

Эволюция открытых систем

Фазовое пространство

Вопросы к зачёту

- 24. Понятие фазового пространства, фазовой траектории и развитие систем.
- 25. Понятие аттрактора. Примеры.
- 26. Понятие странного аттрактора. Динамический хаос. Примеры
- 27. Развитие систем, точки бифуркации. Примеры.
- 28. Эволюция открытых систем. Примеры.

Фазовое пространство

- пространство, на котором представлено множество всех состояний системы, так, что каждому возможному состоянию системы соответствует точка фазового пространства.
- Сущность понятия фазового пространства заключается в том, что состояние сколь угодно сложной системы представляется в нём одной единственной точкой, а ЭВОЛЮЦИЯ этой системы — перемещением этой точки — фазовой траекторией

Фазовое пространство

- **Фазовое пространство** — абстрактное, многомерное, в общем случае, пространство, в котором по осям координат откладываются какие-либо переменные (фазовые координаты), однозначно определяющие состояние системы. Частным случаем фазового пространства является **фазовая плоскость**, которая имеет размерность два, т.е. содержит две координаты.
- Каждая точка фазового пространства отражает одно состояние системы и называется **фазовой**, изображающей или представляющей точкой.

Фазовая траектория

•Изменение состояния системы отображается на фазовой плоскости движением этой точки. След от движения изображающей точки называется **фазовой траекторией**.

Через каждую точку фазовой плоскости проходит лишь одна фазовая траектория, за исключением особых точек.

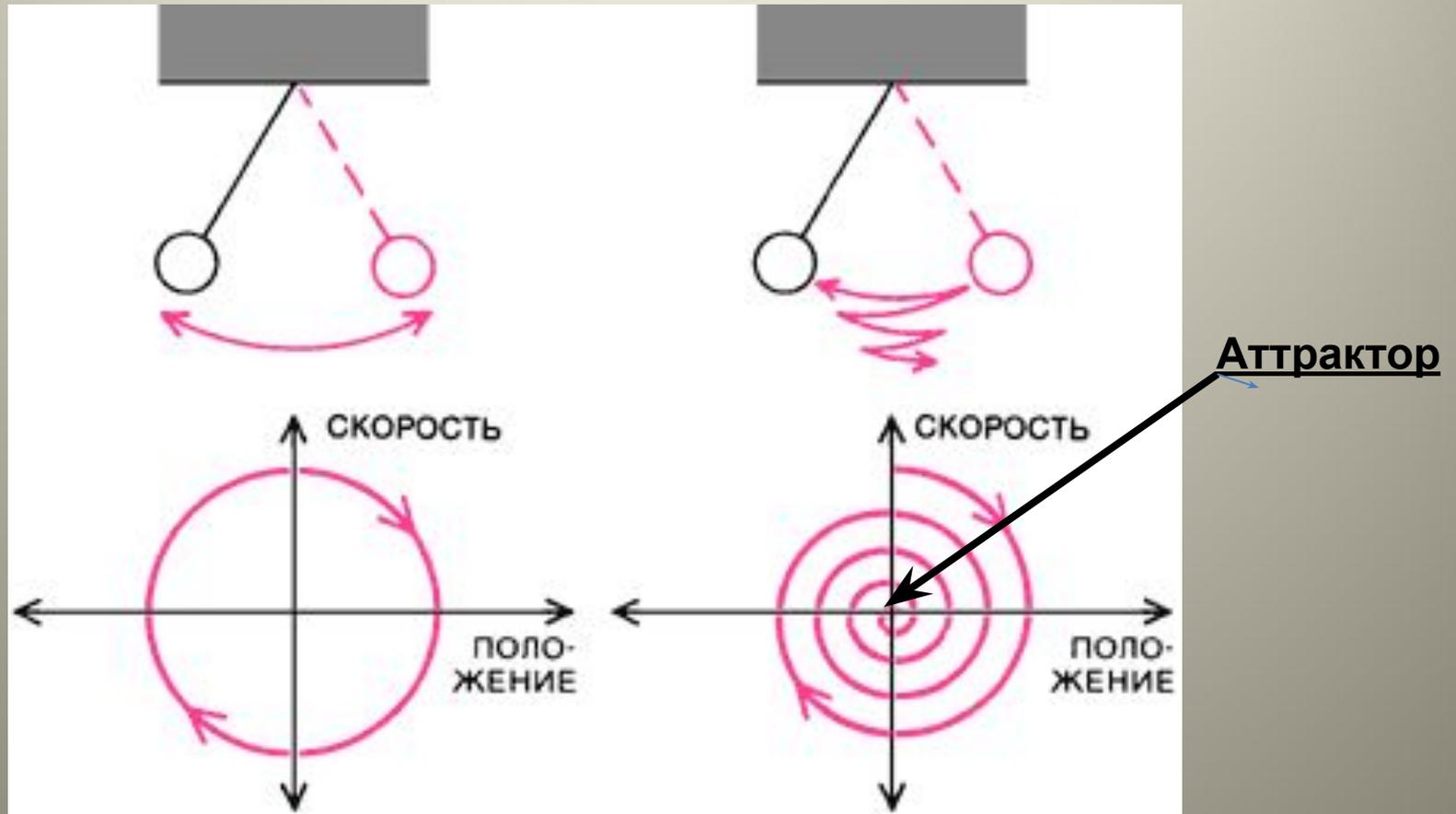
Стрелками на фазовых траекториях показывается перемещение изображающей точки с течением времени.

