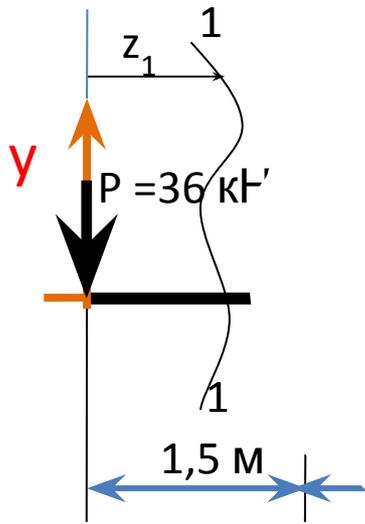


Побудова епюр M , Q та N у балках та рамах. Визначення розмірів перерізу.

Построение эпюр внутренних усилий в консольной балке при изгибе. Подбор поперечного сечения.

Для заданной консольной балки построить эпюры M_x и Q_y и подобрать поперечное сечение в виде двутавра, двух швеллеров, прямоугольника ($h=2b$) и круга.

1. Определение внутренних усилия в консольной балке



$$0 \leq z_1 \leq 1,5 \text{ м}$$

$$M_x(z_1) = -P \cdot z_1;$$

$$M_x(0) = -36 \cdot 0 = 0;$$

$$M_x(1,5) = -36 \cdot 1,5 = -54 \text{ (кНм)};$$

$$0 \leq z_2 \leq 2,4 \text{ м}$$

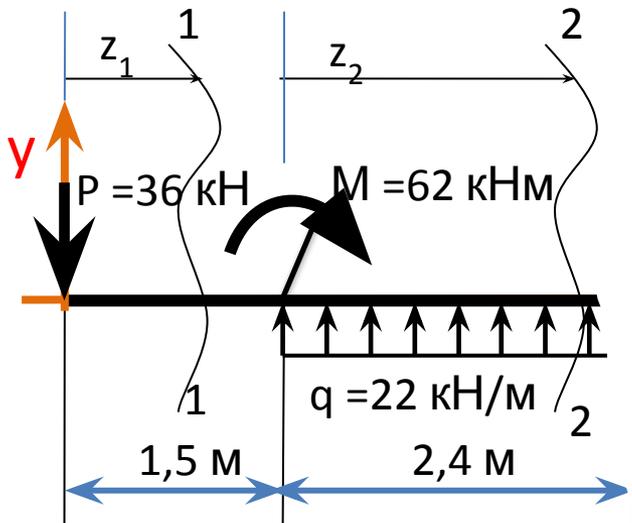
$$M_x(z_2) = -P \cdot (1,5 + z_2) + z_2 \cdot q \cdot z_2 / 2 + M;$$

$$M_x(0) = -36 \cdot (1,5 + 0) + 0 \cdot 22 \cdot 0 / 2 + 62 = 8 \text{ (кНм)};$$

$$M_x(2,4) = -36 \cdot (1,5 + 2,4) + 2,4 \cdot 22 \cdot 2,4 / 2 + 62 = -15,04 \text{ (кНм)};$$

Реакции для консольной балки можно не определять. И выражения для M_x и Q_y записываем, рассматривая в равновесии **левую отсеченную часть**.

$$Q_y(z_1) = -P = -36 \text{ (кН)} - \text{const};$$



Определение внутренних усилий Q_y в консольной балке на втором участке

$$Q_y(z_2) = -P + z_2 \cdot q;$$

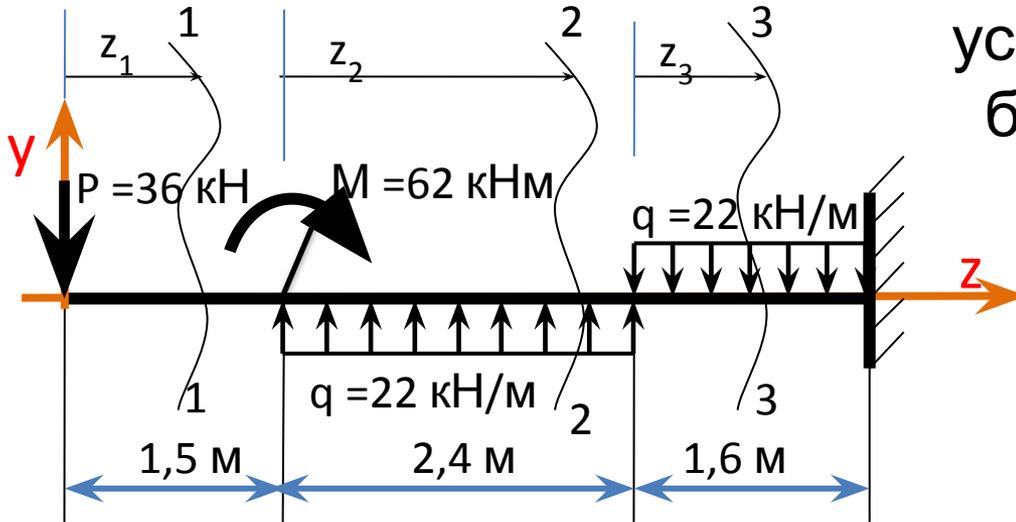
$$Q_y(0) = -36 + 0 \cdot 22 = -36 \text{ (кН)};$$

$$Q_y(2,4) = -36 + 2,4 \cdot 22 = 16,8 \text{ (кН)};$$

$$\frac{dM_x(z_2)}{dz_2} = -P + q \cdot z_2 = 0; \quad z_{2,\max} = \frac{P}{q} = \frac{36}{22} = 1,64 \text{ (м)}$$

$$M_{x,\max}(1,64) = -36 \cdot (1,5 + 1,64) + 1,64 \cdot 22 \cdot 1,64 / 2 + 62 = -21,45 \text{ (кНм)};$$

