

Лекция 3

Содержание

Постоянный электрический ток

- Электрический ток
- Сила тока и плотность тока
- Уравнение непрерывности
- Электродвижущая сила
- Закон Ома для участка цепи и замкнутой цепи
Закон Ома в дифференциальной форме
- Правила Кирхгофа для разветвленных электрических цепей
- Работа и мощность электрического тока
- Закон Джоуля-Ленца

Электрический ток

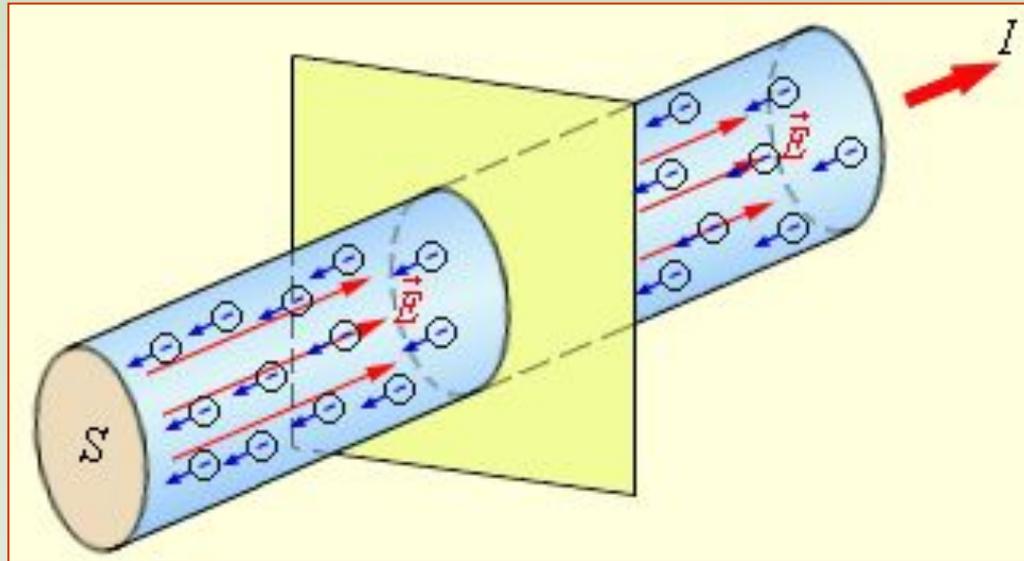
Электрическим током называют упорядоченное движение зарядов. Для протекания тока необходимо:

- 1) наличие в теле (среде) носителей тока: заряженных частиц, способных перемещаться по всему объему тела.
- 2) существование внутри тела электрическое поле.

Количественной характеристикой тока является величина, называемая **силой тока**, которая определяется, как величина заряда, переносимого через рассматриваемую поверхность в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (4.1)$$

За направление тока принимается направление движение *положительных* зарядов. Сила тока является величиной скалярной и измеряется в амперах (А); сила тока в 1 А соответствует скорости переноса заряда в 1 Кл/с.



*Упорядоченное движение электронов
в металлическом проводнике*

Для более детальной характеристики вводят вектор **плотности тока** \vec{j} . Модуль этого вектора численно равен отношению силы тока dI через элементарную площадку, расположенную в данной точке перпендикулярно направлению движения носителей заряда к ее площади dS_{\perp} :

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}. \quad (4.2)$$

За направление вектора плотности тока \vec{j} принимают направление вектора скорости \vec{u} упорядоченного движения положительных зарядов.

Поле вектора плотности тока графически изображают с помощью линий тока, которые проводят так же, как и линии вектора \vec{E} .

Зная вектор плотности тока в каждой точке интересующей нас поверхности S , можно найти и силу тока через эту поверхность, как поток вектора \vec{j} :

$$I = \int \vec{j} d\vec{S}. \quad (4.3)$$

Уравнение непрерывности

Рассмотрим в некоторой среде, в которой течет ток, воображаемую замкнутую поверхность S . Выражение $\oint \vec{j} d\vec{S}$ дает заряд, выходящий в единицу времени из объема V , ограниченного поверхностью S . В силу закона сохранения заряда эта величина должна быть равна скорости убывания заряда q , содержащегося в данном объеме:

$$\oint \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}. \quad (4.4)$$

Это соотношение называют уравнением непрерывности (является выражением закона сохранения заряда).

