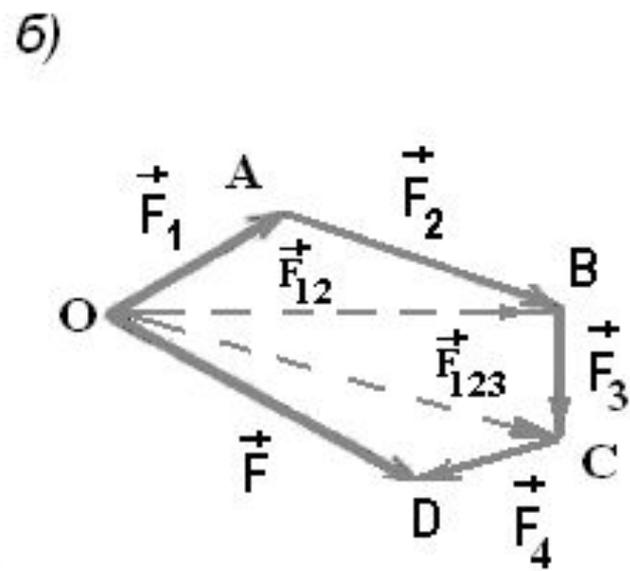
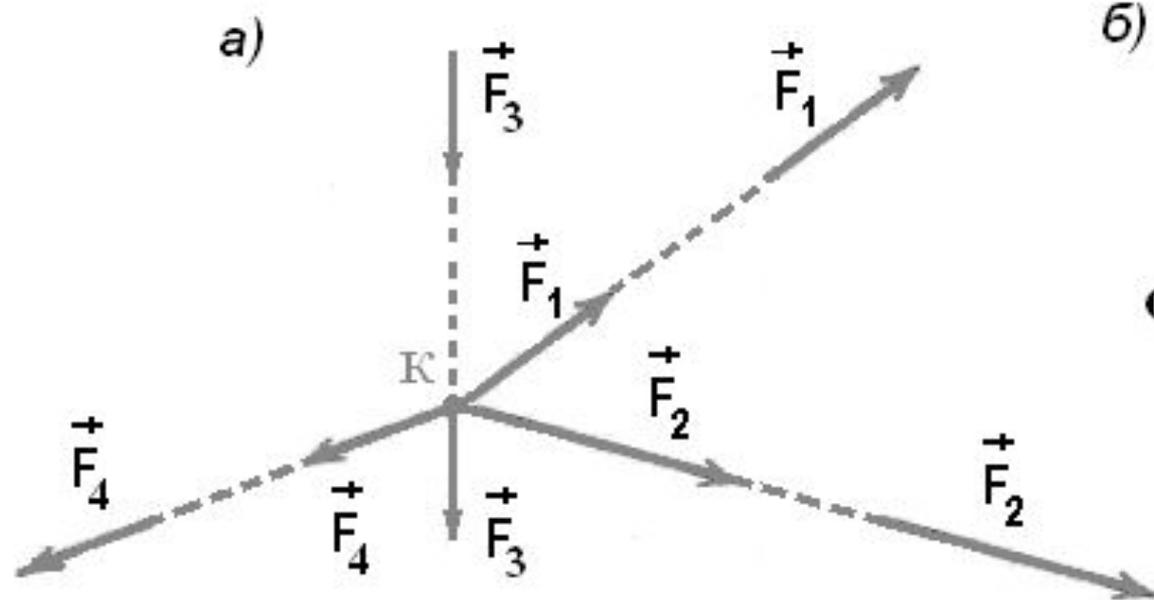


# Система сил, моменты

*Геометрический метод сложения сил,  
приложенных в одной точке*

- Поскольку силу можно переносить по линии ее действия, то сходящиеся силы всегда можно перенести в одну точку – в точку пересечения этих линий действия. Пусть даны четыре силы. Перенесем эти силы в точку К.

