

Московский государственный строительный  
университет



Кафедра электротехники и электропривода

## **ЭЛЕКТРОТЕХНИКА**

### **Часть 1. Электрические и магнитные цепи. Электрические измерения**

#### ***Лекция 2. Отдельные электроприемники в однофазной цепи переменного тока***

Электронные лекции

Составитель:

профессор И.Г. Забора

Москва – 2014 г.

**Лекцию читает**

**профессор кафедры «Электротехника и  
электропривод» МГСУ**

***Забора Игорь Георгиевич***

**E-mail: [izabora@yandex.ru](mailto:izabora@yandex.ru)**

# Однофазный переменный ток



## Цепи синусоидального тока. Их преимущества и применение

Наибольшее распространение в энергетике получили *электрические цепи синусоидального тока*. По сравнению с постоянным током *синусоидальный ток имеет ряд преимуществ*: производство, передача, распределение и использование электрической энергии наиболее экономичны при синусоидальном токе. В цепях синусоидального тока, в отличие от постоянного, можно относительно просто, с помощью специальных электрических машин – *трансформаторов* преобразовывать напряжения разной величины при сохранении частоты и синусоидальной формы напряжений и токов. Кроме этого, коэффициент полезного действия генераторов, электродвигателей и трансформаторов при синусоидальной форме тока оказывается наиболее высоким.

В силу своих преимуществ, цепи синусоидального тока используются в электроснабжении и в различных электротехнических устройствах в промышленности, строительстве, в жилищно-коммунальном хозяйстве и др.

# Однофазный переменный ток



## Основные характеристики синусоидального тока

В линейных цепях синусоидального тока напряжение, электродвижущая сила (ЭДС) и ток являются синусоидальными функциями времени:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) ;$$

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e) ;$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) ,$$

где  $u$ ,  $e$ ,  $i$  – соответственно *мгновенные значения* напряжения, ЭДС и тока, то есть значения этих величин в рассматриваемый момент времени  $t = t_1$ ;  $\omega t + \psi_u$ ,  $\omega t + \psi_e$ ,  $\omega t + \psi_i$  – *аргументы* синусоидальных функций, называемые *фазой* или *фазовым углом*.

Фаза отсчитывается по оси абсцисс в радианах или градусах от точки перехода синусоидальной функции через ноль до значения аргумента в рассматриваемый момент времени.

*Графики мгновенных значений* синусоидальных напряжения  $u$  и тока  $i$  показаны на **рис. 1**.