Полная совокупность различных фазовых траекторий — это **фазовый портрет**. Он даёт представление о совокупности всех возможных состояний системы и типах возможных

Фазовое пространство

- **Фазовая траектория** – совокупность последовательных положений системы в фазовом пространстве.

Фазовая плоскость (X,v)



Аттрактор

- Аттрактор – конечная стадия развития системы, когда её фазовая траектория перестаёт изменяться.
- Возможно устойчивое состояние системы вдали от равновесия с пониженным уровнем энтропии.

Аттрактор

- Аттра́ктор (англ. attract — привлекать, притягивать) — компактное подмножество фазового пространства динамической системы, все траектории из некоторой окрестности которого стремятся к нему при времени, стремящемся к бесконечности.

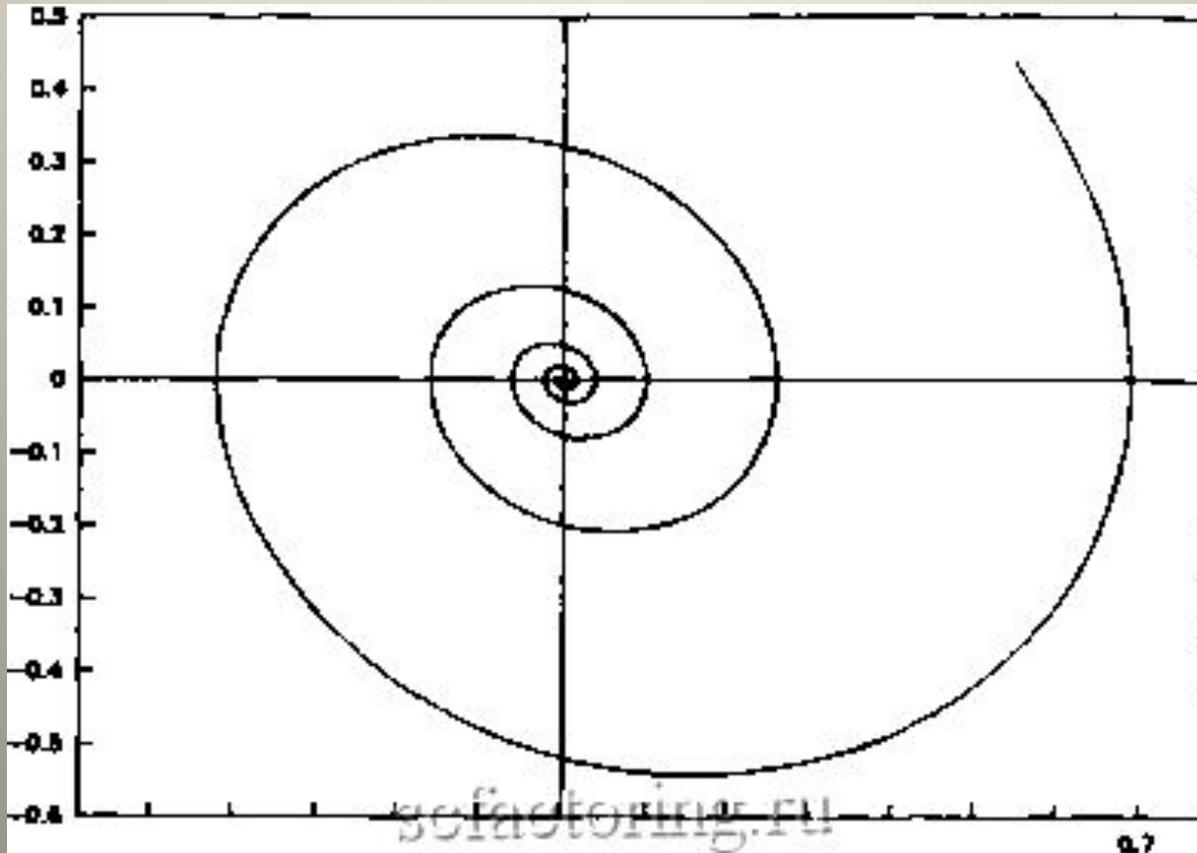
Аттракторы

Аттрактором может являться:

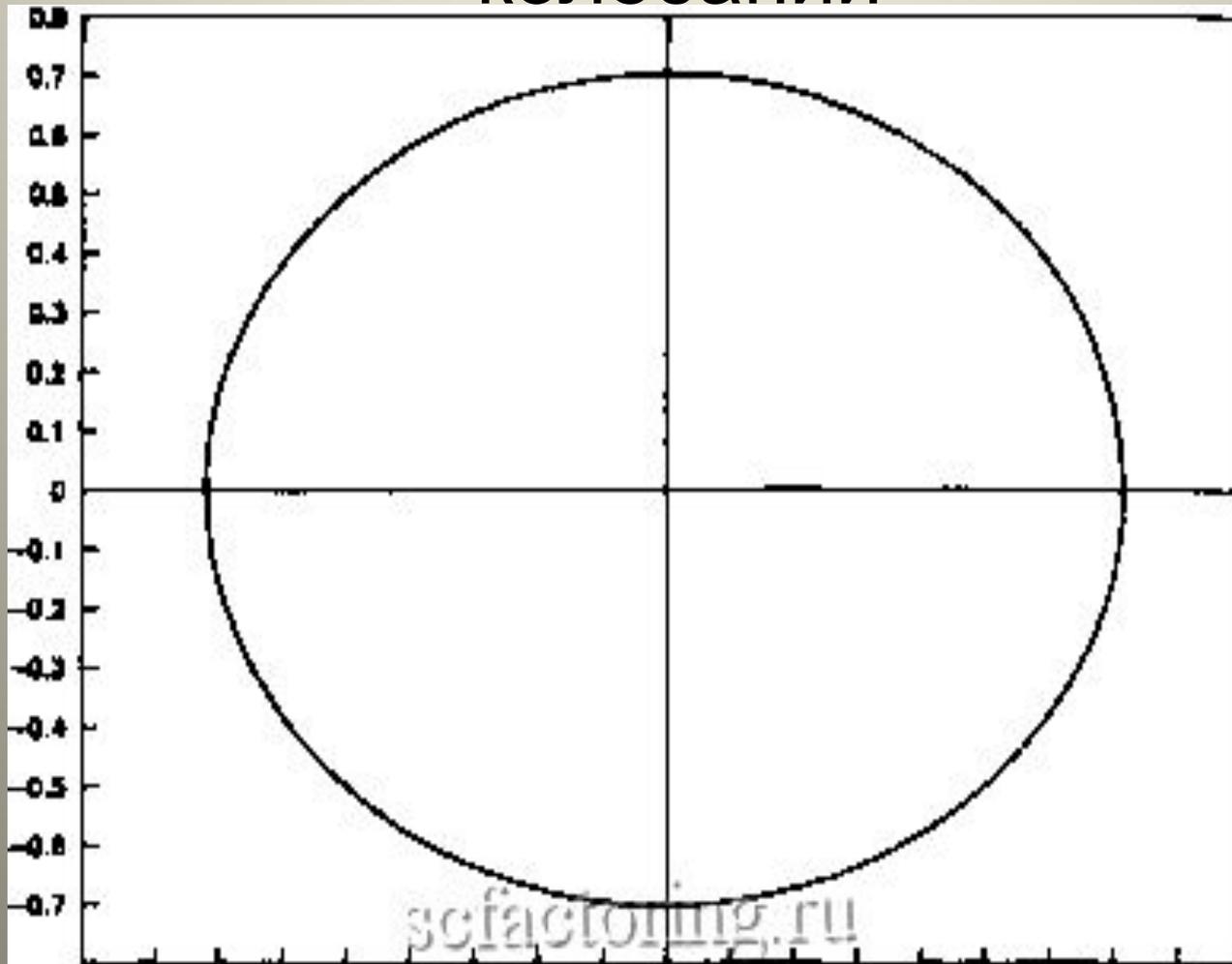
- притягивающая неподвижная точка (к примеру, в задаче о маятнике с трением о воздух);
- периодическая устойчивая траектория (пример — самовозбуждающиеся колебания в контуре с положительной обратной связью);
- некоторая ограниченная область с неустойчивыми траекториями внутри (как у странного аттрактора).

Аттрактор «точка»

Фазовая траектория $(V; X)$ затухающих колебаний маятника



Аттрактор «устойчивая периодическая траектория» Фазовый портрет (V; X) незатухающих колебаний