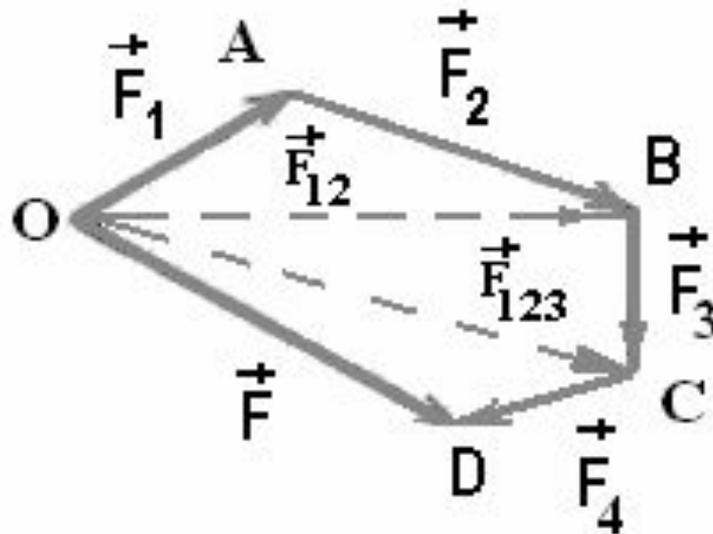


- По правилу треугольника сложим последовательно данные силы.

$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \vec{F}_{123} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_3$$

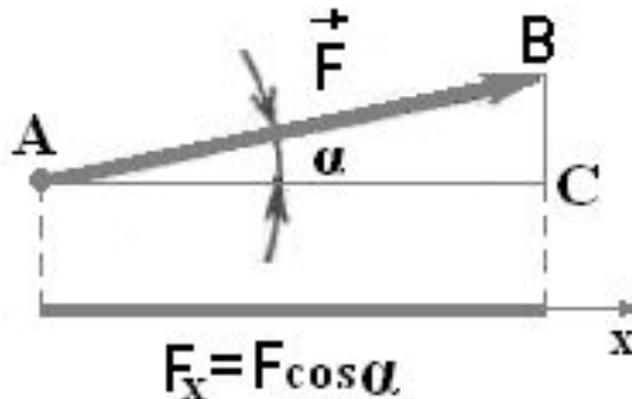
$$\vec{F} = \vec{F}_{123} + \vec{F}_4$$

- Фигура  $OABCD$  называется силовым многоугольником.
- Замыкающая сторона этого многоугольника представляет собой равнодействующую заданной системы сил, равную их геометрической сумме.
- Равнодействующая сила всегда направлена от начала первого слагаемого к концу последнего слагаемого



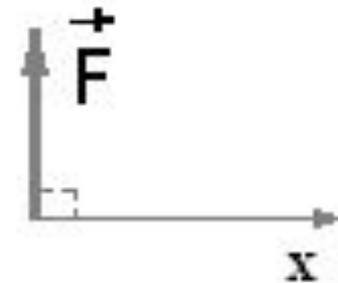
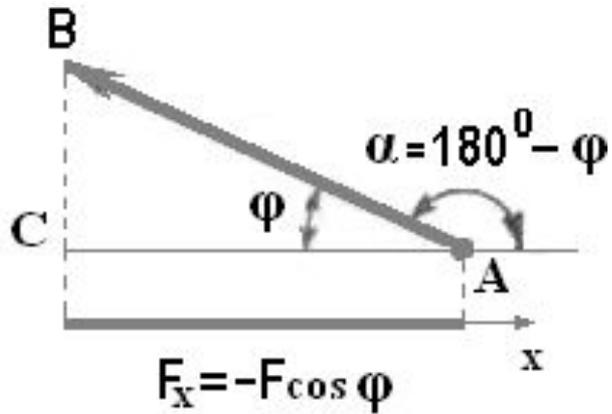
# Проекция силы на ось.

- Проекция вектора на ось является скалярной величиной, которая определяется отрезком оси, отсекаемым перпендикулярами, опущенными на нее из начала и конца вектора.
- Проекция вектора считается положительной, если направление от начала проекции к ее концу совпадает с положительным направлением оси. Проекция вектора считается отрицательной, если направление от начала проекции к ее концу противоположно положительному направлению оси.



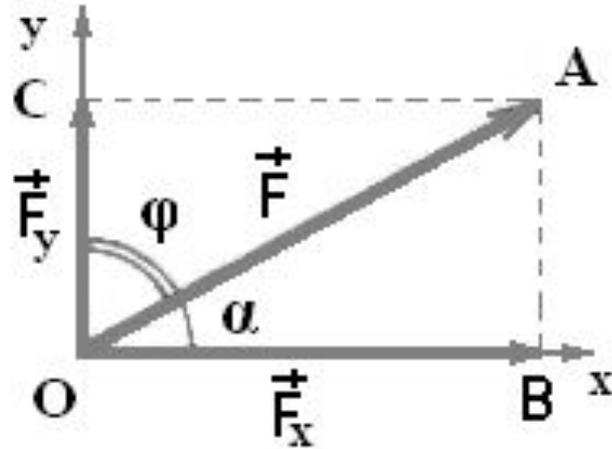
- **Проекция силы на ось координат равна произведению модуля силы на косинус угла между вектором силы и положительным направлением оси.**

