Лекция 10

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. **Упругие волны:**
   - уравнения плоской и сферической волн;
   - волновое уравнение;
   - *звуковые волны. Эффект Доплера* (**самостоятельно**).
2. **Электромагнитные волны:**
   - волновое уравнение;
   - энергия электромагнитной волны;
   - интенсивность;
   - импульс электромагнитной волны.

Упругие волны

Основные виды волн:
- упругие (например, звуковые и сейсмические волны);
- волны на поверхности жидкости;
- электромагнитные волны (в том числе световые и радиоволны).

Характерная особенность волн - при их распространении происходит перенос энергии без переноса вещества.

Упругая волна - процесс распространения возмущения в упругой среде.

Гармоническая волна - изменение состояния среды происходит по закону синуса или косинуса.

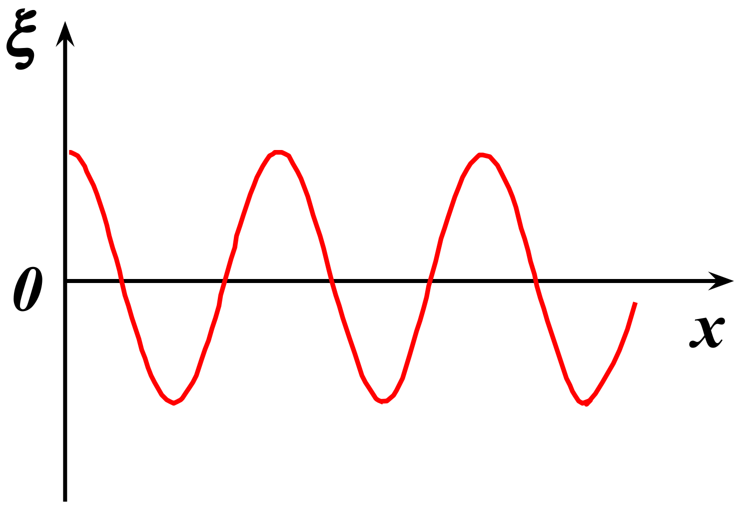
Параметры упругих гармонических волн

Фронт волны (волновой фронт) - геометрическое место точек, до которых доходят колебания к некоторому моменту времени t.

Упругие волны

Волновая поверхность - геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.

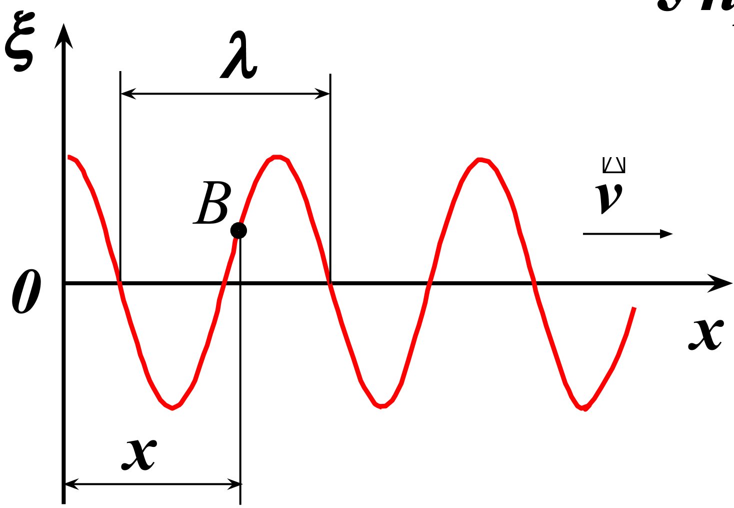
Простейшие волновые поверхности - плоскость или сфера. Волна соответственно ***плоская*** или ***сферическая***.



Пусть плоская гармоническая волна распространяется со скоростью v вдоль оси $\boldsymbol{x}$.

Графически волна изображается в виде функции $\boldsymbol{\xi}(x,t)$ (дзета) для фиксированного момента времени.

Упругие волны



Функция $\xi(x,t)$ - зависимость смещения точек с различными значениями x от положения равновесия.

x - это расстояние от источника колебаний ***O***, на котором находится, например, частица ***B***.

Рисунок дает мгновенную картину распределения возмущений вдоль направления распространения волны.

