

Олимпиадный эксперимент – в школьный практикум

КПК, Физтех
июнь, 2017

Часть I

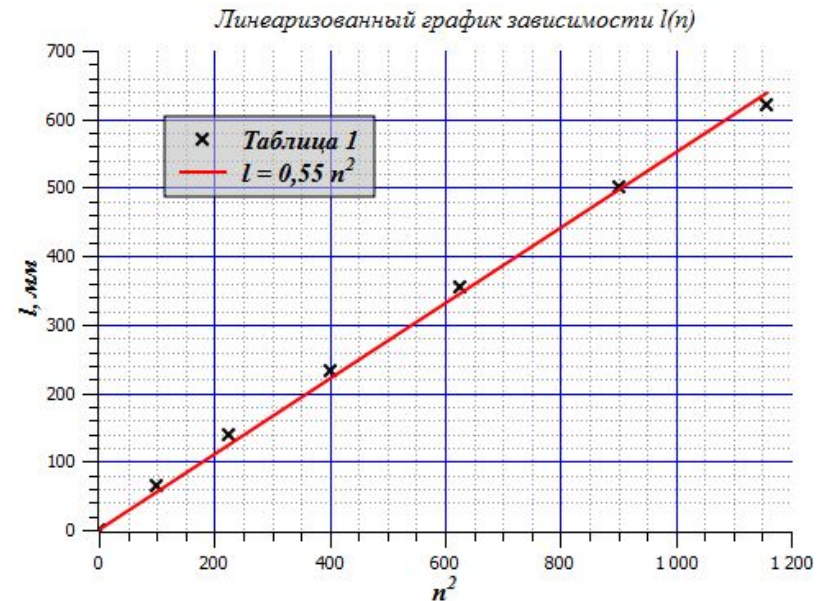
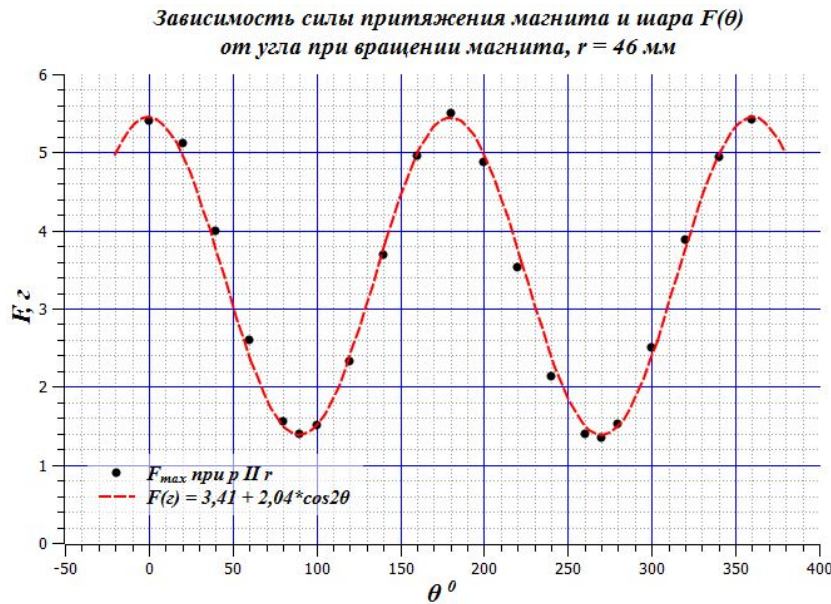
Алексей Гуденко
к.ф.м.н.,
доцент кафедры общей физики
МФТИ,
a.v.gudenko@gmail.com

**Все задачи в предлагаемой
презентации - авторские**

Полезные сайты

- Олимпиадная школа МФТИ, курс «Экспериментальная физика»:
<http://edu-homelab.ru>
 - Международная олимпиада по экспериментальной физике (IEPhO):
<http://iepho.com>
 - Информационный сайт Всероссийской олимпиады по физике:
<http://4ipho.ru>
-

Обработка результатов, графики



□ Все графики оформлены с помощью программы SciDavis
<http://scidavis.sourceforge.net>

Наши планы

1. IERhO-4 (2016 г.)

- Неваляшка
- Лестница
- Лягушка
- Зубочистка
- Слинки (Slinky)

2. IERhO-3 (2015 г.)

- Удельное сопротивление воздуха
 - Гук или не Гук
-

Неваляшка, IERhO-4 (8, 9 классы)



Оборудование

- Неваляшка
- деревянная линейка 50 см
- кусок пластилина
- карандаш (ручка)
- лист бумаги



Задание

□ С помощью имеющегося оборудования определите как можно точнее высоту центра тяжести h неваляшки относительно уровня стола, на котором она расположена

□ *Указание:*

Основание неваляшки считать сферическим, неровностями его поверхности пренебречь.

Массу подвижных частей колокольчика внутри неваляшки считать пренебрежимо малой

Решение. Шаг № 1

- По длине окружности $C = 283$ мм (Неваляшку оборачиваем бумагой) определяем радиус сферического основания Неваляшки:
 $R = C/2\pi = 45$ мм.
-

Шаг № 2



- Подбираем кусок пластилина такой массы m , чтобы ось Невалюшки расположилась горизонтально.
- Из условия равновесия относительно точки опоры (точки касания сферы со столом) получаем:
 $mgb = Mg\Delta l$, где $b = 100$ мм – рычаг куска пластилина, а $Mg\Delta l$ – момент силы тяжести Невалюшки (Δl – расстояние от центра сферического основания Невалюшки вдоль её оси до центра масс Невалюшки) \rightarrow
 $\Delta l = (m/M) b$

Цель дальнейших действий - найти отношение m/M .

Шаг № 3



- Уравновешиваем Невалюшку на «рычажных весах», изготовленных из линейки (рычаг) и карандаша (опора). Из условия равновесия получаем ($m_{\text{л}}$ – масса линейки):

$$Mg\ell_1 = mg\ell_2 + m_{\text{л}}g\ell_3$$

Делаем необходимые измерения:

$\ell_1 = 49$ мм – рычаг Невалюшки;

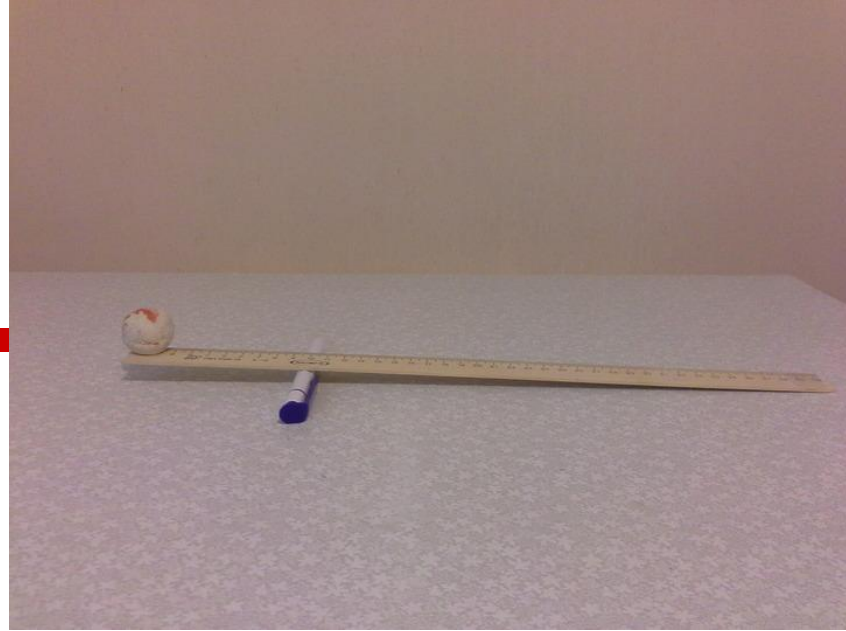
$\ell_2 = 341$ мм – рычаг пластилина;

$\ell_3 = 146$ мм – рычаг линейки (расстояние от точки опоры до середины линейки).