Странный аттрактор

Режим хаоса

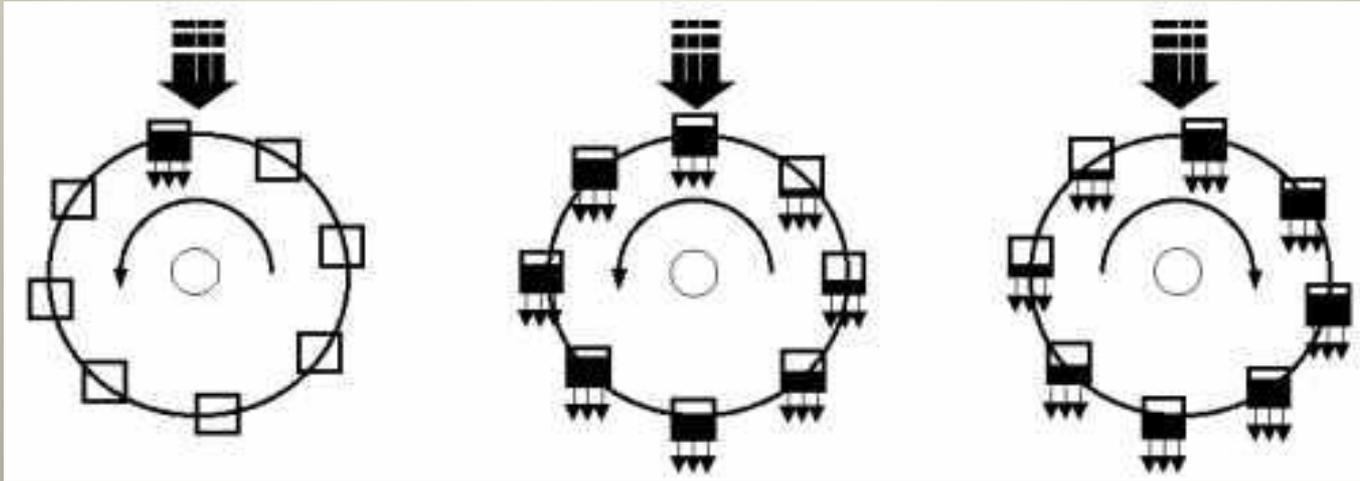


Эдвард Лоренц

- Лоренц построил простую модель из трех уравнений с тремя переменными. Модель описывала конвекцию в газе и жидкости, а также поведение несложного механического устройства – водяного колеса Лоренца.



