



Кафедра радиосвязи

**ДИСЦИПЛИНА: НСТ Д-511-01 (РАЗДЕЛ 1.
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ВОЛНЫ)**

Тема 1. Электромагнитное поле и его основные уравнения

Занятие № 4. Расчет параметров гармонического электромагнитного поля

Учебные вопросы:

- 1. Расчет мгновенных значений и комплексных амплитуд векторов поля.**
- 2. Определение среднего значения вектора Пойнтинга.**



Основная литература

№2

1. В. И. Власенко, М. Р. Бибарсов. Электромагнитные поля и волны. ВАС, 2011 г. 148 с.

2. Электромагнитные поля и волны: Учебное пособие, под ред. Б.В. Сосунова. ВАС, 2014г.



1. Расчет мгновенных значений и комплексных амплитуд векторов поля.

Комплексный вектор, комплексная амплитуда, гармонический вектор:

$$\dot{\bar{E}}(z, t) = \dot{\bar{E}}_m(z) e^{i\omega t}, \quad \dot{\bar{E}}_m(z) = \bar{x}^0 \dot{E}_{mx} + \bar{y}^0 \dot{E}_{my} + \bar{z}^0 \dot{E}_{mz}.$$

$$\bar{E}(z, t) = \operatorname{Re} \left[\dot{\bar{E}}(z, t) \right] \quad \bar{E}(z, t) = \left[\frac{\dot{\bar{E}}(z, t) + \dot{\bar{E}}^*(z, t)}{2} \right].$$

$$\bar{E}(t) \Big|_{z=z_0} = \bar{x}^0 E_{mx} \cos(\omega t + \Psi_x) + \bar{y}^0 E_{my} \cos(\omega t + \Psi_y) + \bar{z}^0 E_{mz} \cos(\omega t + \Psi_z),$$

Гармонический вектор, в общем случае, может иметь **3 составляющих**.



$$0,1 \leq \operatorname{tg} \delta \leq 10.$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} = \frac{60 \lambda_0 \sigma}{\varepsilon'}$$

Задача №1

Определить диапазон длин волн, в пределах которого среду с параметрами (*) можно считать, полупроводящей.

$$(*) \quad \varepsilon' = 2, \sigma = 10^{-3} \text{ СМ/М}$$



$\operatorname{tg}\delta$

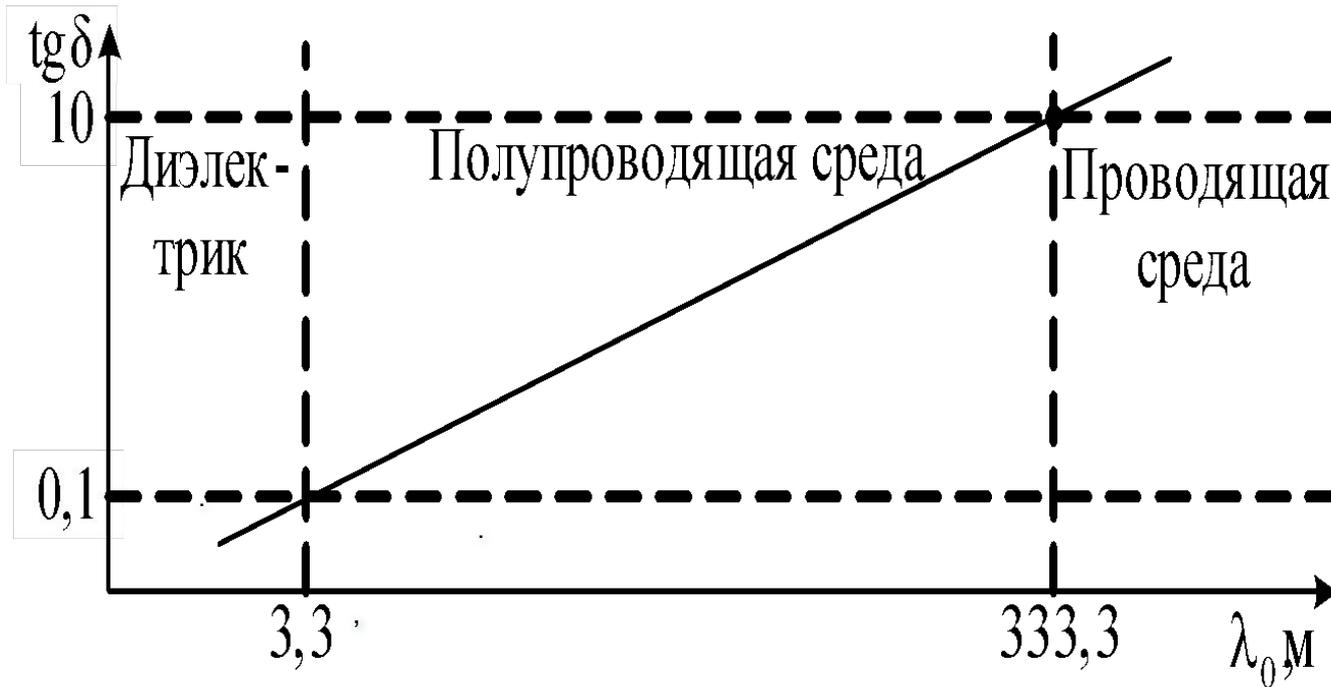
$$\operatorname{tg}\delta = 60\lambda_0\sigma/\varepsilon'$$

$$\operatorname{tg}\delta = 0,1 \quad \lambda_0 = 0,1\varepsilon'/(60\sigma) = 3,3\text{ м.}$$

$$\operatorname{tg}\delta = 10 \quad \lambda_0 = 10\varepsilon'/(60\sigma) = 333,3\text{ м.}$$

$\operatorname{tg}\delta < 0,1$ --- **Среда диэлектрическая.**

$\operatorname{tg}\delta > 10$ --- **Среда проводящая.**



Таким образом, в диапазоне волн 3,3...333,3м данная среда является полупроводящей. На низких частотах среды проводящие, а на УКВ и СВЧ – диэлектрические.