Определение внутренних усилий M_x и Q_y в консольной балке на третьем участке



$$0 \leq z_3 \leq 1,6 \text{ м}$$

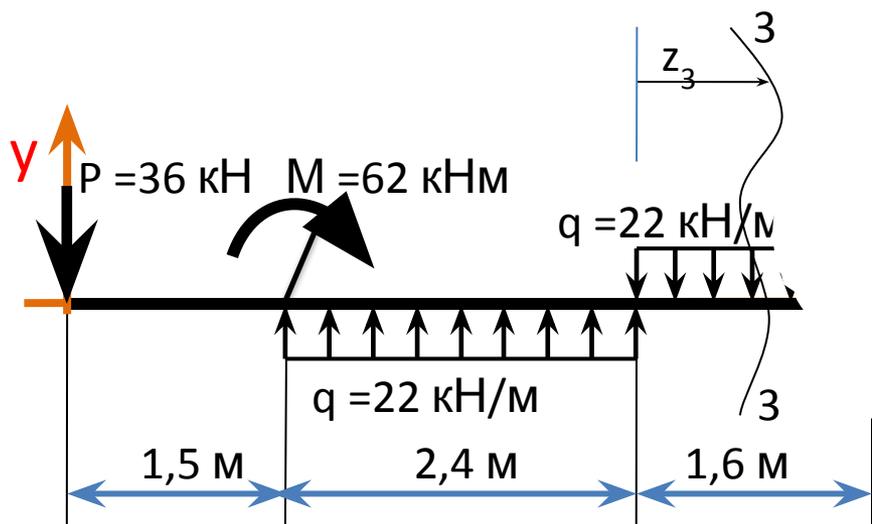
$$M_x(z_3) = -P \cdot (1,5 + 2,4 + z_3) + 2,4 \cdot q \cdot (2,4/2 + z_3) + M - z_3 \cdot q \cdot z_3/2;$$

$$M_x(0) = -36 \cdot (1,5 + 2,4) + 2,4 \cdot 22 \cdot (1,2 + 0) + 62 - 0 \cdot 22 \cdot 0/2 = -15,04 \text{ (кНм)};$$

$$M_x(1,6) = -36 \cdot (1,5 + 2,4 + 1,6) + 2,4 \cdot 22 \cdot (1,2 + 1,6) + 62 - 1,6 \cdot 22 \cdot 1,6/2 = -16,32 \text{ (кНм)};$$

$$Q_y(z_3) = -P + 2,4 \cdot q - z_3 \cdot q;$$

Определение внутренних усилий M_x и Q_y в консольной балке на третьем участке



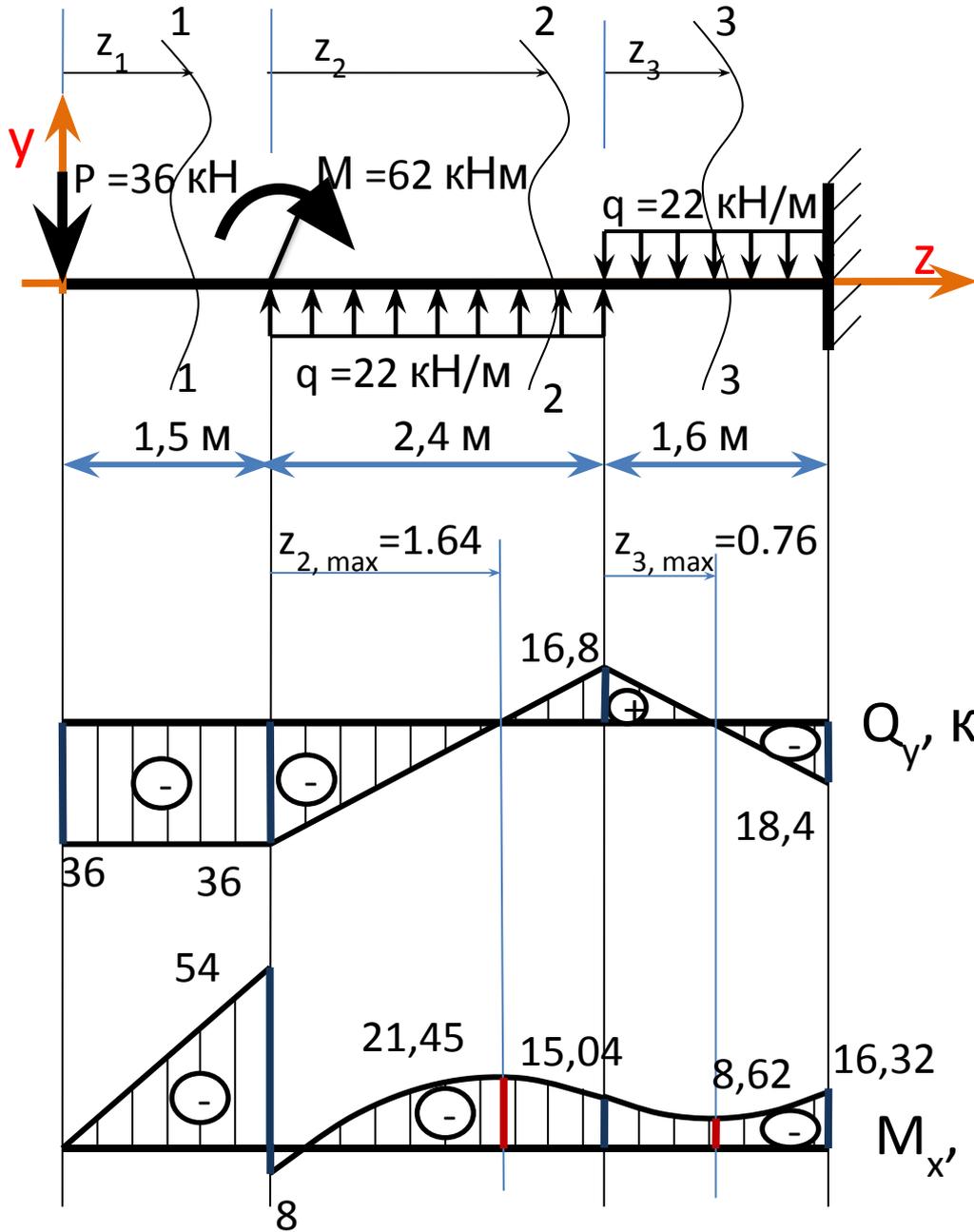
$$Q_y(0) = -36 + 2,4 \cdot 22 - 0 \cdot 22 = 16,8 \text{ (кН)};$$