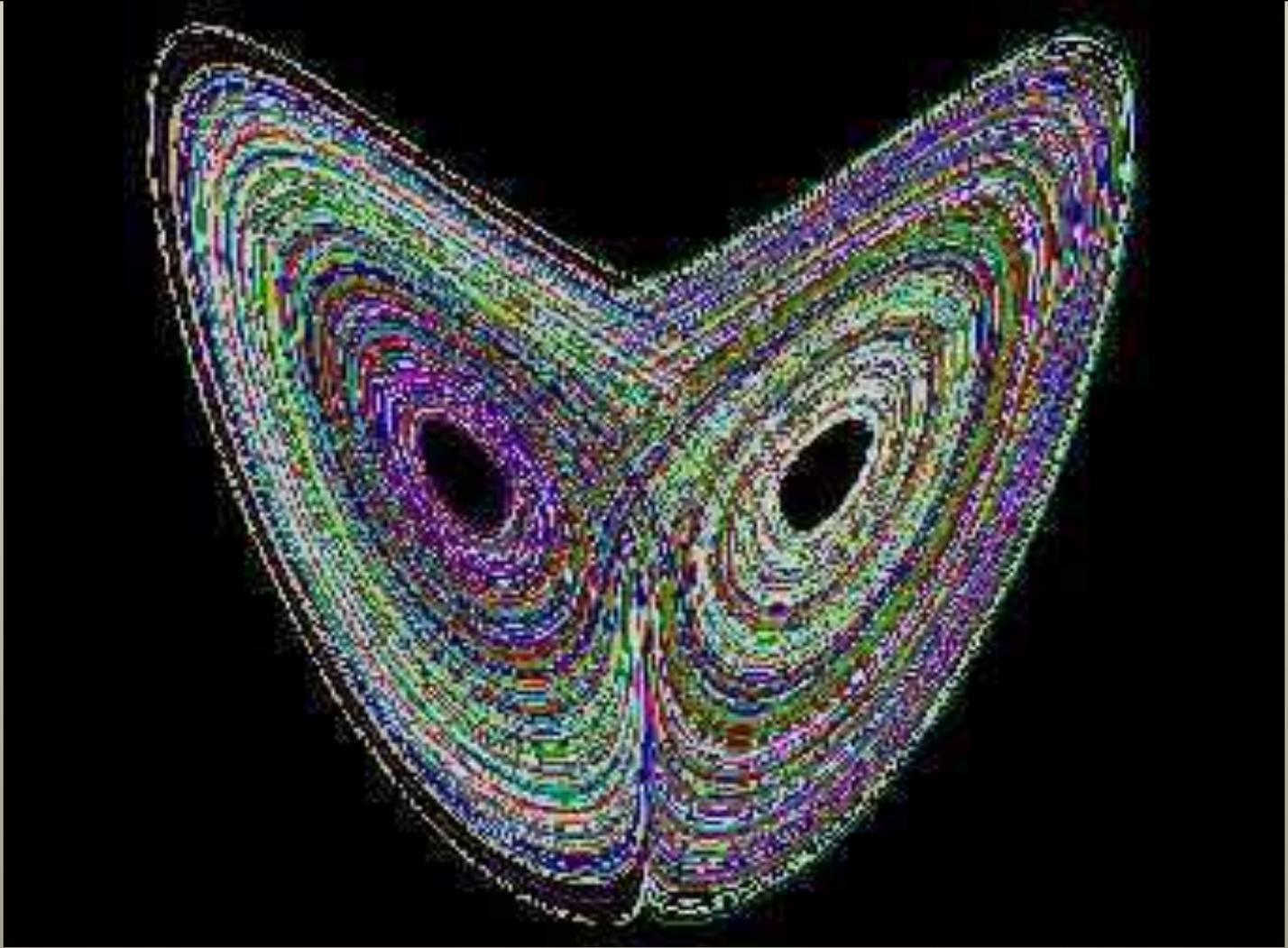
Колесо Лоренца



Под напором воды, наполняющей емкости (и вытекающей из них сквозь небольшие отверстия), колесо ведет себя удивительно сложным образом: замедляет вращение, ускоряет его, начинает вращаться в другую сторону, останавливается – в общем, как и положено уважающей себя хаотической системе.

- Для наглядного отображения поведения системы Лоренц использовал не обычный временной график, а фазовый портрет. Три числа, описывающие состояние системы, обозначали координаты точки в трехмерном пространстве. С каждым шагом на фазовом портрете появлялась новая точка.
- Если бы система рано или поздно приходила к полной устойчивости, добавление точек рано или поздно должно было полностью остановиться. Если бы она приходила к периодическим колебаниям, линия из точек образовала бы кольцо. Наконец, если в поведении системы не было бы вообще никаких закономерностей, на фазовом портрете могло бы появиться что угодно.

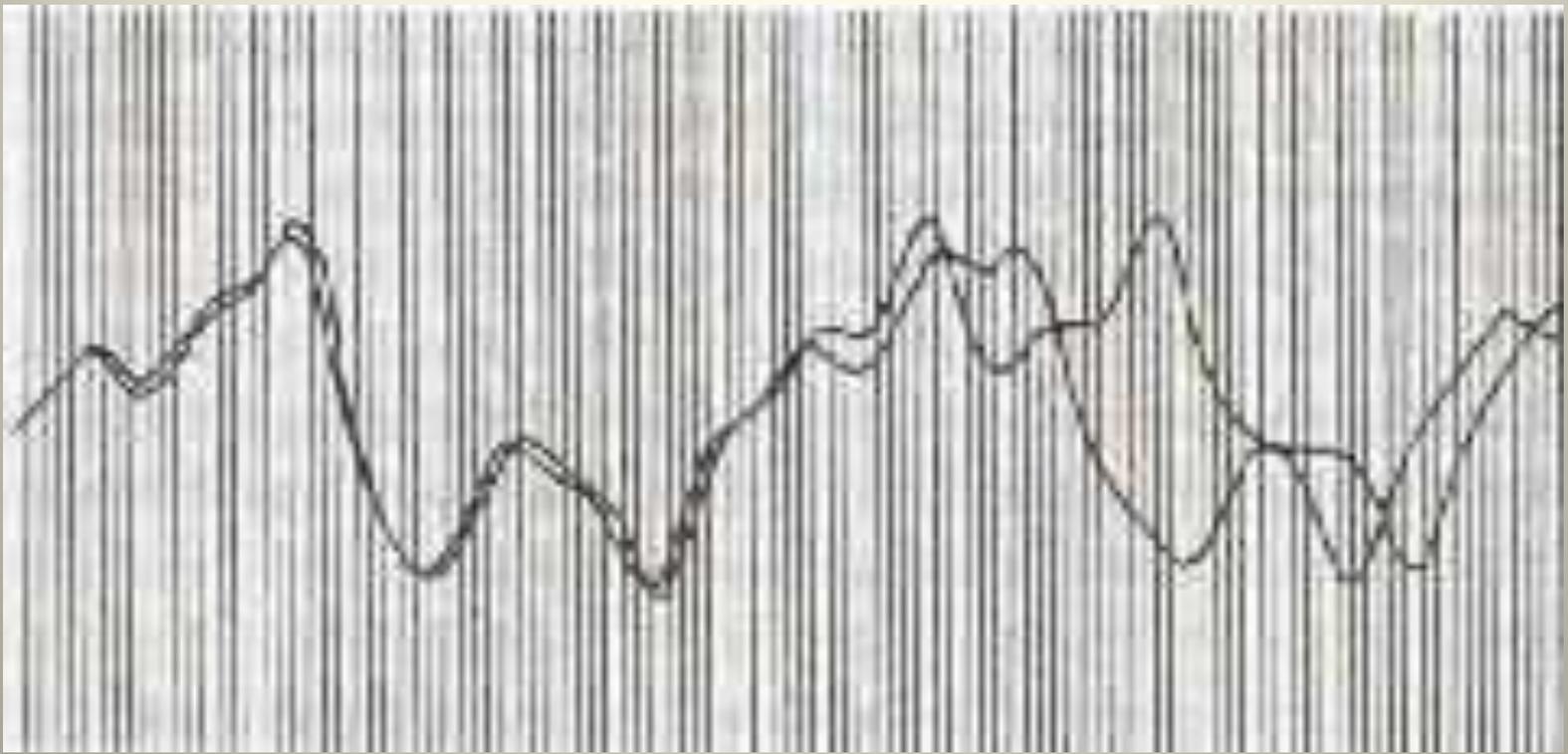
- Результат оказался совершенно неожиданным. **Объект, который появился на портрете, располагался в определенных границах, не пересекая их.** Он обладал определенной структурой – напоминал два крыла бабочки – но в ее пределах был совершенно неупорядочен. Он не прекращал "развиваться": ни одна новая точка не совпадала с предыдущей, фазовый портрет можно было строить бесконечно. Переход от одного из крыльев к другому соответствовал началу вращения колеса в другую сторону.