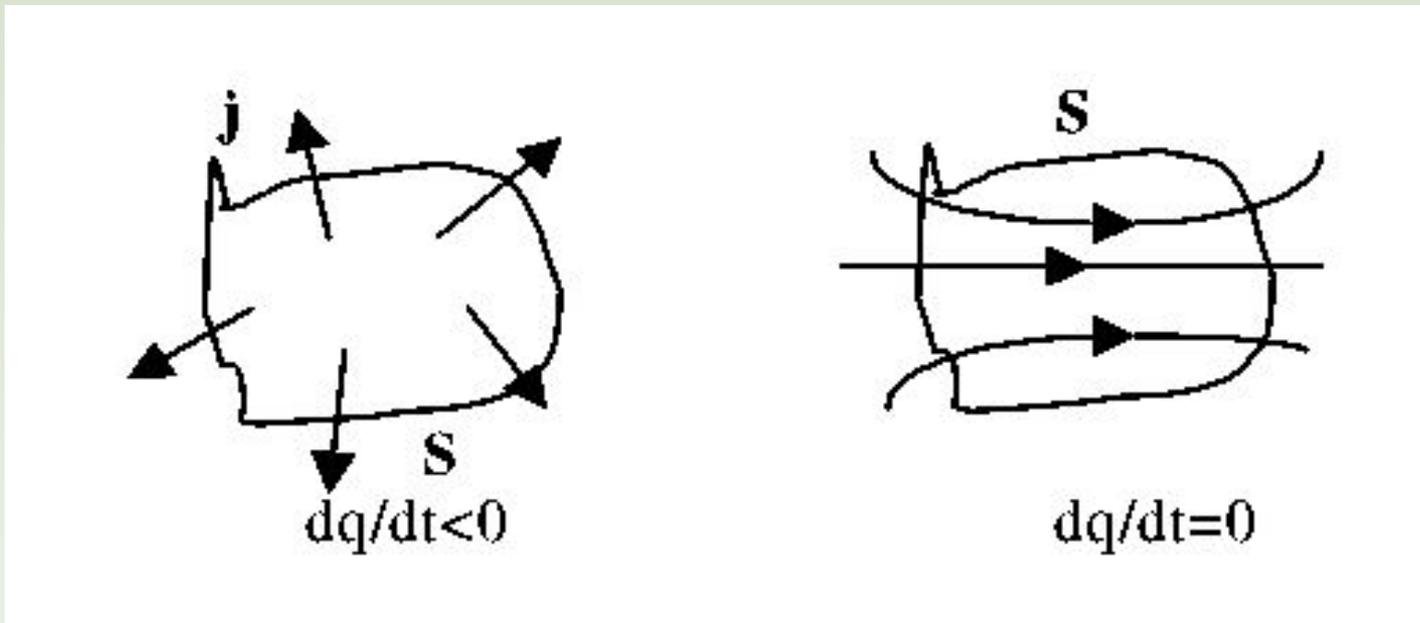
В случае стационарного (постоянного) тока распределение зарядов в пространстве должно оставаться неизменным, т.е.

$$dq/dt = 0$$

Следовательно,

$$\oint \vec{j} d\vec{S} = 0. \quad (4.5)$$

иначе говоря, линии вектора \vec{j} нигде не начинаются и нигде не заканчиваются. Следовательно, линии постоянного тока всегда замкнуты.



Закон Ома для однородного проводника

Сила тока, протекающего по однородному проводнику, пропорциональна разности потенциалов на его концах (напряжению U):

$$I = \frac{U}{R}, \quad (4.6)$$

где R - электрическое сопротивление проводника. Единицей сопротивления служит *Ом*.

