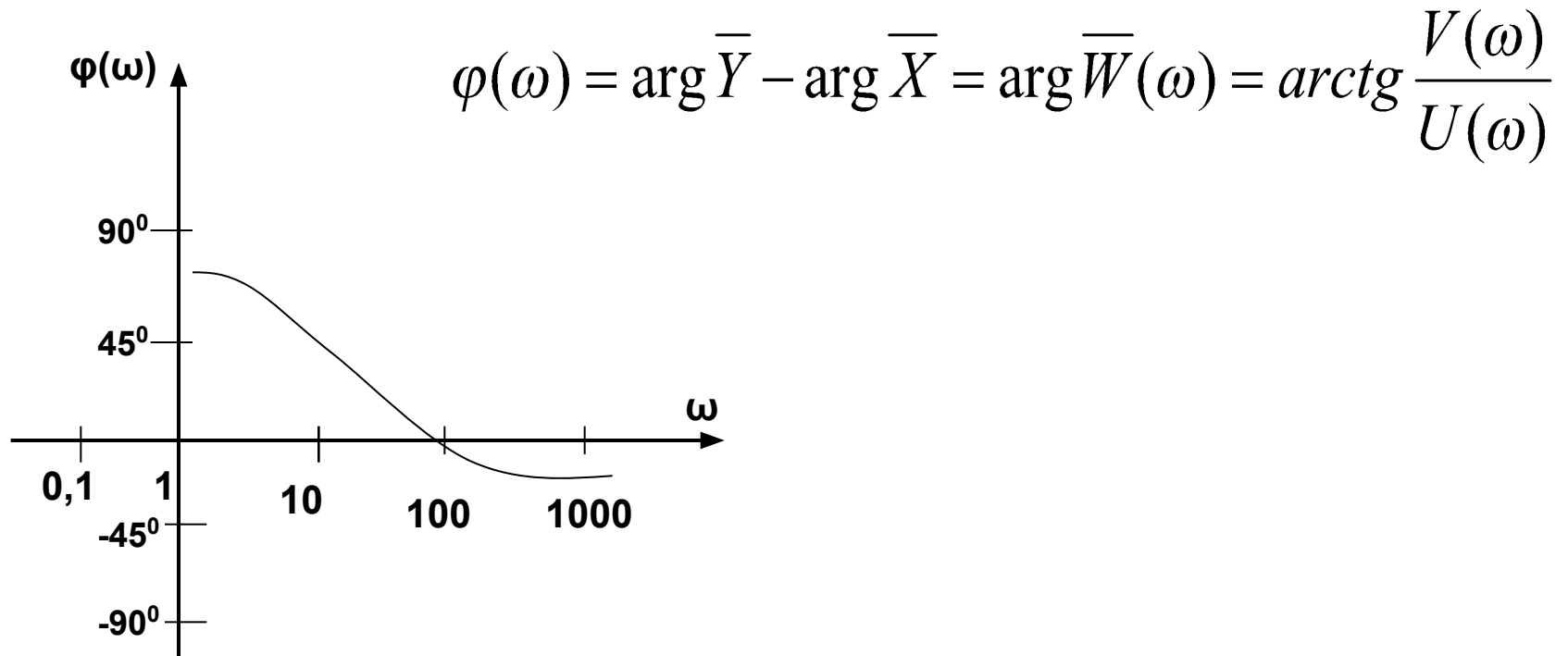
# Различают логарифмические характеристики

Амплитудную (ЛАЧХ) – это

$$20 \lg\left(\frac{A_y}{A_x}\right) = 20 \lg|W(\omega)| = 20 \lg A(\omega) = L(\omega)$$

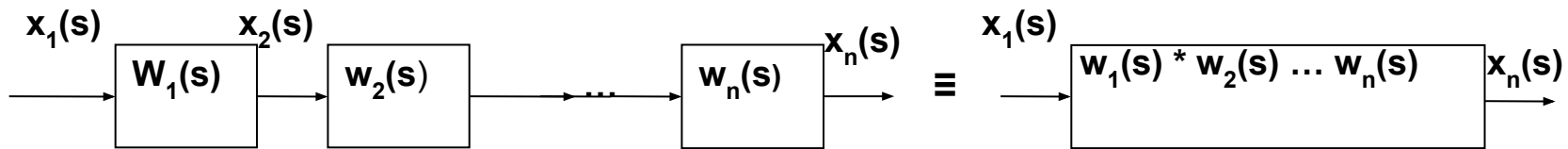


- фазовая (ЛФЧХ)



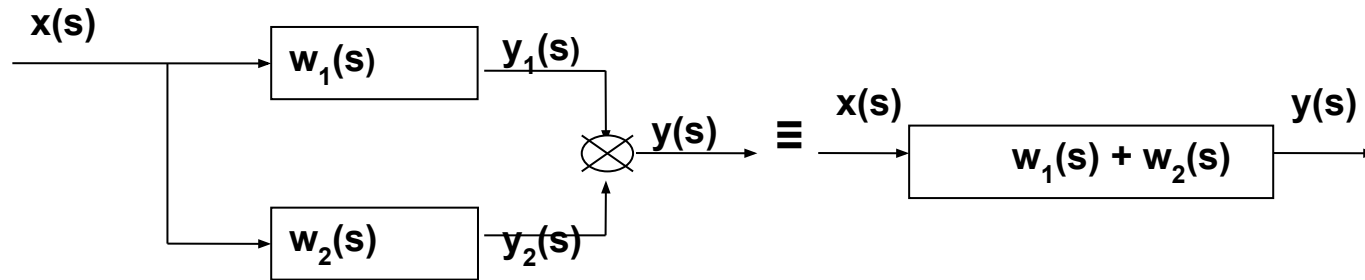
д) Алгебра передаточных функций – совокупность правил, позволяющих “сворачивать” структурные схемы САУ.

- Последовательное соединение звеньев



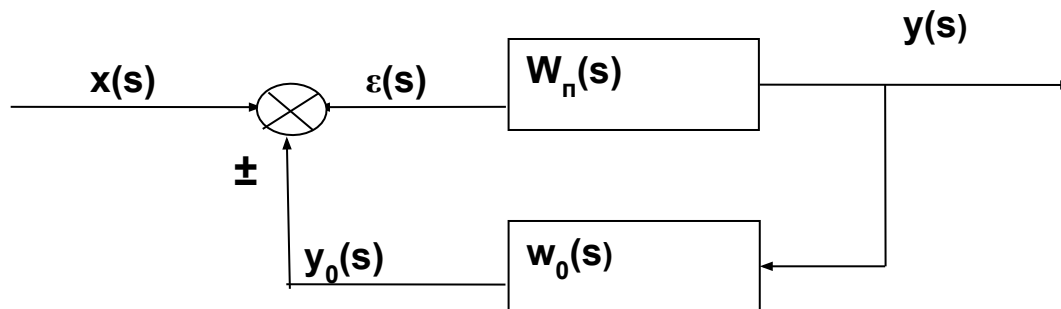
т.е. при последовательном соединении звеньев передаточные функции перемножаются.

- Параллельное соединение звеньев



Таким образом при параллельном соединении звеньев передаточные функции складываются.

