

КИНЕМАТИКА

Тема 2. Сложное движение точки



2. Сложное движение точки



**Основные
определения
сложного движения
точки.**

**Понятие сложного
движения.**

**Понятие относительного
движения.**

**Понятие переносного
движения.**

**Понятие абсолютного
движения.**



**Кинематические
характеристики
точки при ее
сложном движении.**

Определение скорости.

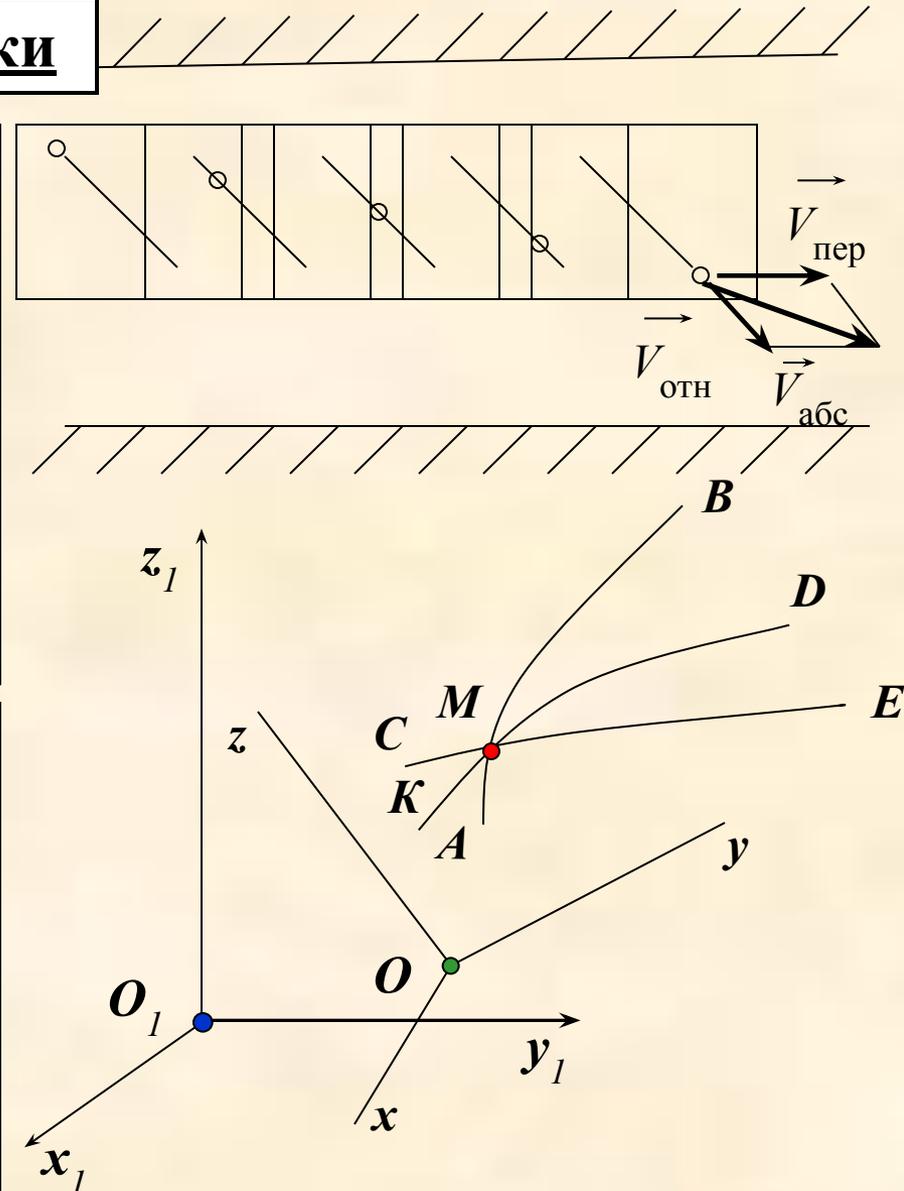
**Определение ускорения
точки.**

2.1. Основные определения сложного движения точки.

Понятие сложного движения точки

Опр. Сложным называется движение точки, происходящее одновременно по отношению к двум системам отсчета, из которых одна $O_1x_1y_1z_1$ основная (или условно неподвижная), а другая $Oxyz$ движется по отношению к первой.