В простейшем случае однородного цилиндрического проводника сопротивление

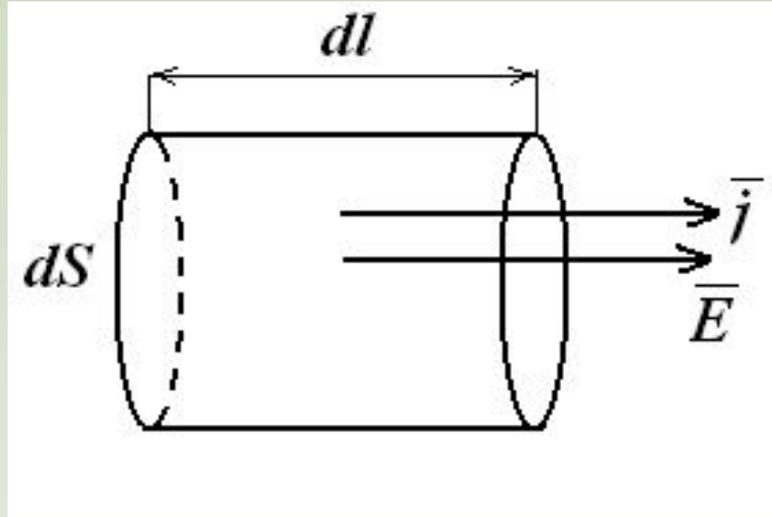
$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.7)$$

где l - длина проводника, S - площадь его поперечного сечения, ρ - удельное электрическое сопротивление (зависит от материала проводника и его температуры).

Выражают ρ в *ом·метрах* (*Ом·м*).

Закон Ома в дифференциальной форме.

Найдем связь между плотностью тока \vec{j} и напряженностью поля в той же точке проводящей среды.



Выделим мысленно в окрестности некоторой точки проводящей среды элементарный цилиндрический объем с образующими параллельными вектору \vec{j} , а значит и вектору \vec{E} . Если поперечное сечение цилиндра dS , а его длина dl , то для такого элементарного цилиндра можно записать

$$j dS = \frac{E dl}{\rho dl/dS},$$

после сокращений, получим в векторном виде,

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \gamma \vec{E}, \quad (4.8)$$

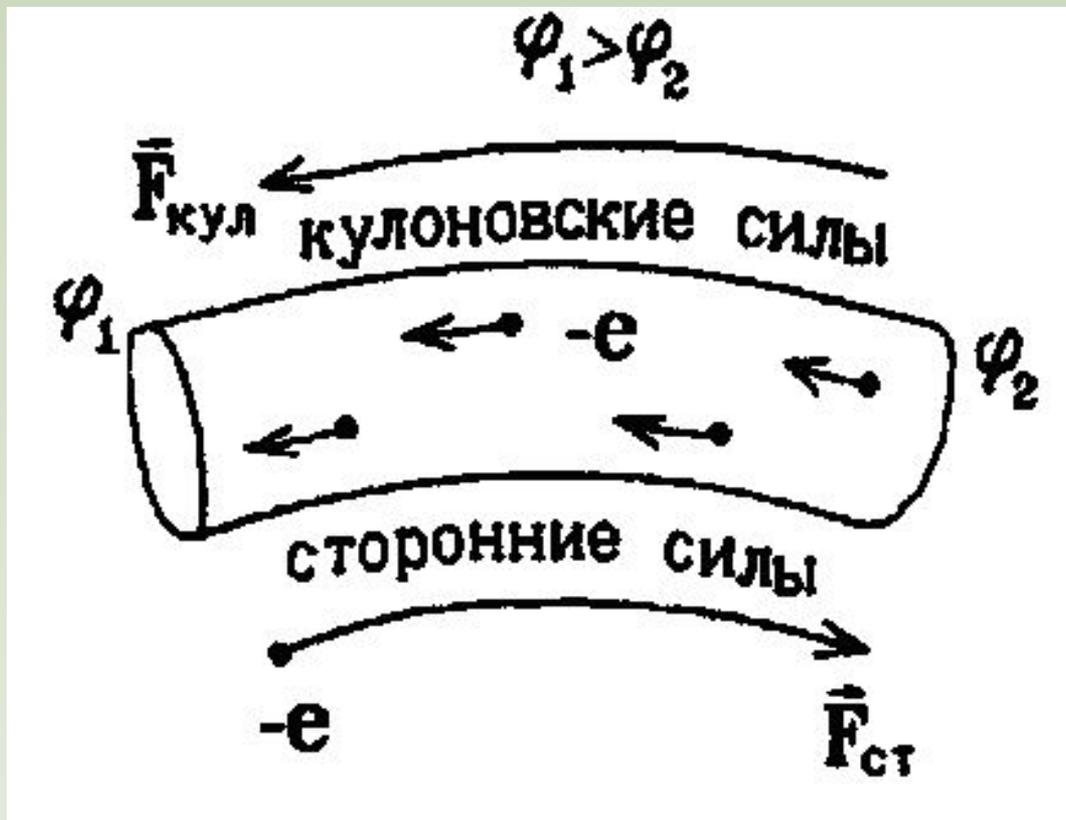
где $\gamma = \frac{1}{\rho}$ - удельная проводимость среды.