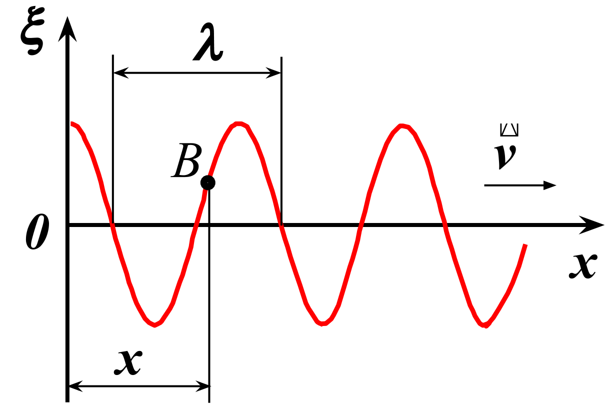
Расстояние $\boldsymbol{\lambda}$, на которое распространяется волна за время, равное периоду ***T*** колебаний частиц среды - ***длина волны***.

$$\lambda = vT$$

где v - скорость распространения волны.

Упругие волны

Уравнения плоской и сферической волн.



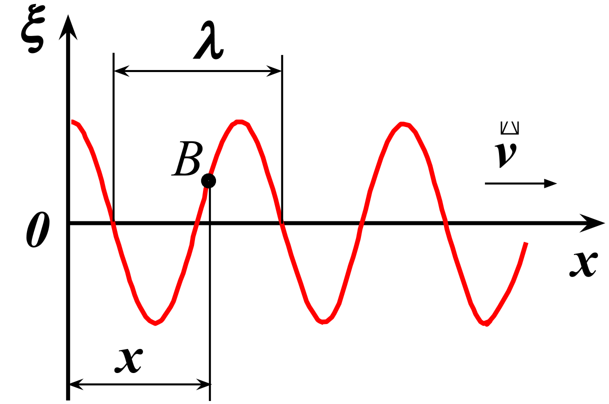
Уравнение волны – это уравнение, выражающее зависимость смещения колеблющейся частицы, участвующей в волновом процессе, от координаты ее равновесного положения и времени:

$$\xi = \xi(x, y, z; t)$$

Рассмотрим плоскую гармоническую волну, распространяющуюся вдоль положительного направления оси x в среде, не поглощающей энергию.

Волновые поверхности будут перпендикулярны оси x, а все величины, характеризующие колебательное движение частиц среды, зависят только от времени t и координаты x.

Упругие волны



Уравнения плоской и сферической волн.

Смещение ξ будет зависеть только от x и t

$$\xi = \xi(x,t)$$

Пусть колебание точки с координатой $x = 0$ (источник колебаний) задается функцией вида

$$\xi = \xi(0,t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

<u>Задача</u>: найти вид колебания точек в плоскости, соответствующей произвольному значению x.

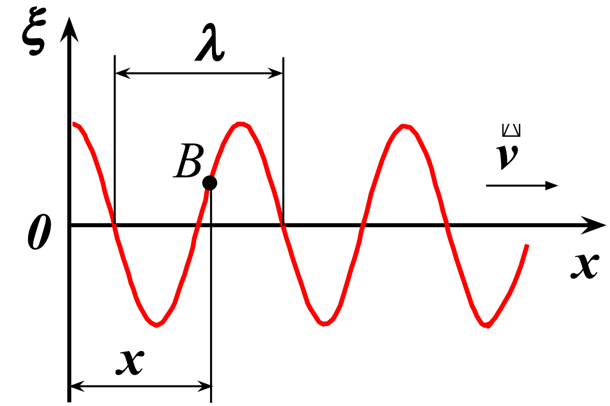
Для того, чтобы пройти путь от плоскости $x = 0$ до искомой плоскости, волне требуется время $\tau = x/v$.

Следовательно, колебания частиц, лежащих в плоскости x, будут отставать по фазе на время τ от колебаний частиц в плоскости $x = 0$.

Тогда уравнение колебаний частиц в плоскости x будет иметь вид:

$$\xi(x,t) = A\cos[\omega(t-\tau)+\varphi_0]$$

Упругие волны



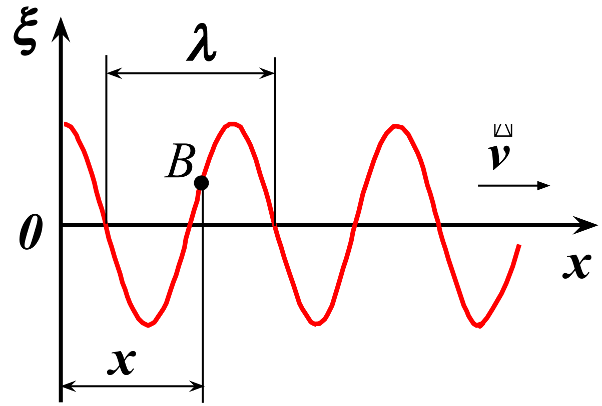
Уравнения плоской и сферической волн.