# Однофазный переменный ток



## Основные характеристики синусоидального тока

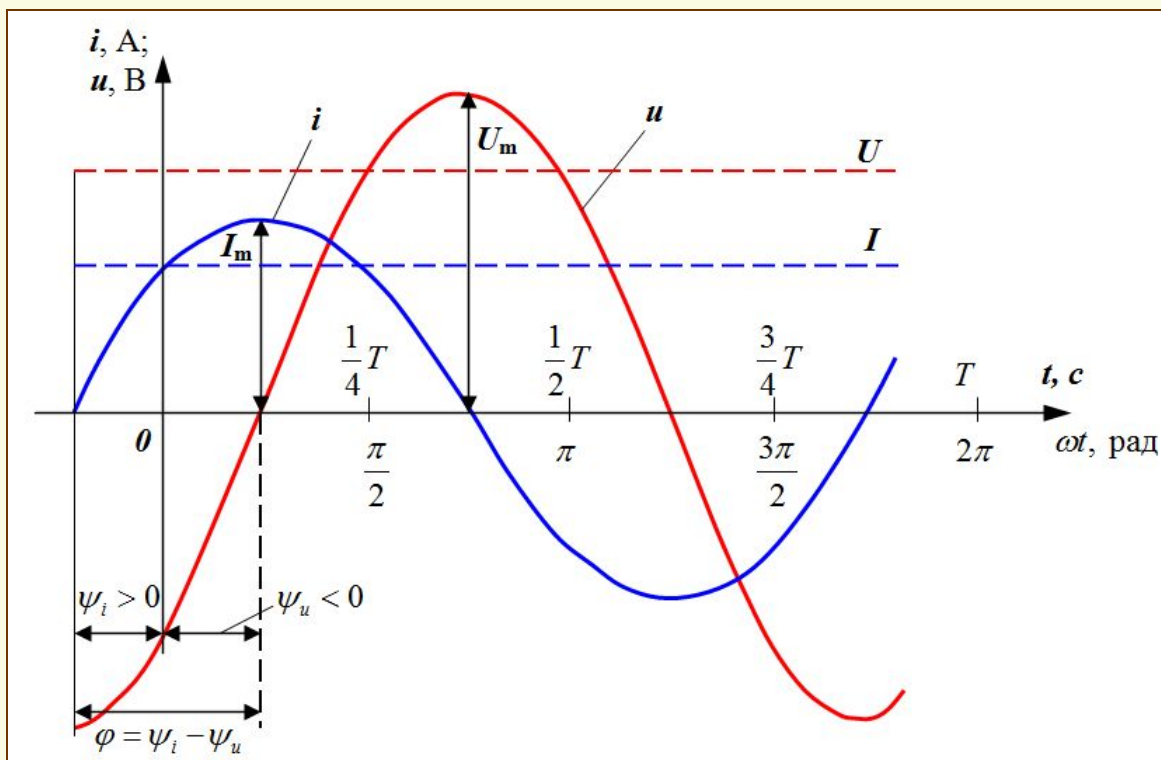


Рис.1. Графики мгновенных значений синусоидальных величин тока  $i$  и напряжения  $u$  и их действующие значения  $I$  и  $U$

# Однофазный переменный ток



## Основные характеристики синусоидального тока

Синусоидальная функция времени в электрических цепях переменного тока однозначно определяется тремя параметрами:

*амплитуда  $U_m, E_m, I_m$  (амплитуда – максимальное значение синусоидальной функции);*

*угловая частота  $\omega$ , рад/сек (угловая частота – скорость изменения аргумента синусоидальной функции);*

*начальная фаза  $\psi_u, \psi_e, \psi_i$  (начальная фаза – значение аргумента синусоидальной функции в момент начала отсчета времени, то есть при  $t = 0$  измеряемое в радианах или градусах).*

Кроме того, для характеристики синусоидальных функций времени используют следующие величины:

*Период  $T = 2\pi/\omega$ , сек – наименьший интервал времени, по истечении которого мгновенные значения периодической величины повторяются.*

*Частота  $f = 1/T$  определяет число периодов в секунду.*

Единица частоты – **герц (Гц)**.  $1 \text{ Гц} = 1 \text{ сек}^{-1}$ .

# Однофазный переменный ток



## Основные характеристики синусоидального тока

Промышленная частота всех энергетических систем в России и других развитых стран за исключением США, Канады и Японии (где  $f = 60$  Гц) равна 50 Гц, то есть 50 периодов в секунду, а длительность одного периода при этом составляет  $1/50 = 0,02$  сек = 20 мсек ).

*Сдвиг фаз между напряжением и током  $\phi$*  – алгебраическая величина, определяемая разностью начальных фаз напряжения и тока  $\phi = \psi_u - \psi_i$ , рад;

*Действующее значение* напряжения  $U$ , ЭДС  $E$ , тока  $I$ .

*Действующее значение – это среднеквадратичное значение синусоидальных величин напряжения  $u$ , ЭДС  $e$  и тока  $i$  за период времени.*

Действующее значение синусоидального напряжения:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (U_m \sin \omega t)^2 dt} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \approx 0,71 U_m$$

То есть действующее значение синусоидального напряжения в  $\sqrt{2} \approx 1,41$  меньше амплитуды этого напряжения.

# Однофазный переменный ток



## Основные характеристики синусоидального тока

Поэтому, если действующее значение переменного напряжения равно 220 В, имея частоту 50 Гц, то амплитудное значение этого напряжения достигает дважды за период или 100 раз в секунду величины  $U_m \approx 1,41U = 1,41 \cdot 220 = 310$  В.

Аналогично определяется действующее значение синусоидального тока:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707I_m$$

С физической точки зрения *действующее значение синусоидального тока равно такому значению постоянного тока, который за время равное одному периоду выделяет в том же резисторе такое же количество тепла, как и синусоидальный ток.*

В паспорте электротехнических устройств синусоидального тока указаны действующие значения напряжений и токов.

Большинство электроизмерительных приборов, применяемых для измерения синусоидальных напряжений и токов, градуированы в действующих значениях.



# Однофазный переменный ток



## Представление синусоидальных величин векторами

Представления синусоидальных функций при помощи векторов (векторных диаграмм), как показано на **рис. 2**, позволяет наглядно показать количественные и фазовые соотношения между разными напряжениями, токами и широко используется при объяснении процессов в цепях переменного тока.