- $F_x = F \cos \alpha$



$$F_x = F \cos 90^\circ = 0.$$

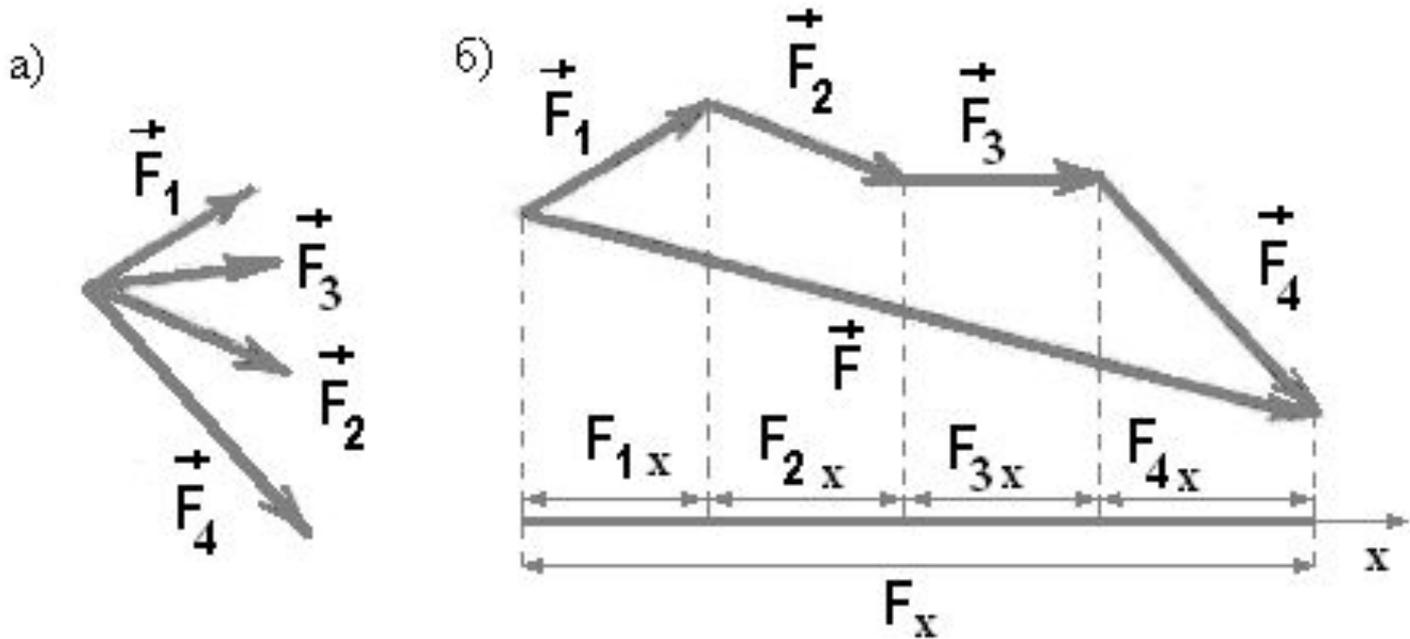
$$F_x = F \cos \alpha = F \cos 180^\circ - \varphi = -F \cos \varphi.$$



Из  $\triangle OAB$ :  $F_x = F \cos \alpha$ ,  $F_y = F \sin \alpha$ .  
 Из  $\triangle OAC$ :  $F_x = F \sin \alpha$ ,  $F_y = F \cos \alpha$ .  
 Модуль силы можно найти по теореме  
 Пифагора

