

Ермолаев Владимир Александрович, Михайлова Наталья Михайловна
«Расчет угловых и частотных спектров пропускания и отражения
планарной композиционной анизотропной структуры»

Волгоград 2017

Система уравнений распространения
электромагнитных волн в анизотропной среде с
тензором диэлектрической проницаемости

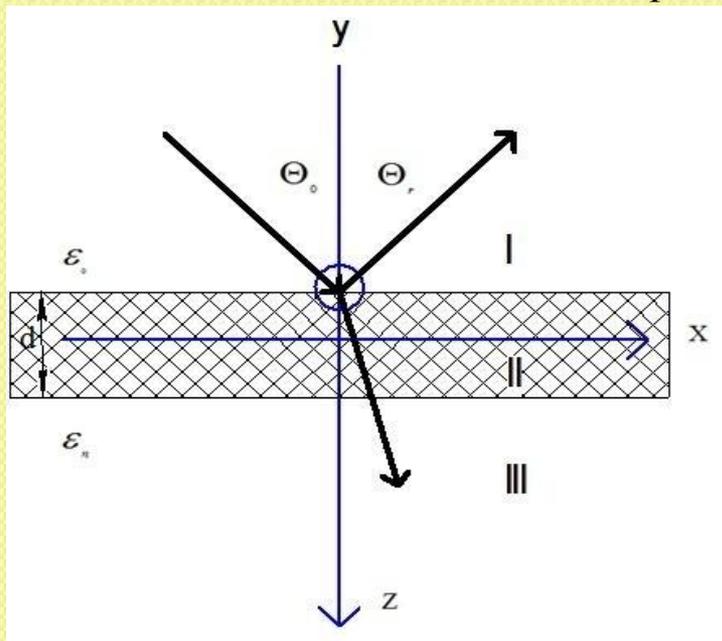


Рис.1. Распространение света в
плоской неоднородной среде
толщины d .

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ 0 & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

$$\mu = 1$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = ik_0 \alpha E_z + ik_0 \mu H_x$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = ik_0 \alpha H_z - ik_0 \varepsilon_{xx} E_x$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = ik_0 \mu H_y$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} = -ik_0 \varepsilon_{yy} E_y - ik_0 \varepsilon_{yz} E_z$$

$$H_z = \frac{\alpha}{\mu} E_x$$

$$\alpha H_x = -\varepsilon_{zy} E_y - \varepsilon_{zz} E_z$$

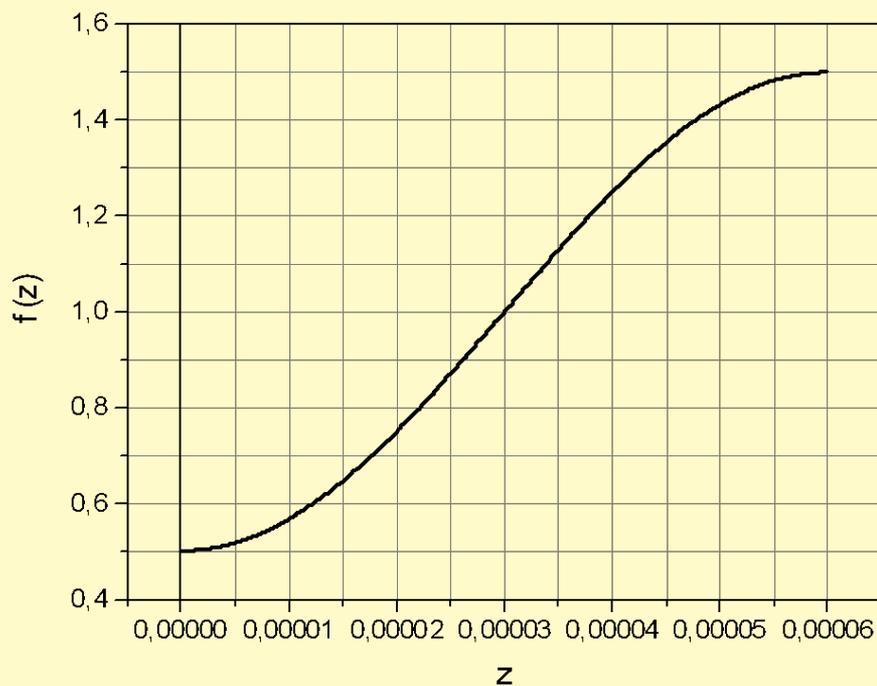
Тензор диэлектрической проницаемости для неоднородной анизотропной плазмы