Фазовая траектория в трехмерном пространстве

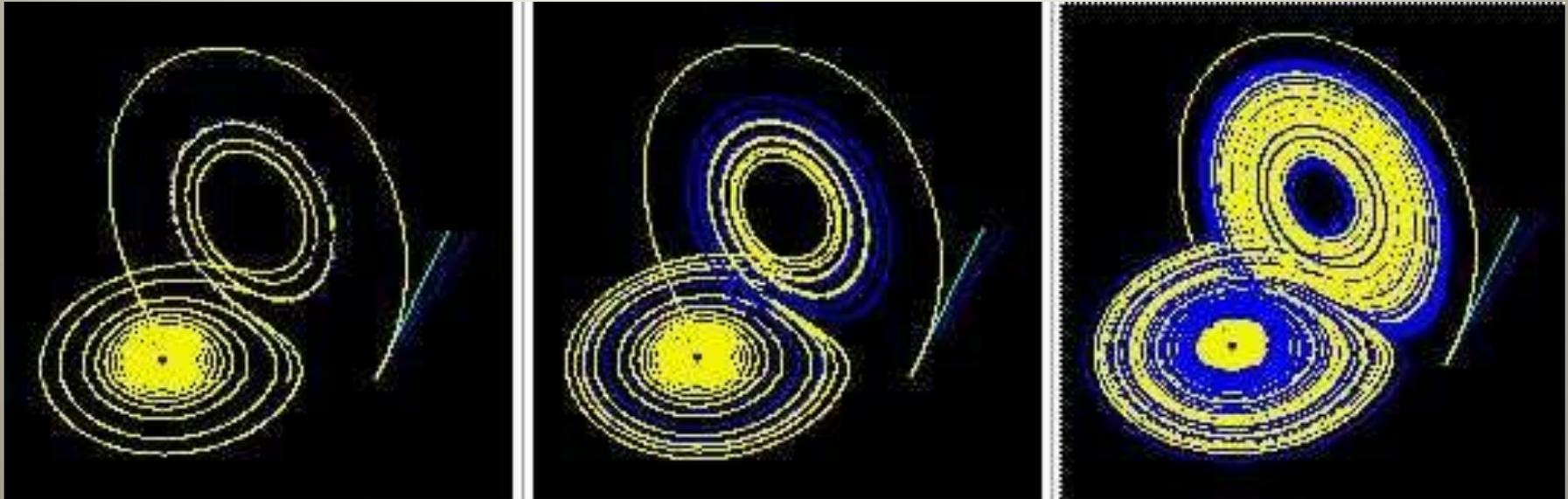
Как это получается?

Хаотические результаты решения сложных уравнений при малом изменении начальных данных позволяют построить упорядоченную структуру – странный аттрактор



- **Расхождение двух графиков погоды, берущих начало из одной точки. Распечатка Лоренца 1961 года,**

Эффект бабочки



- фазовые портреты для трех моментов времени. Желтая и синяя линия представляют собой траектории, соответствующие начальным наборам данных, в которых значения x отличались на 10^{-5} . Сначала линии почти совпадают (желтая закрывает синюю), затем сильно расходятся.

Странный аттрактор Лоренца

- Наблюдения Лоренца позволяют сделать два неожиданных вывода. Первый – оказывается, демон Лапласа может быть бессильным даже перед не очень сложной детерминированной системой. Там, где все, казалось бы, предопределено, неожиданно возникает хаос.
- Второй вывод – в этом хаосе, оказывается, спрятан порядок. Неожиданный, странный, плохо понятный, представляющий собой "тонкую структуру, таящуюся в беспорядочном потоке информации" (Дж. Глейк), но тем более интересный. Аттрактор Лоренца не решает проблемы предсказания, но уже само его существование достойно изучения.