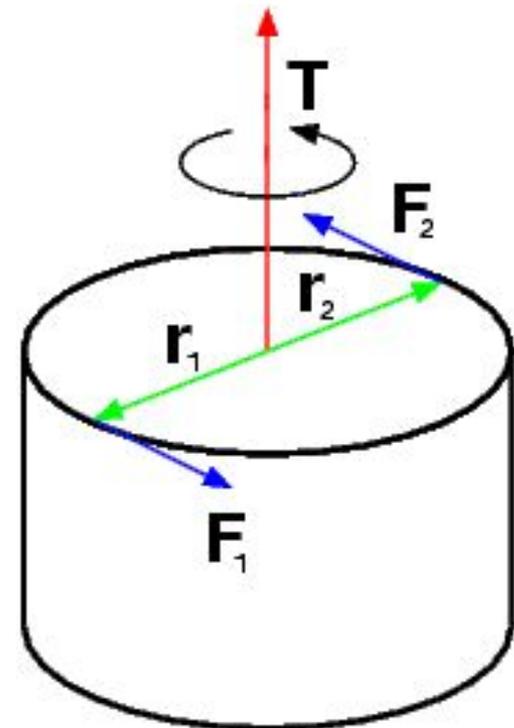
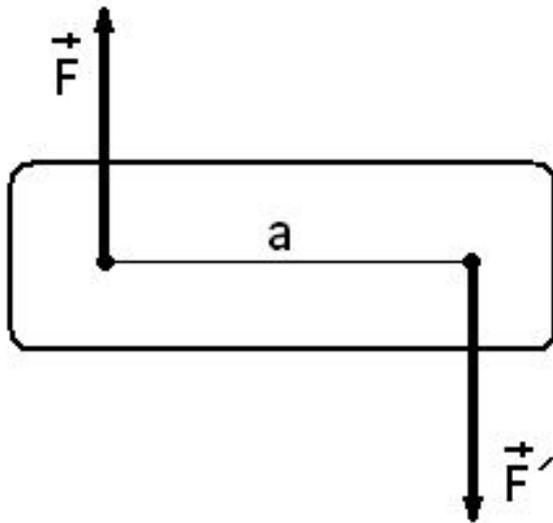
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

- Проекция векторной суммы или равнодействующей на какую-либо ось равна алгебраической сумме проекций слагаемых векторов на ту же ось.
- $F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x}$



# Пара сил и моменты сил

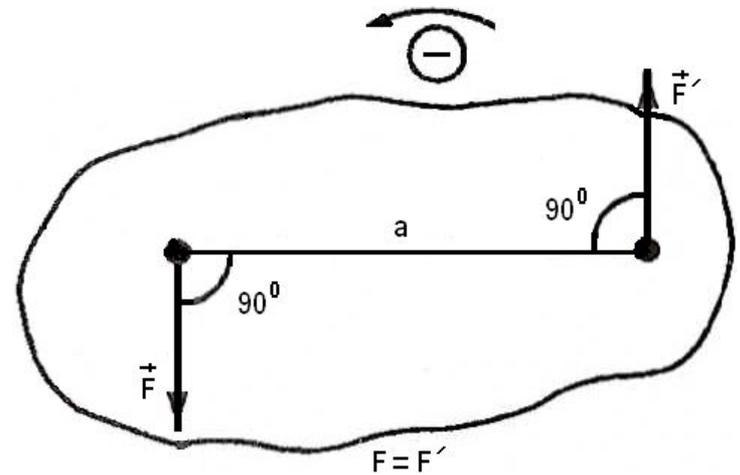
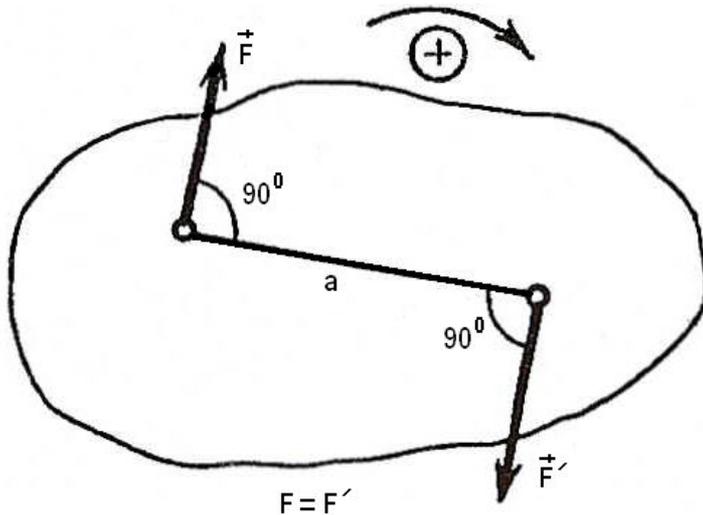
- Две равные и параллельные силы, направленные в противоположные стороны и не лежащие на одной прямой, называются парой сил



