

Растяжение и сжатие.

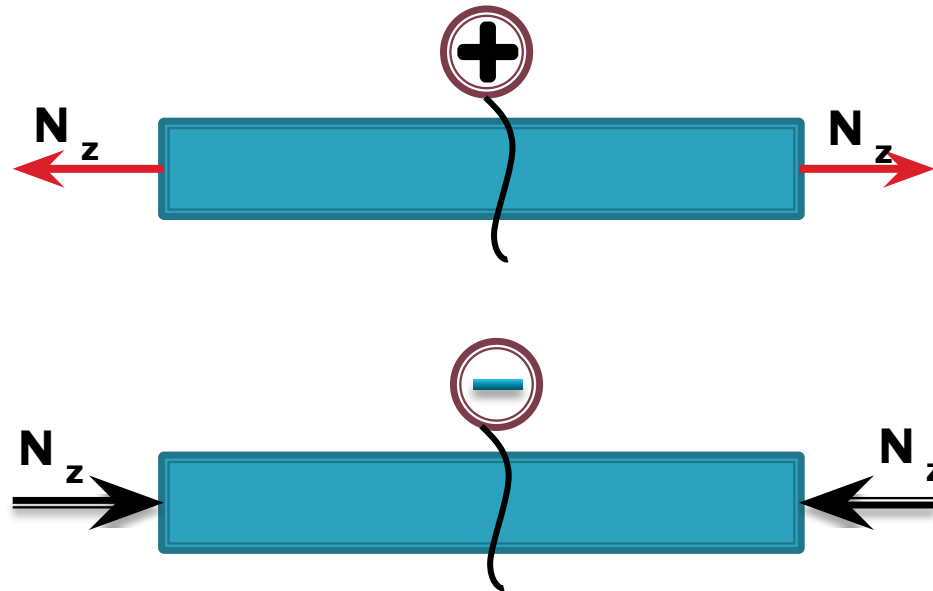
Статически определимые системы.

**Определение внутренних усилий,
напряжений, деформаций и перемещений.**

Расчеты на прочность.

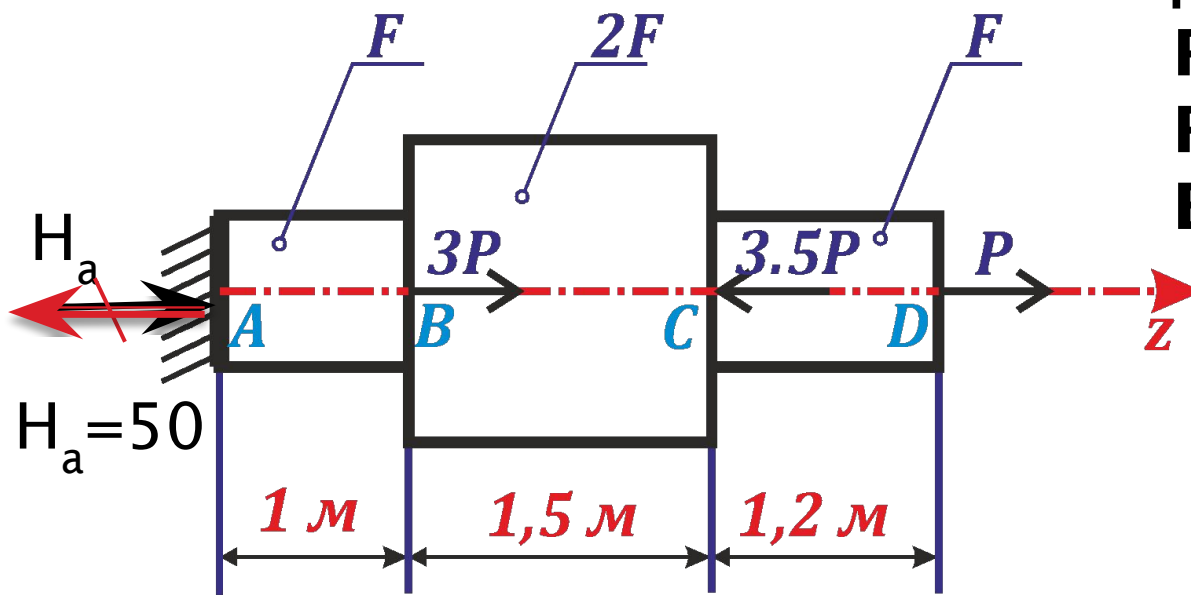
- При растяжении и при сжатии в поперечных сечениях стержней действует только продольное усилие (N_z).
- Расчетные формулы для растянутых и сжатых стержней одинаковы. Различаются только знаком продольного усилия.