Из уравнения моментов:

$$m/M = \ell_1 / (\ell_2 + m_{\text{л}}/m \ell_3)$$

Шаг № 4

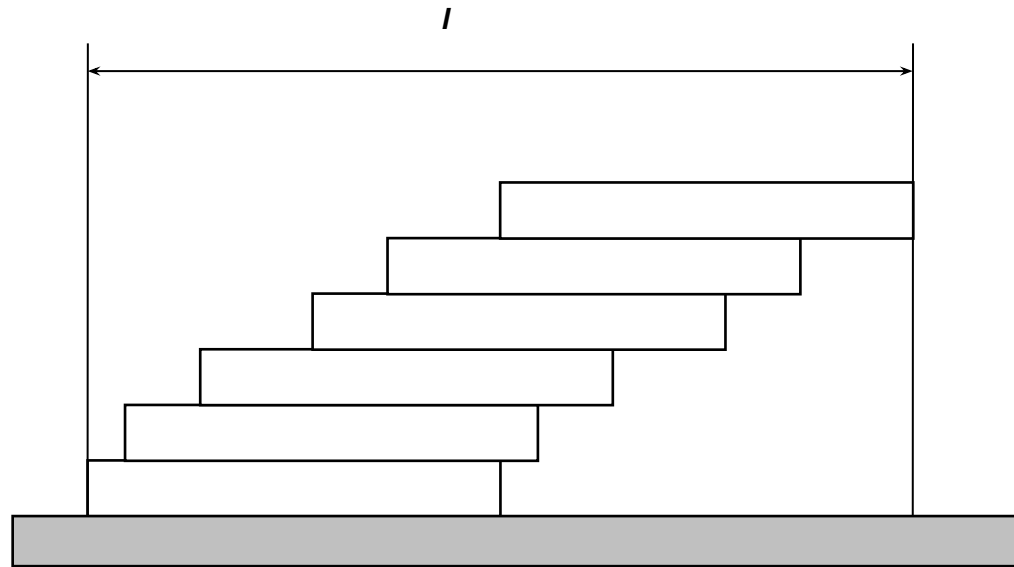


- Отношение масс линейки и пластилина находим, уравновесив пластилин линейкой. Из уравнения моментов:
- $m_{\text{л}}/m = \ell_{\text{м}}/\ell_{\text{л}}$, где $\ell_{\text{м}} = 95$ мм – рычаг пластилина;
 $\ell_{\text{л}} = 100$ мм – рычаг линейки.
- Подставляя численные значения, находим:
- $m_{\text{л}}/m = 0,95$.
- Отношение масс пластилина и Невалюшки (см. Шаг № 3):
- $m/M = \ell_1/(\ell_2 + m_{\text{л}}/m \ell_3) = 49/(341 + 0,95 \cdot 146) = 0,102$
(точные измерения на весах дают следующие значения масс:
-
- масса Невалюшки $M = 148$ г, масса пластилина: $m = 15,26$ г $\rightarrow m/M = 0,103$ (!))

Заключительный шаг (без картинки)

- Центр масс Неваляшки расположен на $\Delta l = m/M b = 0,102 * 100 = 10$ мм ниже центра сферы основания, т.е. на высоте:
 $h = R - \Delta l = 35$ мм над уровнем стола
-

Лестница из линеек, IERhO-4 (9, 10 классы)



Оборудование

11 деревянных линеек длиной $l_0 = 21$ см
каждая, линейка 50 см

Задание

- Постройте ступенчатую лестницу максимальной (по горизонтали) длины из $n = 2, 3, 4, \dots, 12$ линеек. Для каждого n измерьте длину получившейся у вас лестницы и результаты измерений занесите в таблицу, как в абсолютных, так и в относительных единицах.
- Получите теоретическую зависимость максимальной длины лестницы от числа линеек n .
- Сравните теоретические значения с соответствующими экспериментальными значениями.
- Оцените максимальную длину лестницы, которую можно составить из линеек всех участников, выполняющих эту работу. Считайте, что работу пишет 20 участников.

Строим лестницы



Теория:

$$\Delta_k = \ell_0/2k; \ell_T = \ell_0 + 1/2\ell_0 \sum 1/k$$

- **центр масс стопки, лежащей над какой-то линейкой, приходится точно на её опорный край** →
- смещение k -ой сверху линейки относительно $(k+1)$ -ой должно удовлетворять условию:
 $mg(\ell_0/2 - \Delta_k) = (k-1)mg\Delta_k$ →

ширина k -ой ступеньки: **$\Delta_k = \ell_0/2k$**

- Полная длина лестницы складывается из длины линейки ℓ_0 и сумме ширин всех её ступенек:
 $\ell = \ell_0 + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \dots$
- Общая длина лестницы:

$$\ell_T = \ell_0 + 1/2 \ell_0 [1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/(n-1)]$$

Наши линейки

- $\Delta_1 = 0,5\ell_0/1 = 105 \text{ мм}$
 - $\Delta_2 = 0,5\ell_0/2 = 52,5 \text{ мм}$
 - $\Delta_3 = 0,5\ell_0/3 = 35 \text{ мм}$
 - $\Delta_4 = 0,5\ell_0/4 = 26,25 \text{ мм}$
 - $\Delta_5 = 0,5\ell_0/5 = 21 \text{ мм}$
 - $\Delta_6 = 0,5\ell_0/6 = 17,5 \text{ мм}$
 - $\Delta_7 = 0,5\ell_0/7 = 15 \text{ мм}$
 - $\Delta_8 = 0,5\ell_0/8 = 13 \text{ мм}$
 - $\Delta_9 = 0,5\ell_0/9 = 11,7 \text{ мм}$
 - $\Delta_{10} = 0,5\ell_0/10 = 10,5 \text{ мм}$
 - $\Delta_{11} = 0,5\ell_0/11 = 9,5 \text{ мм}$
-

12 линеек, 240 линеек

□ $N = 12$

$$l_T(8) \approx l = l_0 + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \dots + \Delta_{10} + \Delta_{11} \approx 2,51l_0 = 52,7 \text{ см}$$

□ $N = 240$

$$\sum 1/k \approx \int dz/z \approx \ln n$$

1. $L \approx l_0 + 0,5l_0(1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/11 + \ln N/11) = l_0 + 0,5l_0(3,02 + \ln 21,7) = 4,05l_0 \approx 85 \text{ см}$
 2. «Честный» подсчёт:
-

Лягушка (8, 9 классы)

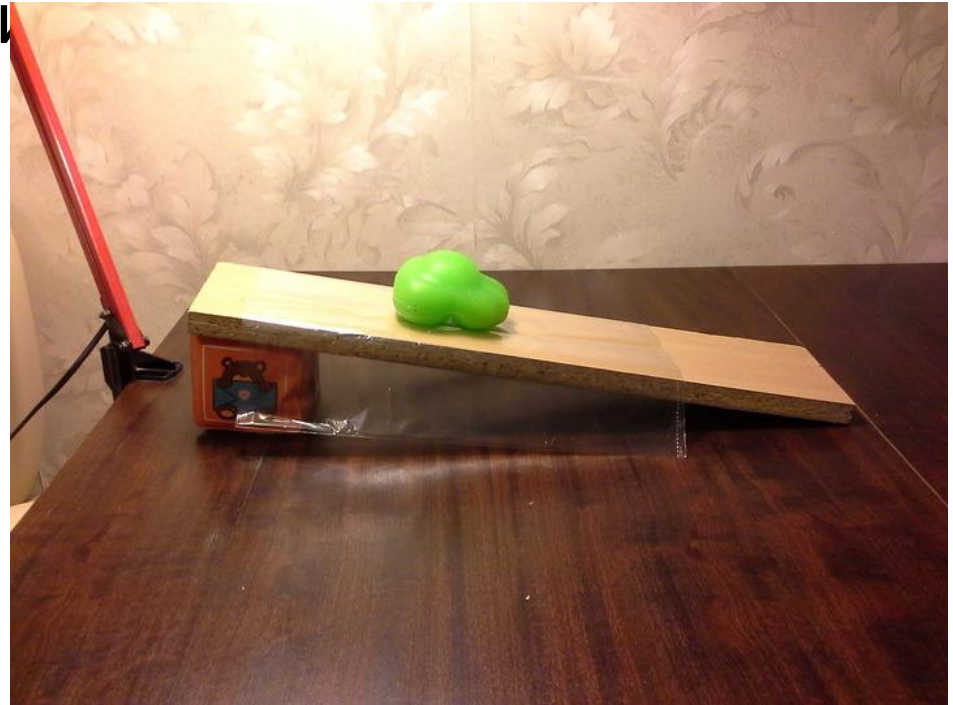
- **Оборудование:**
кистевой эспандер из мягкой резины («лягушка»), полиэтилен, дощечка, линейка



- **Задание:**
определите коэффициент трения полиэтилена и «лягушки» о поверхность дощечки

Решение: коэффициент трения полиэтилена

- Кладём «Лягушку» на полиэтилен и по $\mu_{\text{п}}$ критическому углу определяем коэффициент трения $\mu_{\text{п}} = \text{tga}_{\text{крит}} = 0,32$



Решение: коэффициент трения «лягушки»

- Переворачиваем «установку» и по крит. углу находим коэффициент трения дощечки по «лягушке»:
 $\mu_{\text{л}} = \text{tg}63^{\circ} \approx 2$



Определение числа n вероятностным методом (11 класс)

***Случайность – форма
проявления
закономерности***

Задача Бюффона о бросании иглы (1777 г.)