$$\omega_H = \frac{eH_0}{mc}$$

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 N(z)}{m} \quad N(z) = N_0 f(z)$$

$$N_0 = 10^{16} \text{ см}^3$$

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2} & i \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2} \\ 0 & -i \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2} & 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2} \end{pmatrix}$$



← Функция
распределения
электронов в
отражающем слое:

$$f(z) = \frac{1}{2} + \sin^2\left(\frac{\pi d}{2z}\right)$$

Система дифференциальных уравнений в матричном виде

$$\frac{d}{dz} \vec{Q}(z) = ik_0 \hat{A} \vec{Q}(z),$$

$$\vec{Q}(z) = \begin{pmatrix} E_y(z) \\ H_x(z) \\ H_y(z) \\ E_x(z) \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ \alpha^2 - \epsilon_{xx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha \frac{\epsilon_{yz}}{\epsilon_{zz}} & \frac{\epsilon_{yz}\epsilon_{zy}}{\epsilon_{zz}} - \epsilon_{yy} \\ 0 & 0 & 1 - \frac{\alpha^2}{\epsilon_{zz}} & -\alpha \frac{\epsilon_{zy}}{\epsilon_{zz}} \end{pmatrix}$$

Найдем собственные значения матрицы A:

$$\det \begin{pmatrix} -\lambda & 1 \\ \alpha^2 - \epsilon_{xx} & -\lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} -\lambda - \alpha \frac{\epsilon_{yz}}{\epsilon_{zz}} & \frac{\epsilon_{yz}\epsilon_{zy}}{\epsilon_{zz}} - \epsilon_{yy} \\ 1 - \frac{\alpha^2}{\epsilon_{zz}} & -\lambda - \alpha \frac{\epsilon_{zy}}{\epsilon_{zz}} \end{pmatrix} = 0$$

Решения характеристических уравнений для подсистем s- и p- поляризации

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{\alpha^2 - \varepsilon_{xx}} \quad \lambda_{3,4} = \frac{1}{2} \left(-\alpha \frac{\varepsilon_{yz}}{\varepsilon_{zz}} - \alpha \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} \pm \sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{yz}}{\varepsilon_{zz}} - \alpha \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} \right)^2 + 4 \left(\left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}} \right) \left(\varepsilon_{yy} - \frac{\varepsilon_{yz} \varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} \right) \right)} \right)$$

$$\varepsilon_{yz} = -\varepsilon_{zy}$$

$$\lambda_3 = \sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} \right)^2 + \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}} \right) \left(\frac{\varepsilon_{yz} \varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} - \varepsilon_{yy} \right)} \quad \lambda_4 = -\sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} \right)^2 + \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}} \right) \left(\frac{\varepsilon_{yz} \varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} - \varepsilon_{yy} \right)}$$

Компоненты матрицы Коши для неоднородной анизотропной среды с заданным тензором
диэлектрической проницаемости

$$n_{11} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx}(0) - \alpha^2}}{\sqrt{\varepsilon_{xx} - \alpha^2}} \cos(k_0 \int_0^z \sqrt{\varepsilon_{xx}(\xi) - \alpha^2} d\xi) \quad n_{12} = -\frac{i \sin(k_0 \int_0^z \sqrt{\varepsilon_{xx}(\xi) - \alpha^2} d\xi)}{\sqrt{\varepsilon_{xx} - \alpha^2} \sqrt{\varepsilon_{xx}(0) - \alpha^2}}$$

$$n_{21} = -i \sqrt{\varepsilon_{xx} - \alpha^2} \sqrt{\varepsilon_{xx}(0) - \alpha^2} \sin(k_0 \int_0^z \sqrt{\varepsilon_{xx}(\xi) - \alpha^2} d\xi) \quad n_{22} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx} - \alpha^2}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}(0) - \alpha^2}} \cos(k_0 \int_0^z \sqrt{\varepsilon_{xx}(\xi) - \alpha^2} d\xi)$$