ПРАВИЛО ЗНАКОВ



Пример 1.

- ▣ Для изображенного на рисунке 1 стержня требуется:
- ▣ определить внутренние усилия (N_z);
- ▣ построить эпюру нормальных сил (N_z);
- ▣ определить нормальные напряжения (σ_z);
- ▣ построить эпюру нормальных напряжений;
- ▣ определить перемещения поперечных сечений (Δ_z);
- ▣ построить эпюру перемещений (Δ_z).

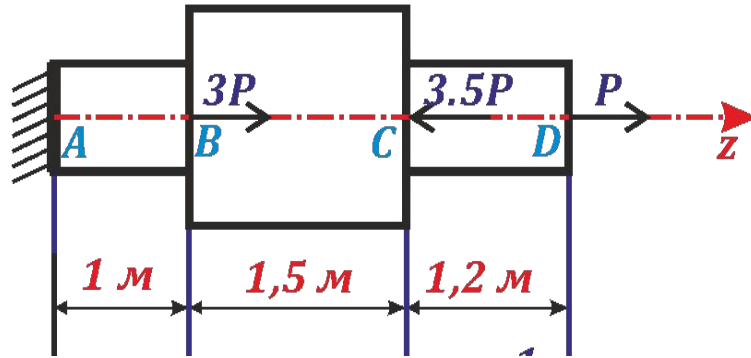


Дано:
 $P=100$ кН
 $R=180$ МПа
 $E=200$ ГПа

Рис.1.

- 1. Определяем опорные реакции:
- ▶ $\sum F_z = 0: 3P - 3,5P + P + H_a = 0;$
- ▶ $H_a = -0,5P = -0,5 \cdot 100 = -50$ кН

2. Определяем внутренние усилия.



Участок CD: $0 < z < 1,2 \text{ м}$

$$\sum F_z = 0: -N_{CD} + P = 0$$

$$N_{CD} = P = 100 \text{ кН}$$

Участок BC: $0 < z < 1,5 \text{ м}$

$$\sum F_z = 0: -N_{BC} + P - 3,5 P = 0$$

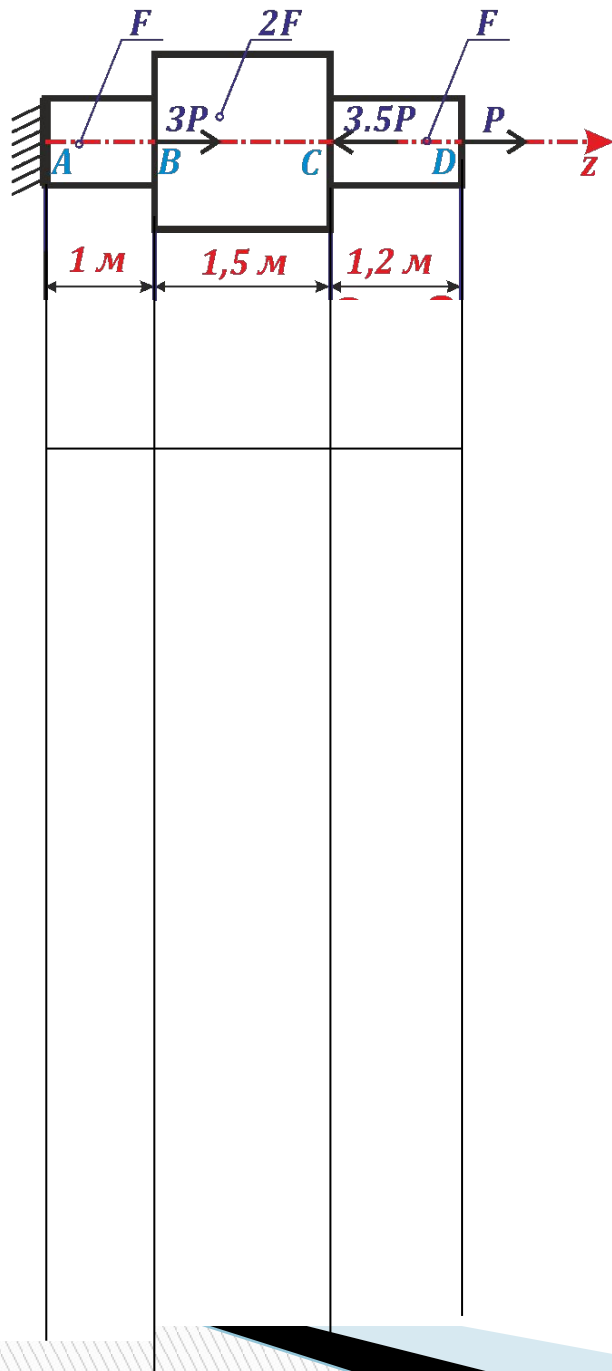
$$N_{BC} = -2,5 P = -2,5 \cdot 100 = \\ = -250 \text{ кН}$$