Единица $\frac{1}{\rho}$ удельной проводимости - сименс на метр ($См/м$).

Полученное выражение (4.8) называется **дифференциальным законом Ома**, оно не содержит дифференциалов (производных), а называется так потому, что в нем устанавливается связь между величинами, относящимися к одной и той же точке проводника.

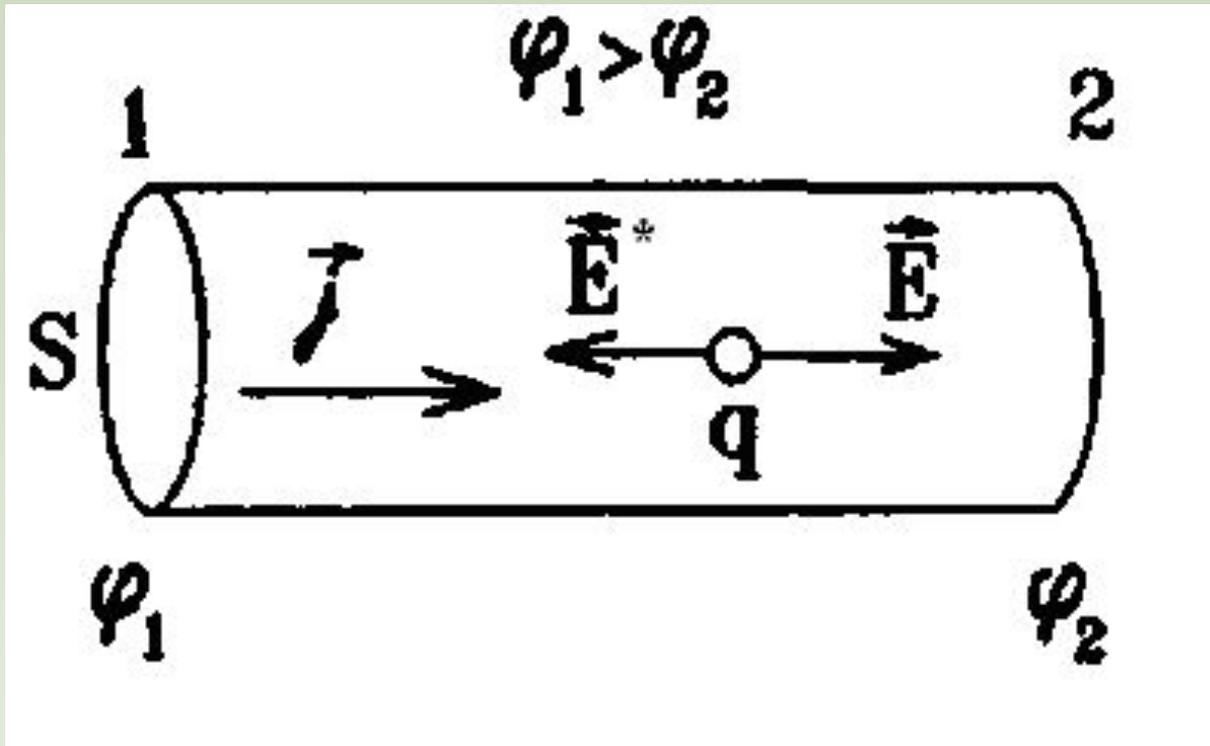
Сторонние силы

Если на концах проводника создать разность потенциалов, то свободные носители заряда под действием электростатических сил быстро перераспределятся так, чтобы скомпенсировать поле внутри проводника и сделать потенциал проводника всюду одинаковым. Электрический ток при этом прекращается. Поэтому для поддержания ненулевой разности потенциалов и создания постоянного тока должны присутствовать дополнительные силы *неэлектростатической природы*. Это химические, диффузионные и другие силы. Они совершают работу против электростатических кулоновских сил, возвращая свободные носители заряда обратно, и называются **сторонними силами**.