Задача № 2

Доказать, справедливость данного выражения

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \frac{60\lambda_0\sigma}{\varepsilon'}$$

Методика решения задачи

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon'\varepsilon_0} \quad \varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36} \text{ .}$$



Тангенс угла потерь

№8

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma \cdot 36\pi}{2\pi \cdot f \cdot \varepsilon' \cdot 10^{-9}} =$$

$$\lambda_0 \approx \frac{3 \cdot 10^8}{f}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma \cdot 6 \cdot \lambda_0}{10^8 \cdot \varepsilon' \cdot 10^{-9}} = \frac{60\lambda_0\sigma}{\varepsilon'}.$$

$$\lambda_0 = \frac{300}{f_{\text{МГц}}} \text{ м,}$$

$$\lambda_0 = \frac{30}{f_{\text{ГГц}}} \text{ см.}$$



$$\dot{\bar{E}}(t) = \dot{\bar{E}}_m e^{i\omega t}, \quad \dot{\bar{E}}_m = \bar{E}_m e^{i\Psi},$$

$$\bar{E}(t) = \text{Re} \left[\dot{\bar{E}}(t) \right].$$

Задача № 3

Записать комплексный вектор, комплексную амплитуду и гармонический вектор (мгновенное значение вектора), если его амплитуда $E_{my} = 10$ мкВ/м, а начальная фаза $\Psi_y = 30^\circ$.



Комплексная амплитуда вектора равна:

$$\dot{\bar{E}}_m(y) = \bar{y}^0 10 e^{i30^\circ}$$

Комплексный вектор равен:

$$\dot{\bar{E}}(y, t) = \bar{y}^0 10 e^{i30^\circ} e^{i\omega t}.$$

Мгновенное значение гармонического вектора:

$$\bar{E}(y, t) = \bar{y}^0 10 \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ мкВ/м}.$$

Гармонический вектор имеет одну составляющую y -вою и она зависит от t .



2. Определение среднего значения вектора Пойнтинга

Для периодической функции в средах с потерями вводится комплексный вектор Пойнтинга и комплексная амплитуда

Комплексная амплитуда вектора Пойнтинга:

$$\bar{\Pi}_m = \frac{1}{2} \left[\bar{E}_m, \dot{\bar{H}}_m^* \right] = \frac{1}{2} \left[\bar{E}_m^*, \dot{\bar{H}}_m \right].$$

Вещественная часть комплексного вектора Пойнтинга равна среднему за период значению вектора Пойнтинга:

Среднее за период значение вектора Пойнтинга:

$$\bar{\Pi}_{\text{ср}} = \text{Re} \dot{\bar{\Pi}}_m,$$



Среднее значение вектора Пойнтинга можно рассматривать как среднюю за период плотность потока энергии.

$$\bar{\Pi}_{\text{cp}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\bar{E}_m, \dot{\bar{H}}_m^* \right] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\bar{E}_m^*, \dot{\bar{H}}_m \right].$$

ЗАДАЧА 4

Определить средние значения вектора Пойнтинга, если комплексные амплитуды заданы только одними проекциями, например x и y :

$$\dot{\bar{E}}_m = \bar{x}^0 E_{mx} e^{i\Psi_x}, \quad \dot{\bar{H}}_m = \bar{y}^0 H_{my} e^{i\Psi_y}.$$



Предварительно необходимо определить комплексно-сопряженное значение векторной функции, например:

$$\vec{H}_m^* \text{ или } \vec{E}_m^*$$

$$\vec{H}_m^* = \vec{y}^0 H_{my} e^{-i\Psi_y}.$$

$$\left[\vec{E}_m, \vec{H}_m^* \right] = \vec{z}^0 E_{mx} H_{my} e^{i(\Psi_x - \Psi_y)}.$$

$$\bar{\Pi}_{\text{ср}} = \vec{z}^0 \frac{1}{2} E_{mx} H_{my} \cos \Psi, \quad \Psi = \Psi_x - \Psi_y$$



Задание на самостоятельную работу

№14

1. Записать уравнения Максвелла для комплексных амплитуд и комплексно-сопряженных амплитуд.

2. Определить диапазон длин волн, в пределах которого среду с параметрами (*) можно считать проводящей.

$$(*) \quad \varepsilon' = 20, \sigma = 10^{-1} \text{ СМ/М}$$

$$\text{tg} \delta = 60 \lambda_0 \sigma / \varepsilon' \quad \text{tg} \delta \geq 10.$$



Свойства ЭМ поля