Синусоидальную функцию времени  $t$  или угла поворота  $\omega t$  (**рис. 2,а**) можно представить в виде проекции на вертикальную ось вращающегося с угловой скоростью  $\omega$  **вектора**, как показано на **рис. 2,б**.

Легко убедиться, что **векторы**  $\dot{U}_m$  и  $\dot{I}_m$ , **вращающиеся с одной угловой скоростью**  $\omega$ , для любого момента времени сохраняют неизменным **сдвиг фаз  $\phi$  между напряжением и током**:  $\phi = \psi_u - \psi_i = \text{const}$ .

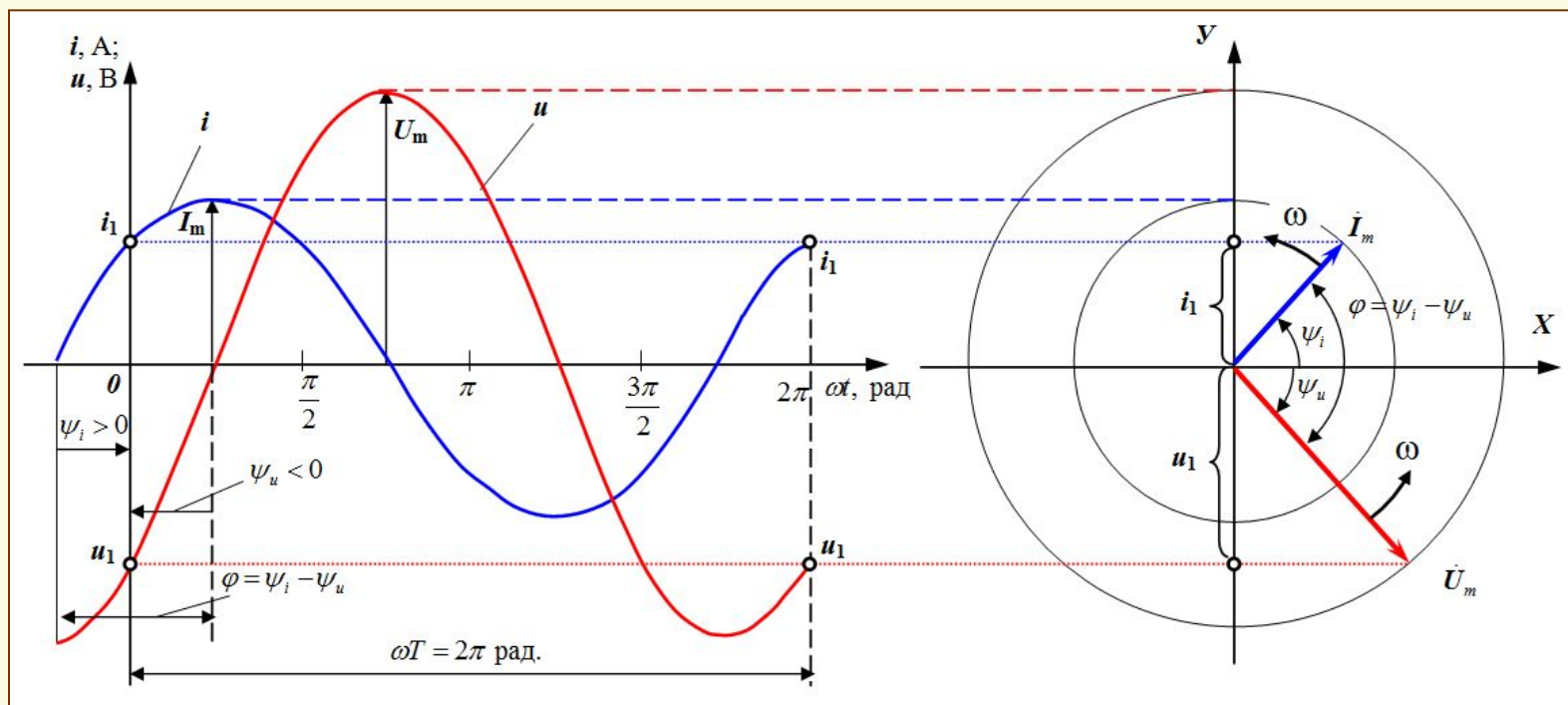
Поэтому все векторы на векторной диаграмме **взаимно неподвижны**.