- Действие пары сил на твердое тело состоит в том, что она стремится вращать это тело.
- Способность пары сил производить вращение определяется моментом пары, *равным произведению силы на кратчайшее расстояние (взятое по перпендикуляру к силам) между линиями действия сил.*
- $M = F \cdot a = F' \cdot a.$
- *Кратчайшее расстояние между линиями действия сил  $a$  называется плечом пары.*

- Эффект действия пары сил полностью определяется ее моментом.
- Момент пары в СИ измеряется в ньютон-метрах ( $\text{Н}\cdot\text{м}$ ) или в единицах, кратных ньютон-метру:  $\text{кН}\cdot\text{м}$ ,  $\text{МН}\cdot\text{м}$

- Момент пары сил будем считать положительным, если пара стремится повернуть тело по направлению хода часовой стрелки, и отрицательным, если пара стремится вращать тело против хода часовой стрелки

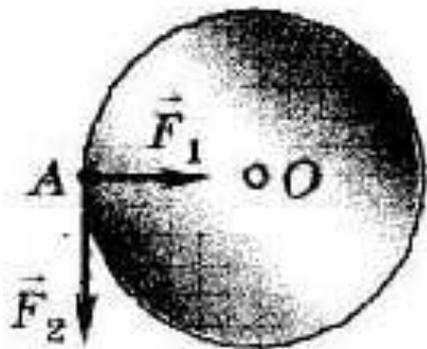
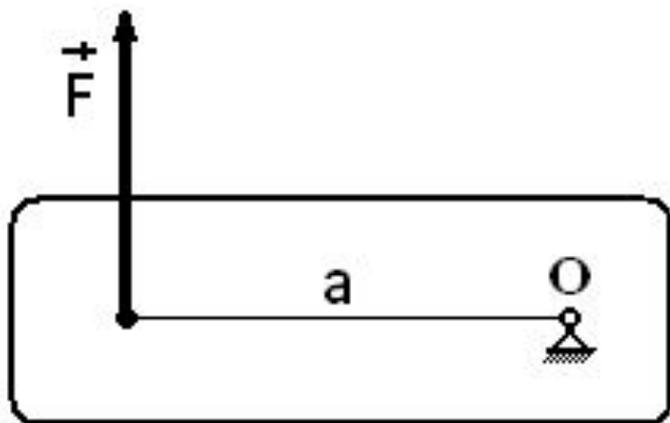


- **Две пары сил считаются эквивалентными в том случае, если после замены одной пары другой парой механическое состояние тела не изменяется, т. е. не изменяется движение тела или не нарушается его равновесие.**
- Сложение пар производится алгебраическим суммированием их моментов, т. е. момент результирующей пары равен алгебраической сумме моментов составляющих пар.

- $M = M_1 + M_2 + \dots + M_n = \sum_{i=1}^n M_i$

# Момент силы относительно точки и оси

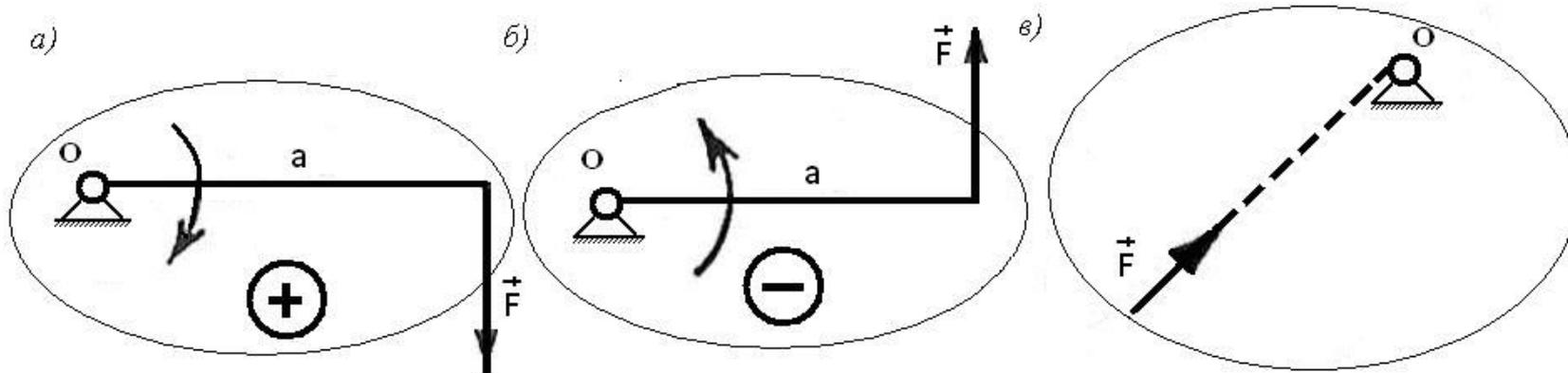
- Момент силы относительно точки определяется произведением, модуля силы на длину перпендикуляра, опущенного из точки на линию действия силы