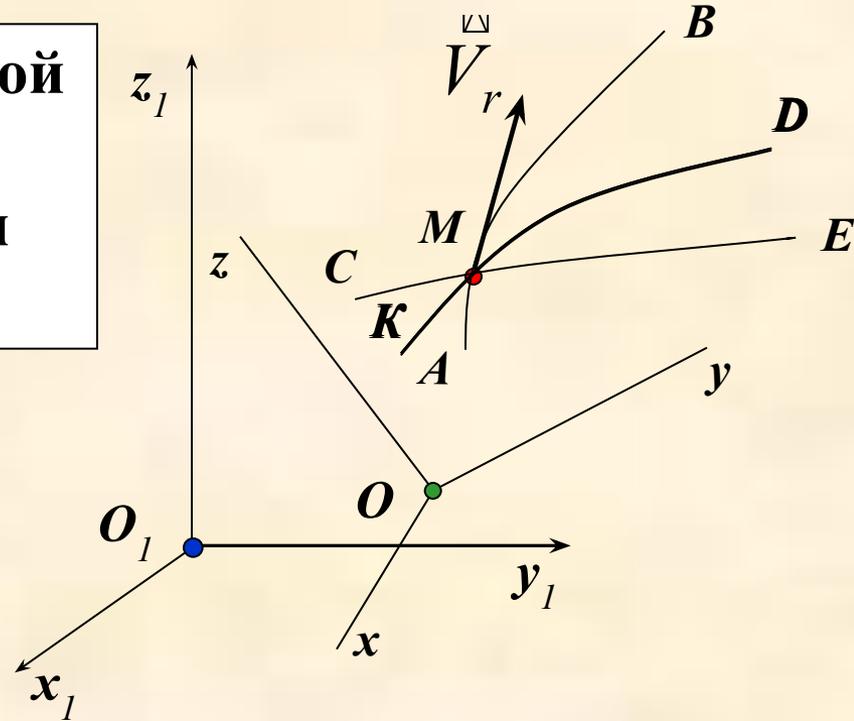
Вывод. Сложное движение (траектория KD) разлагается на два: движение по отношению к подвижной системе отсчета (траектория AB) и движение вместе с подвижной системой по отношению к неподвижной (траектория CE).



Понятие относительного движения точки

Опр. Движение, совершаемое точкой M по отношению к подвижной системой отсчета $Ox_1y_1z_1$, называется *относительным движением*.

Опр. Траектория AB , описываемая точкой в относительном движении (по отношению к подвижной системе отсчета $Ox_1y_1z_1$), называется *относительной траекторией*.

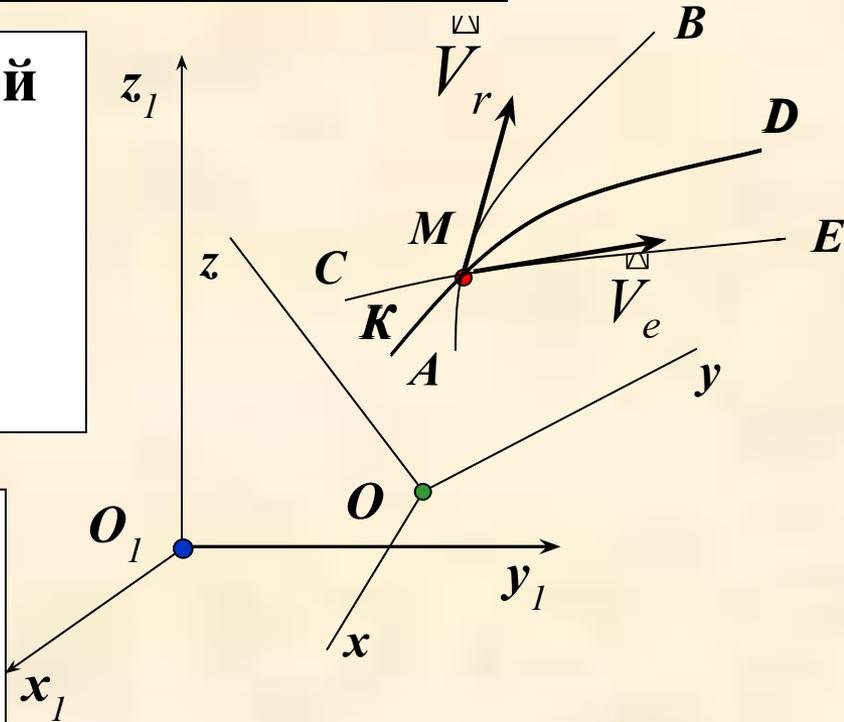


Опр. Скорость точки M по отношению к осям $Ox_1y_1z_1$ называется *относительной скоростью* ($V_{отн}$ или V_r), а ускорение точки M по отношению к осям $Ox_1y_1z_1$ называется *относительным ускорением* ($a_{отн}$ или a_r).