- обратное соединение звеньев



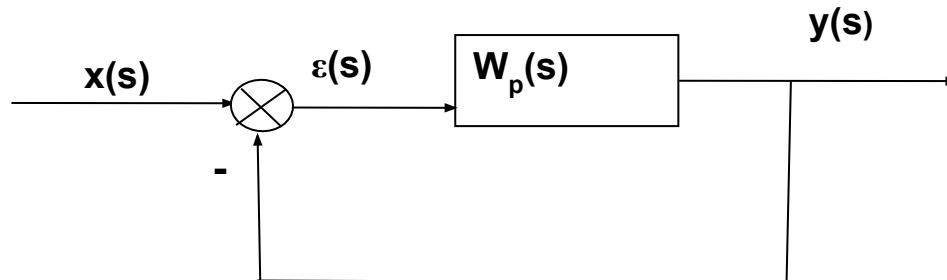
а) При положительной ОС “+”

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{W_{\Pi}(s)}{1 - W_{\Pi}(s) * W_0(s)}$$

б) При отрицательной ОС “-”

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{W_p(s)}{1 + W_p(s) * W_0(s)}$$

Используя алгебру передаточных функций сложную САУ можно “свернуть” к простейшему следующему виду:





# Основные типы звеньев САУ

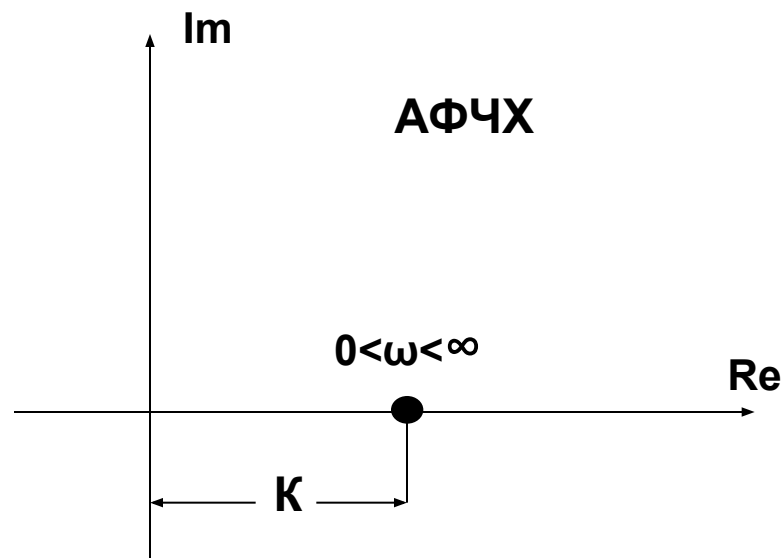
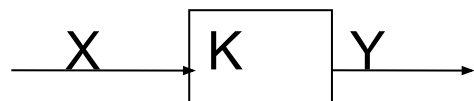
1. Идеальное  
усилительное  
(безинерцион-  
ное) звено

$$Y = Kx \quad w(s) = K \quad w(i\omega) = K$$

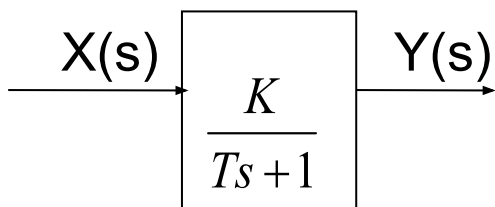
$$A(\omega) = K \quad \varphi(\omega) = 0$$

$$L(\omega) = 20 \lg K$$

$$h(t) = K \quad \omega(t) = K * \delta(t)$$



## 2. Аperiodическое (инерционное) звено



Передаточная  
функция

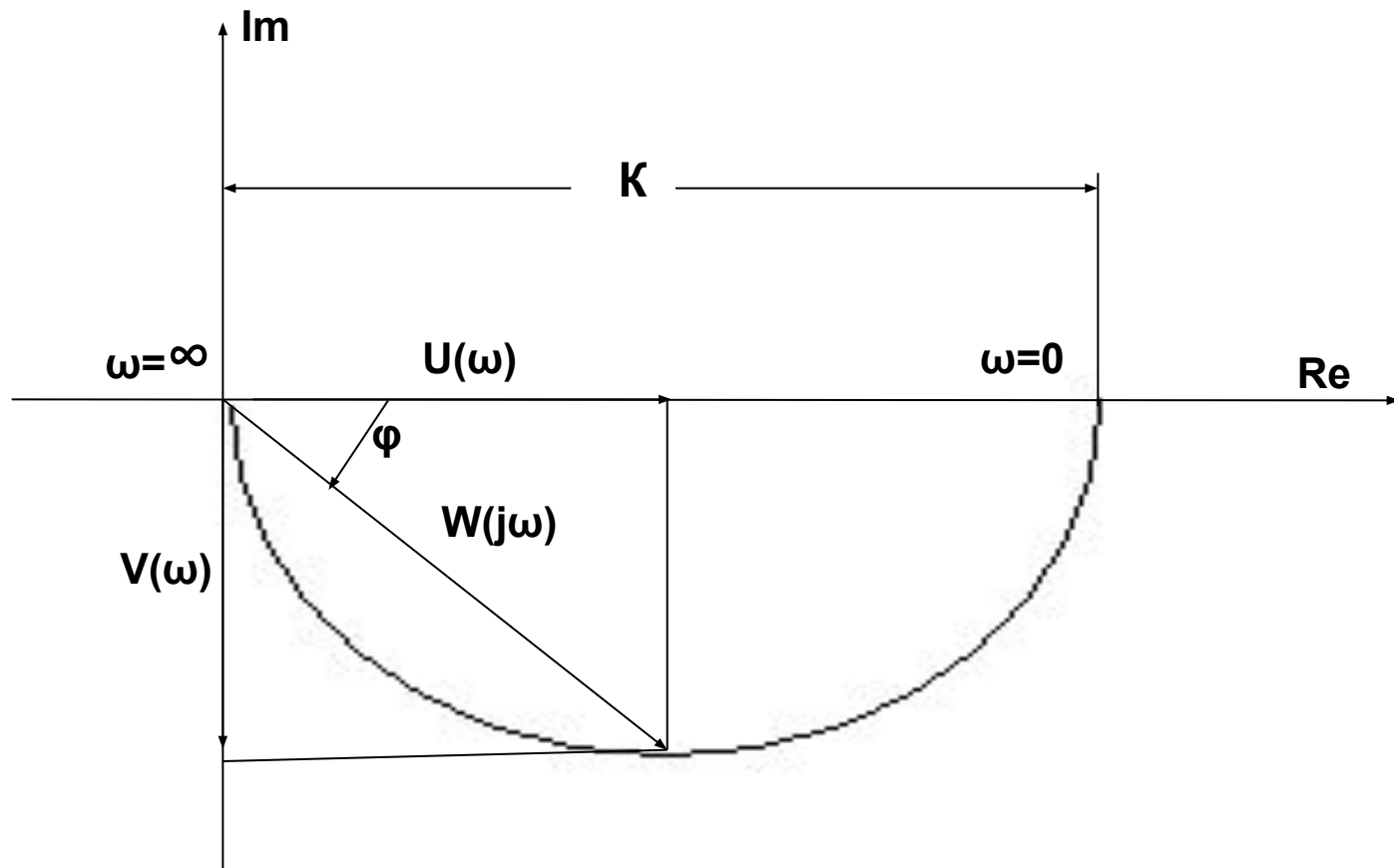
$$W(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