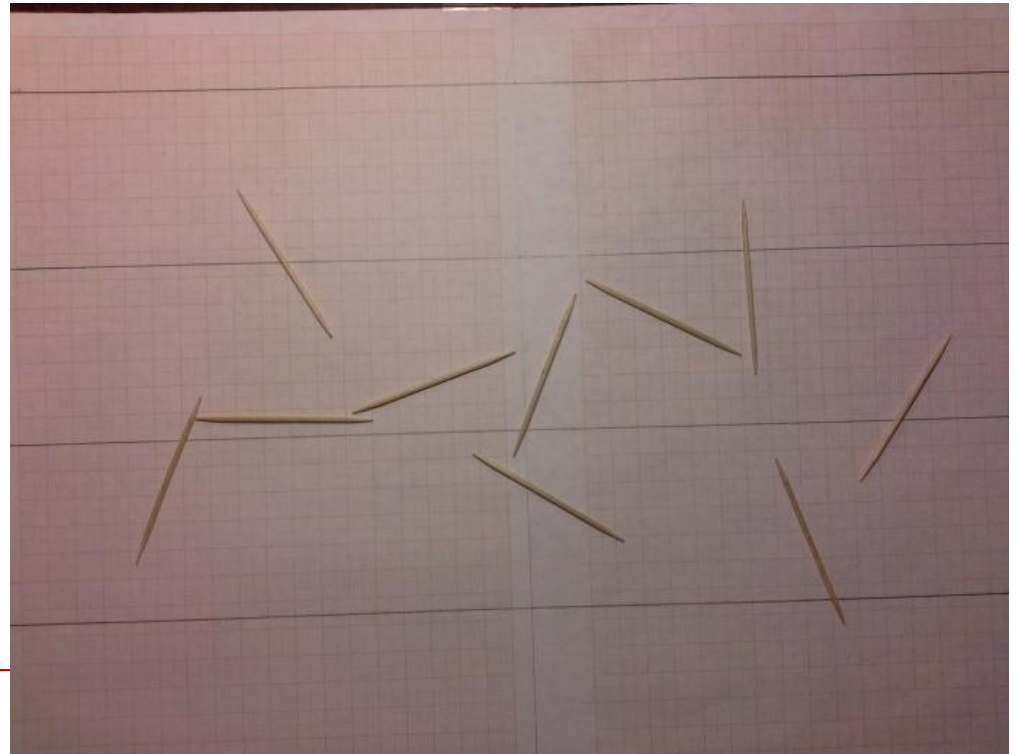
Жорж-Луи Леклерк де Бюффон
(Buffon) (1707 – 1788)

- Французский натурфилософ и естествоиспытатель
- Иностраннный член Российской Академии наук
- член Лондонского королевского общества



Оборудование

- 10 зубочисток
- лист бумаги с параллельными линиями. Расстояние между линиями равно длине зубочистки l_0



Задание

- Экспериментально исследовать закон распределения $w(n)$ случайной величины n , где n – число пересечений зубочисток с линиями при броске $n_0 = 10$ штук
 - По результатам эксперимента определите число p
-

Причём здесь π ? (теория)

- Вероятность пересечь линию для зубочистки, образующей угол φ (в интервале $d\varphi$) с осью x , перпендикулярной линиям:
 $dw = (|\ell_{0x}|d\varphi/2\pi)/\ell_0 = |\cos\varphi| d\varphi/2\pi \rightarrow$

$$w_{\text{теор}} = \int |\cos\varphi| d\varphi/2\pi = 2/\pi$$

Как проводим опыт

- Одновременно бросаем с высоты $\sim 15-20$ см $n_0 = 10$ зубочисток и подсчитываем число n пересечений с линиями в каждом опыте;
 - Делаем $N = 40$ бросков;
 - Результаты испытаний заносим в Таблицу
-

Таблица для построения гистограммы

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_n	0	0	1	0	6	5	8	10	7	2	1
W_n	0	0	0,025	0	0,15	0,125	0,2	0,25	0,75	0,05	0,025
n^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

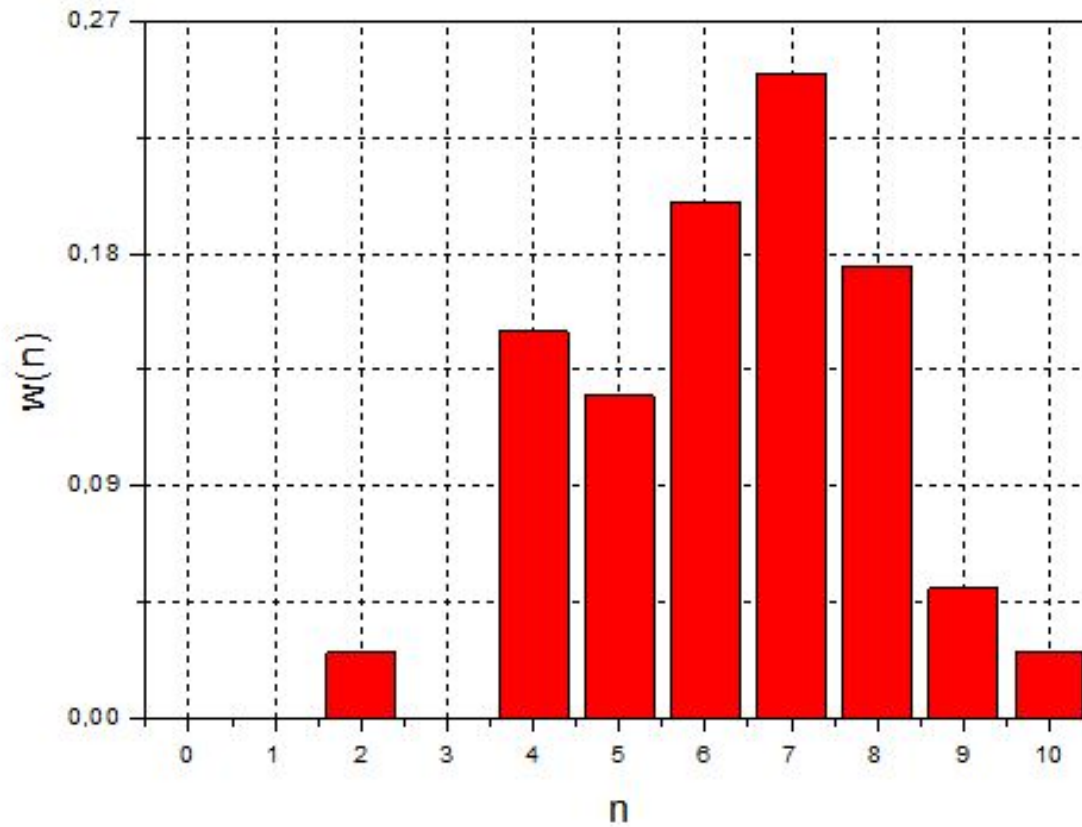
n – число пересечений;

m_n – число случаев с n пересечениями;

$W_n = m_n/N$ – вероятность пересечения;

$N = 40$ – полное число бросков (испытаний)

Гистограмма



Считаем среднее n_{cp}

$$n_{\text{cp}} = \sum n_i / N = \sum m_n n / N = 6,325$$

Погрешность среднего σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{(n^2)_{cp} - n_{cp}^2}{N}} \approx 0,265$$

$$n^2_{\text{cp}} = ?$$

$$(n^2)_{\text{cp}} = \sum_{n=0}^{n=10} w_n n^2 = 42,825$$

Результат: $w_{\text{теор}} = 2/\pi$
 $\pi = 2/w_{\text{экс}} = 3,16 \pm 0,13$ ($\varepsilon_{\pi} = 4 \%$)

- $n = 6,33 \pm 0,27$ – среднее число пересечений, если бросать $n_0 = 10$ штук
 - Вероятность пересечения:
 $w_{\text{экс}} = n/n_0 = 0,633 \pm 0,027$ ($\varepsilon_w = 4 \%$)
 - Из теории: $w_{\text{теор}} = 2/\pi \rightarrow \pi_{\text{экс}} = 2/w_{\text{экспер}} \rightarrow$
 - **$\pi = 3,16 \pm 0,13$ ($\varepsilon_{\pi} = 4 \%$)**
-

Изучение упругих свойств пластиковой пружины Слинки (Slinky)

□ **Цель работы:**

изучение упругих свойств пластиковой пружины Слинки; исследование колебаний массивной пружины.

□ **Оборудование:**

Пластиковая пружина Слинки (Slinky), штатив с лапкой, линейка, мерная лента, секундомер, весы, скотч.