← Компоненты матрицы Коши для S-поляризации

$$n_{33} = \frac{\sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}}\right)^2 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}}\right) \left(\frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}}\right)^2 + \varepsilon_{yy}}}{\sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}(0)}{\varepsilon_{zz}(0)}\right)^2 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}(0)}\right) \left(\frac{\varepsilon_{zy}(0)}{\varepsilon_{zz}(0)}\right)^2 + \varepsilon_{yy}(0)}} \cos(k_0 \int_0^z \sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}(\xi)}{\varepsilon_{zz}(\xi)}\right)^2 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}(\xi)}\right) \left(\frac{\varepsilon_{zy}(\xi)}{\varepsilon_{zz}(\xi)}\right)^2 + \varepsilon_{yy}(\xi)} d\xi)$$

$$n_{34} = -\frac{\left(\varepsilon_{yz} - \frac{\varepsilon_{yz} \varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}}\right)}{\sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}(0)}{\varepsilon_{zz}(0)}\right)^2 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}(0)}\right) \left(\frac{\varepsilon_{zy}(0)}{\varepsilon_{zz}(0)}\right)^2 + \varepsilon_{yy}(0)}} i \sin(k_0 \int_0^z \sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}(\xi)}{\varepsilon_{zz}(\xi)}\right)^2 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}(\xi)}\right) \left(\frac{\varepsilon_{zy}(\xi)}{\varepsilon_{zz}(\xi)}\right)^2 + \varepsilon_{yy}(\xi)} d\xi)$$

$$n_{43} = i \left(\varepsilon_{yz} - \frac{\varepsilon_{yz} \varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}}\right) \left\{ \frac{\sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}}\right)^2 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}}\right) \left(\frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}}\right)^2 + \varepsilon_{yy}}}{\sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}(0)}{\varepsilon_{zz}(0)}\right)^2 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}(0)}\right) \left(\frac{\varepsilon_{zy}(0)}{\varepsilon_{zz}(0)}\right)^2 + \varepsilon_{yy}(0)}} \left(\sin(k_0 \int_0^z \sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}(\xi)}{\varepsilon_{zz}(\xi)}\right)^2 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}(\xi)}\right) \left(\frac{\varepsilon_{zy}(\xi)}{\varepsilon_{zz}(\xi)}\right)^2 + \varepsilon_{yy}(\xi)} d\xi) \right) \right\}$$

$$n_{44} = \frac{\sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}}\right)^2 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}}\right) \left(\frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}}\right)^2 + \varepsilon_{yy}}}{\sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}(0)}{\varepsilon_{zz}(0)}\right)^2 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}(0)}\right) \left(\frac{\varepsilon_{zy}(0)}{\varepsilon_{zz}(0)}\right)^2 + \varepsilon_{yy}(0)}} \cos(k_0 \int_0^z \sqrt{\left(\alpha \frac{\varepsilon_{zy}(\xi)}{\varepsilon_{zz}(\xi)}\right)^2 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{zz}(\xi)}\right) \left(\frac{\varepsilon_{zy}(\xi)}{\varepsilon_{zz}(\xi)}\right)^2 + \varepsilon_{yy}(\xi)} d\xi)$$

Компоненты матрицы Коши для P-поляризации

Энергетические коэффициенты отражения и пропускания для волн S - и P -поляризации