АФЧХ – формально  
получается заменой

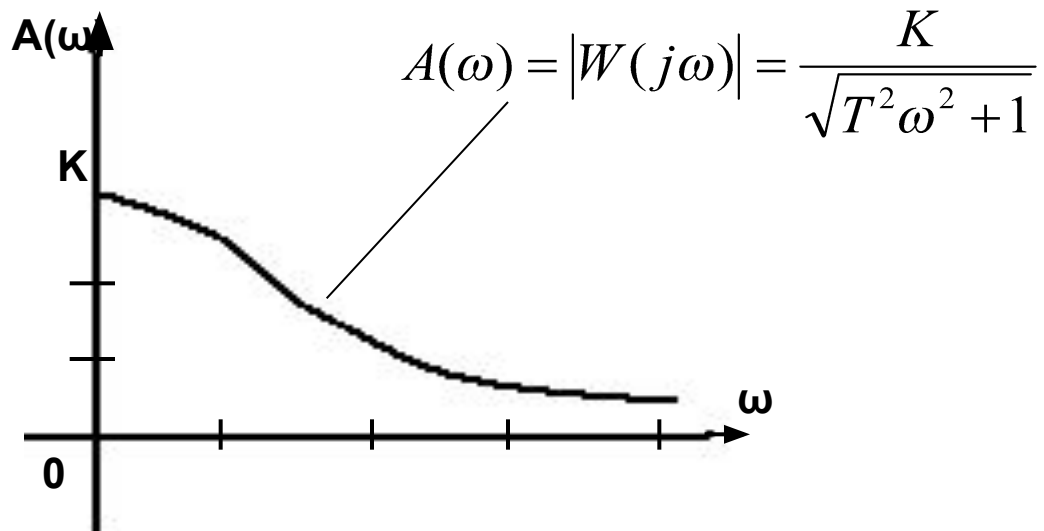
$$s \rightarrow j\omega:$$

$$W(j\omega) = \frac{K}{Tj\omega + 1}$$

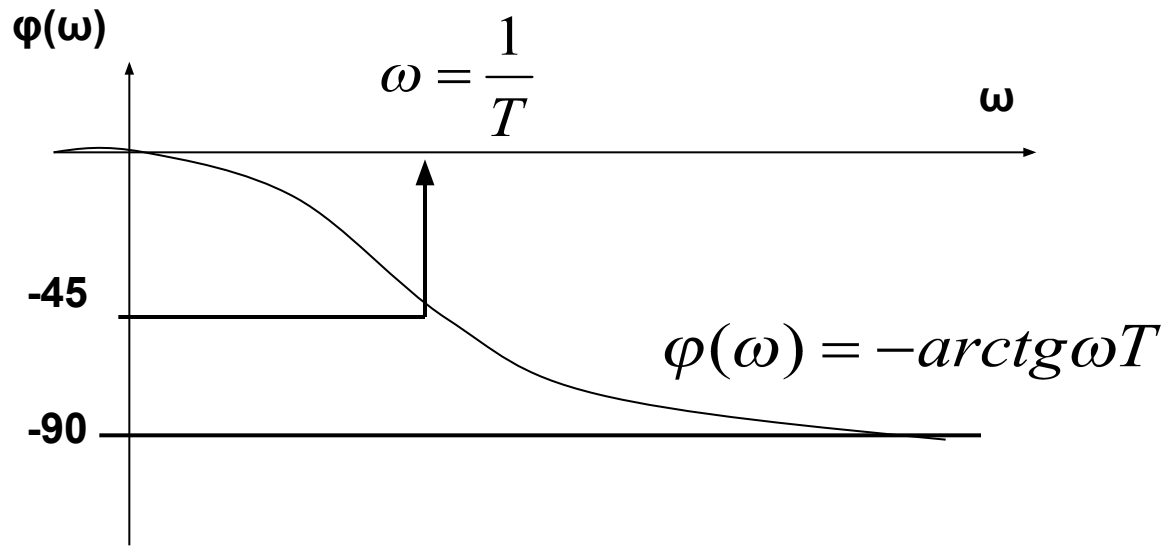
# АФЧХ



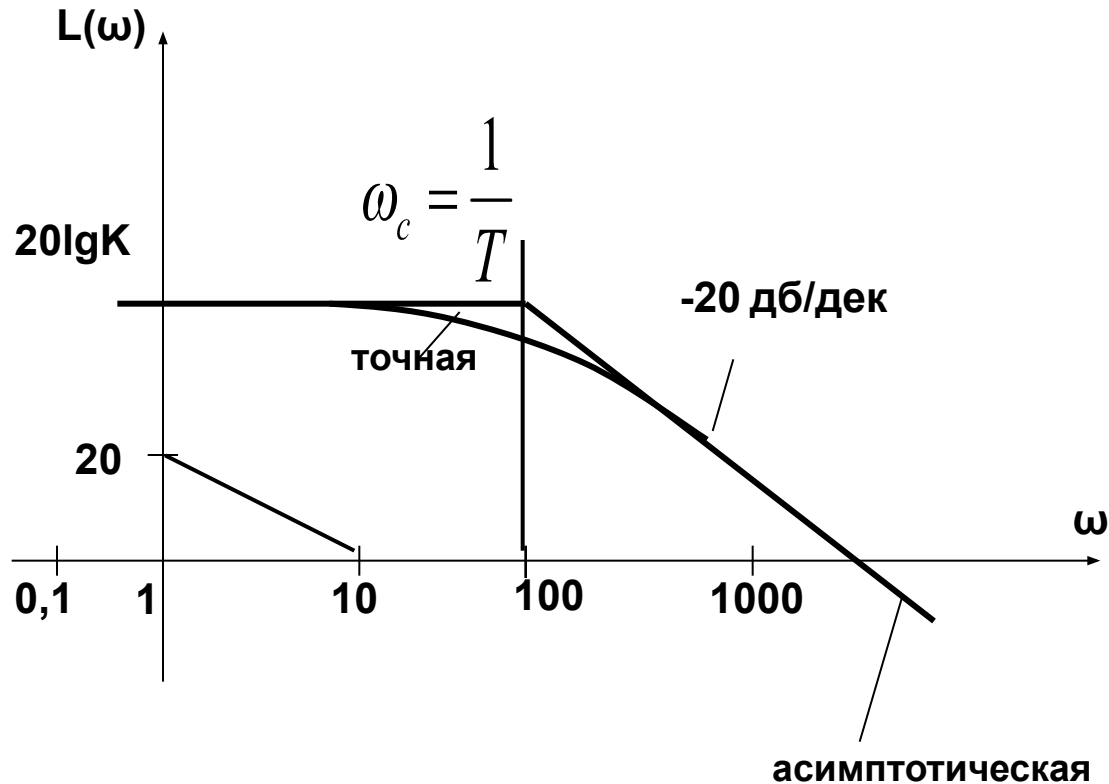
# Амплитудно-частотная характеристика



# Фазо-частотная характеристика – это $\arg W(j\omega)$

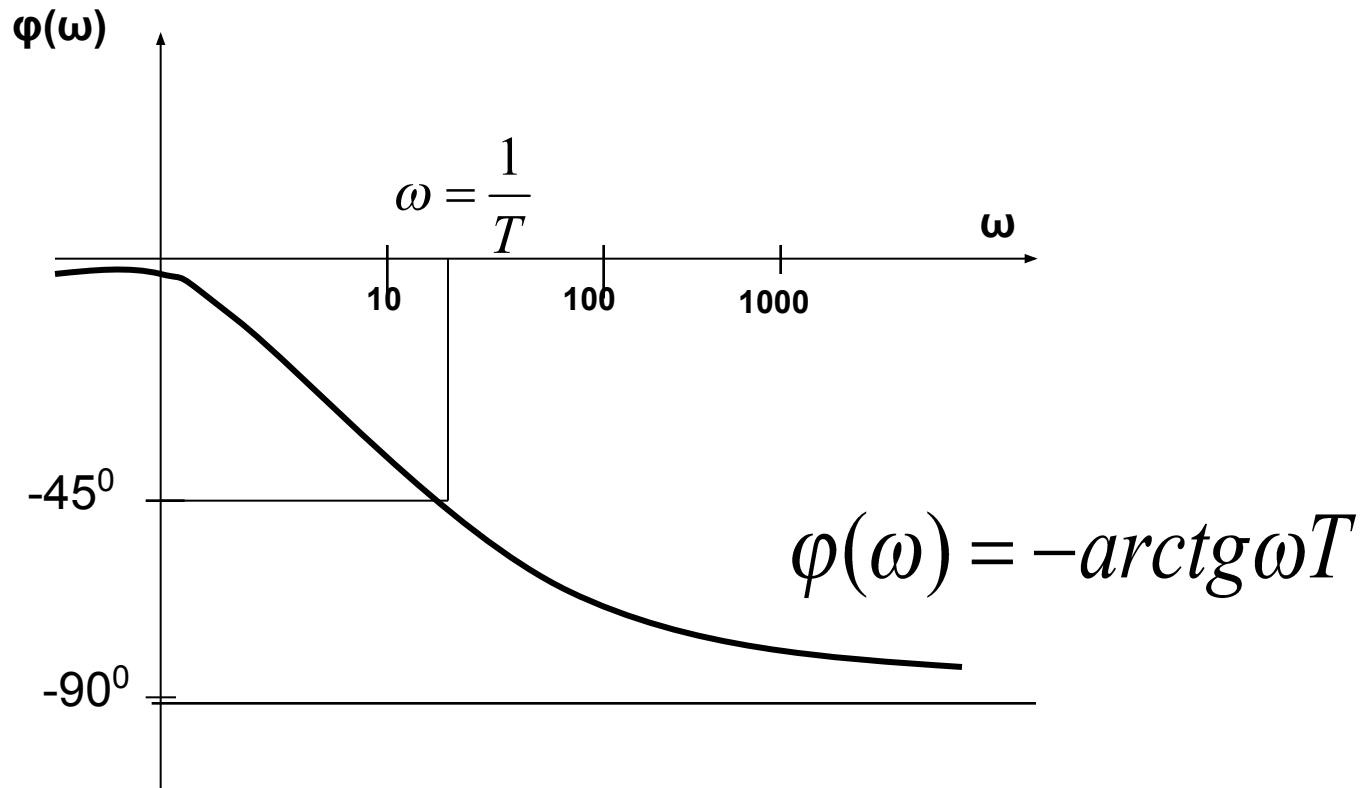


# Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