$$Q_y(1,6) = -36 + 2,4 \cdot 22 - 1,6 \cdot 22 = -18,4 \text{ (кН)};$$

$$\frac{dM_x(z_3)}{dz_3} = -P + 2,4 \times q - q \times z_3 = 0;$$

$$z_{3,\max} = \frac{-P + 2,4 \times q}{q} = \frac{-36 + 2,4 \times 22}{22} = 0,76 \text{ ()}$$

$$M_{x,\max}(0,76) = -36 \cdot (1,5 + 2,4 + 0,76) + 2,4 \cdot 22 \cdot (1,2 + 0,76) + 62 - 0,76 \cdot 22 \cdot 0,76 / 2 = -8,62 \text{ (кНм)};$$



Построение эпюр поперечных сил Q_y и изгибающих моментов

M_x

$$\frac{d^2 M_x(z_2)}{dz_2^2} = q;$$

эпюра выпуклая

$$\frac{d^2 M_x(z_3)}{dz_3^2} = -q;$$

эпюра вогнутая

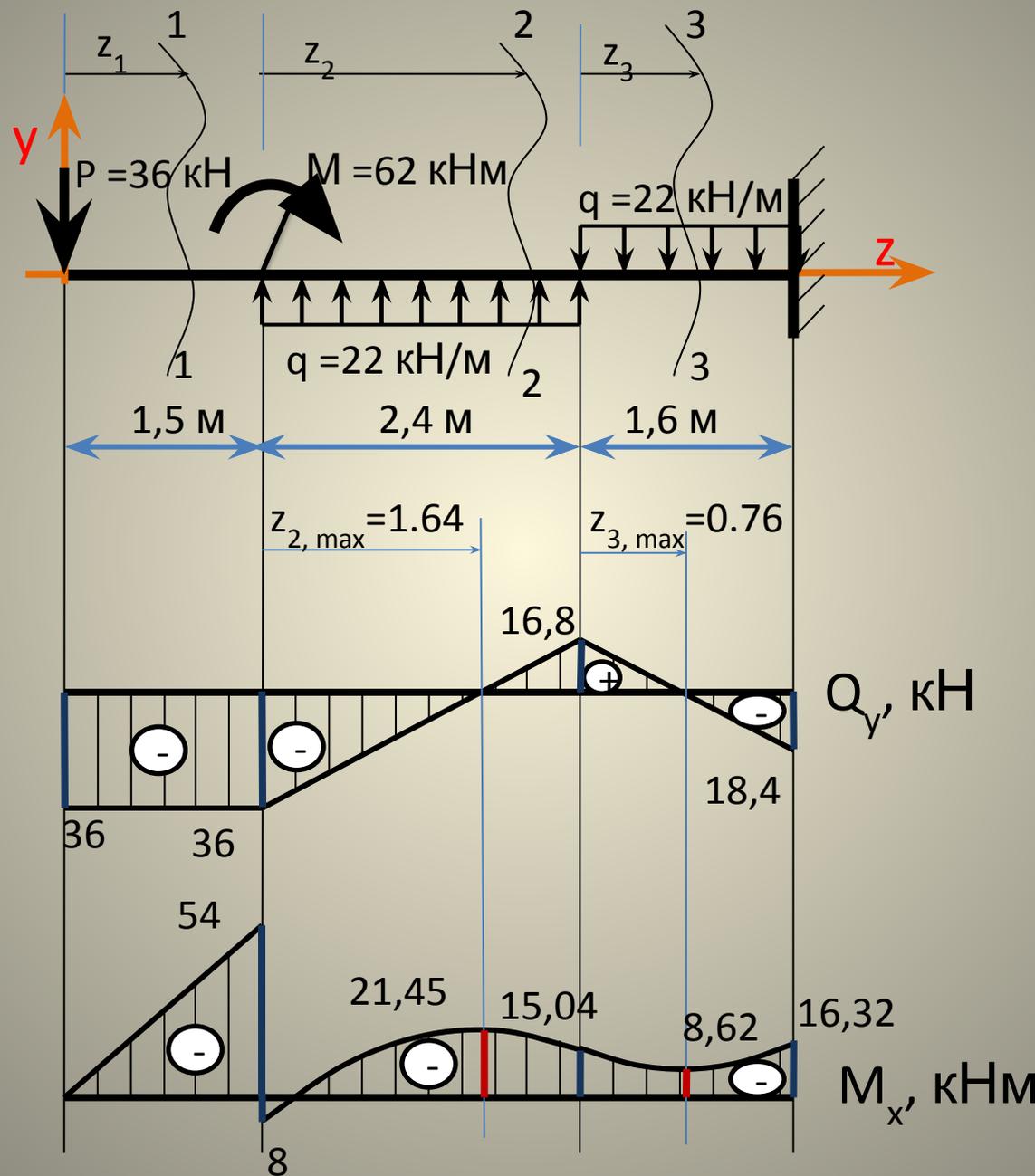
2. Подб
 условия
 изгибе.
 Услови

Максим
 эпюре
 $M_{x, \max}$

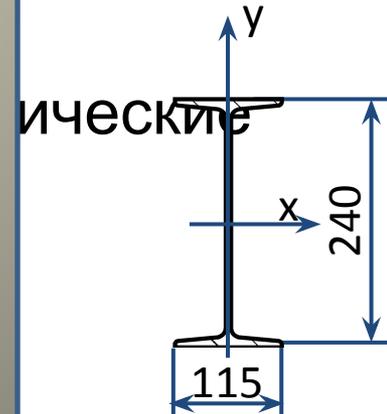
Требуем
 прочнос

$$W_x^{треб} \geq$$

2.1. Под
 Из сор
 характ
 $W_x = 289$



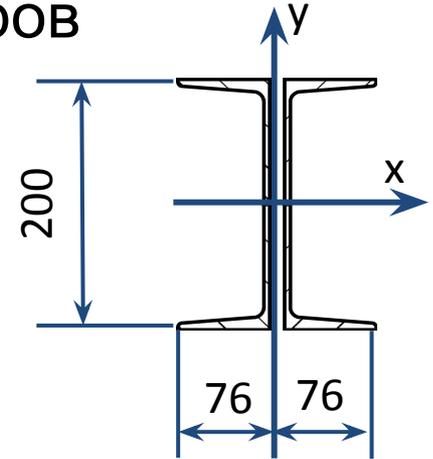
я из
 м при
 на



Подбор сечения

2.2. Подбираем сечение в виде двух швеллеров с требуемым моментом

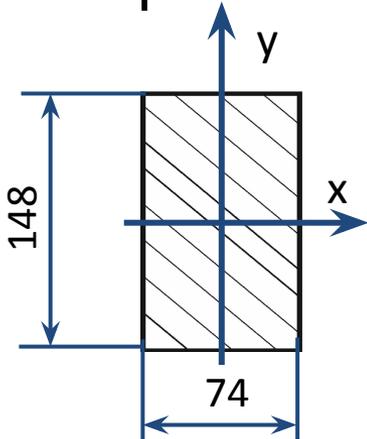
$$W_{x,mp} = \frac{W_x^{mp}}{2} = \frac{270}{2} = 135 (\text{см}^3)$$