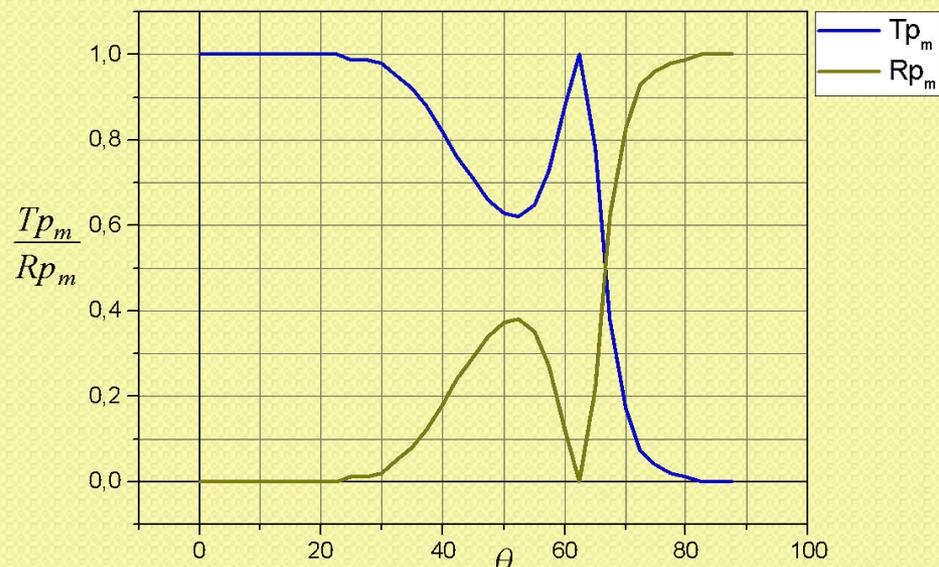
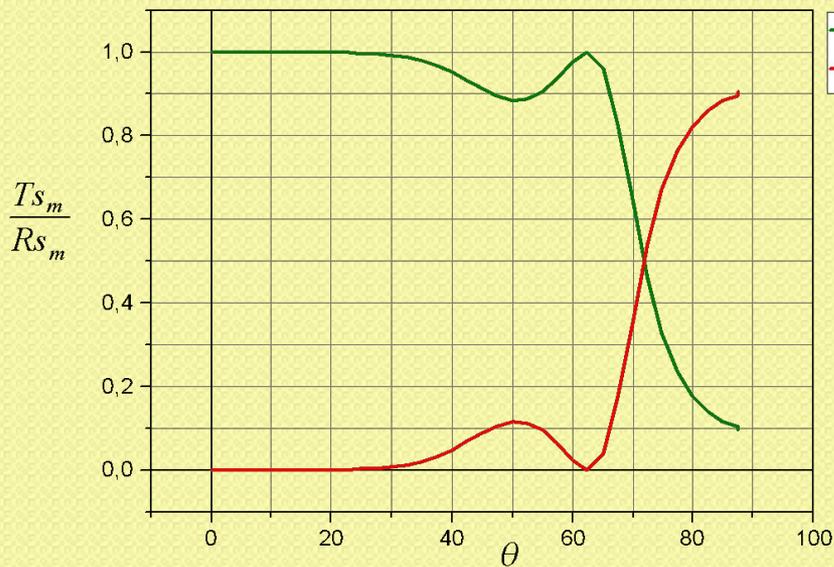
$$R_s = \frac{p_0(n_{22}(z) + n_{12}(z)p_n) - (n_{21}(z) + n_{11}(z)p_n)}{p_0(n_{22}(z) + n_{12}(z)p_n) + (n_{21}(z) + n_{11}(z)p_n)}$$

$$R_p = \frac{q_0(n_{44}(z) - n_{34}(z)q_n) + (n_{43}(z) - n_{33}(z)q_n)}{q_0(n_{44}(z) - n_{34}(z)q_n) - (n_{43}(z) - n_{33}(z)q_n)}$$