Странный аттрактор

- Странный аттрактор – конечное состояние открытой системы, характеризующееся динамическим хаосом.
- Хаотическая составляющая (энтропия) системы в таком состоянии существенно выше по сравнению с обычным аттрактором.

Выводы

- Фазовые траектории открытых систем очень чувствительны к изменению начальных параметров.
- Любая открытая система может в своём развитии войти в состояние динамического равновесия или детерминированного хаоса, когда при хаотическом поведении параметров системы её состояния не выходят за пределы определённой области.
- Поведение открытых систем содержит одновременно как хаотическую, так и детерминированную составляющие.

Бифурка́ция

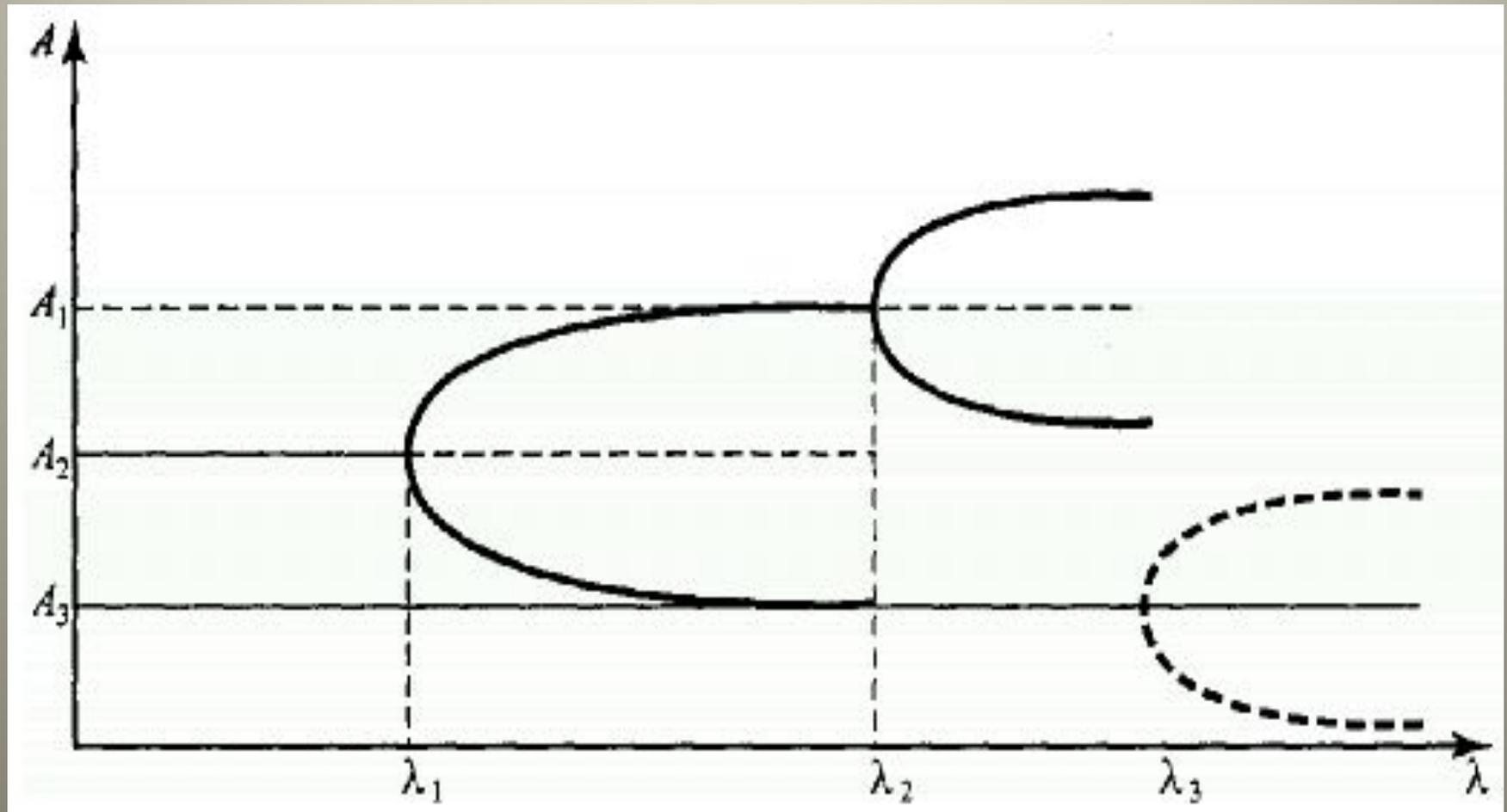
- Бифурка́ция — термин происходит от лат. *bifurcus* — «раздвоенный» и употребляется в широком смысле для обозначения всевозможных качественных перестроек или метаморфоз различных объектов при изменении параметров, от которых они зависят.