**Совокупность векторов, изображающих синусоидальные ЭДС, напряжения и токи одной частоты, относящиеся к одной цепи, называют векторной диаграммой.**

# Однофазный переменный ток



## Представление синусоидальных величин векторами



а)

б)

Рис.2. Соответствие синусоидальных функций  $u, i$  и вращающихся векторов  
 а) – графики мгновенных значений синусоидальных величин напряжения и тока;  
 б) – вращающиеся с угловой скоростью  $\omega$  векторы

$\dot{U}_m$  и  $\dot{I}_m$

# Однофазный переменный ток



## Представление синусоидальных величин векторами

В электротехнике принято оперировать *действующими значениями* величин токов  $I$  и напряжений  $U$ . Поэтому *длины векторов на векторных диаграммах соответствуют не амплитудным, а действующим значениям*, которые приблизительно в 1,41 раз меньше амплитудных значений соответствующих величин.

Углы наклона векторов напряжения и тока к оси абсцисс равны начальным фазам  $\psi_u$  и  $\psi_i$  (рис. 2,б). Таким образом, *неподвижные векторы определяют два параметра синусоидальной величины: действующее значение и начальную фазу. Третий параметр – угловая частота  $\omega$  должен быть заранее известен.*

За положительное направление вращения векторов с угловой скоростью  $\omega$  принято направление вращения против часовой стрелки. *Первый по вращению вектор считается опережающим следующий за ним вектор на угол  $\phi$* , который, в свою очередь, считается *отстающим* на тот же угол  $\phi$  относительно первого вектора. Например, на рис. 2 вектор тока  $I_m$  опережает вектор напряжения  $U_m$  на фазовый угол  $\phi$ .

# Однофазный переменный ток



## Представление синусоидальных величин векторами

Применение векторных диаграмм делает наглядным анализ электрической цепи переменного тока. При этом сложение и вычитание мгновенных значений синусоидальных величин можно заменить геометрическим сложением и вычитанием их векторов.

Представления синусоидальных функций при помощи векторных диаграмм позволяет наглядно показать количественные и фазовые соотношения между разными напряжениями, токами и широко используется при объяснении электротехнических процессов в цепях переменного тока.

# Однофазный переменный ток



## Резистивный элемент в цепи синусоидального тока

*Резистивный элемент* или *резистор* характеризуется *активным сопротивлением*  $R$ , которое является его параметром и отражает наличие *электрического сопротивления* *проходящему току* в замкнутой цепи переменного синусоидального тока.

Для участка цепи с резистивным элементом в цепи синусоидального тока справедлив закон Ома: *Мгновенное значение синусоидального тока  $i_R$  на участке электрической цепи с резистором прямо пропорционально напряжению на резисторе  $u_R$  и обратно пропорционально активному сопротивлению  $R$  этого участка:*

$$i_R = \frac{u_R}{R}$$

Следует отметить, что *резистор с активным сопротивлением  $R$  рассматривается как линейный элемент, не зависящий от величины тока, напряжения и частоты, то есть  $R = \text{const}$ .*

Наименование элемента – *резистор* часто заменяется наименованием его параметра – *активное сопротивление*.

# Однофазный переменный ток



## Резистивный элемент в цепи синусоидального тока

Если на участке цепи к резистору приложено синусоидальное напряжение

$$u_R = U_{Rm} \sin(\omega t + \psi_u),$$

то из закона Ома следует, что ток  $i_R$ , текущий через резистор также будет синусоидальным:

$$i_R = \frac{u_R}{R} = \frac{U_{Rm}}{R} \sin(\omega t + \psi_u).$$

Закон Ома справедлив и для действующих значений тока и напряжения:

$$I_R = \frac{U_R}{R}; \quad U_R = I_R R; \quad R = \frac{U_R}{I_R}.$$

*Ток и напряжение на участке цепи с резистором совпадают по фазе, а угол сдвига по фазе между синусоидальными током и напряжением  $\varphi$  всегда равен нулю:*