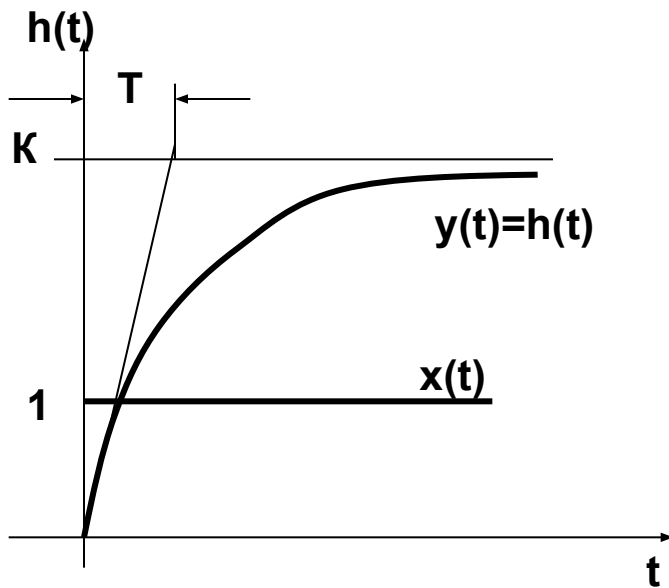


$$L(\omega) = 20\lg A(\omega)$$

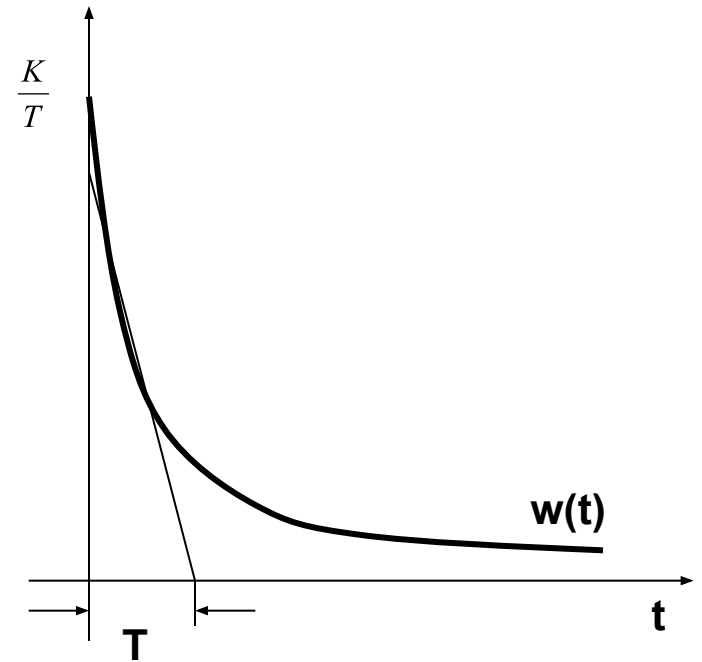
# Логарифмическая фазо- частотная характеристика



# Переходная $h(t)$ и весовая $w(t)$ функции



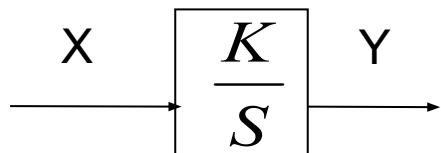
$$h(t) = K \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)$$



$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{K}{T} * e^{-\frac{t}{T}}$$