В итоге получили уравнение плоской волны распространяющейся в направлении x:

$$\xi(x,t) = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right]$$

В этом уравнении A - амплитуда волны; ω - циклическая частота; φ_0 - начальная фаза, которая определяется выбором начала отсчета x и t; $\left[\omega\left(t - x/v\right) + \varphi_0\right]$ - фаза плоской волны.

Упругие волны



Уравнения плоской и сферической волн.

Обычно уравнению плоской волны придают симметричный относительно x и t вид.

$$\xi(x,t) = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right]$$

Для этого вводится величина $k = 2\pi/\lambda$, которая называется *волновым числом*.

После преобразований:

$$\boxed{\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)}$$

Это уравнение плоской волны, распространяющейся в сторону возрастания x.

Упругие волны

Уравнения плоской и сферической волн.

Уравнение сферической волны.

Будем считать источник колебаний точечным.

Волна от такого источника в изотропной и однородной среде будет ***сферической*.**

Точки лежащие на волновой поверхности радиуса r , будут колебаться с фазой

$$\omega\left(t-\frac{r}{v}\right)+\varphi_0$$

Амплитуда колебаний убывает с расстоянием от источника как $\frac{1}{r}$.

Следовательно, уравнение *сферической* волны имеет вид:

$$\xi(x,t)=\frac{A}{r}cos(\omega t-kr+\varphi_0)$$

Упругие волны

Уравнения плоской и сферической волн.

Уравнение плоской волны

$$\boxed{\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)}$$

Уравнение сферической волны

$$\boxed{\xi(r,t) = \frac{A}{r}\cos(\omega t - kr + \varphi_0)}$$

Упругие волны

Волновое уравнение.

Все возможные волны описываются *волновыми* уравнениями.

Уравнение конкретной волны - это решение волнового уравнения.

Вид *волнового уравнения*:

$$\boxed{\nabla^2\xi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}}$$

В этом уравнении v - фазовая скорость,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}$$

- оператор набла (оператор Лапласа)

Волновому уравнению удовлетворяют уравнения плоской и сферической волн.

Для плоской волны, распространяющейся в направлении x, волновое уравнение имеет вид:

$$\boxed{\frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}}$$

Это одномерное волновое уравнение второго порядка в частных производных.

Упругие волны

Звуковые волны.

Звуковые волны (звук) – это распространяющийся в упругой среде волновой процесс, воспринимаемый человеческим ухом.

Диапазон звуковых частот – 20 Гц – 20 кГц.

Инфразвук - волны с частотами меньше 20 Гц.

Ультразвук - волны с частотами больше 20 кГц

Акустика - учение о звуке.

Эффект Доплера.

Изучить самостоятельно!

Электромагнитные волны.

Волновое уравнение

Все возможные волны, описываются *волновыми* уравнениями вида:

$$\boxed{\nabla^2 \xi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}}$$

Из уравнений Максвелла следует пара уравнений вида:

$$\nabla^2 \vec{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \qquad \nabla^2 \vec{H} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

Это волновые уравнения для полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$.

В волновом уравнении $\nabla^2 \xi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ множитель

перед второй производной в правой части – это величина, обратная квадрату фазовой скорости волны.

Электромагнитные волны.

Волновое уравнение

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{H} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \end{cases}$$

Следовательно, $\varepsilon_0 \mu_0 = \dfrac{1}{v^2}$.

В вакууме эта скорость для электромагнитной волны равна скорости света.

Тогда волновые уравнения для полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ можно записать как

$$\boxed{\nabla^2 \vec{H} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}} \qquad \boxed{\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}$$

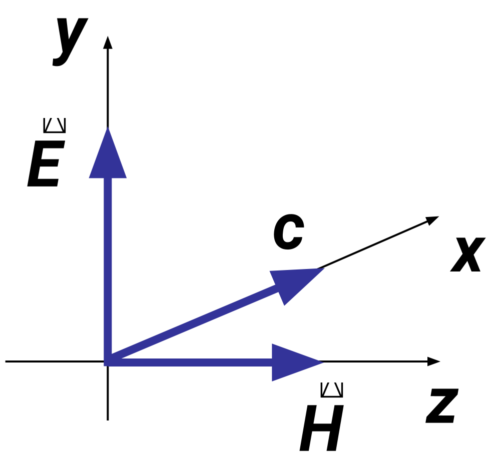
Эти уравнения указывают на то, что электромагнитные поля могут существовать в виде электромагнитных волн, фазовая скорость которых в вакууме равна скорости света.