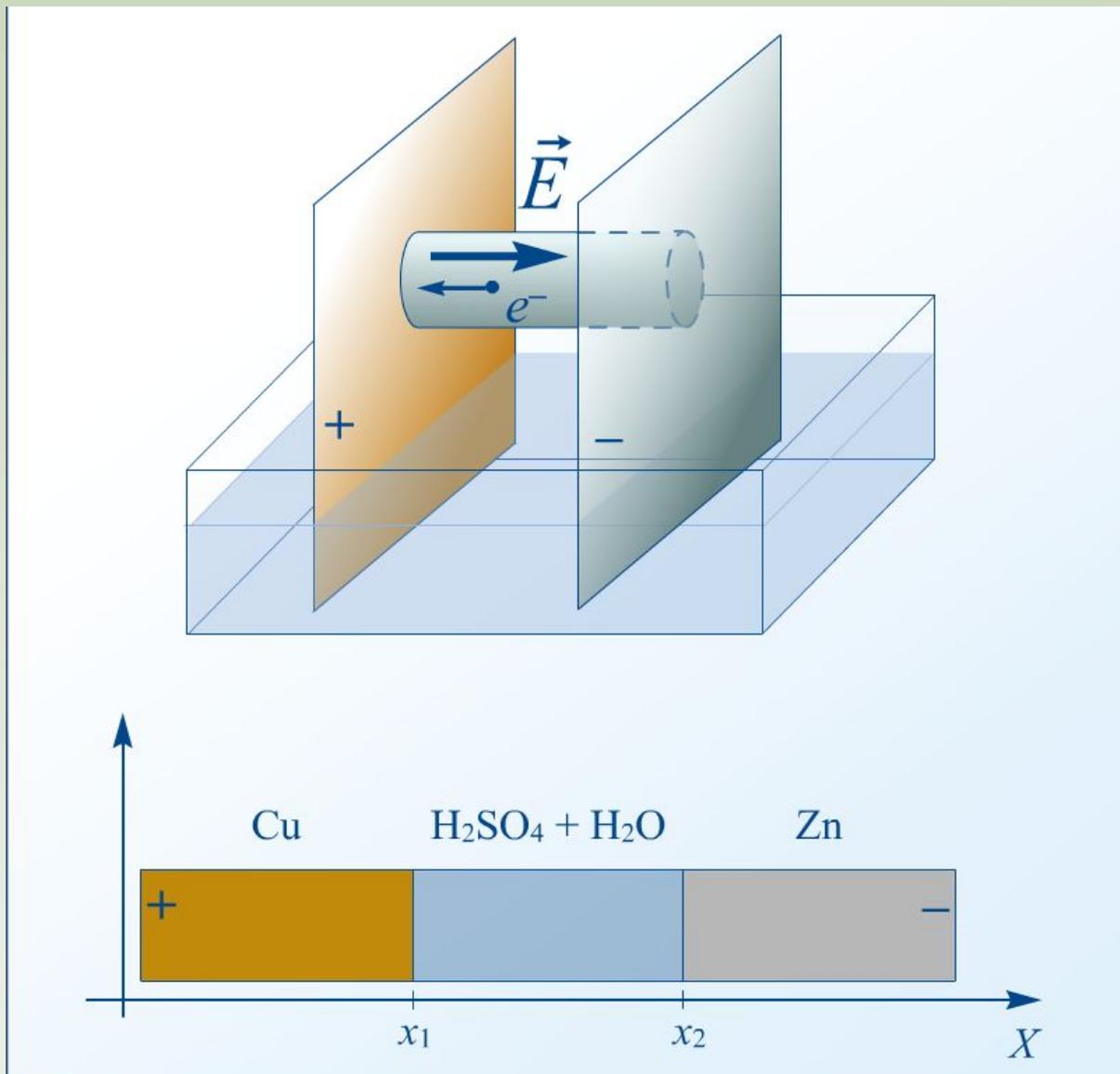
При наличии постоянного тока в проводнике на свободные носители заряда q действуют, вообще говоря, как кулоновские силы $\vec{F} = q\vec{E}$, так и **сторонние силы**:

$\vec{F}_{cm} = q\vec{E}^*$, где \vec{E}^* - напряженность поля сторонних сил.



Но если в однородном проводнике плотность тока в любой точке определяется проводимостью γ и напряженностью электростатического кулоновского поля в данной точке:

$\vec{j} = \gamma \vec{E}$ (закон Ома), то при появлении сторонних сил они должны складываться с кулоновскими:



Химический источник тока

$$\vec{j} = \gamma (\vec{E} + \vec{E}^*). \quad (4.9)$$

Участок проводника, на котором действуют сторонние силы, называется **неоднородным**.