Бифурка́ция

- **БИФУРКАЦИЯ**, приобретение нового качества в движениях динамической системы при малом изменении ее параметров. Основы теории бифуркации заложены А. Пуанкаре и А. М. Ляпуновым в нач. 20 в., затем эта теория была развита А. А. Андроновым и учениками. Знание основных бифуркаций позволяет существенно облегчить исследование реальных систем (физических, химических, биологических и др.), в частности предсказать характер новых движений, возникающих в момент перехода системы в качественно другое состояние, оценить их устойчивость и область существования.

- ***Бифуркация в медицине*** — разделение трубчатого органа (сосуда или бронха) на 2 ветви одинакового калибра, отходящие в стороны под одинаковыми углами.
- ***Бифуркация рек*** — разделение русла реки и её долины на две ветви.
- ***Бифуркация времени-пространства в научной фантастике*** — разделение времени на несколько потоков, в каждом из которых происходят свои события. В параллельном времени-пространстве у героев бывают разные жизни.

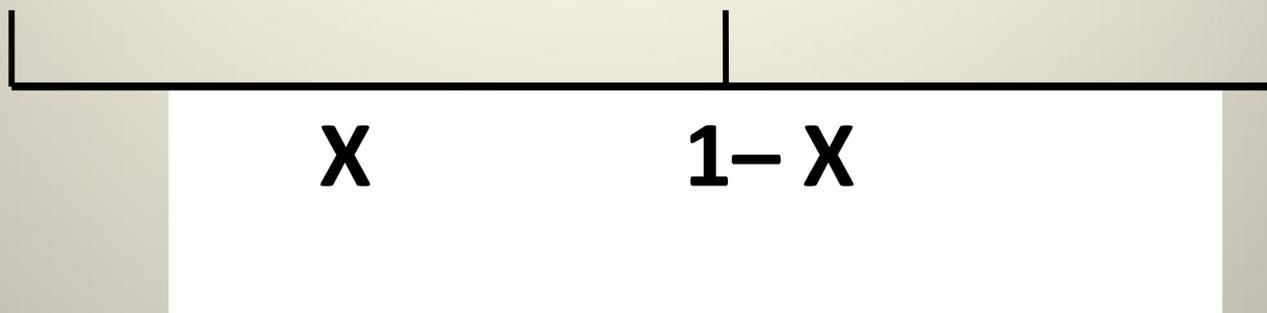
Бифуркационная диаграмма



Бифуркационная диаграмма

- В математике В математике, особенно при изучении динамических систем, под понятием **бифуркационная диаграмма** подразумевают изображение на рисунке смены возможных динамических режимов системы (равновесных состояний, стационарных точек, периодических орбит и пр.) при изменении значения бифуркационного параметра. Как правило, устойчивые режимы изображают сплошной линией, а неустойчивые — пунктирной.

«Золотое» сечение



$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x} = 1,618$$

$$x \approx 0,618$$

Принцип «Золотого сечения»

- Наиболее устойчивое состояние системы достигается, когда соотношение хаотической и упорядоченной составляющих системы соответствует золотому сечению.

Детерминированный хаос

- Модель конвективных потоков Лоренца: детерминированность в том, что потоки возникают обязательно и они при определённых условиях упорядочены, а хаос проявляется в непредсказуемости мест и времени появления конвективных потоков

Эволюция открытых систем

- Когда значение управляющего параметра достигает критического значения открытая система попадает в точку бифуркации и переходит в новое более сложное состояние, в общем случае вдали от равновесия.

Принцип Пригожина - Гленсдорфа

- В процессе самоорганизации открытая система идёт по пути с наименьшим производством энтропии.
- *Вывод:* чем меньше производство энтропии в реальных процессах, тем более система организована

- Хаотичность и нерегулярность неравновесных систем сами по себе могут создавать порядок, который принципиально отличается от упорядоченности равновесных систем тем, что неравновесные упорядоченные системы существуют лишь при условии постоянного обмена с окружающей средой, а равновесные - без обмена.

Характерные признаки процесса самоорганизации

1. Самоорганизация наблюдается лишь в открытых системах с нелинейным функционированием.
2. Процессы самоорганизации должны проходить кооперативно, когерентно.
3. Система должна находиться в неравновесном состоянии, когда приток управляющего параметра извне компенсирует рост энтропии в системе или даже уменьшает её.

Изменение жизненно-важных параметров и самоорганизация в Российском обществе

- Параметры: финансовое положение, информационная составляющая, коррупционная составляющая, уровень обмана членов общества, не соответствие декларируемых положений и реальной ситуации, внешнеполитическая деятельность, кризис судебной системы, кризис избирательной системы, рост числа политических и надуманных процессов и др.
- Отрицательная динамика большинства параметров ведёт к самоорганизации, возникновению новых систем, пытающихся проводить альтернативную политику и в некоторых случаях заменять беспомощные властные структуры (наводнение в Крымске, создание координационного совета). В результате ещё до выборов страна может войти в точку бифуркации с неопределённым