Электромагнитные волны.

Векторная структура электромагнитной волны.

Векторная структура волны: электромагнитная волна является *строго поперечной волной*, векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ *перпендикулярны к вектору скорости волны* , т.е. к направлению ее распространения.

Векторы $\vec{c}$, $\vec{E}$ и $\vec{H}$, в том порядке, в котором они записаны, образуют *правовинтовую ортогональную тройку векторов*.



В природе существуют только *правовинтовые* электромагнитные волны и не существует левовинтовых волн.

Это одно из проявлений законов взаимного создания переменных магнитных и электрических полей.

Электромагнитные волны.

Из уравнений Максвелла следует также, что в электромагнитной волне векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ всегда колеблются в *одинаковых фазах*, а мгновенные значения E и H в любой точке пространства связаны соотношением

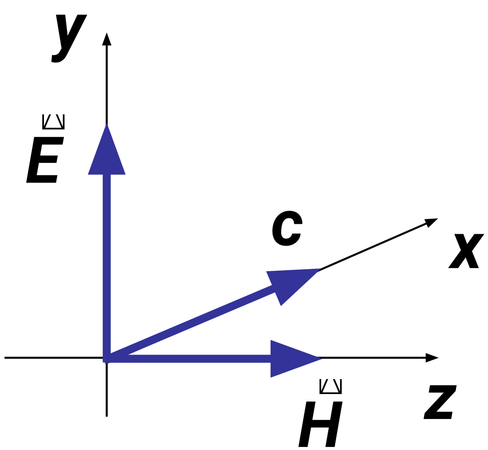
$$E\sqrt{\varepsilon_0} = H\sqrt{\mu_0}$$

Рассмотрим для простоты вид и свойства одномерного волнового уравнения электромагнитной волны.

Пусть электромагнитная волна будет строго монохроматической (волны $\vec{E}$ и $\vec{H}$ имеют одну и ту же частоту) и распространяется в направлении x.

Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ перпендикулярны направлению распространения волны, следовательно, их проекции на ось x равны нулю.

Электромагнитные волны.



Волновые уравнения такой волны будут иметь вид:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}_y}{\partial t^2}, \qquad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}$$

Этим уравнениям удовлетворяют плоские линейно поляризованные монохроматические волны

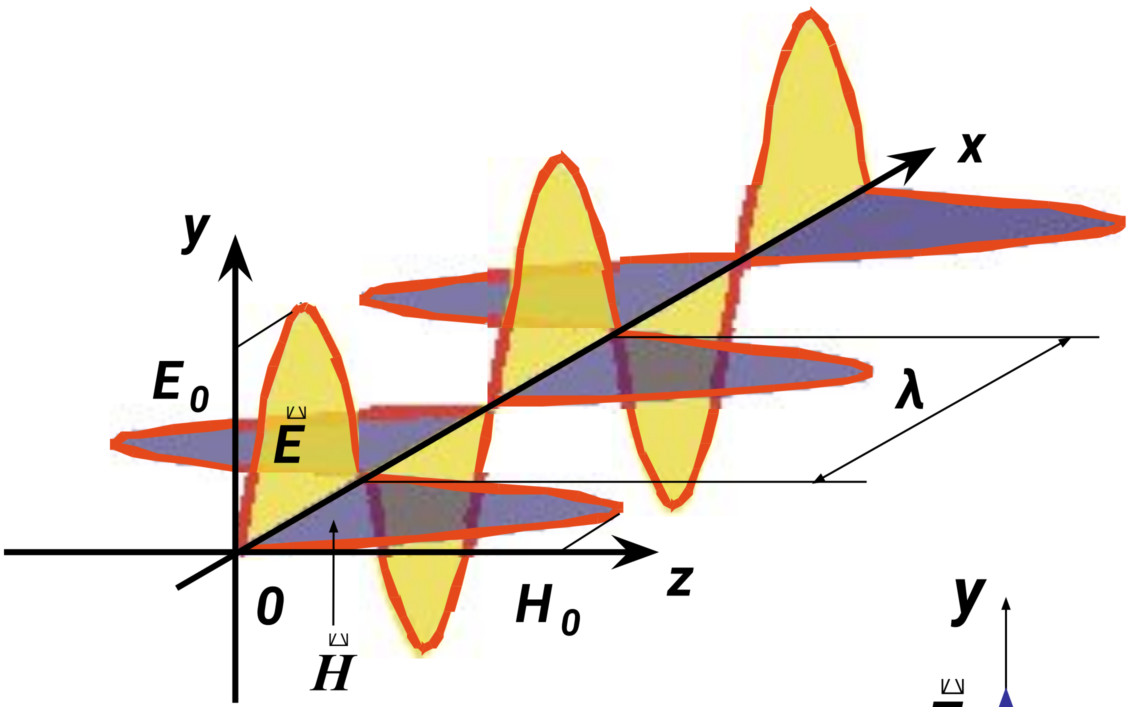
$$E_y = E_0 cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$
$$H_z = H_0 cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