Задание (статика)

1. Снимите зависимость $l(n)$ длины l пружины от числа n свободно свисающих витков. Для этого закрепите в штативе деревянную линейку. Разделите линейкой пружину так, чтобы под линейкой оказалось n витков. Для каждого значения n измерьте общую длину свободно свисающих витков. Измерения проведите для $n \geq 10$. Результаты измерений занесите в Таблицу №1.
2. Получите теоретическую зависимость $l(n)$, выразив l через массу m_0 и жёсткость k_0 одного витка
3. Сравните теоретическую зависимость $l(n)$ с экспериментальной.
4. Определите m_0 и k_0

$l(n)$ - теория

- Получим теоретическую зависимость $l(n)$, выразив l через массу m_0 и жёсткость k_0 одного витка:

$$\Delta x_1 = 0$$

$$\Delta x_2 = m_0 g / k_0$$

$$\Delta x_3 = 2m_0 g / k_0$$

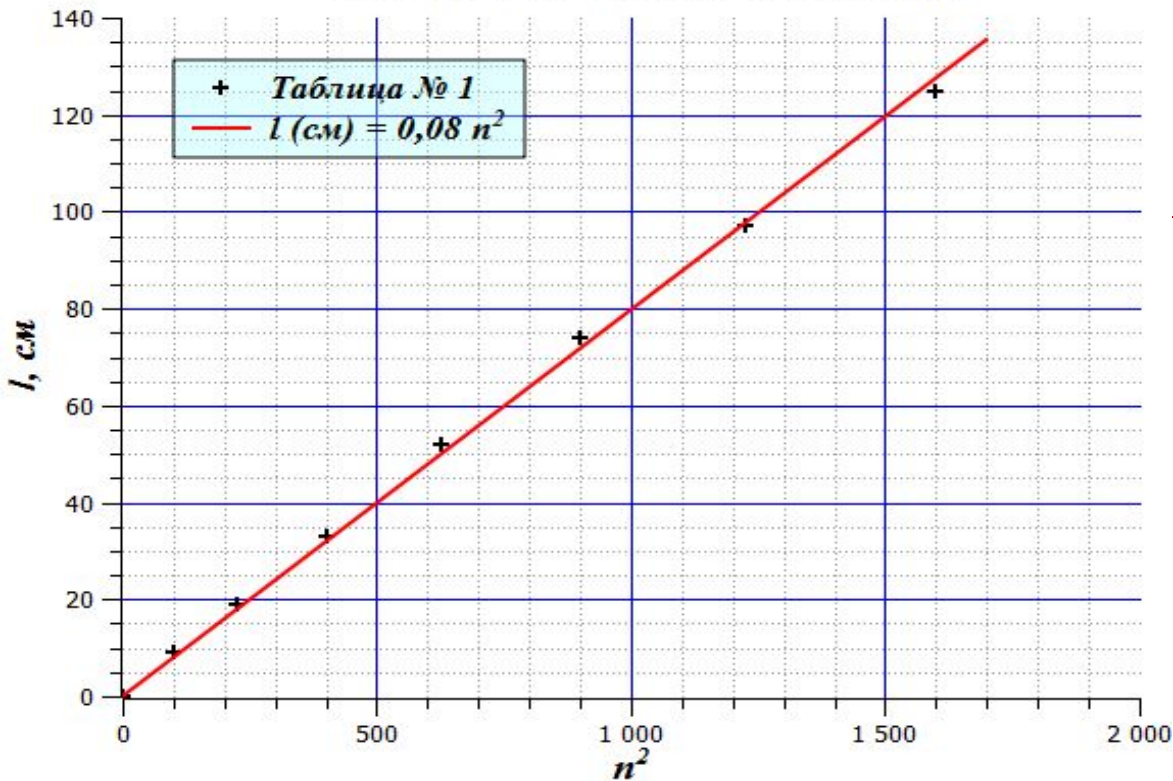
.....

$\Delta x_n = (n - 1)m_0 g / k_0$ - арифметическая последовательность \rightarrow

$$l(n) = \sum \Delta x_i = n(n - 1)m_0 g / 2k_0 \approx n^2 m_0 g / 2k_0, \text{ т.е.}$$

$$l = Cn^2, \text{ где } C = m_0 g / 2k_0$$

Линеаризованная зависимость $l(n)$



$l(n)$ -
эксперимент

- Из графика находим: $C = m_0 g / 2k_0 = 0,08$ см
 - Определяем m_0 и k_0 .
Масса всей пружины $M = 90,37$ г, полное число витков $N = 41,5 \rightarrow$
масса одного витка: $m_0 = M/N = 2,18$ г;
 - Жёсткость витка:
 $k_0 = m_0 g / 2C = 2,18 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 / 2 \cdot 0,08 \cdot 10^{-2} \approx 13,4$ Н/м.
-

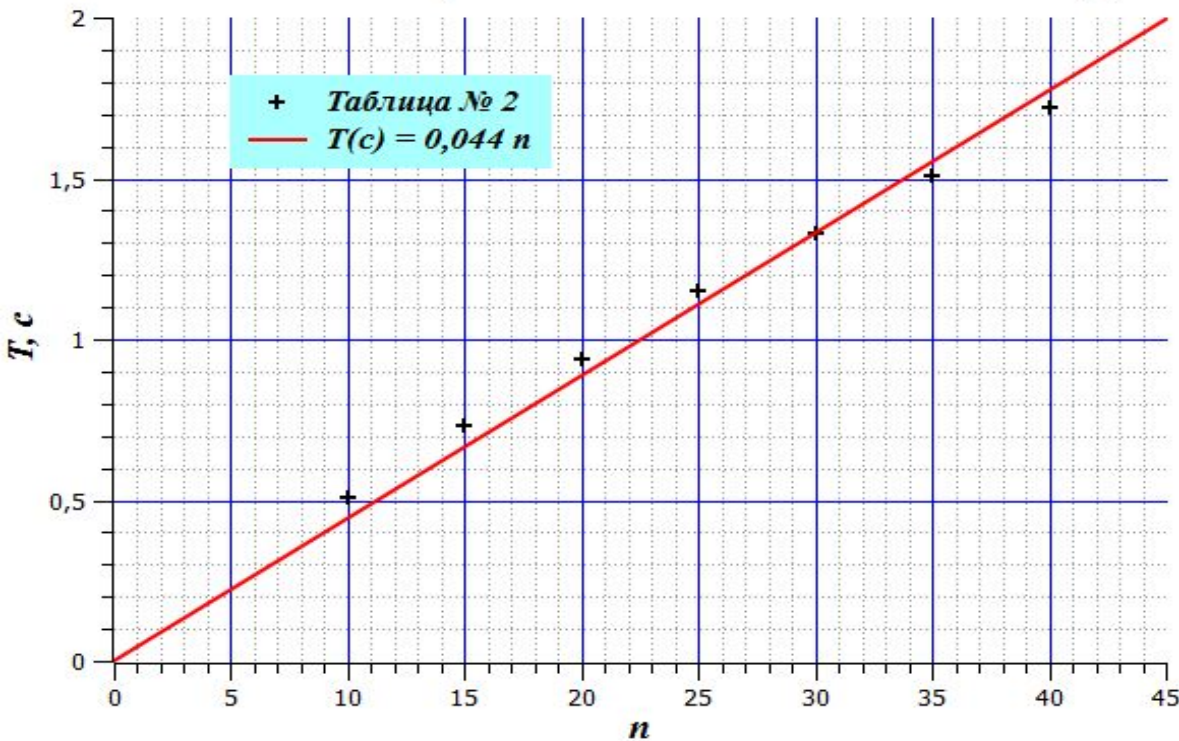
Задание (динамика)

1. Снимите зависимость $T(n)$ периода колебаний T пружины, подвешенной вертикально, от числа n колеблющихся витков. Измерения проведите для $n \geq 10$. Результаты измерений занесите в Таблицу №2
 2. Считая, что период T колебаний **массивной** пружины, подвешенной вертикально, определяется формулой $T = 2\pi(\beta m/k)^{1/2}$, где m – масса пружины, k – жёсткость пружины, β – константа, получите теоретическую зависимость $T(n)$.
 3. Сравните теоретическую зависимость $T(n)$ с экспериментальной и определите значение константы $\beta_{\text{эксп}}$
 4. Сравните экспериментальное значение β с теоретическим.
-

$T(n)$ - теория

- $T = 2\pi(\beta m/k)^{1/2} = 2\pi(\beta n m_0/(k_0/n))^{1/2}$
 $= 2\pi n (\beta m_0/k_0)^{1/2} = An$, где $A = 2\pi$
 $(\beta m_0/k_0)^{1/2}$.
 - Итак $T \sim n$:
 $T = An$, где $A = 2\pi(\beta m_0/k_0)^{1/2}$
-

Зависимость периода колебаний от числа витков $T(n)$



$T(n)$ - эксперимент

Итак $T \sim n$:

$$T = 0,044n, A = 0,044 \text{ c}$$

Находим β :

$$T^2 = 4\pi^2 n^2 (2\beta m_0 / 2k_0) = 4\pi^2 n^2 (2\beta m_0 g / 2gk_0) \approx 8\beta C n^2 \rightarrow 8\beta C = A^2 \rightarrow \beta_{\text{эксп}} = A^2 / 8C = 0,044^2 / 8 * (0,08 * 10^{-2}) = 0,303$$

$\beta_{\text{эксп}} = 0,303$

$\beta_{\text{теор}} = 1/3; \quad \Delta\beta/\beta \approx 10 \%$

Удельное электросопротивление воздуха

Оборудование

- Два теннисных шарика с небольшим ушком, покрытые проводящей (графитовой) краской; пластмассовая трубка; полиэтиленовый пакет; нить; две деревянные линейки; секундомер, скотч, ножницы

