

# 13. МЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

## 13.1. Классификация сил

Механической системой называется такая совокупность материальных тел, положение и движение которых взаимосвязаны

Внутренними называются силы взаимодействия между точками или телами одной и той же механической системы

Внешними называются силы, действующие на точки или тела механической системы со стороны других точек и тел, не входящих в состав данной системы

Свойство 1: геометрическая сумма всех внутренних сил системы равняется нулю

Свойство 2: сумма моментов всех внутренних сил системы относительно любого центра или оси равняется нулю

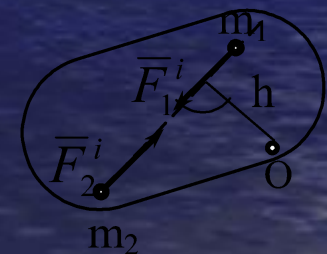


Рис.13.1. Свойства внутренних сил

# 13.2. Центр масс механической системы

*Центром масс механической системы называется точка, положение которой определяется следующими формулами*

В векторном способе:

$$\bar{r}_c = \frac{\sum m_k \bar{r}_k}{M} \quad \text{где:} \quad M = \sum_n m_k$$

В координатном способе:

$$\left. \begin{aligned} x_c &= \frac{\sum m_k x_k}{M} \\ y_c &= \frac{\sum m_k y_k}{M} \\ z_c &= \frac{\sum m_k z_k}{M} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} m_k \text{ масса } k\text{-й} \\ \text{точки системы;} \\ \bar{r}_c, \bar{r}_k \text{ - радиус-} \\ \text{вектор центра} \\ \text{масс и } k\text{-й точки} \\ \text{системы.} \end{array}$$

Следует различать понятия центра тяжести и центра масс системы, положение которых совпадают только в однородном поле тяжести.

# 13.3. Дифференциальные уравнения движения системы

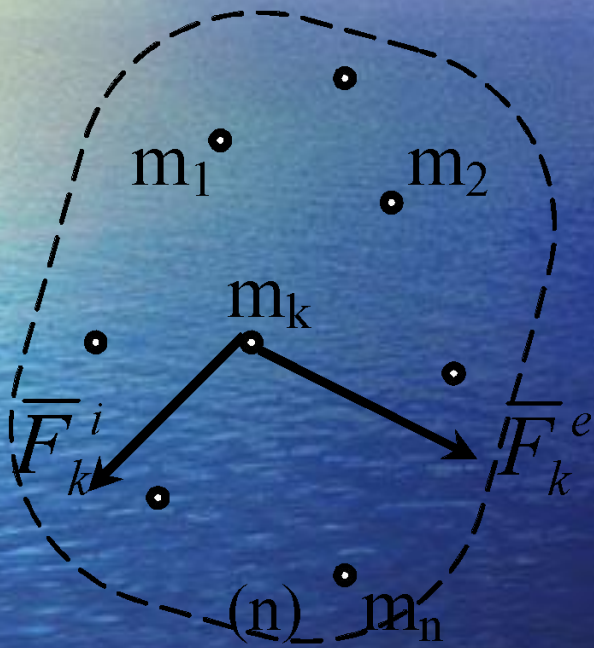


Рис.13.2. Механическая система

$$m\bar{a} = \sum_n \bar{F}_k$$

$$\left. \begin{aligned} m_1 \bar{a}_1 &= \bar{F}_1^e + \bar{F}_1^i \\ &\dots\dots\dots \\ m_k \bar{a}_k &= \bar{F}_k^e + \bar{F}_k^i \\ &\dots\dots\dots \\ m_n \bar{a}_n &= \bar{F}_n^e + \bar{F}_n^i \end{aligned} \right\}$$

# 14. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ

## 14.1. Движение центра масс механической системы

$$\left. \begin{array}{l} m_1 \bar{a}_1 = \bar{F}_1^e + \bar{F}_1^i \\ \dots\dots\dots \\ m_k \bar{a}_k = \bar{F}_k^e + \bar{F}_k^i \\ \dots\dots\dots \\ m_n \bar{a}_n = \bar{F}_n^e + \bar{F}_n^i \end{array} \right\} \quad \bar{r}_c = \frac{\sum m_k \bar{r}_k}{M} \quad \Rightarrow \quad \sum_n m_k \bar{r}_k = M \bar{r}_c$$

$$\Downarrow \sum$$

$$\sum_n m_k \bar{a}_k = \sum_n \bar{F}_k^e + \sum_n \bar{F}_k^i$$

$$\sum_n \bar{F}_k^i = 0$$

$$\sum_n m_k \bar{a}_k = M \bar{a}_c \quad \Leftarrow \quad \sum_n m_k \frac{d^2 \bar{r}_k}{dt^2} = M \frac{d^2 \bar{r}_c}{dt^2}$$

$$\Downarrow \frac{d^2}{dt^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\Rightarrow M \bar{a}_c = \sum_n \bar{F}_k^e$$

Теорема о движении центра масс механической системы:  
*произведение массы механической системы на ускорение ее центра равно геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему*

Механический смысл данной теоремы:  
*центр масс механической системы движется как материальная точка, имеющая массу всей системы и подверженная воздействию всех внешних сил, приложенных к самой системе*

$$\left. \begin{aligned} M \ddot{x}_c &= \sum_n F_{kx}^e \\ M \ddot{y}_c &= \sum_n F_{ky}^e \\ M \ddot{z}_c &= \sum_n F_{kz}^e \end{aligned} \right\}$$

**Практическое значение:**

- 1) Теорема дает теоретическое обоснование методам динамики точки. Видно, что результаты решения задачи о движении тела, представленного в виде точки, относятся к конкретной точке тела - центру масс.
- 2) Решение задач на основе выражений теоремы позволяет исключить из рассмотрения внутренние силы системы. Это означает, что действие внутренних сил не влияет на движение центра масс механической системы.

# Закон сохранения движения центра масс механической системы:

$$1) \quad \sum \overset{\boxtimes}{F}_k^e = 0 \quad \Rightarrow \quad \overset{\boxtimes}{a}_c = 0$$

$$\overset{\boxtimes}{a}_c = d\overset{\boxtimes}{V}_c / dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overset{\boxtimes}{V}_c = const}$$

*т.е. центр масс системы движется с постоянной по модулю и направлению скоростью, т.е. равномерно и прямолинейно.*

$$2) \quad \sum \overset{\boxtimes}{F}_k^e \neq 0, \text{ но } \sum F_{kx}^e = 0 \quad \Rightarrow \quad a_{cx} = 0$$



*т.е. проекция скорости центра масс на эту координатную ось не меняется со временем.*

$$\boxed{V_{cx} = const}$$