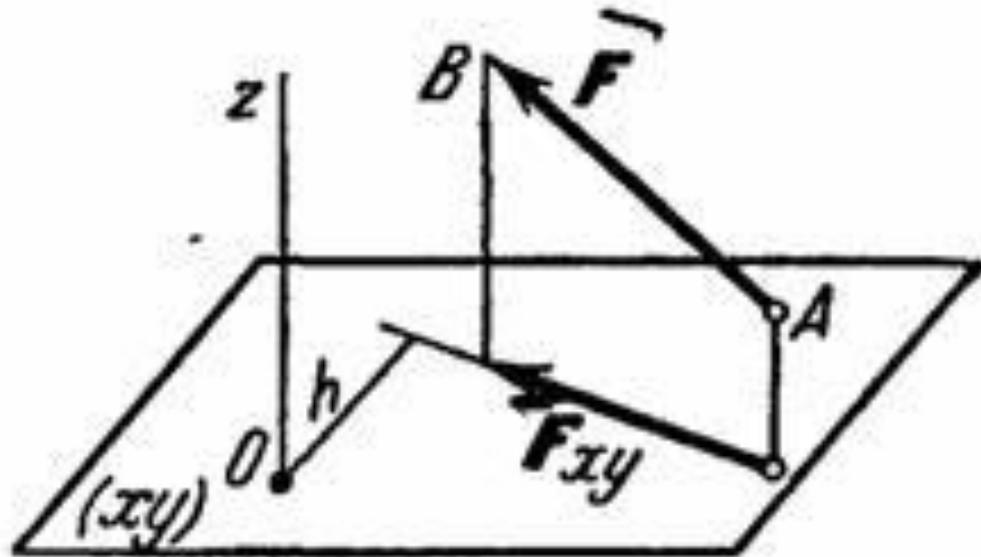
Момент силы  $F$  относительно определяется  
произведением силы на плечо

$$M_o = F \cdot a.$$

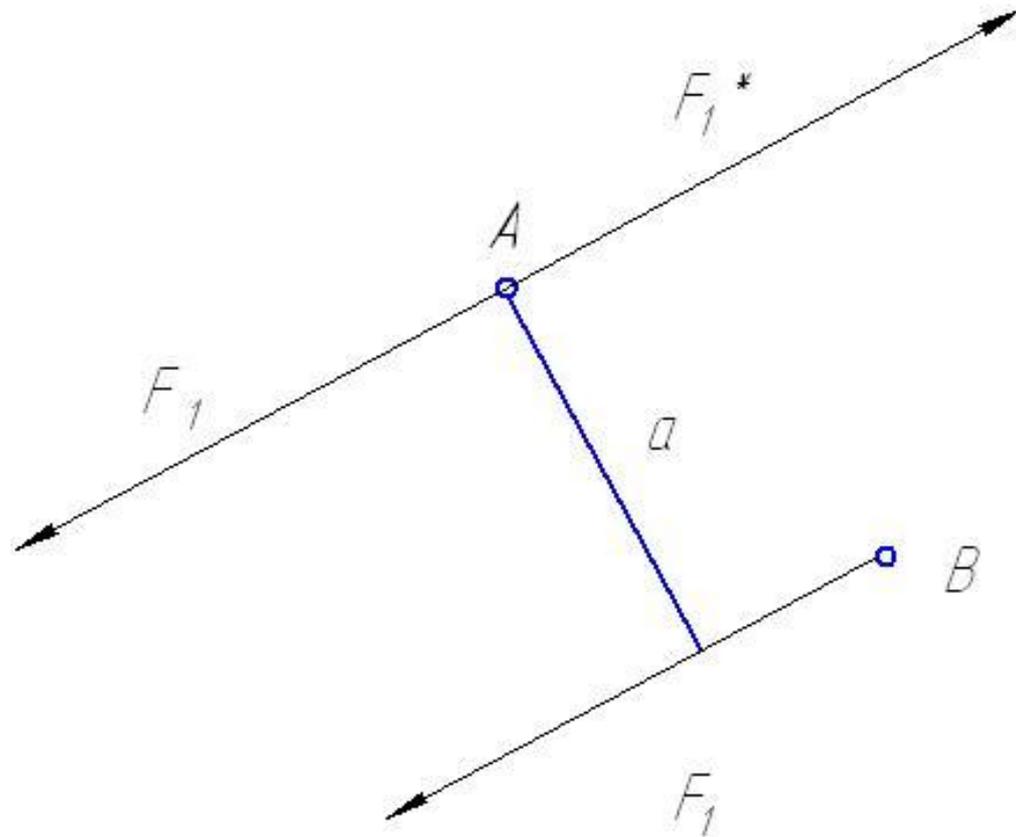
Измеряют моменты сил в ньютон-метрах (Н·м)