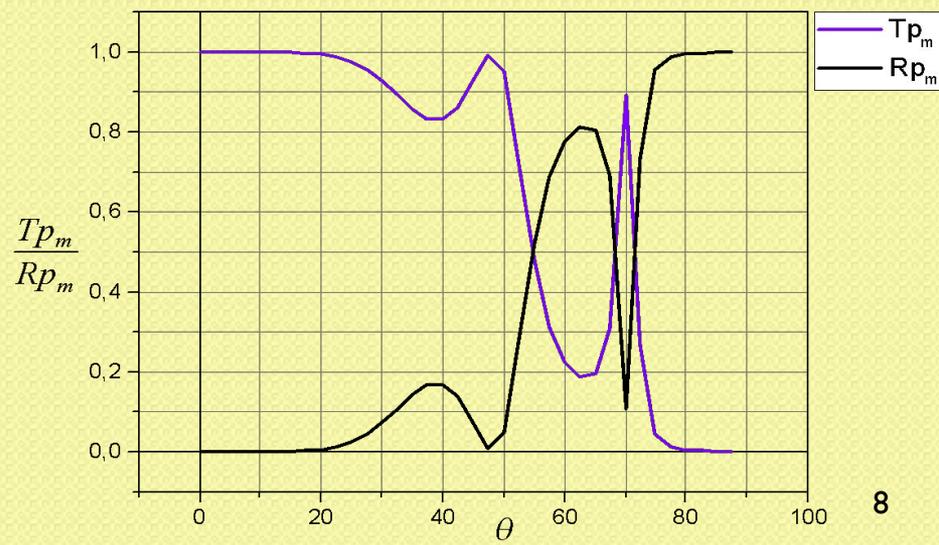
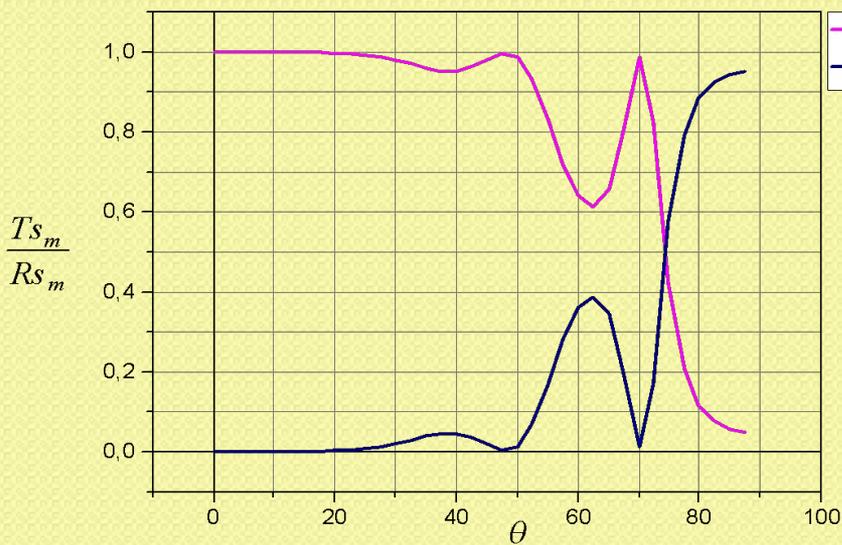
$$T_s = \frac{2p_0}{p(0)(n_{22}(z) + n_{12}(z)) + (n_{21}(z) + n_{11}(z)p(z))}$$