### 3. Идеальное интегрирующее звено



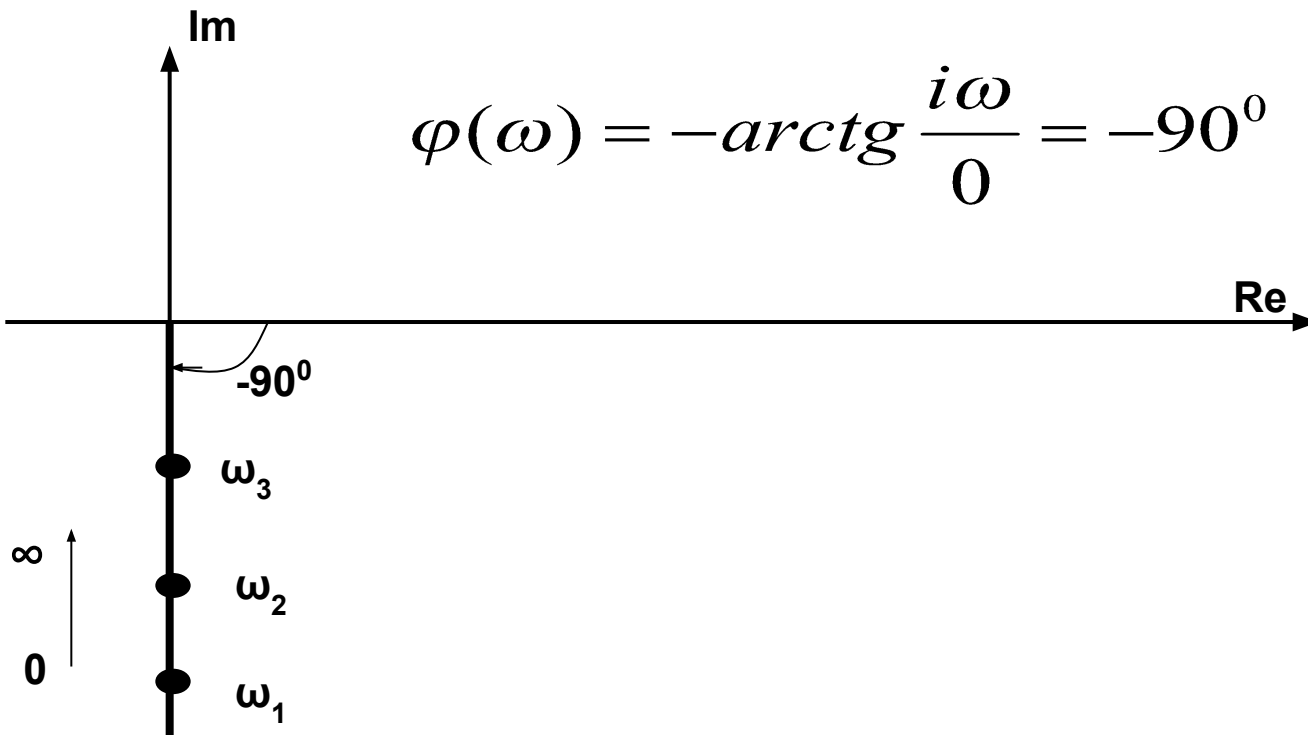
$$W(s) = \frac{K}{S}$$

$$W(j\omega) = \frac{K}{j\omega} = -j \frac{K}{\omega}$$

# АФЧХ

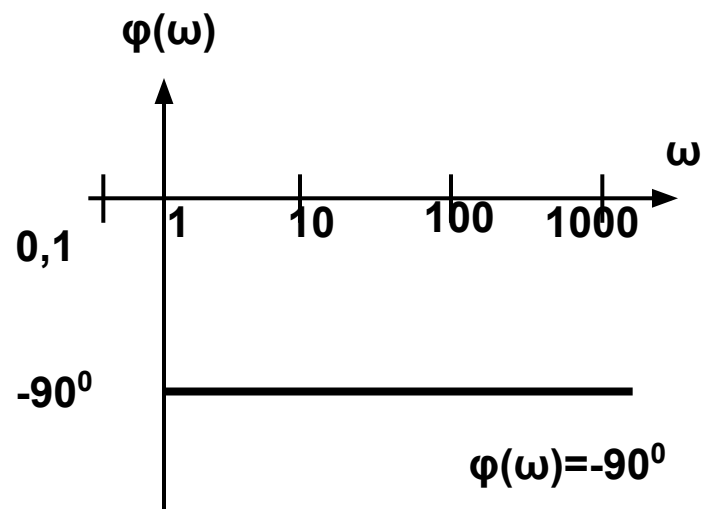
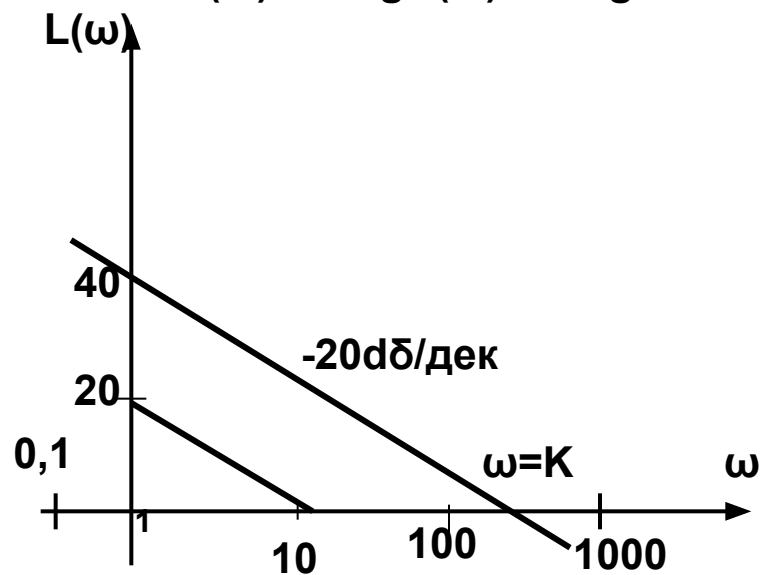
$$A^* e^{j\varphi} = \frac{k}{\omega} * e^{-90^\circ}$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{i\omega}{0} = -90^\circ$$



# ЛАЧХ и ЛФЧХ

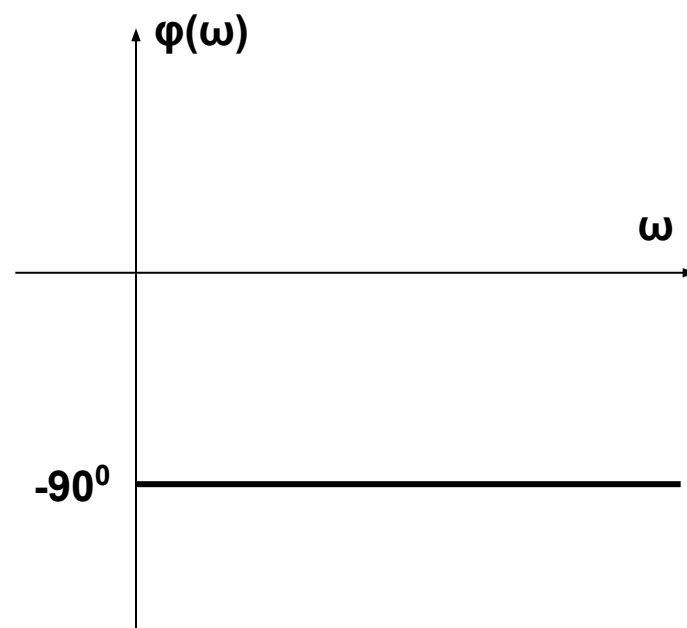
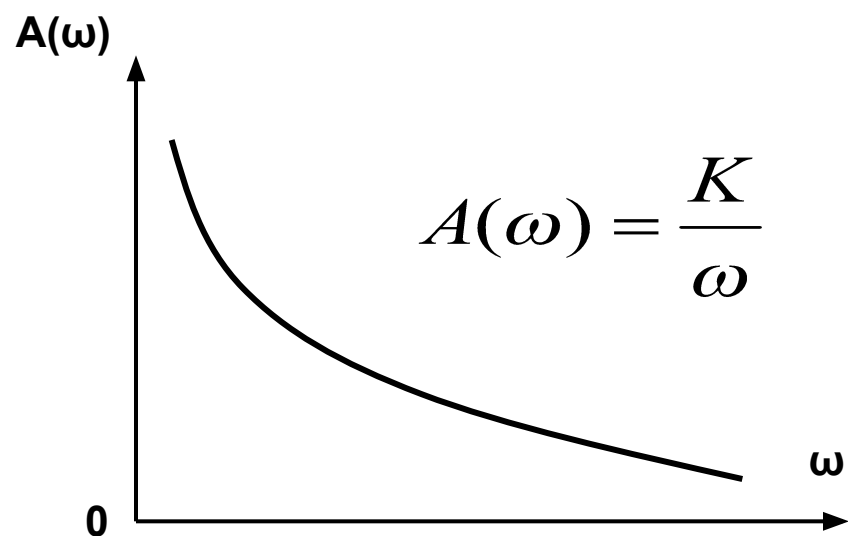
$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \omega$$