 - *Примечание: в качестве вспомогательного оборудования можно использовать стол, стул, а также элементы конструкции вашей кабинки*
-

Погрешности

- Оценки погрешности в этой работе не требуется*
-

Задание

- С помощью имеющегося оборудования определите удельное сопротивление воздуха.
-

Авторское решение

- Удельное сопротивление можно определить по скорости уменьшения заряда шарика:
 $q(t) = q_0 \exp(-t/\tau)$
 $\tau = \rho \epsilon_0$ – время релаксации
(Максвелловская релаксация)
-

Теория

- Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{j} = 1/\rho \mathbf{E} \quad \Leftrightarrow$$

Заряд изменяется (убывает) со скоростью:

$$dq/dt = - \int \mathbf{j} d\mathbf{S} = -1/\rho \int \mathbf{E} d\mathbf{S} = \{\text{теорема Гаусса}\} = -1/\rho \epsilon_0 q \quad \Leftrightarrow$$

- Дифференциальное уравнение для q :

$$dq/dt = -q/\rho \epsilon_0 = -q/\tau \quad \Leftrightarrow$$

$$dq/q = -t/\tau \quad \Leftrightarrow$$

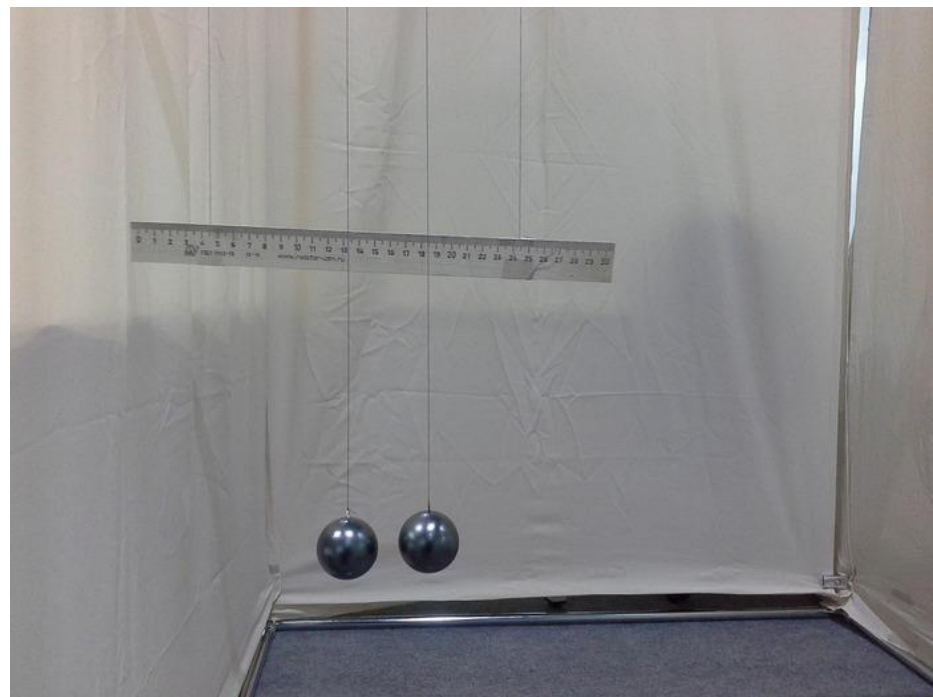
- $q(t) = q_0 \exp(-t/\tau)$
-

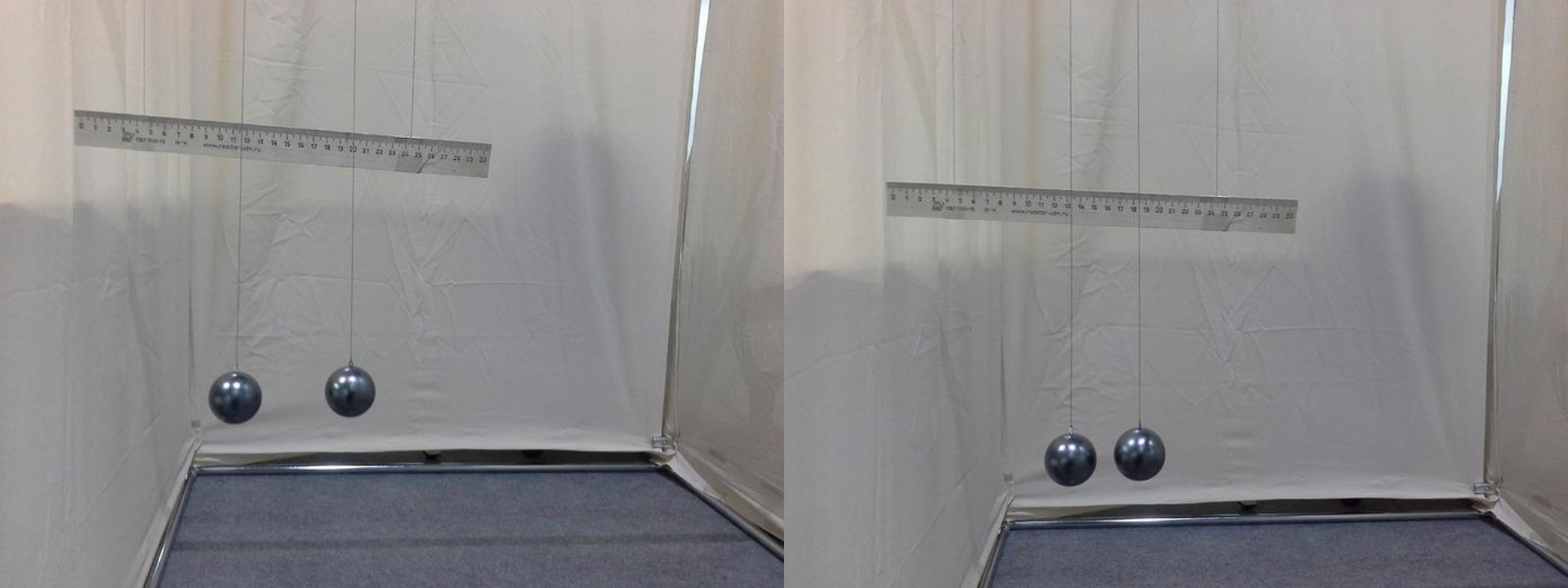
Эксперимент



- ✓ Подвешиваем шарики на длинных нитях ($l = 130$ см). Расстояние между нитями = d (диаметр шарика) Незаряженные шарики при этом слегка соприкасаются
 - ✓ На высоте ~ 20 см от шариков подвешиваем линейку в горизонтальном положении.
-

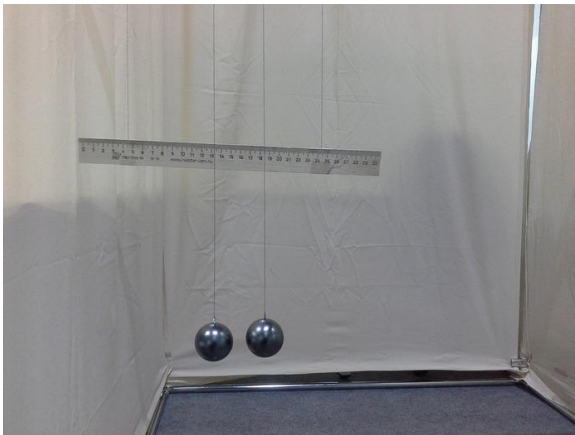
Калибровка





- Заряжаем шарики с помощью пластмассовой палочки, наэлектризованной трением о полиэтиленовый пакет. Измеряем расстояние между нитями на высоте линейки: $d_1 \approx 80$ мм.
- Разряжаем один из шариков, коснувшись его рукой. После соприкосновения между собой шарики расходятся так, что расстояние между нитями на уровне линейки оказывается равным $d \approx 60$ мм. Заряды шариков при этом уменьшаются вдвое.
- Калибровка проведена.

Основной эксперимент



- Вновь заряжаем шарики так, что расстояние между нитями, отсчитанное по линейке, вновь становится равным $d_1 = 80$ мм.
- С помощью секундомера измеряем время $T_{1/2}$, за которое расстояние между нитями уменьшается до $d_2 = 60$ мм. Это время соответствует уменьшению заряда вдвое.