Понятие переносного движения точки

Опр. Движение, совершаемое точкой M вместе с подвижной системой отсчета $Oxyz$ по отношению к неподвижной $Ox_1y_1z_1$, называется *переносным движением*.

Опр. Траектория CE , описываемая точкой в переносном движении, называется *переносной траекторией*.



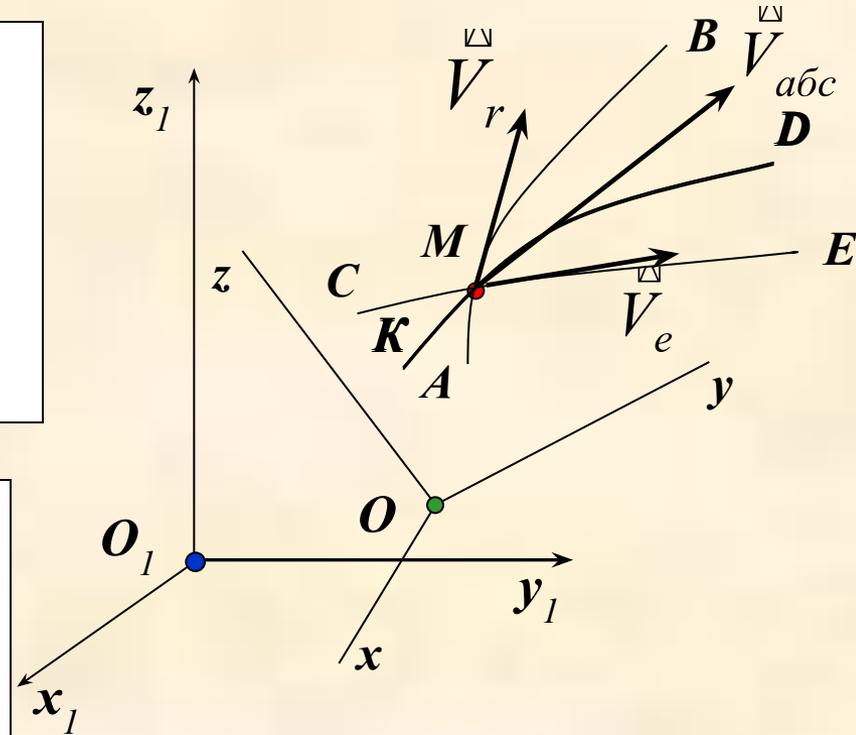
Опр. Скорость точки m подвижной системы отсчета, совпадающей с движущейся точкой M , называется *переносной скоростью* ($\vec{V}_{пер}$ или \vec{V}_e), а ускорение - *переносным ускорением* ($\vec{a}_{пер}$ или \vec{a}_e).

Понятие абсолютного движения точки

Опр. Движение, совершаемое точкой M по отношению к неподвижной системе отсчета $Ox_1y_1z_1$, называется *абсолютным движением*.

Опр. Траектория KD , описываемая точкой в абсолютном движении, называется *абсолютной траекторией*.

Опр. Скорость точки M в абсолютном движении называется *абсолютной скоростью* (\vec{V}_{abc} или \vec{V}), а ускорение точки M - *абсолютным ускорением* (a_{abc} или a).

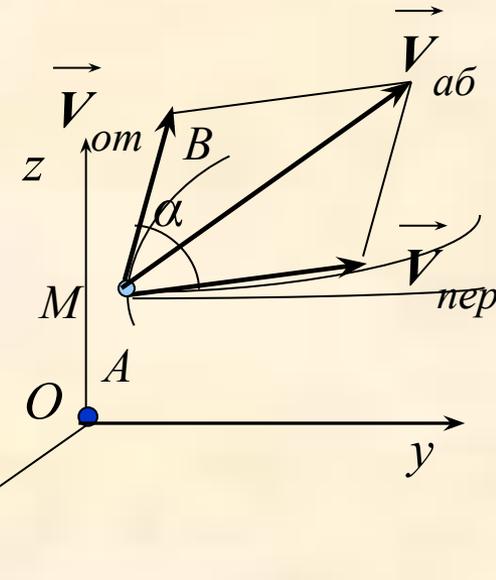


2.2. Кинематические характеристики точки при ее сложном движении

Определение скорости точки

Теорема. При сложном движении абсолютная скорость точки $\vec{V}_{абс}$ равна геометрической сумме относительной $\vec{V}_{отн}$ и переносной $\vec{V}_{пер}$ скоростям точки, т. е.:

$$\vec{V}_{абс} = \vec{V}_{отн} + \vec{V}_{пер}$$



Если угол между скоростями $\vec{V}_{отн}$ и $\vec{V}_{пер}$ - α , то

$$|\vec{V}_{абс}| = \sqrt{V_{отн}^2 + V_{пер}^2 + 2V_{отн}V_{пер}\cos\alpha}$$

Определение ускорения точки

Теорема Кориолиса. При сложном движении ускорение точки равно геометрической сумме трех ускорений: относительного, переносного и поворотного, или кориолисова.

$$\overset{\square}{a}_{абс} = \overset{\square}{a}_{отн} + \overset{\square}{a}_{пер} + \overset{\square}{a}_{кор},$$

где

$\vec{a}_{от}$ – относительное ускорение, характеризующее изменение относительной скорости только при относительном движении;

$\overset{\square}{a}_{пер}$ – переносное ускорение, характеризующее изменение переносной скорости только при переносном движении;

$\overset{\square}{a}_{кор} = 2 \cdot \overset{\square}{\omega} \times \overset{\square}{V}_{отн}$ – кориолисово (поворотное) ускорение, характеризующее изменение относительной скорости при переносном движении и переносной скорости точки при ее относительном движении.

Определение модуля и направления кориолисова ускорения

а) модуль определится по формуле:

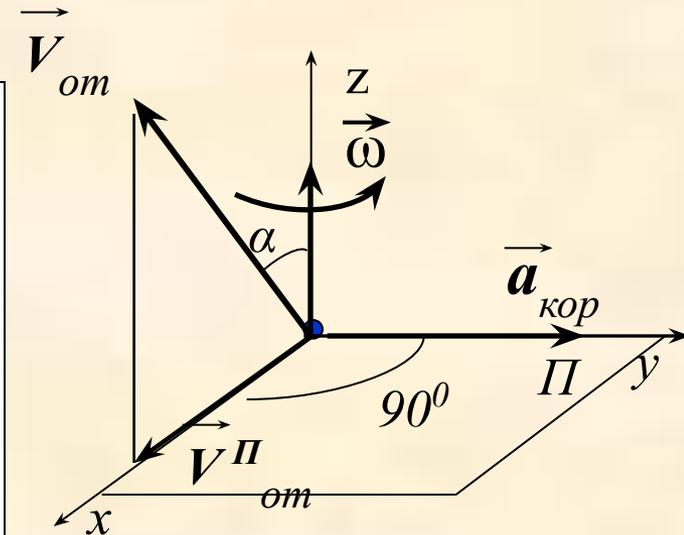
$$a_{кор} = 2 \cdot |\vec{\omega}| \cdot |\vec{V}_{от}| \cdot \sin \alpha .$$

$a_{кор} = 0$, если

– $\omega = 0$ (нет переносного вращения);

– вектор относительной скорости $\vec{V}_{отн}$ параллелен оси переносного вращения ($\alpha = 0$ или $\alpha = 180^\circ$);

– $V_{отн} = 0$.



б) направление вектора $\vec{a}_{кор}$ определяется по правилу векторного произведения или по правилу Жуковского:

- проводят плоскость, перпендикулярную вектору угловой скорости $\vec{\omega}$;

- проектируют вектор $\vec{V}_{отн}$ на эту плоскость;

- полученный вектор проекции $V_{отн}^\Pi$ поворачивают в сторону вращения на угол 90° .

Определение модуля и направления абсолютного ускорения точки

Модуль и направление абсолютного ускорения точки определяются по методу проекций:

$$\overset{\sphericalangle}{a}_{abc} = \overset{\sphericalangle}{a}_{отн} + \overset{\sphericalangle}{a}_{пер} + \overset{\sphericalangle}{a}_{кор},$$

$$a_{abcX} = a_{отнX} + a_{перX} + a_{корX},$$

$$a_{abcY} = a_{отнY} + a_{перY} + a_{корY},$$

$$a_{abcZ} = a_{отнZ} + a_{перZ} + a_{корZ}.$$

$$|\overset{\sphericalangle}{a}_{abc}| = \sqrt{a_{abcx}^2 + a_{abcy}^2 + a_{abcz}^2},$$

$$\cos\alpha = a_{abcx} / |\overset{\sphericalangle}{a}|, \quad \cos\beta = a_{abcy} / |\overset{\sphericalangle}{a}|, \quad \cos\gamma = a_{abcz} / |\overset{\sphericalangle}{a}|.$$