Из сортамента выписываем основные геометрические характеристики поперечного сечения для **[№20]**:

$$2W_x = 2 \cdot 152 = 304 \text{ см}^3; 2F = 2 \cdot 23,4 = 46,8 \text{ см}^2.$$

2.3. Подбираем прямоугольное сечение с соотношением сторон $h=2b$.



$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b \times (2b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3} = W_x^{mp} = 270 (\text{см}^3)$$

$$b \approx \sqrt[3]{\frac{3W_x^{mp}}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 270}{2}} = 7,399 \approx 7,4 (\text{см})$$

$$h \approx 2b = 2 \times 7,4 = 14,8 (\text{см}) \quad F = h \times b = 14,8 \times 7,4 = 109,48 (\text{см}^2)$$

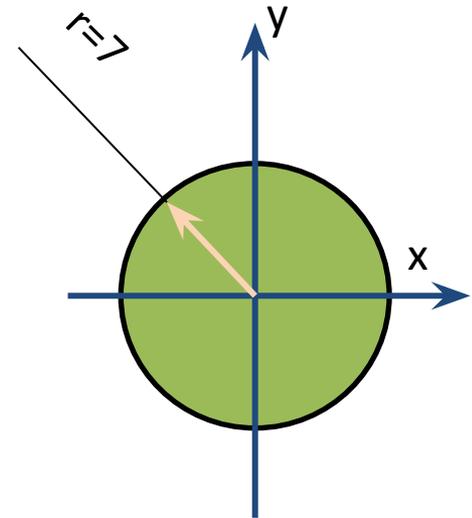
Подбор сечения

2.4. Подбираем круглое сечение.

$$W_{x,mp} = \frac{\pi r^3}{4} = W_x^{mp} = 270(\text{см}^3)$$

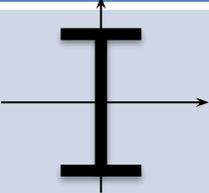
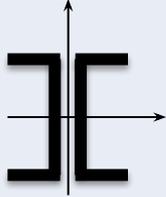
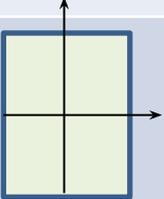
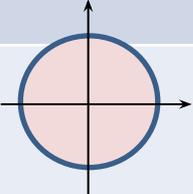
$$r = \sqrt[3]{\frac{4W_x^{mp}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{4 \times 270}{3.14}} = 7(\text{ см})$$