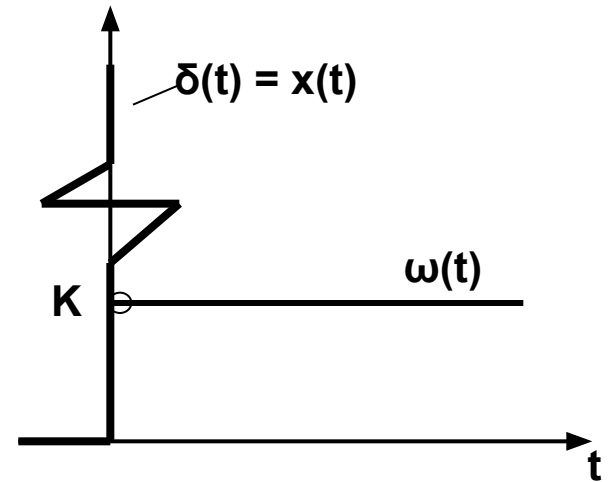
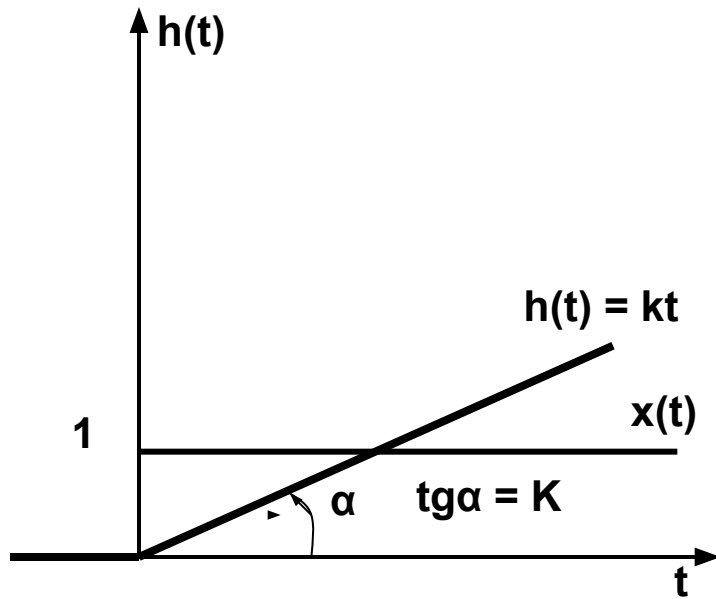
# АЧХ

и

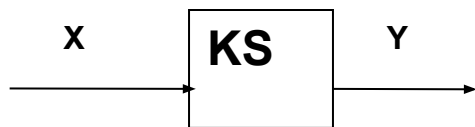
# ФЧХ



# Переходная $h(t)$ и весовая $w(t)$ функции



#### 4. Идеальное дифференцирующее звено

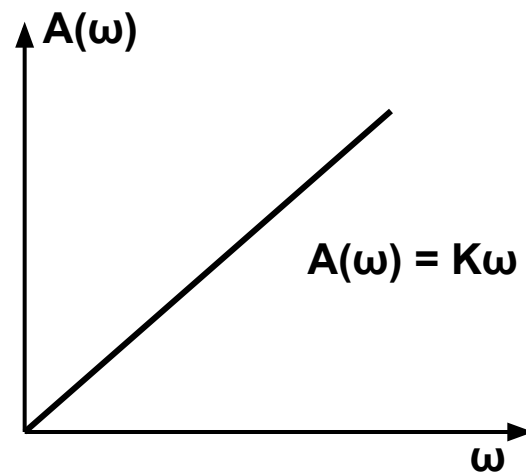
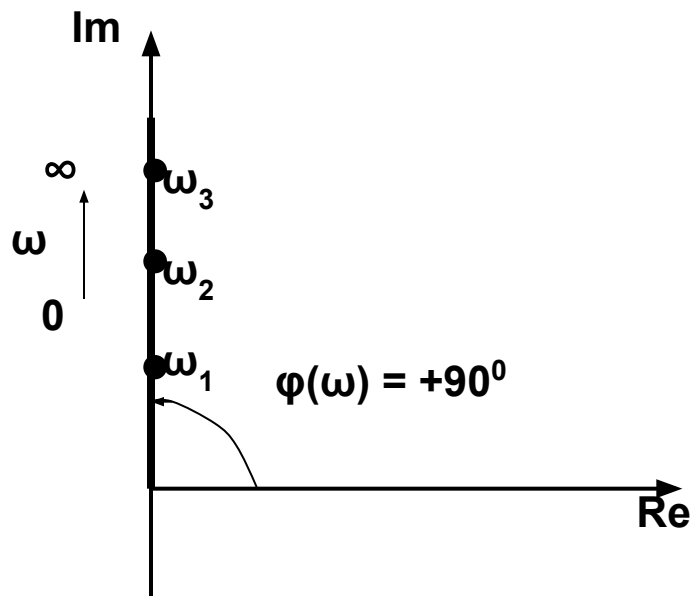


$$w(s) = KS \quad w(j\omega) = Kj\omega$$

# АФЧХ

и

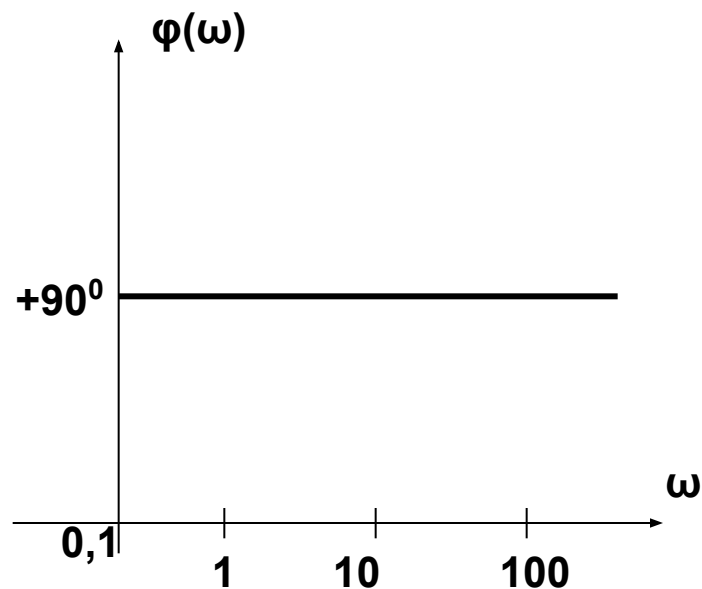
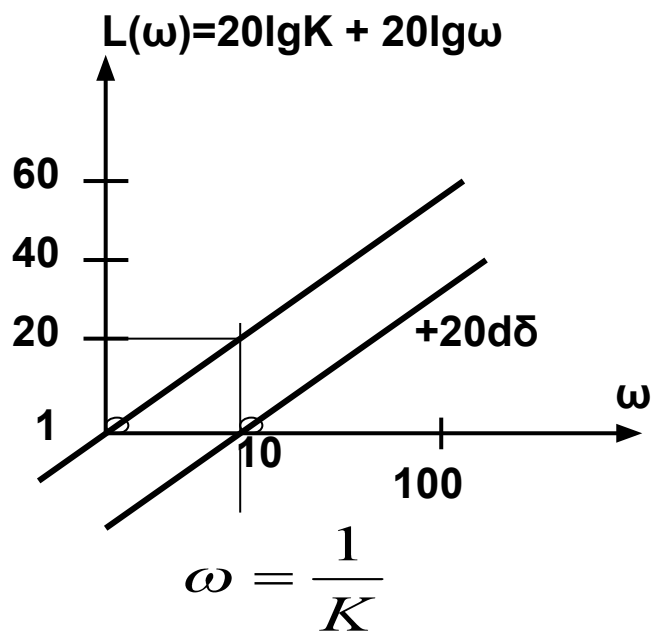
# АЧХ