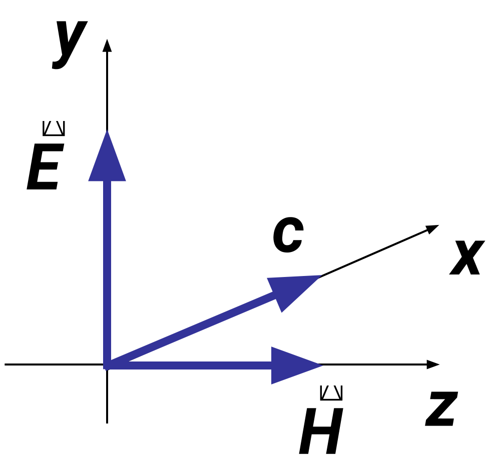
Индексы y и z означают, что векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ направлены вдоль взаимно перпендикулярных осей y и z. $\vec{E}_0$ и $\vec{H}_0$ соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны; ω - частота волны; $k = \omega / v$ - волновое число; φ_0- начальные фазы колебаний в точках с координатой $x = 0$.

Колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят в *одной фазе*, так что в уравнениях φ_0 одинаково.

Электромагнитные волны.

Мгновенная картина электромагнитной волны в некоторый момент времени:





Электромагнитные волны.

Энергия электромагнитной волны.

Электромагнитные волны переносят в пространстве энергию.

Объемная плотность энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей энергии электрического и магнитного полей:

$$w = w_{эл} + w_{магн} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2}$$

Мгновенные значения E и H связаны соотношением $E\sqrt{\varepsilon_0} = H\sqrt{\mu_0}$

Следовательно, выражение для объемной плотности энергии электромагнитной волны в произвольный момент времени в рассматриваемой точке пространства можно представить в виде:

$$w = \frac{E\sqrt{\varepsilon_0}E\sqrt{\varepsilon_0}}{2} + \frac{H\sqrt{\mu_0}H\sqrt{\mu_0}}{2}$$

Электромагнитные волны.

Энергия электромагнитной волны.

$$w = \frac{E\sqrt{\varepsilon_0}E\sqrt{\varepsilon_0}}{2} + \frac{H\sqrt{\mu_0}H\sqrt{\mu_0}}{2} \Rightarrow w = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}EH$$

$$\varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{v^2} \Rightarrow \boxed{w = \frac{1}{c}EH}$$

Умножив полученное выражение для w на скорость волны c, получим модуль плотности потока энергии:

$$\Pi = wc = EH$$

В векторном виде плотность потока электромагнитной энергии:

$$\vec{\Pi} = \left[\vec{E}, \vec{H}\right]$$ - *вектор Пойнтинга.*

Электромагнитные волны.

Интенсивность электромагнитной волны.

Для периодической электромагнитной волны значение вектора Пойнтинга, усредненное по периоду волны – это *интенсивность* I:

$$I = \langle \Pi \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \Pi dt = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_m^2$$

Импульс электромагнитной волны.

Перенос энергии электромагнитной волной сопровождается и переносом импульса. Импульс электромагнитного поля

$P = W/c,$ где W - энергия электромагнитного поля.

Запишем это выражение для плотностей импульса и энергии т.е., для величин, отнесенных к единице объема: $p = w/c$

Если умножить и разделить числитель и знаменатель этого выражения на c, получим в числителе плотность потока энергии wc, которая равна модулю вектора Пойнтинга.

$$\vec{p} = \frac{1}{c^2}\left[\vec{E}, \vec{H}\right]$$