$$T_p = \frac{2p_0}{g(0)(n_{44}(z) + n_{34}(z)) + (n_{43}(z) + n_{33}(z)g(z))}$$

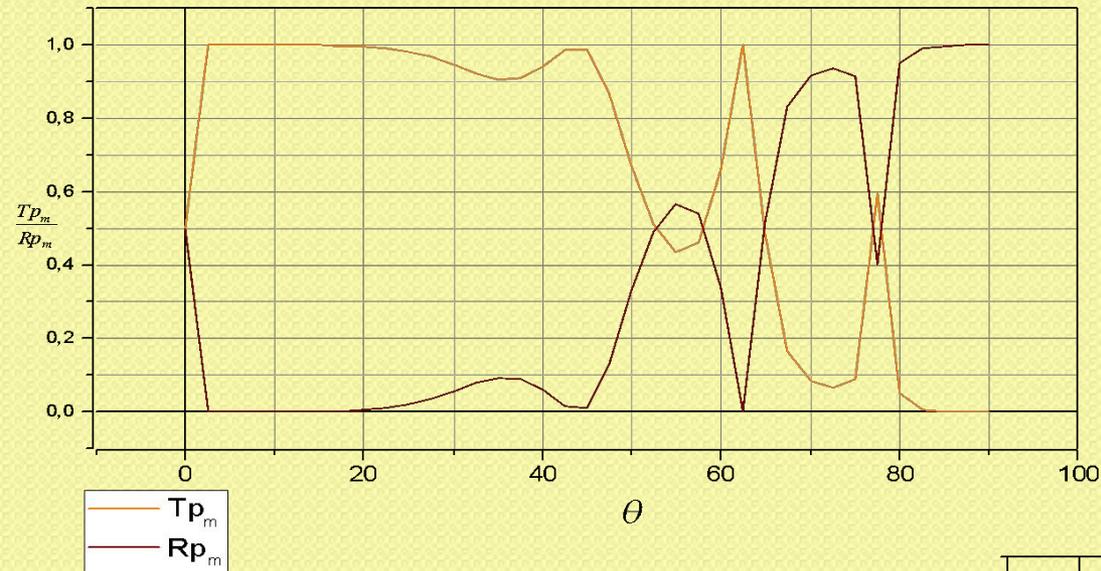
Зависимость энергетических коэффициентов отражения и пропускания для волны S- и P-поляризации при толщине слоя $d=300$ нм и длине волны $\lambda=300$ нм.



Зависимость энергетических коэффициентов отражения и пропускания для волны S- и P-поляризации при толщине слоя $d=450$ нм и длине волны $\lambda=300$ нм.



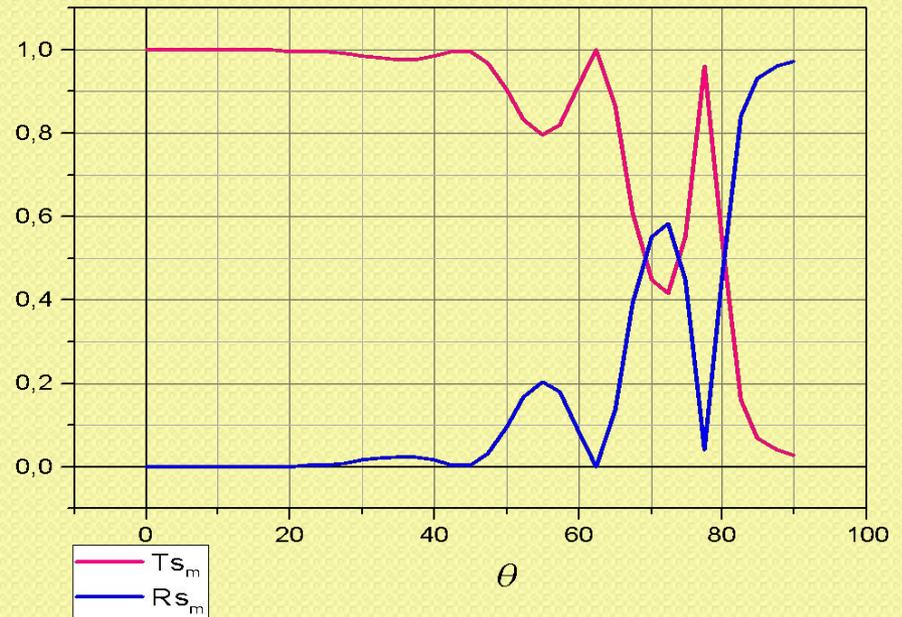
Зависимость энергетических коэффициентов отражения и пропускания для волны S- и P-поляризации при толщине слоя $d=600$ нм и длине волны $\lambda=300$ нм.



← Для волны P - поляризации

Для волны S - поляризации →

$$\frac{T_s_m}{R_s_m}$$



Заключение:

Заключение

В работе рассмотрен случай распространения света в неоднородной анизотропной слоистой среде.

1) Были получены уравнения для нахождения компонент электромагнитных волн S, P- поляризации в неоднородной анизотропной среде с заданным тензором диэлектрической проницаемости

2) Получены зависимости коэффициента пропускания электромагнитных волн S, P- поляризации от угла падения.