- Для определения момента силы относительно оси нужно спроецировать силу на плоскость, перпендикулярную оси, и найти момент проекции силы относительно точки пересечения оси с этой плоскостью.

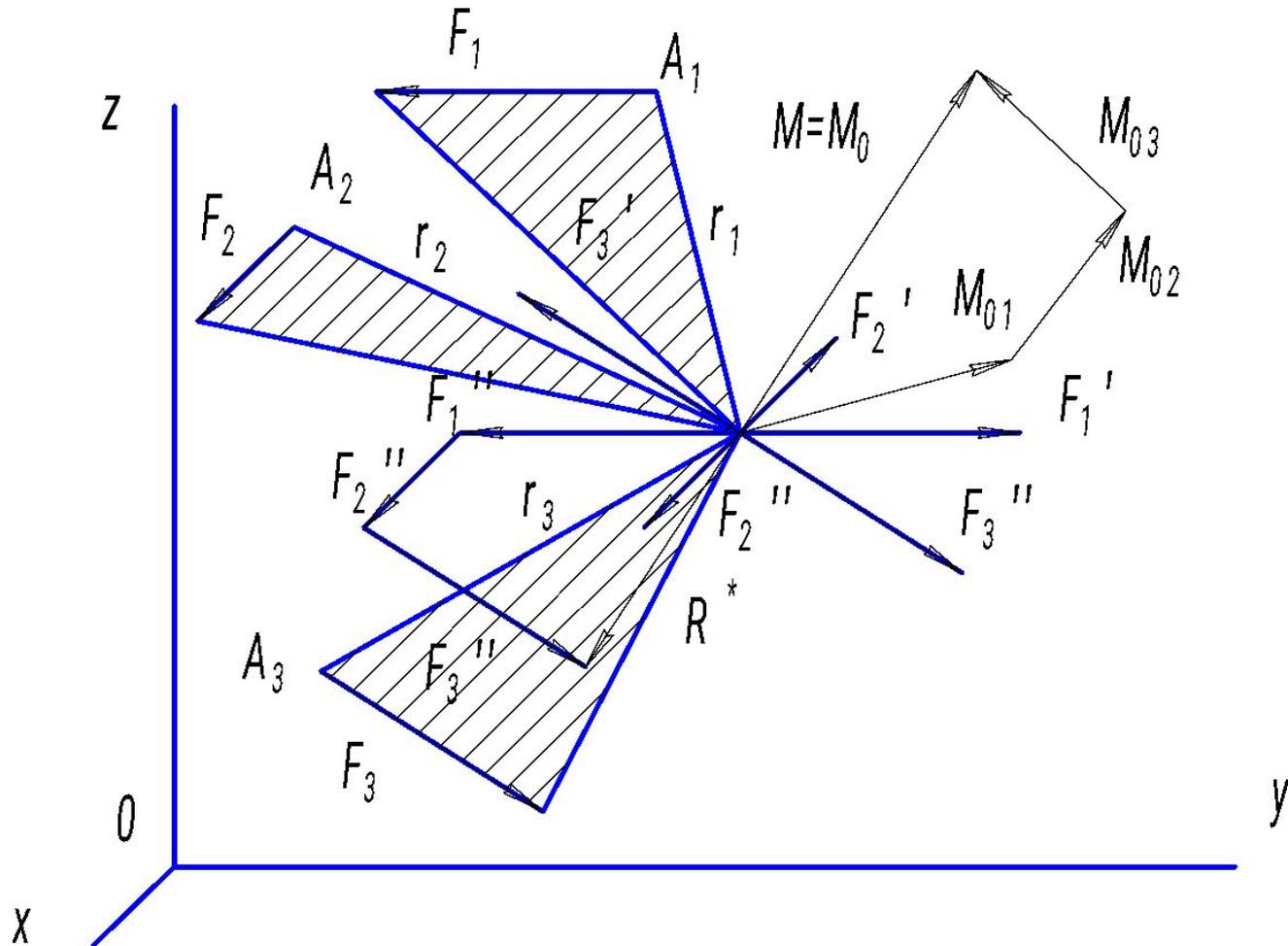


# Приведение произвольной системы сил к заданному центру

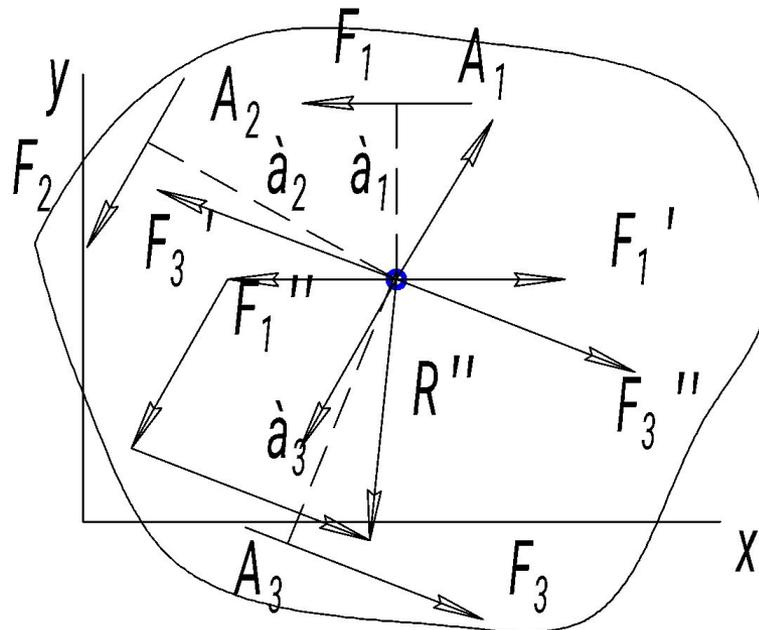


Сила  $F_1$  перенесена из точки  $B$  в точку  $A$   
Для этого добавлена уравновешивающая силу  $F_1^*$   
Получили силу  $F_1$  в точке  $A$   
и момент  $M = F a$

- Приведем систему трех произвольно расположенных сил  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_3$ , приложенных к твердому телу в точках  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , к заданному центру  $O$ .
- Получим три силы  $F_1''$ ,  $F_2''$  и  $F_3''$ , приложенные в центре  $O$ , и три присоединенные пары сил  $F_1, F_1'$ ,  $F_2, F_2'$  и  $F_3, F_3'$



- Произвольно расположенные в пространстве силы, можно привести к одной силе, равной их **главному вектору** (равнодействующей) и приложенной в центре приведения, и к **Паре СИЛ** с моментом, равным главному моменту всех сил относительно центра приведения.



- Для вычисления главного вектора  $R^*$  системы сил, произвольно расположенных на плоскости, воспользуемся методом проекций.

$$R^* = F_1 + F_2 + \dots + F_n.$$

- Обозначив  $R_x, R_y$  – проекции главного вектора на оси координат, получим
- $R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx},$
- $R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny},$
- где  $F_{1x}, F_{2x}, \dots, F_{nx}; F_{1y}, F_{2y}, F_{ny}$  – проекции сил  $F_1, F_2, \dots, F_n$  соответственно на оси  $x$  и  $y$ .
- Модуль и направление главного вектора  $R^*$  определяются по формулам

- .

$$R^* = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}; \cos(\overset{\boxtimes}{R^*}, \overset{\boxtimes}{i}) = R_x / R^*; \cos(\overset{\boxtimes}{R^*}, \overset{\boxtimes}{j}) = R_y / R^*$$

- Все присоединенные пары сил лежат в одной плоскости.
- Момент эквивалентной им пары сил, равный главному моменту системы сил относительно центра приведения, определяется согласно как ***алгебраическая сумма моментов сил относительно этого центра.***
- $M = M_0 = \sum M_{10}$