Участок AB: $0 < z < 1 \text{ м}$

$$\sum F_z = 0: -N_{AB} + P - 3,5 P + 3 P =$$

0

$$N_{AB} = 0,5 P = 0,5 \cdot 100 = \\ = 50 \text{ кН}$$



- 3. Строим эпюру нормальных сил.
- 4. Определяем нормальные напряжения (σ_z).

Из условия прочности:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} < R$$

где R – расчетное сопротивление материала (стали), МПа

определим значение площади F

$$F_{\text{тр}} = 2F = \frac{N_z}{R} = \frac{250}{180} \cdot 10 = 13,9 \text{ см}^2$$

где $N_z = 250 \text{ кН}$ – максимальное усилие в стержне;

$2F$ – величина площади на участке с максимальным усилием (участок BC).

$$F = \frac{13,9}{2} = 6,95 \text{ см}^2$$



- Подставляем найденное значение площади в формулу определения нормальных напряжений:

$$\sigma_z = \frac{N_{AB}}{F_{AB}} = \frac{50}{6,95} = 7,19 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 71,9 \text{ МПа}$$

$$\sigma_z = \frac{N_{BC}}{F_{BC}} = \frac{-250}{2 \cdot 6,95} = -17,98 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -179,8 \text{ МПа} \approx -180 \text{ МПа}$$

$$\sigma_z = \frac{N_{CD}}{F_{CD}} = \frac{100}{6,95} = 14,39 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 143,9 \text{ МПа} \approx 144 \text{ МПа}$$

- Строим эпюру нормальных напряжений σ_z .



Определяем перемещения

▶ Закон Гука

$$\sigma = \varepsilon E \quad (1)$$

▶ Нормальные напряжения

$$\sigma = \frac{N}{F} \quad (2)$$

▶ ε – относительная деформация

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (3)$$

▶ Приравниваем правые части выражений (1) и (2)

$$\varepsilon E = \frac{N}{F} ; \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{N}{EF}$$

▶ Подставляем значение относительной деформации ε (3)

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{N}{EF} ;$$

▶ Абсолютная деформация

$$\Delta l = \frac{N l}{EF} \quad (4)$$

Определяем абсолютные деформации

$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} l_{AB}}{EF_{AB}} = \frac{50 \cdot 1 \cdot 100}{2 \cdot 10^4 \cdot 6,95} = 0,0359 \text{ см} = 0,359 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{N_{BC} l_{BC}}{EF_{BC}} = \frac{-250 \cdot 1,5 \cdot 100}{2 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 6,95} = -0,1349 \text{ см} = -1,349 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{N_{CD} l_{CD}}{EF_{CD}} = \frac{100 \cdot 1,2 \cdot 100}{2 \cdot 10^4 \cdot 6,95} = 0,0863 \text{ см} = 0,863 \text{ мм}$$

Определяем перемещения Δ

$$\Delta_A = 0$$

$$\Delta_B = \Delta_A + \Delta l_{AB} = 0 + 0,359 = 0,359 \text{ мм}$$

$$\Delta_C = \Delta_B + \Delta l_{BC} = 0,359 - 1,349 = -0,99 \text{ мм}$$

$$\Delta_D = \Delta_C + \Delta l_{CD} = -0,99 + 0,863 = -0,127 \text{ мм}$$

Строим эпюру перемещений Δ



- Для заданного стержня определить внутренние усилия, нормальные напряжения, перемещения. Построить эпюры.
- Дано: $P=50$ кН; $F = 10$ см²; $E=200$ ГПа, $R=160$ Мпа.