$$F = \pi r^2 = 3.14 \times 7^2 = 154.2(\text{ см}^2)$$



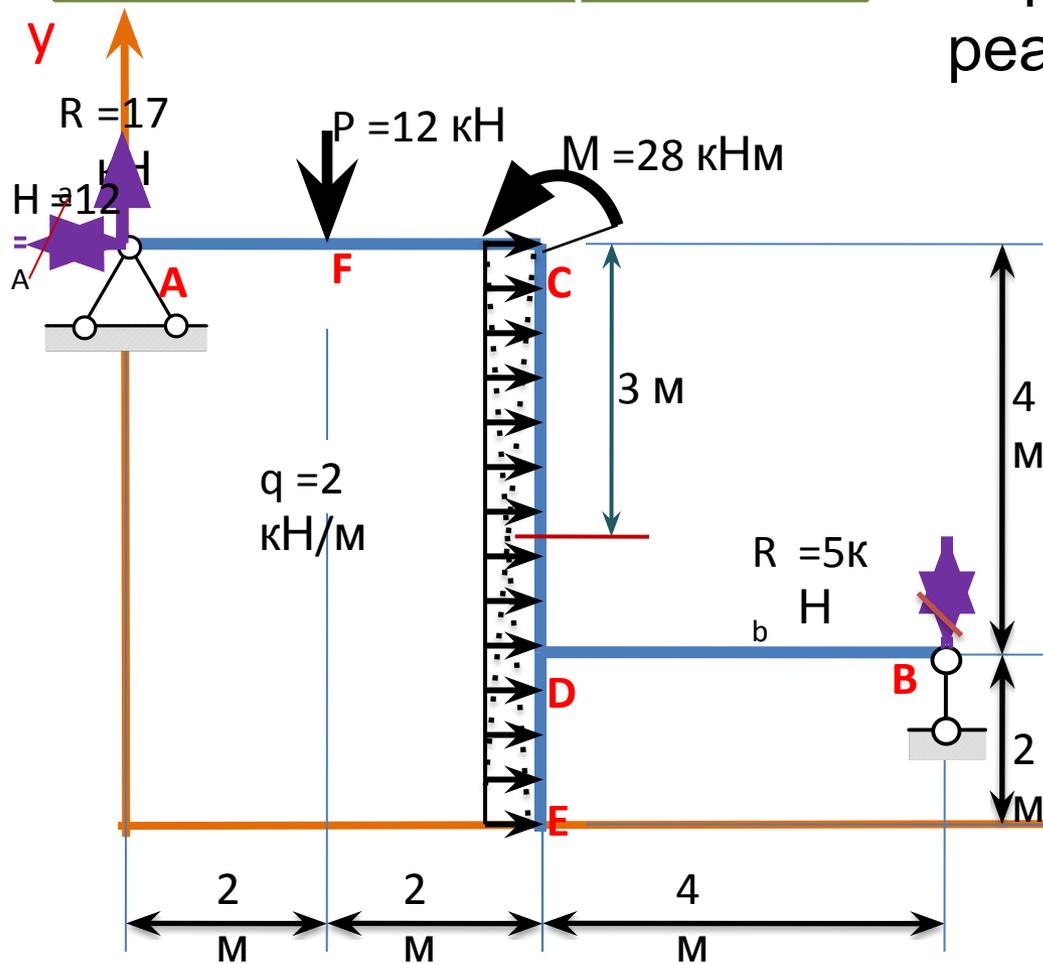
3. Выбор рационального сечения

Полученные данные заносим в таблицу

вид сечения	размер сечения	площадь сечения	%
	I №24	34,8	100
	2[№20	46,8	134,48
	b=7,4 см h=14,8 см	109,48	314,6
	r= 7 см	154,17	443,02

Построение эпюр M, Q, N в плоской раме

1. Определяем опорные реакции.



$$\overset{\circ}{a} F_z = 0: H_A - 6 \times q = 0$$

$$H_A = - 6 \times 2 = - 12 (\quad)$$

$$\overset{\circ}{a} M_A = 0:$$

$$2 \times P - M - 6 \times q \times 3 - 8 \times R_B = 0$$

$$R_B = \frac{- 2 \times 12 + 28 + 6 \times 2 \times 3}{8} = - 5 (\quad)$$

$$\overset{\circ}{a} M_b = 0:$$

$$- 6 \times P - M + 6 \times q \times 1 + 8 \times R_a - H_a \times 4 = 0$$

$$R_A = \frac{6 \times 12 + 28 - 6 \times 2 \times 1 + 12 \times 4}{8} = 17 (\quad)$$

Проверка

$$\overset{\circ}{a} F_y = 0: - P + R_A - R_b = - 12 + 17 - 5 = 0$$

2. Определяем значения изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.

$$0 \leq z_1 \leq 2 \text{ м}$$

$$M_x(z_1) = R_a \cdot z_1; \quad M_x(0) = 17 \cdot 0 = 0;$$

$$M_x(2) = 17 \cdot 2 = 34 (\text{кНм});$$

$$Q_y(z_1) = R_a = 17 (\text{кН}) - \text{const};$$

$$N_z(z_1) = H_a = 12 (\text{кН}) - \text{const};$$

$$0 \leq z_2 \leq 2 \text{ м}$$

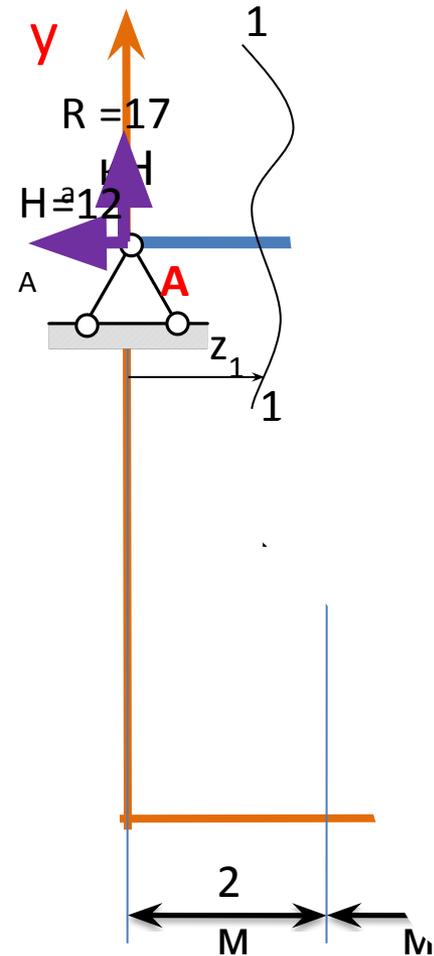
$$M_x(z_2) = R_a \cdot (2 + z_2) - P \cdot z_2;$$