# Логарифмические частотные характеристики

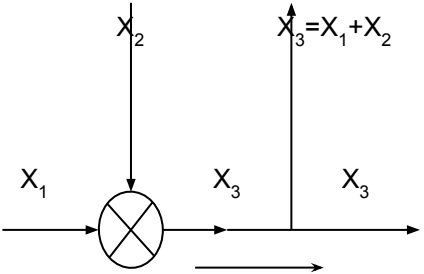
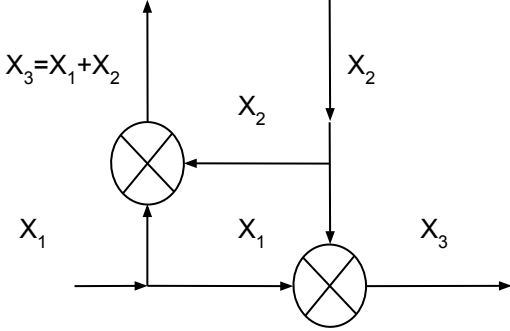
ЛАЧХ

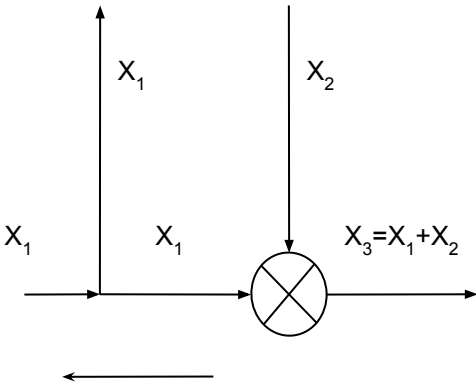
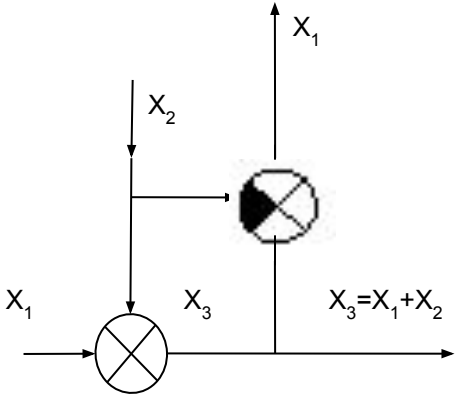
ЛФЧХ

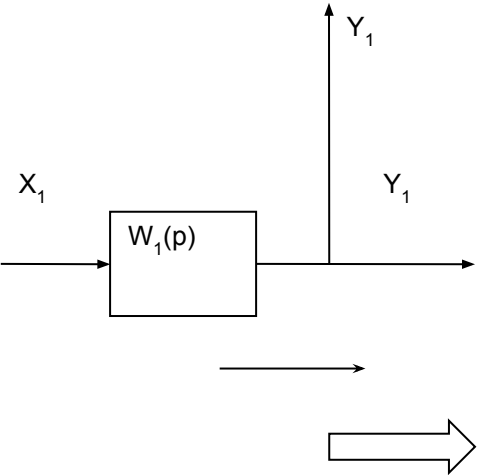
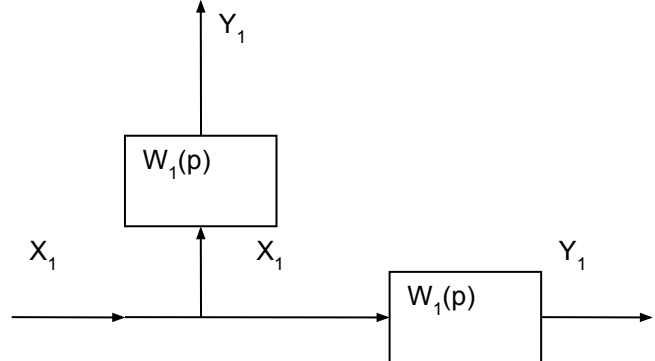


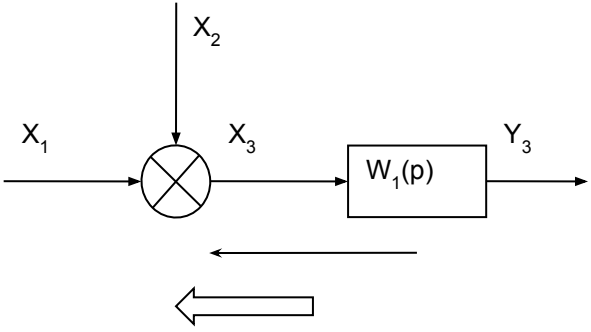
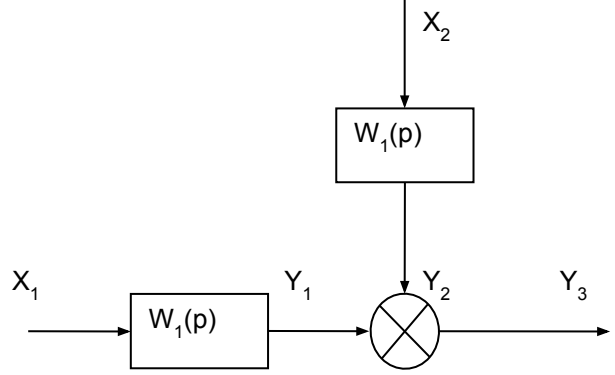


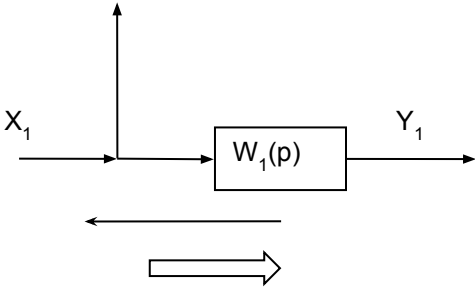
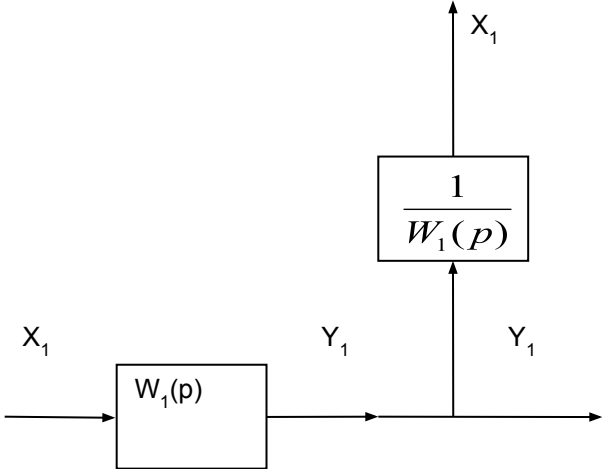
# Правила преобразования структурных схем