Результаты

- $T_{1/2} \approx 14 \text{ мин} = 840 \text{ с} \Rightarrow$
 - $\tau = \rho \varepsilon_0 = T_{1/2} / \ln 2 \Rightarrow$
 $\rho = T_{1/2} / \varepsilon_0 \ln 2 = 840 / 8,85 * 10^{-12} * 0,7$
 $\approx 1,4 * 10^{14} \text{ Ом м}$
 - $\rho \approx 1,4 * 10^{14} \text{ Ом м}$
 - $\rho_{\text{табл}} \approx (1-2) * 10^{14} \text{ Ом м}$
-

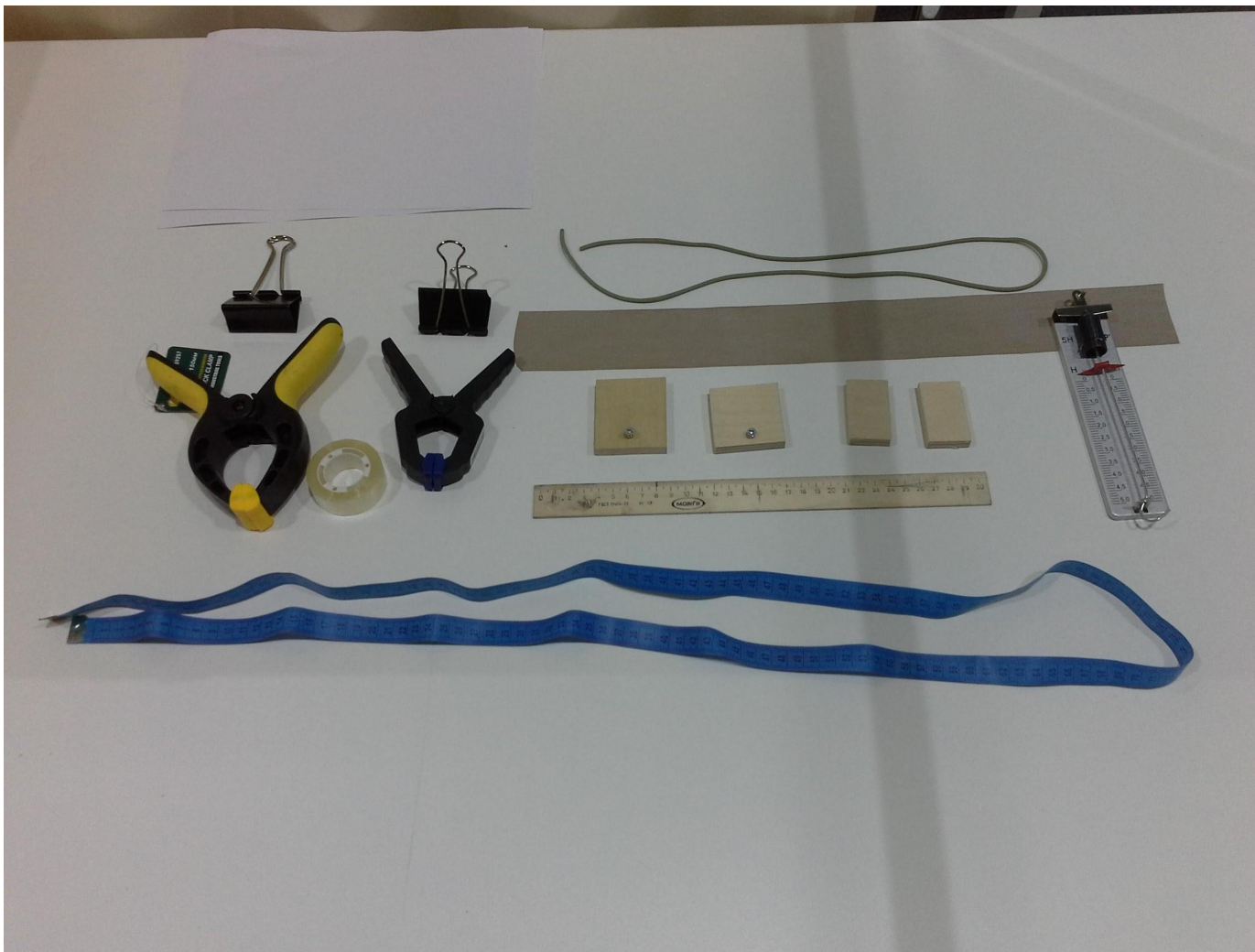
Тянем резину

Гук или не Гук ???

Оборудование

- Резиновый шнур диаметром $d_0 = 2,5$ мм; резиновая лента (бинт); динамометр; две канцелярские клипсы; две струбцины; четыре деревянных бруска (два из них – с саморезами); мерная лента; линейка; ножницы; скотч.
-

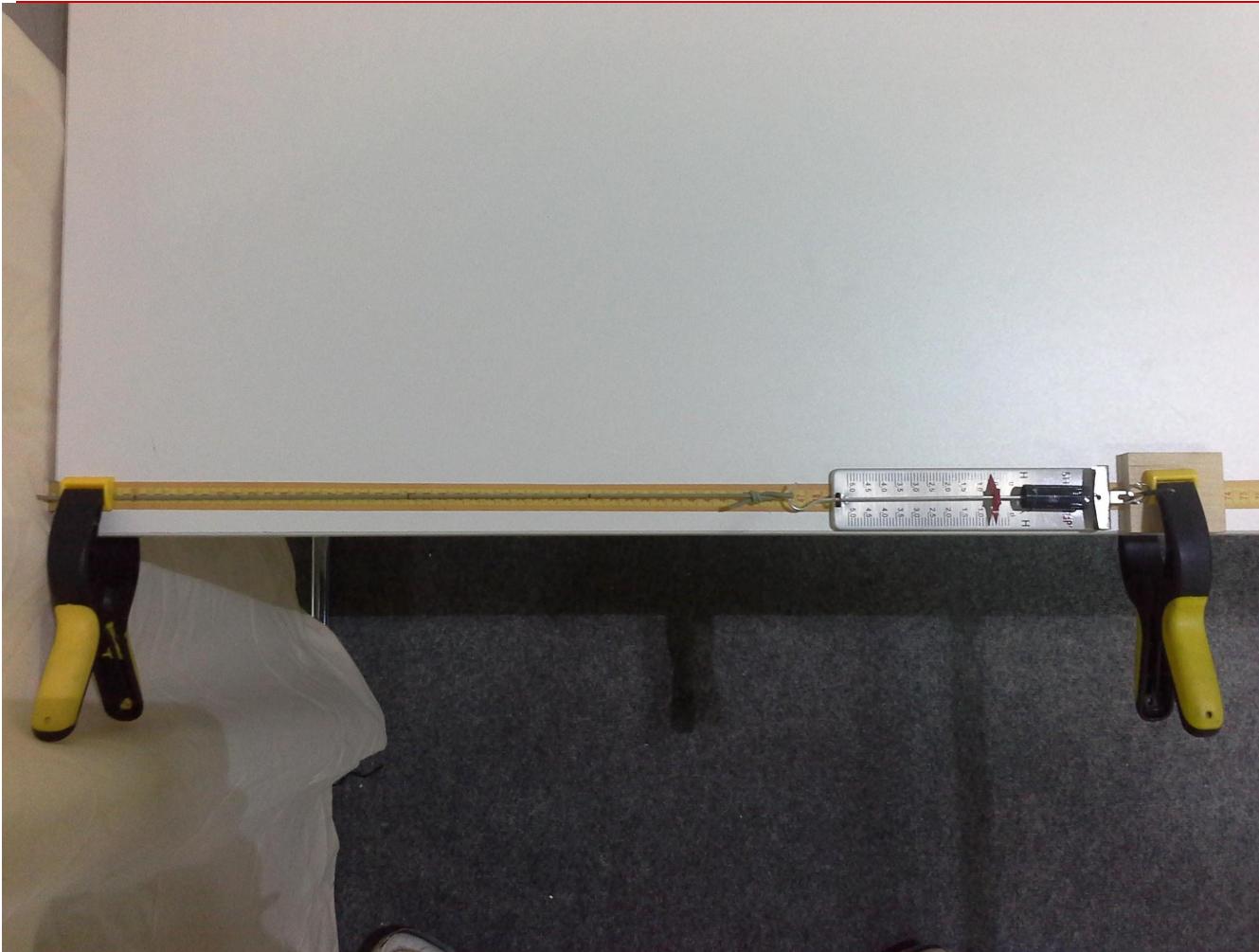
Оборудование (картинка)



Задание №1

- Снимите зависимость относительной длины l/l_0 резинового шнура от приложенной силы F вплоть до значений $l \sim 3l_0$, где l_0 – длина недеформированного куска шнура.
-

Установка (например, вот так)



Задание № 2

- Выразите коэффициент жёсткости резинового шнура через модуль Юнга и его геометрические параметры.

□ *Решение:*

По закону Гука:

$$\Delta l / l = \Delta F / ES \rightarrow \Delta F = (ES / l) \Delta l = k \Delta l \rightarrow$$

$$k = ES / l,$$

где $S = \pi d^2 / 4$ – поперечное сечение цилиндрического шнура

Задание № 3

- Предполагая, что модуль Юнга и объём резины в процессе деформации не изменяются, получите теоретическую зависимость l/l_0 от F
-

Теоретическая зависимость ℓ (F)

- По закону Гука для небольших деформаций:

$$\partial\ell/\ell = \partial F/ES \rightarrow$$

$$\partial\ell/\ell^2 = \partial F/ES\ell = \partial F/EV_0.$$

$V = S\ell = S_0\ell_0 = \pi d_0^2\ell_0/4$ – объём

ℓ_0 , d_0 – длина и диаметр

$S_0 = \pi d_0^2/4$ – площадь сечения недеформированного шнура.

