

Основные уравнения движения жидкостей

Уравнение неразрывности потока.
Дифференциальные уравнения движения
идеальной и реальной жидкости (уравнение
Навье - Стокса). Уравнение Бернулли для
идеальных и реальных жидкостей.

Уравнение неразрывности потока

- При установившемся движении жидкости в каждом фиксированном сечении средняя скорость постоянна во времени, при этом –
 $\omega_1 \neq \omega_2 \neq \omega_3 \dots$ $S_1 \neq S_2 \neq S_3 \neq \dots$
- Через любое сечение протекает одинаковое количество жидкости, т.к. $V = \text{const}$ –
- Уравнение $V_1 = V_2 = V_3 = \dots$ (сплошности) потока-

$$S_1 \omega_1 = S_2 \omega_2 = S_3 \omega_3 = \dots$$

Дифференциальные уравнения движения идеальной

- При движении идеальной жидкости действуют силы тяжести, давления и силы инерции, возникающие при движении элементарного объема.
- Согласно основному принципу динамики-силы равны произведению массы элементарного параллелепипеда на ускорение:

$$m \frac{d\omega_x}{d\tau} \sim \rho \frac{d\omega_x}{d\tau}$$

Дифференциальные уравнения движения Эйлера для идеальной жидкости

$$\rho \frac{d\omega_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\rho \frac{d\omega_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\rho \frac{d\omega_z}{d\tau} = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z}$$

Движение реальной жидкости

- При движении реальной жидкости возникают силы трения- $\mu \nabla^2 \omega$
- Сумма вторых производных составляющей скорости при перемещении в 3-х мерном пространстве (вдоль оси z):

$$\mu \nabla^2 \omega_z = \mu \left(\frac{\partial^2 \omega_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial z^2} \right)$$

Уравнение Навье-Стокса

$$\rho \frac{d\omega_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 \omega_x$$

$$\rho \frac{d\omega_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 \omega_y$$

$$\rho \frac{d\omega_z}{d\tau} = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 \omega_z$$

Уравнение Бернулли для идеальных жидкостей.

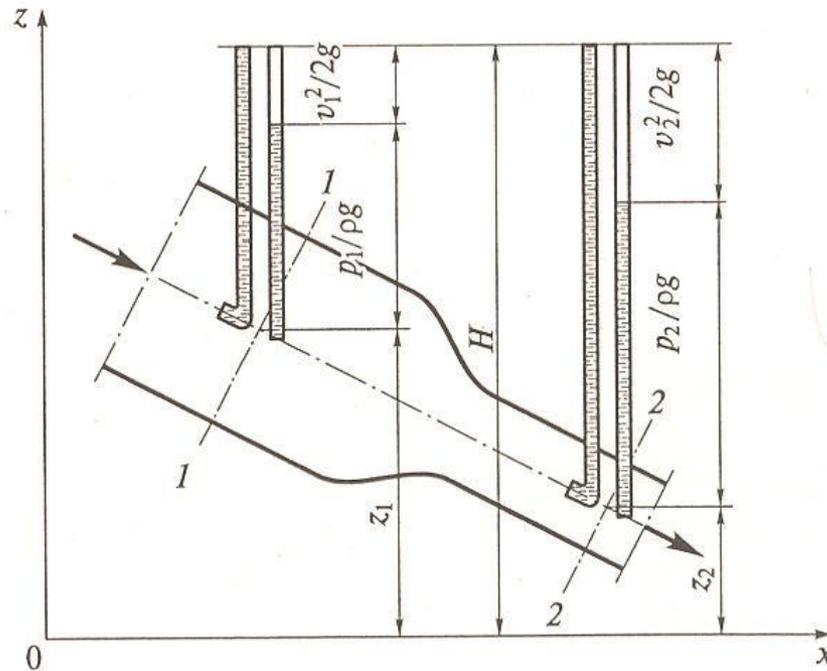
- Основное уравнение гидродинамики:

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\omega^2}{2g} = \text{const}$$

- Т.е. для всех поперечных сечений установившегося потока идеальной жидкости величина гидродинамического напора остается неизменной.

Использование уравнения Бернулли

- Для определения скоростей и расходов жидкости:



Закон сохранения энергии

- Для всех поперечных сечений установившегося потока идеальной жидкости сумма удельной энергии остается неизменной.

удельная потенциальная энергия – $z + \frac{p}{\rho g}$

Удельная кинетическая энергия – $\frac{\omega^2}{2g}$

Уравнение Бернулли для реальных жидкостей.

- При движении реальной жидкости действуют силы внутреннего трения, обусловленные вязкостью жидкости и режимом движения. Возникают силы трения о стенки трубопровода. Часть энергии тратится на преодоление местных сопротивлений:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\omega_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\omega_2^2}{2g} + h_{\text{ГС}}$$

Гидравлическое сопротивление трубопроводов и аппаратов

- Потери давления на трение и местные сопротивления, их расчет

Гидравлические сопротивления

- Сопротивления трению;
- Местные сопротивления

$$h_{\text{ГС}} = h_{\text{тр}} + h_{\text{МС}}$$

Сопротивления трения

- Возникают при движении реальной жидкости по всей длине трубопроводов:

$$h_{\text{тр}} = \lambda \frac{L}{d} \frac{\omega^2}{2g}$$

- Коэффициент трения зависит от режима движения жидкости.

Ламинарный режим

- Для прямой, круглой трубы-

$$h_{\text{тр}} = \frac{64 L \omega^2}{Re d 2g}$$

- Для трубы не круглого сечения-

$$h_{\text{тр}} = \frac{A L \omega^2}{Re d 2g}$$

Турбулентный режим

- Для гладких труб : $\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}}$
- При турбулентном движении жидкости λ зависит от характера движения жидкости (Re) и шероховатости стенок труб:

$$\lambda = f(Re; \varepsilon)$$

Обобщенное уравнения для турбулентного режима

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\frac{\varepsilon}{3,7} + \left(\frac{6,81}{Re} \right)^{0,9} \right]$$

- Зона гладкого трения ($Re < Re_{кр1} = \frac{23}{\varepsilon}$)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\left(\frac{6,81}{Re} \right)^{0,9} \right]$$

- Зона смешанного трения ($Re_{кр1} < Re < Re_{кр2} = 220\varepsilon^{-\frac{9}{8}}$)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\frac{\varepsilon}{3,7} + \left(\frac{6,81}{Re} \right)^{0,9} \right]$$

- Зона автомодельного трения

$$(Re > Re_{кр2} = 220\varepsilon^{-\frac{9}{8}})$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\frac{\varepsilon}{3,7} \right]$$

- Шероховатость стенок труб - $\varepsilon = \frac{e}{d_{ЭКВ}}$

Местные гидравлические сопротивления

- Возникают при любых изменениях скорости потока по величине и направлению.
- При расчете используют скорость потока перед мс (при расширении) или за мс (при сужении и запорной арматуре)

Оптимальный диаметр трубопроводов

- При определении диаметров трубопроводов нужно знать секундный расход жидкости и среднюю скорость ее движения:

$$V = \omega_{\text{ср}} S \quad d = 2 \sqrt{\frac{V}{\pi \omega_{\text{ср}}}}$$

Средняя скорость движения жидкости

- Капельные жидкости 1-3 м/с;
- Газ под небольшим давлением 8-15 м/с;
- Газ под большим давлением 15-20 м/с;
- Насыщенный водяной пар 20-30 м/с;
- Перегретый водяной пар 30-50 м/с