Теорема о сложении ускорений в случае поступательного переносного движения

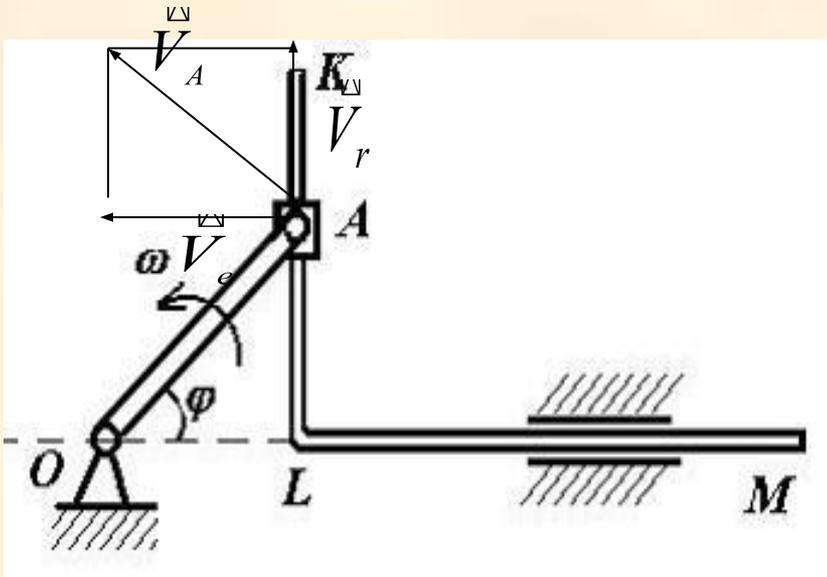
Теорема. При поступательном переносном движении абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме относительного и переносного ускорений

$$\overset{\sphericalangle}{a}_{abc} = \overset{\sphericalangle}{a}_{отн} + \overset{\sphericalangle}{a}_{пер}.$$

ЗАДАНИЕ

В кривошипно-кулисном механизме кривошип $OA = 10$ см вращается с угловой скоростью $\omega = 6$ с⁻¹.

В тот момент, когда угол $\varphi = 45^\circ$, относительная скорость ползуна A будет равна ...



ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $V_r = 30$ см/с 2) $V_r = 60$ см/с

3) $V_r = 30\sqrt{2}$ см/с 4) $V_r = 60\sqrt{2}$ см/с

$$V_A = \omega \cdot OA = 6 \cdot 10 = 60 \text{ см/с.}$$

$$V_r = V_A \cdot \cos 45^\circ = 30 \text{ см/с}$$

ЗАДАНИЕ

Прямоугольная пластинка вращается вокруг вертикальной оси по закону $\varphi = \pi t/3$ рад. По одной из сторон пластинки движется точка по закону $OM = 2t$ м.

Ускорение Кориолиса для точки М, равно...

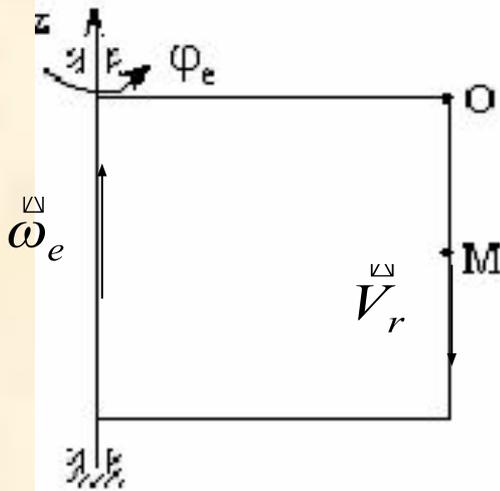
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $2\pi/3 \text{ м/с}^2$

2) 0 м/с^2

3) $2\pi t/3 \text{ м/с}^2$

4) $2\pi\sqrt{3}/3 \text{ м/с}^2$



$$|\vec{a}_{кор}| = 2 \cdot |\vec{\omega}| \cdot |\vec{V}_{отн}| \cdot \sin(\angle(\vec{\omega}, \vec{V}_{отн})) = 2 \cdot |\vec{\omega}| \cdot |\vec{V}_{отн}| \cdot \sin(180^\circ) = 0.$$