Интегрируем уравнение:

$$\partial\ell/\ell^2 = \partial F/EV_0 \rightarrow 1/\ell_0 - 1/\ell = F/EV_0 \rightarrow$$

Рабочая формула

- $l/l_0 = 1/(1 - F/ES_0)$ –
зависимость $l(F)$ при условии, что:
 - модуль Юнга $E = \text{const}$
 - объём резины $V = \text{const}$
-

Задание № 4

- Сравните экспериментальную зависимость с теоретической, полученной в П.3
-

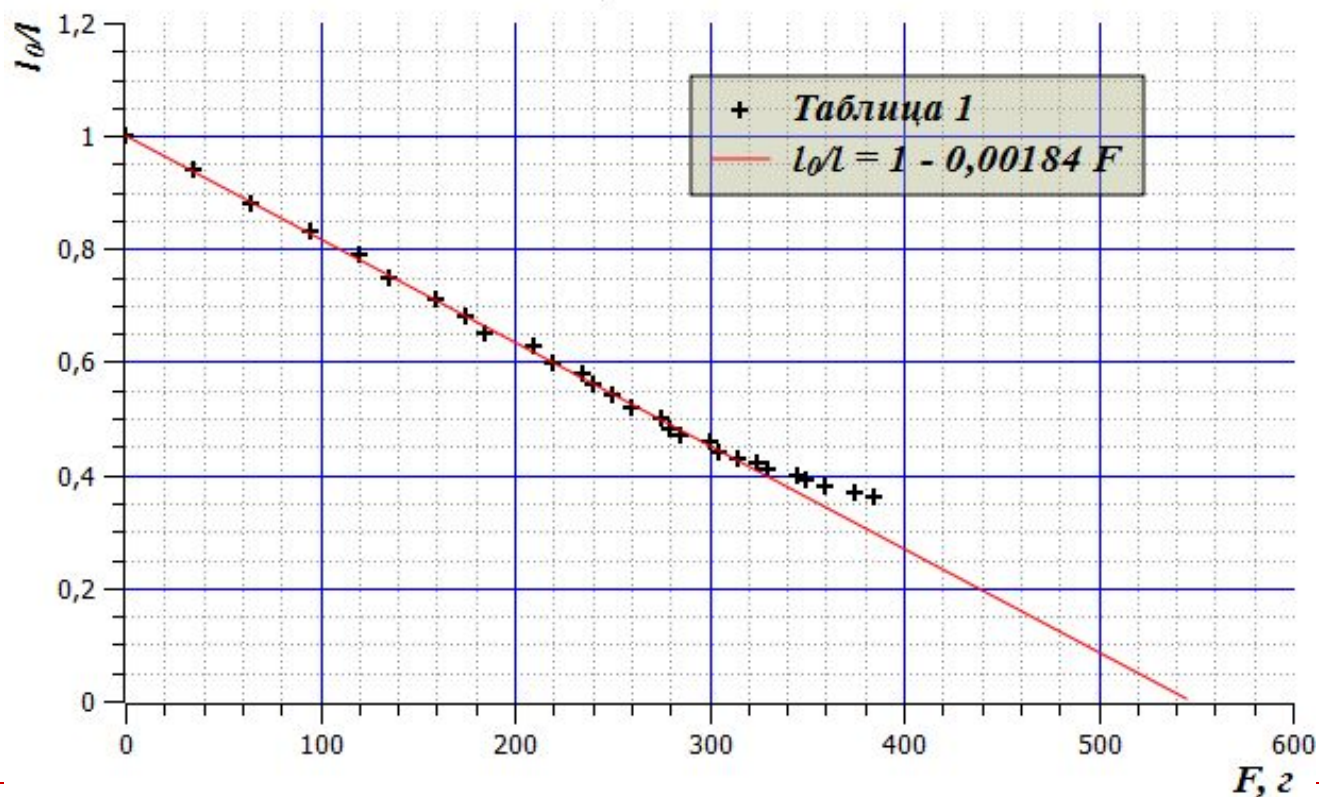
Линеаризованный график зависимости $l(F)$:

$$l_0/l = 1 - F/ES_0$$
$$E = 110 \text{ Н/см}^2$$

Линеаризованный график $l(F)$

$$\beta = 0,184 \text{ 1/Н}$$

$$E = 1,11 \text{ МПа} \approx 10 \text{ атм}$$



Выводы

- Вплоть до деформаций $l/l_0 \sim 2,5$ модуль Юнга резины в пределах точности эксперимента является постоянной величиной
 $E = (110 \pm 10) \text{ Н/см}^2 (\sim 10 \text{ бар})$
 - Для справки:
Сталь: $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па} = 2 \text{ Мбар}$
Медь: $E = 1,3 \cdot 10^{11} \text{ Па} = 1,3 \text{ Мбар}$
Лёд: $E = 3 \cdot 10^{10} \text{ Па} = 0,3 \text{ Мбар}$
-

Задание № 7

- Найдите теоретическое значение коэффициента Пуассона μ , при котором объём резинового шнура при деформациях не изменяется.
-

При каких μ объём не изменяется?

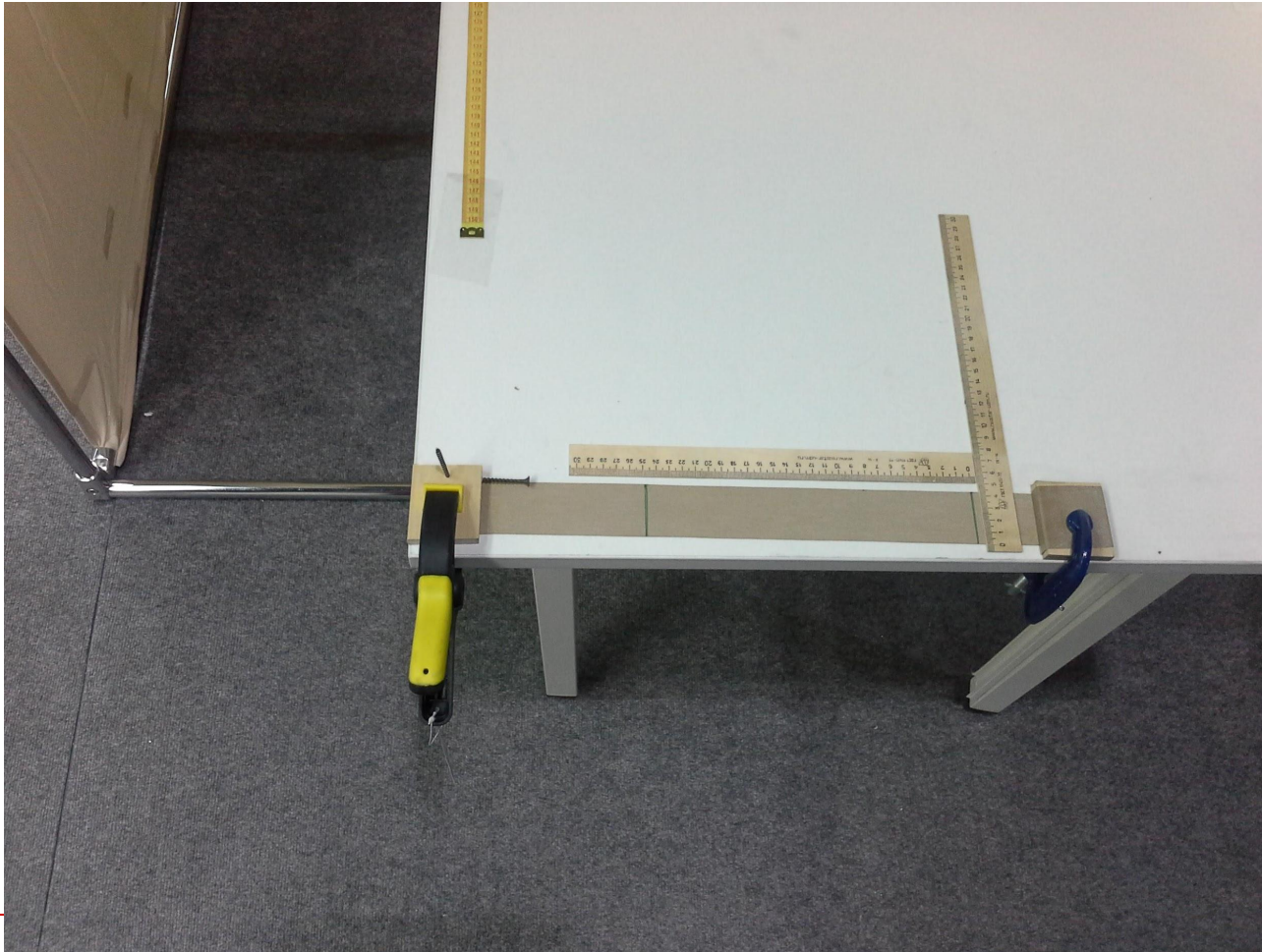
- Для шнура цилиндрической формы длиной l и диаметром d объём:
$$V = \pi l d^2 / 4 = \pi l_0 d_0^2 / 4 \rightarrow (d/d_0)^2 = l_0/l \rightarrow$$
$$2\Delta d/d = - \Delta l/l \rightarrow$$
$$\Delta d/d = - 1/2 \Delta l/l \rightarrow$$
$$\mu = - 1/2 - \text{при таком значении}$$