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0.$$

# Однофазный переменный ток



## Резистивный элемент в цепи синусоидального тока

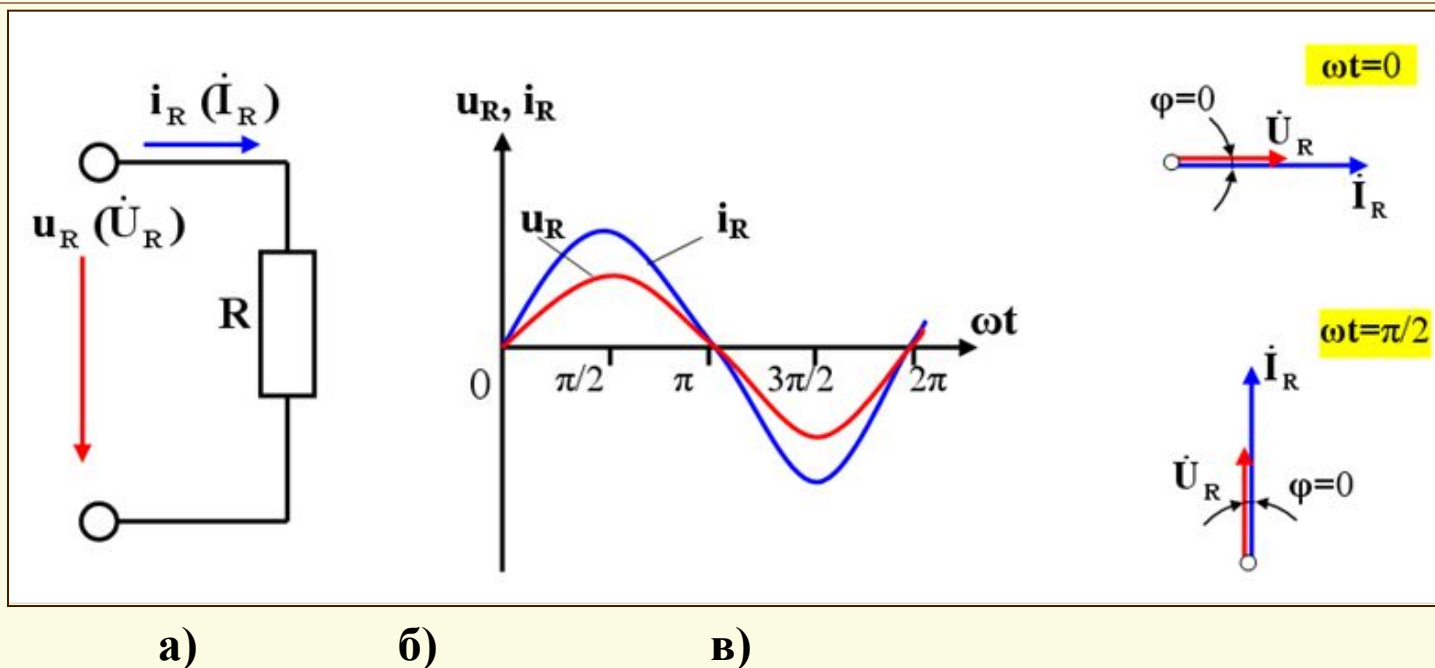


Рис 3. Резистор (R-элемент) в цепи синусоидального тока

*а* – эквивалентная схема замещения для резистора;

*б* – графики мгновенных значений напряжения  $u_R$  и тока  $i_R$  на участке цепи с резистором;

*в* – векторные диаграммы комплексных действующих значений напряжения и тока

для резистора при фазовых углах  $\omega t=0$  и  $\omega t=\pi/2$

# Однофазный переменный ток



## Резистивный элемент в цепи синусоидального тока

Из рис. 3. видно, что *для резистора векторы тока  $I$  и напряжения  $U$  при любых фазовых углах  $\omega t$  всегда совпадают по фазе, то есть, направлены в одну и ту же сторону.*

Мгновенная мощность  $p_R$ , выделяемая в резисторе, определяется произведением синусоидальных напряжения  $u_R = U_{Rm} \sin \omega t$  и тока  $i_R = I_{Rm} \sin \omega t$ :

$$p_R = U_{Rm} I_{Rm} \sin^2 \omega t = \frac{U_{Rm} I_{Rm}}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

Графики мгновенных значений напряжения  $u_R$ , тока  $i_R$  и мощности  $p_R$  для резистора в цепи синусоидального тока представлены на рис. 4. Из графика для активной мощности  $p_R$  видно, что *мгновенная мощность в резисторе, изменяющаяся с двойной частотой от 0 до  $P_{Rm} = U_{Rm} I_{Rm}$ , в любой момент времени положительна.*

Это означает, что в *резистивный элемент поступает электрическая энергия и в нем происходит необратимое преобразование электроэнергии в другие виды энергии*, в частности в виде тепловой энергии, безвозвратно рассеивающейся в окружающем пространстве.