В тонком неоднородном проводнике векторы \vec{j} и \vec{E} направлены вдоль оси, перпендикулярно сечению проводника S . Интегрируя по длине проводника обе части равенства (4.9), в случае постоянного или квазистационарного тока, получим:

$$\int_1^2 \frac{1}{\gamma} \vec{j} dl = \int_1^2 \vec{E} dl + \int_1^2 \vec{E}^* dl.$$

Учтем, что $\frac{1}{\gamma} = \rho$, $\frac{j}{S} = const$ поэтому $\int_1^2 \frac{1}{\gamma} j dl = I \rho \frac{l}{S}$.

Первое слагаемое справа является разностью потенциалов:

$$\int_1^2 \vec{E} dl = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Работу сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда называют **электродвижущей силой (ЭДС) ε** , действующей на данном участке цепи:

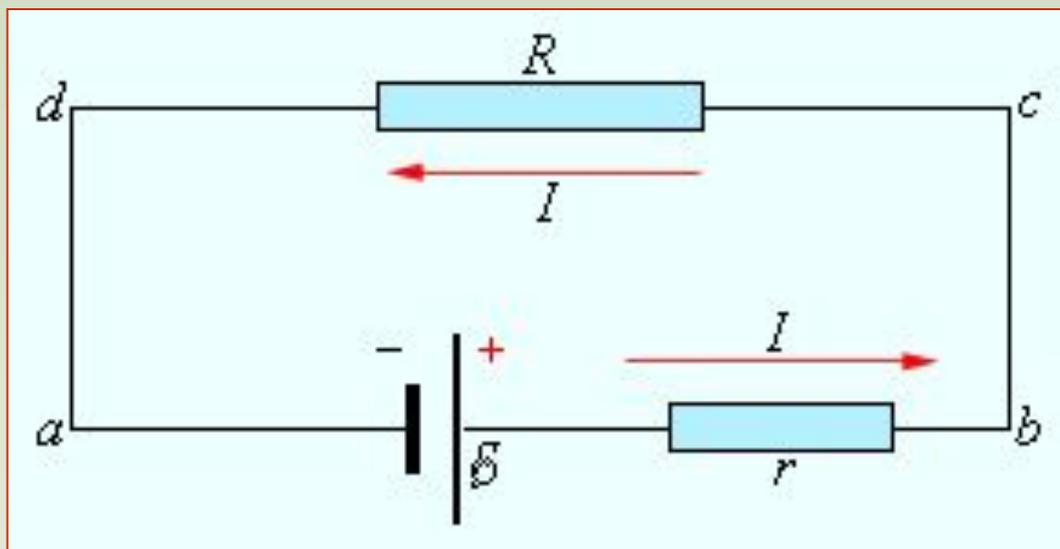
$$\varepsilon_{12} = \frac{A_{cm}}{q} = \frac{1}{q} \int_1^2 \vec{F}_{cm} dl = \int_1^2 \vec{E}^* dl .$$

Как и разность потенциалов, ЭДС измеряется в вольтах. С учетом этого определения получаем выражение:

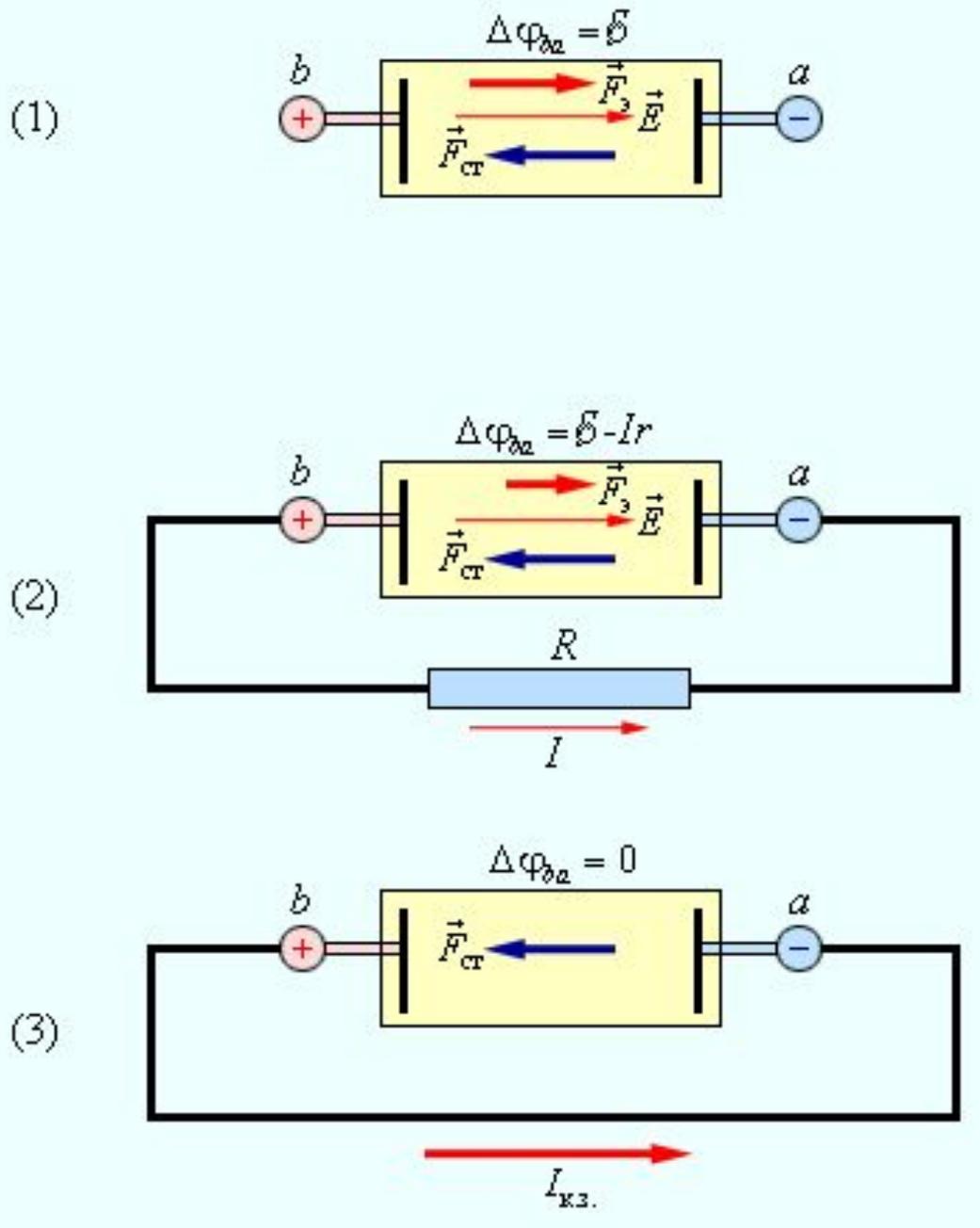
$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12} . \quad (4.10)$$

- **закон Ома для неоднородного участка проводника**, включающего ЭДС ε_{12} , причем $(\varphi_1 - \varphi_2)$ - разность потенциалов на его концах.

Закон Ома для полной электрической цепи



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$



Схематическое изображение источника постоянного тока:
 1 – батарея разомкнута (режим холостого хода);
 2 – батарея замкнута на внешнее сопротивление R ;
 3 – режим короткого замыкания

Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

Узлом называется точка, в которой соединяются три или более проводников.

Участок цепи – отрезок между соседними узлами.

Контур цепи – замкнутая сама на себя последовательность участков цепи.

Первое правило Кирхгофа.

Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю.