коэффициента Пуассона объём материала при его деформациях не изменяется.
-

Задание № 8

- Определите экспериментально коэффициент Пуассона резины, из которой изготовлен резиновый бинт
-

Определяем коэффициент Пуассона (установка)



Теория

□ $db/b = -\mu dl/l \rightarrow b(l):$

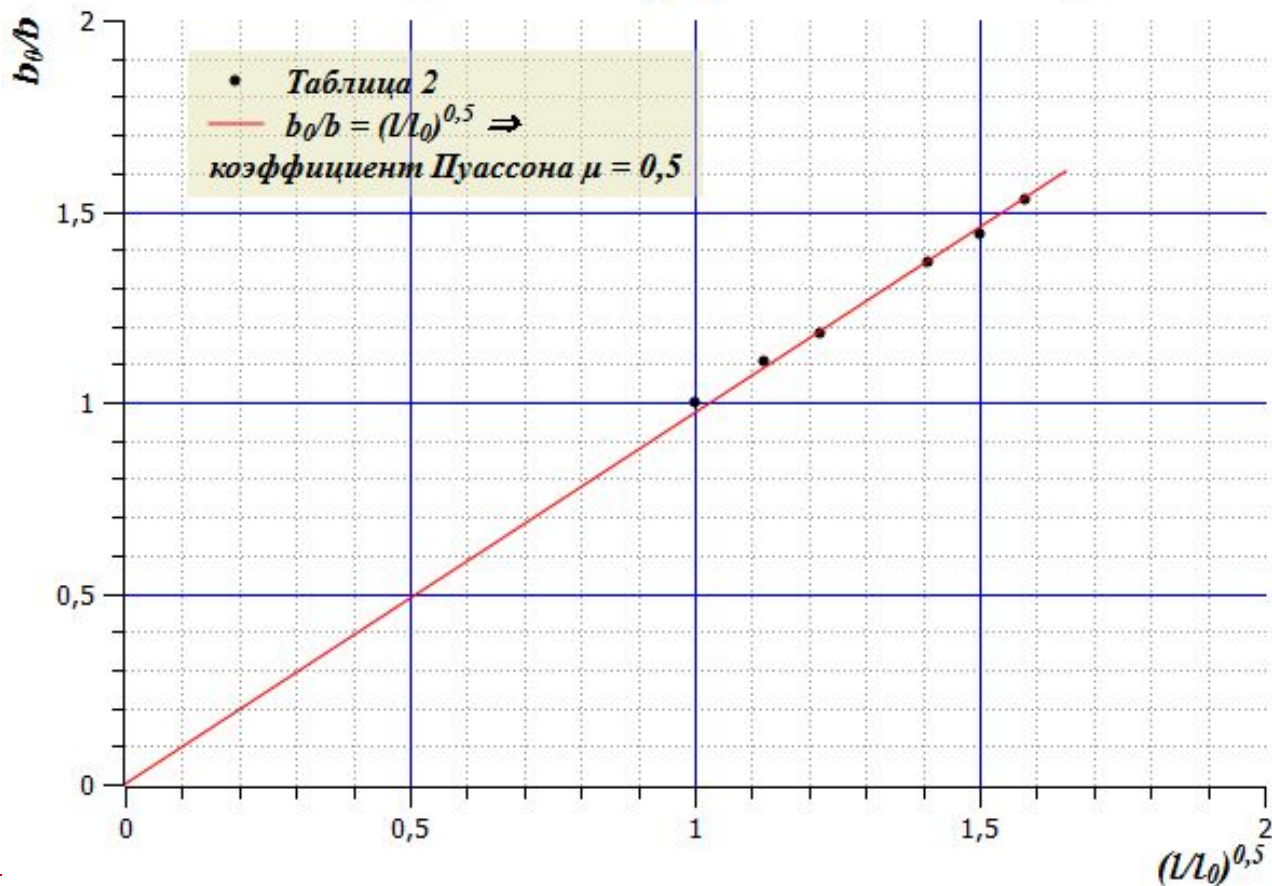
$$b/b_0 = -(l/l_0)^\mu$$

$$\ln b = C - \mu \ln l \rightarrow$$

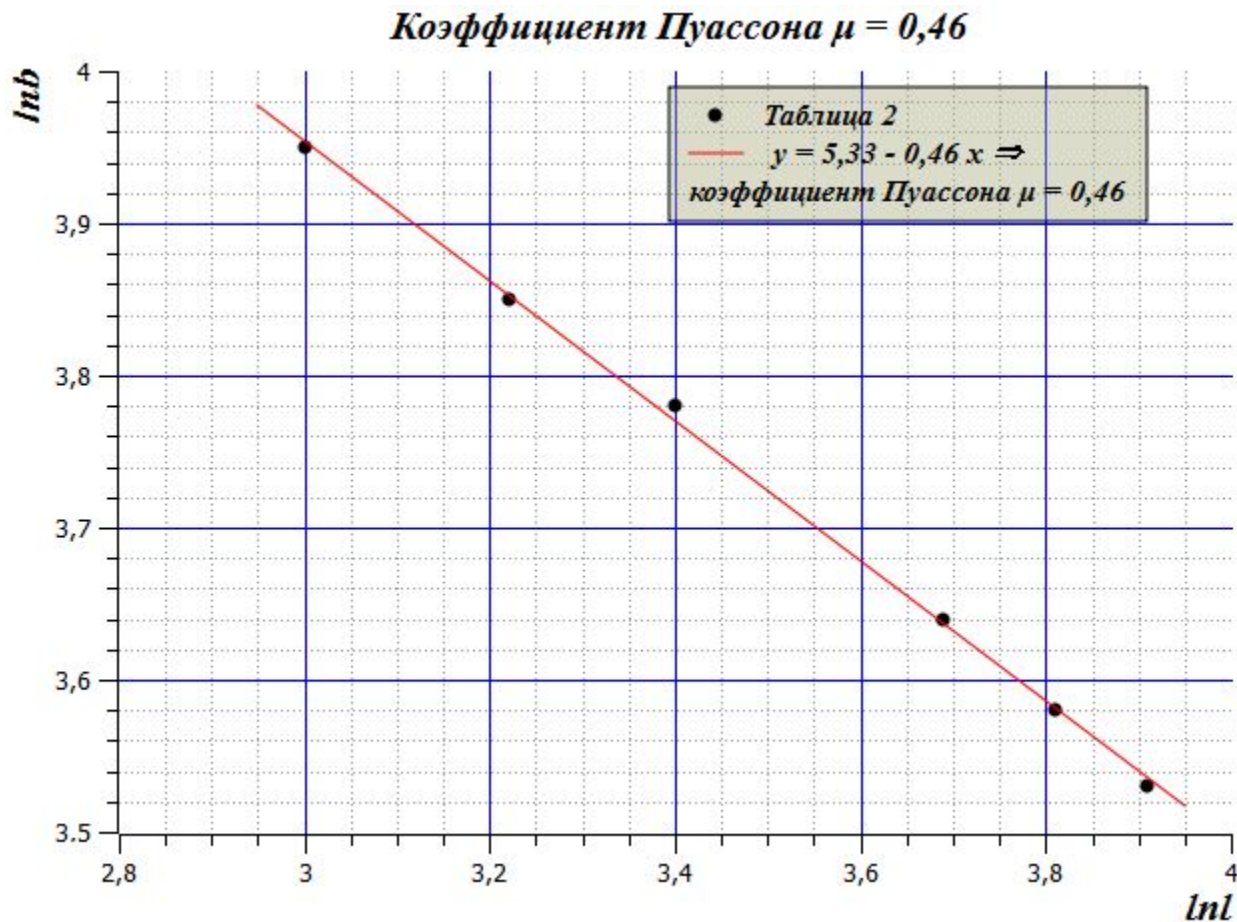
*в двойном логарифмическом
масштабе тангенс угла наклона
прямой $b(l)$ равен коэффициенту
Пуассона*

Результаты: коэффициент Пуассона $\mu \approx 0,5$

Линеаризованный график зависимости $b(l)$



Двойной логарифмический масштаб: $\mu = 0,46$



ВСЁ.
СПАСИБО