$$M_x(0) = 17 \cdot (2 + 0) - 12 \cdot 0 = 34 (\text{кНм});$$

$$M_x(2) = 17 \cdot (2 + 2) - 12 \cdot 2 = 44 (\text{кНм});$$

$$Q_y(z_2) = R_a - P = 17 - 12 = 5 (\text{кН}) - \text{const};$$

$$N_z(z_2) = H_a = 12 (\text{кН}) - \text{const};$$



2. Определяем значения изгибающих моментов, поперечных и продольных сил. (продолжение)

$$0 \leq z_3 \leq 4 \text{ м}$$

$$M_x(z_3) = R_a \cdot 4 - P \cdot 2 - M + z_3 \cdot q \cdot z_3 / 2 - H_a \cdot z_3;$$

$$M_x(0) = 17 \cdot 4 - 12 \cdot 2 - 28 + 0 \cdot 2 \cdot 0 / 2 - 12 \cdot 0 = 16 \text{ (кНм)};$$

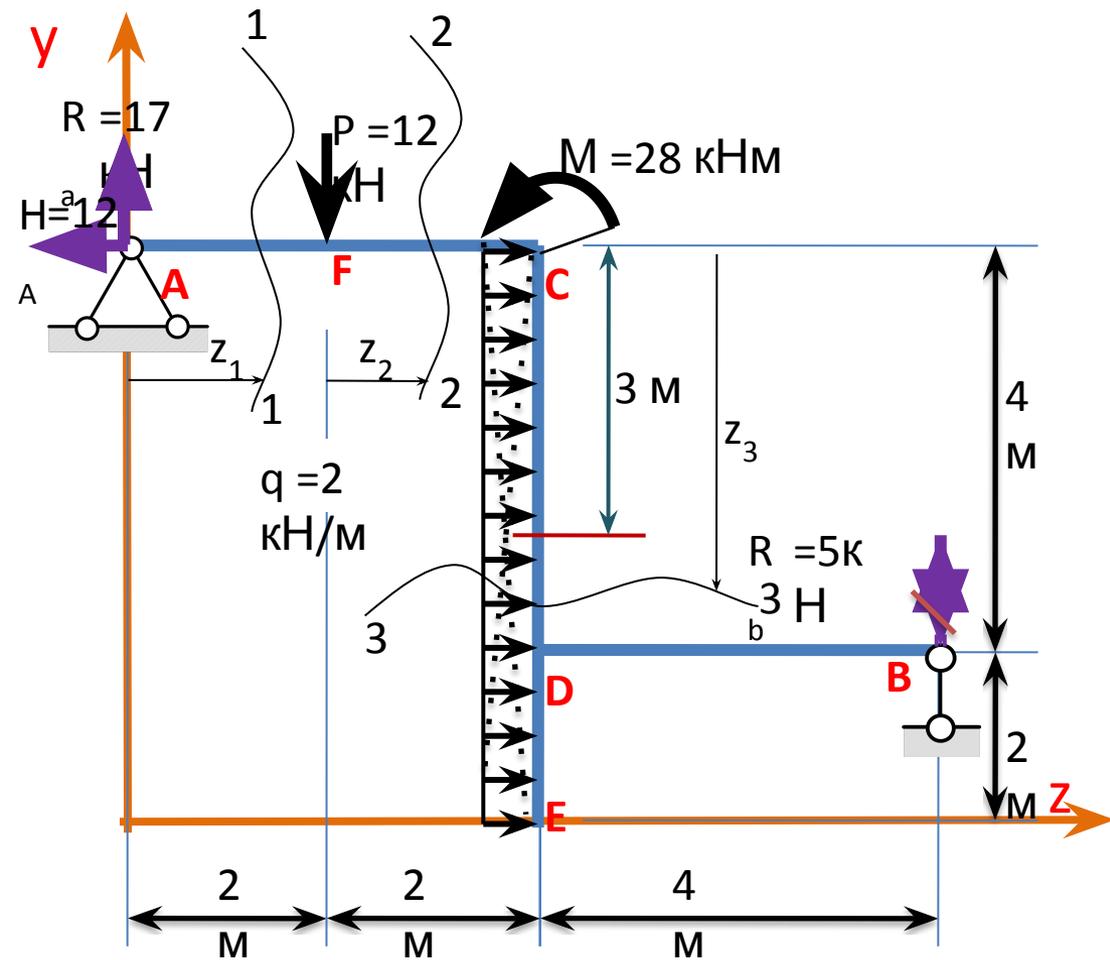
$$M_x(4) = 17 \cdot 4 - 12 \cdot 2 - 28 + 4 \cdot 2 \cdot 4 / 2 - 12 \cdot 4 = -16 \text{ (кНм)};$$

$$Q_y(z_3) = z_3 \cdot q - H_a;$$

$$Q_y(0) = 0 \cdot 2 - 12 = -12 \text{ (кН)};$$

$$Q_y(4) = 4 \cdot 2 - 12 = -4 \text{ (кН)};$$

$$N_z(z_3) = R_a - P = 17 - 12 = 5 \text{ (кН)} - \text{const};$$



2. Определяем значения изгибающих моментов, поперечных и продольных сил. (продолжение)