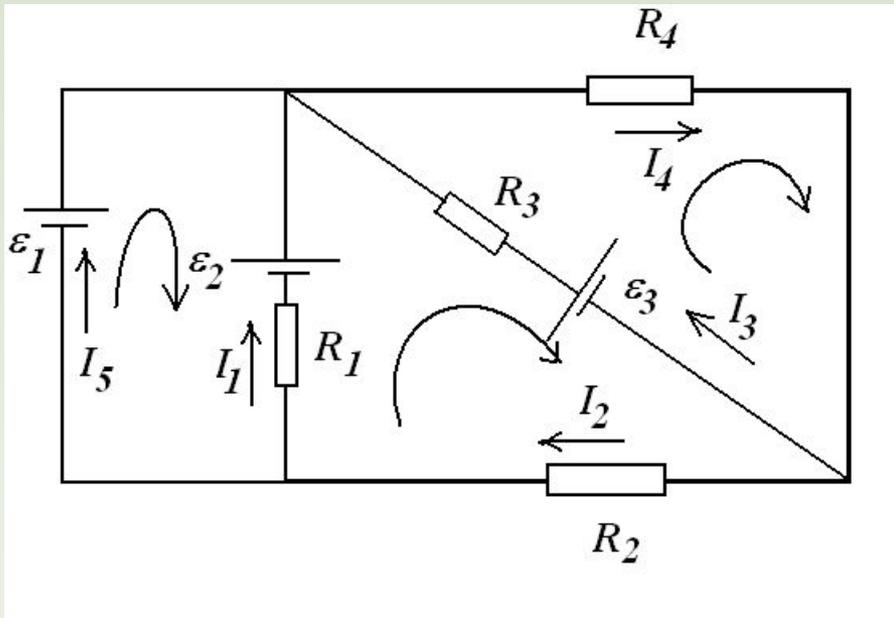
$$\sum_{i=1}^N I_i = 0. \quad (4.11)$$

Второе правило Кирхгофа.

Алгебраическая сумма произведений сил токов в отдельных участках произвольного замкнутого контура на их сопротивления равна алгебраической сумме э.д.с., действующих в этом контуре.

$$\sum_{i=1}^N I_i R_i = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i . \quad (4.12)$$

Пример.



$$I_5 + I_1 + I_3 - I_4 = 0$$

$$I_2 - I_1 - I_5 = 0$$

$$-I_1 R_1 + I_5 \cdot 0 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

$$I_1 R_1 - I_3 R_3 + I_2 R_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_3$$

$$I_4 R_4 + I_3 R_3 = \varepsilon_3$$

Закон Джоуля – Ленца

Рассмотрим произвольный участок электрической цепи, по которой течет ток. За время dt через какое - либо сечение проводника будет перенесен заряд $dq = Idt$, тогда работа по его переносу равна:

$$dA = Udq = IUdt ,$$

где U - напряжение, и, следовательно, мощность, которую развивают силы источника:

$$P = \frac{dA}{dt} = IU = (\varphi_1 - \varphi_2)I + \varepsilon_{12}I . \quad (4.13)$$

В случае, когда проводник неподвижен и химических реакций в нем не происходит, работа тока затрачивается на увеличение внутренней энергии проводника, в результате чего проводник *нагревается*.

Принято говорить, что в проводнике выделяется тепло:

$$dQ = IUdt \quad (4.14)$$

или

$$Q = \int_0^T IUdt = \int_0^T I^2 Rdt = \int_0^T \frac{U^2}{R} dt . \quad (4.15)$$

Этот закон был установлен экспериментально и назван **законом Джоуля - Ленца**. Если в цепи течет постоянный ток, то закон можно записать в простом виде:

$$Q = I^2 Rt . \quad (4.16)$$

Получим *дифференциальный вид закона*. Выделим в проводнике элементарный объем в виде цилиндра.

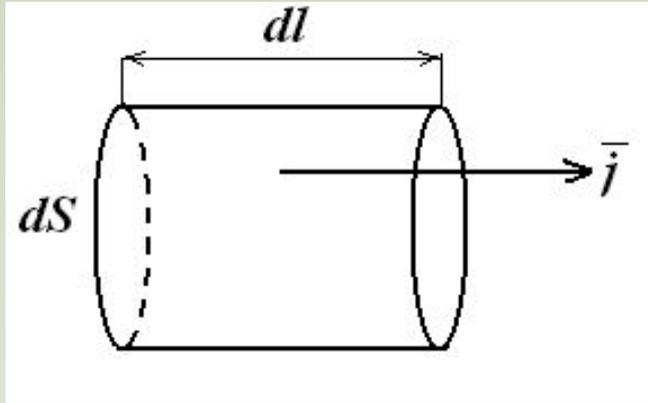


Рис.4

Согласно закону Джоуля – Ленца за время dt в проводнике выделится тепло

$$dQ = I^2 R dt = (j dS)^2 \frac{\rho dl}{dS} dt = \rho j^2 dV dt ,$$

где $dV = dS dl$ - величина элементарного объема.

Разделив это выражение на $dV dt$ найдем количество теплоты, выделяющееся в единице объема за единицу времени при протекании тока, которое называется *удельной тепловой мощностью тока*:

$$Q_{y\partial} = \rho j^2 . \quad (4.17)$$