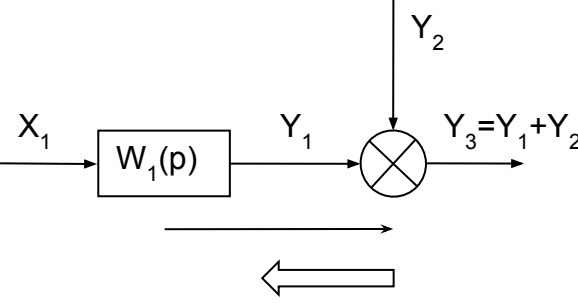
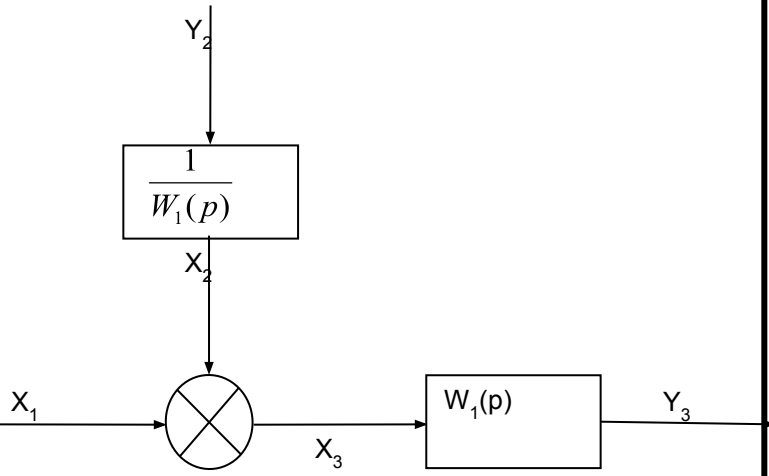
Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
1	Перемещение суммирующего узла через узел разветвления по направлению передачи сигнала	<p>а)</p> 	<p>б)</p> 

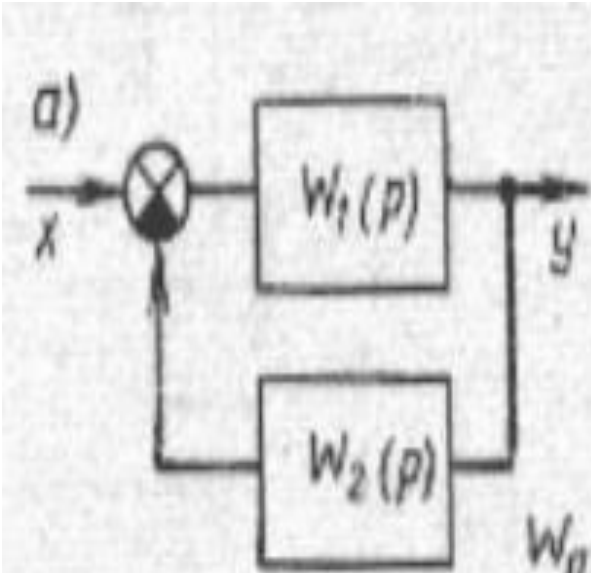
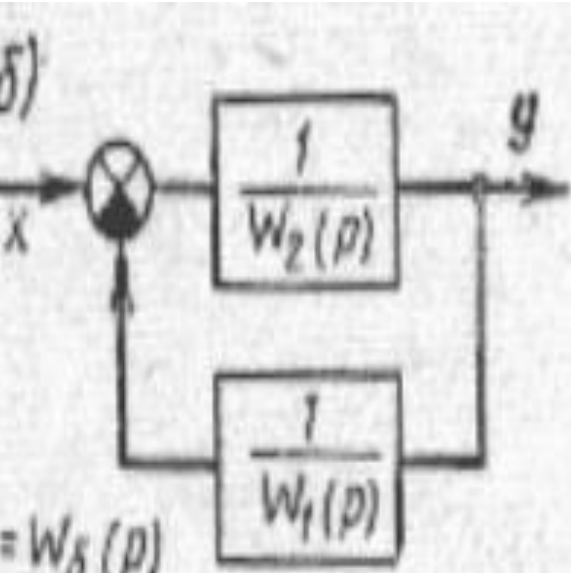
Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
2	То же, против направления передачи сигнала	<p>а)</p> 	<p>б)</p> 

Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
3	Перемещение звена через узел по направлению ветвления	<p>а)</p> 	<p>б)</p> 

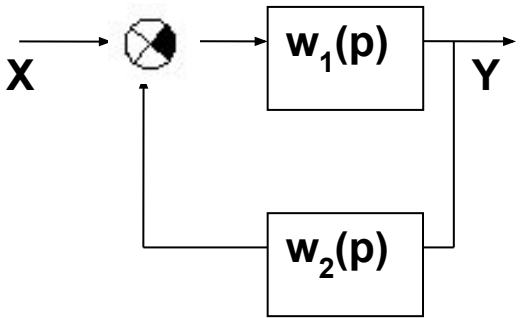
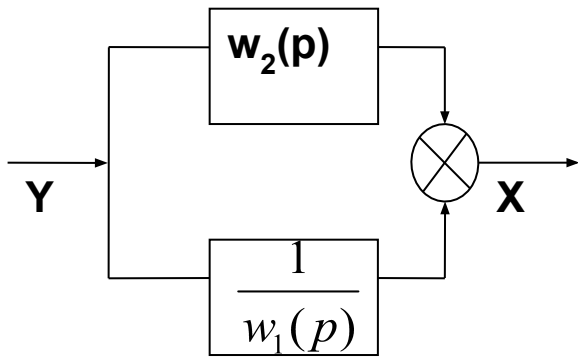
Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
3	Перемещение звена через узел по направлению ветвления	<p>в)</p> 	<p>г)</p> 

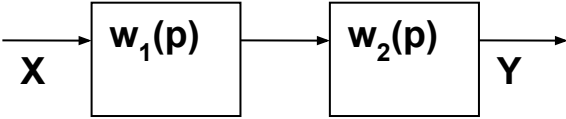
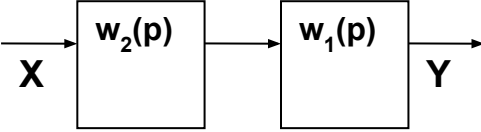
Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
4	Тоже против направления ветвления	<p>а)</p> 	<p>б)</p> 

Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
4	Тоже против направления ветвления	<p>в)</p> 	<p>г)</p> 

Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
5	Эквивалентность встречных параллельных соединений	 <p>Diagram a) shows a summing junction with input <math>x</math> and feedback path through <math>W_2(p)</math> to the junction. The output of the junction goes through <math>W_1(p)</math> to output <math>y</math>.</p>	 <p>Diagram b) shows a summing junction with input <math>x</math> and feedback path through <math>\frac{1}{W_1(p)}</math> to the junction. The output of the junction goes through <math>\frac{1}{W_2(p)}</math> to output <math>y</math>.</p> <p><math>W_a(p) = W_b(p)</math></p>



Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
6	Эквивалентность встречных и согласных параллельных соединений	<p>а)</p>  <p style="text-align: center;"><math>w_a(p) = \frac{1}{w_\delta(p)}</math></p>	<p>б)</p> 

Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
7	Эквивалентность последовательных соединений	<p>а)</p>  <p style="text-align: center;"><math>w_a = w_\delta</math></p>	<p>б)</p> 

# 7. Критерии качества САУ