$$0 \leq z_4 \leq 4 \text{ м}$$

$$M_x(z_4) = -R_b \cdot z_4;$$

$$M_x(0) = -5 \cdot 0 = 0;$$

$$M_x(4) = -5 \cdot 4 = -20 \text{ (кНм)};$$

$$Q_y(z_4) = R_b = 5 \text{ (кН)} - \text{const}$$

$$N_z(z_4) = 0;$$

$$0 \leq z_5 \leq 2 \text{ м}$$

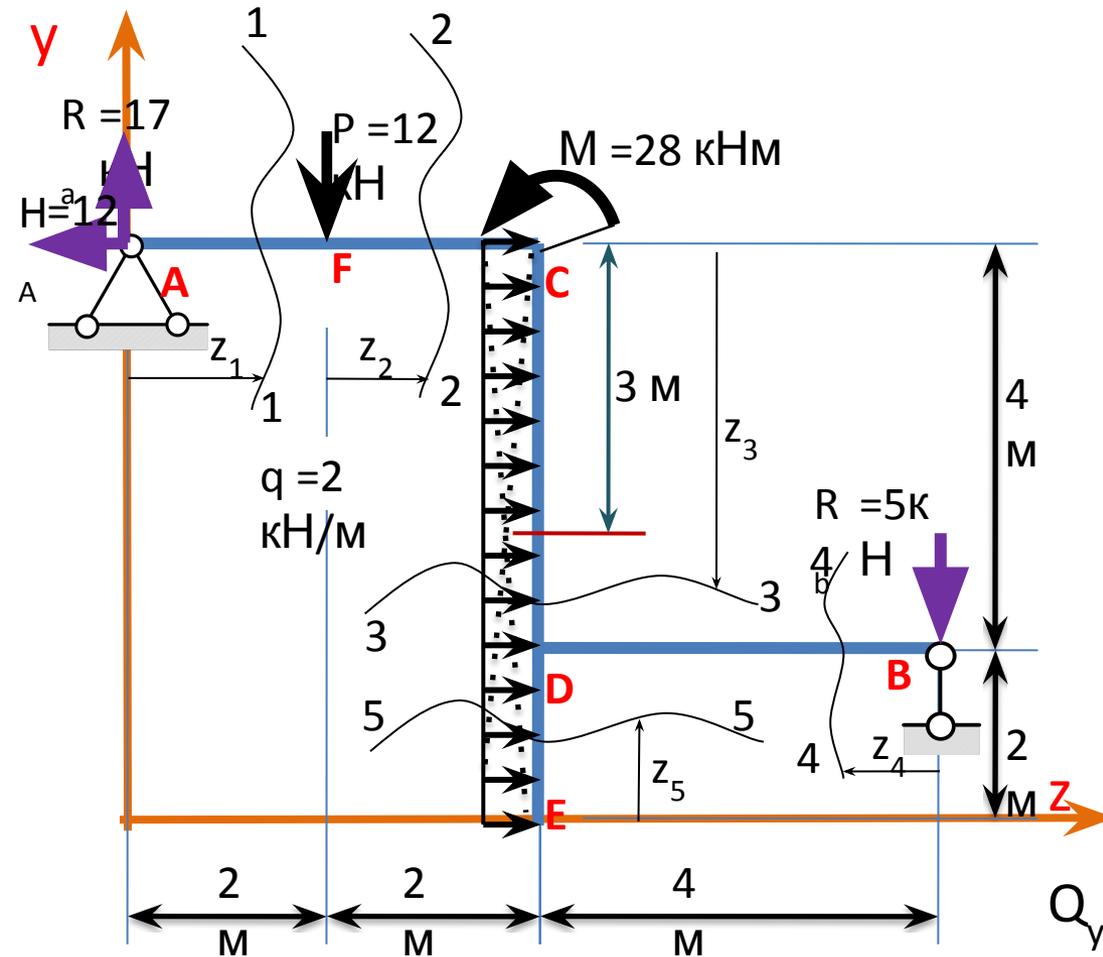
$$M_x(z_5) = z_5 \cdot q \cdot z_5 / 2;$$

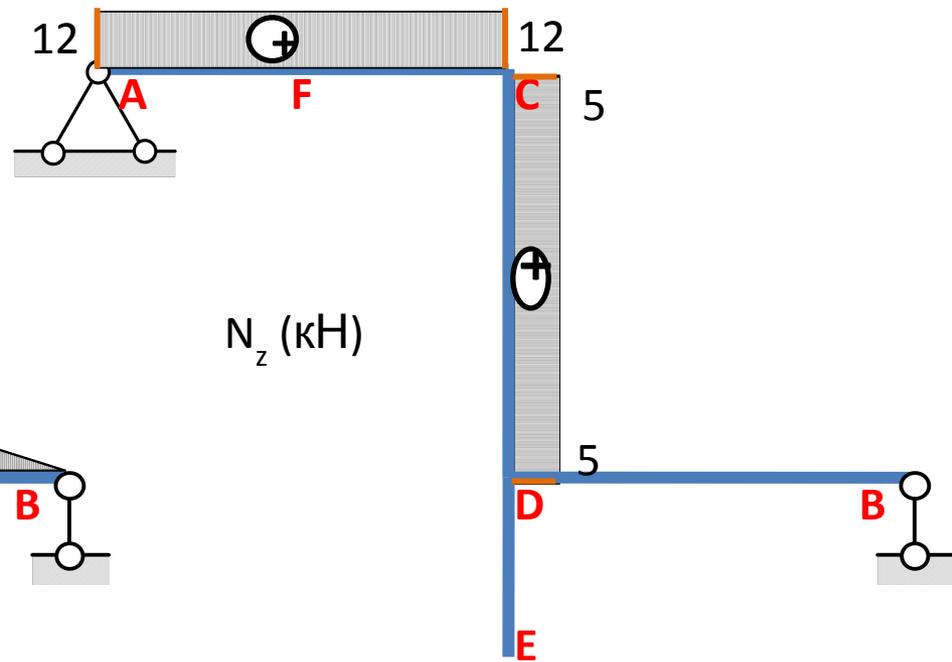
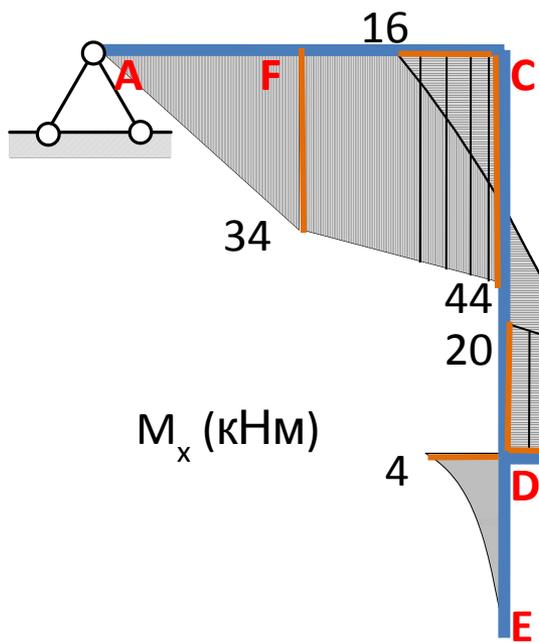
$$M_x(0) = 0 \cdot q \cdot 0 / 2 = 0;$$

$$M_x(2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 / 2 = 4 \text{ (кНм)};$$

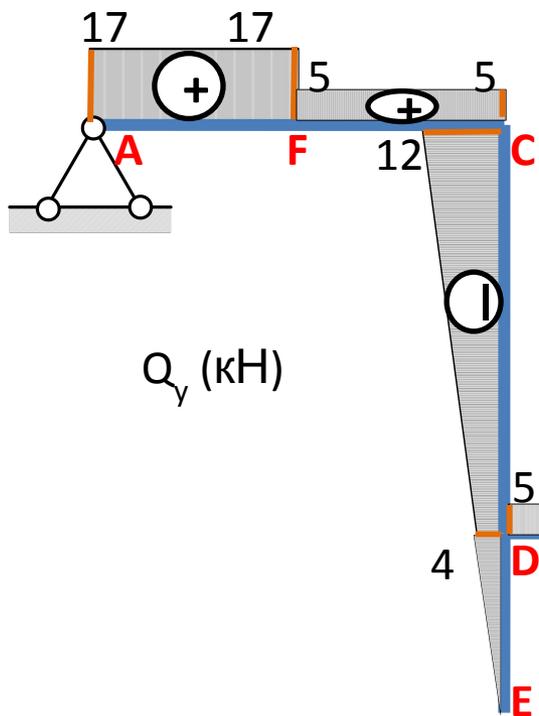
$$Q_y(z_5) = -z_5 \cdot q; \quad Q_y(0) = -0 \cdot 2 = 0;$$

$$Q_y(2) = -2 \cdot 2 = 4 \text{ (кН)}; \quad N_z(z_5) = 0;$$

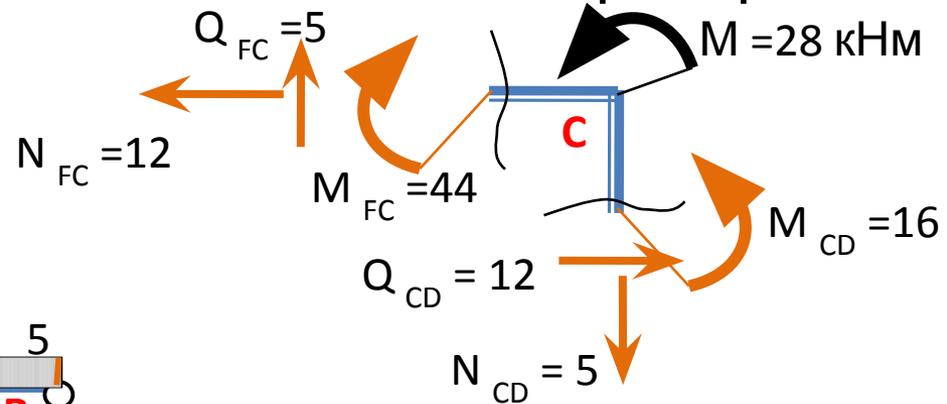




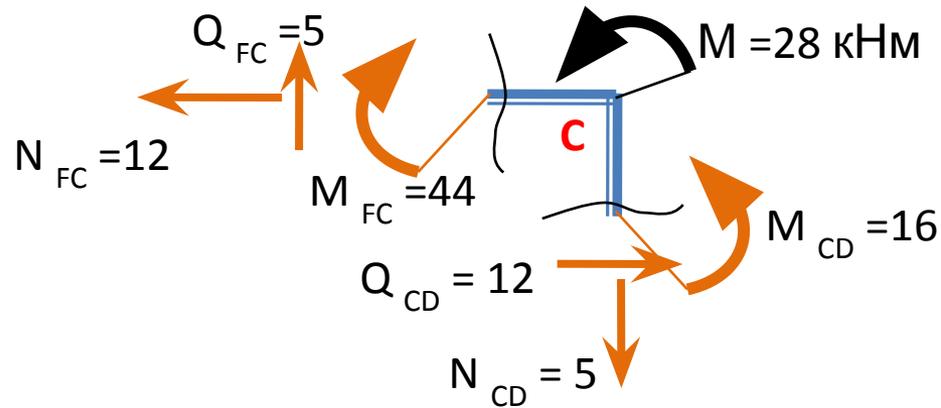
3. Построение эпюр в раме



4. Узловая проверка



Узловая проверка



$$\overset{\circ}{\text{a}} F_z = 0: \quad - N_{FC} + Q_{CD} = - 12 + 12 = 0$$

$$\overset{\circ}{\text{a}} F_y = 0: \quad Q_{FC} - N_{CD} = 5 - 5 = 0$$

$$\overset{\circ}{\text{a}} M_C = 0: \quad M_{FC} - M - M_{CD} = 44 - 28 - 16 = 0$$

Конец
расчета