# Однофазный переменный ток



## Резистивный элемент в цепи синусоидального тока

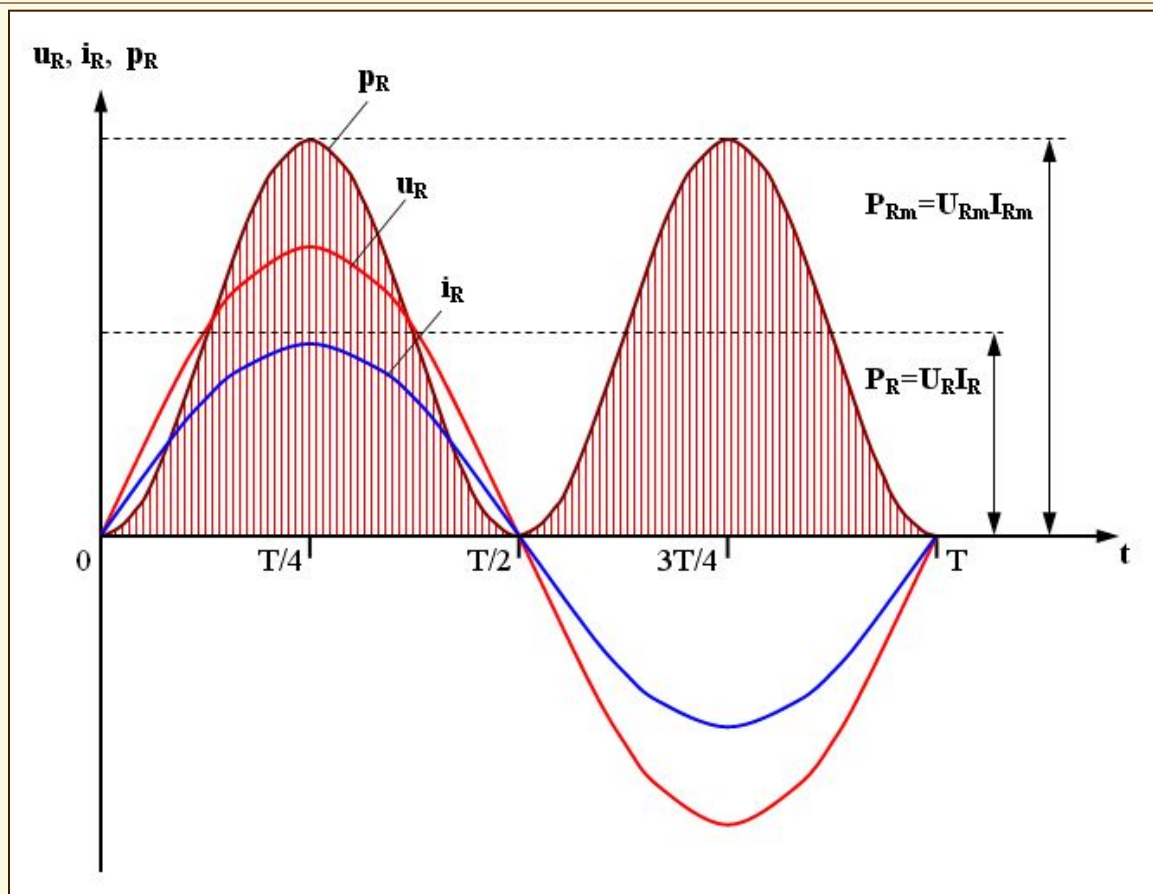


Рис. 4. Графики мгновенных значений напряжения  $u_R$ , тока  $i_R$  и мощности  $p_R$  для резистора в цепи синусоидального тока

# Однофазный переменный ток



## Резистивный элемент в цепи синусоидального тока

Мощность, выделяемая в резисторе, содержит постоянную составляющую, равную произведению  $U_{Rm} I_{Rm} / 2$  или – произведению действующих значений напряжения  $U_R$  и тока  $I_R$ :

$$P_R = \frac{U_{Rm} I_{Rm}}{2} = U_R I_R$$

Мощность  $P_R$ , выделяемая в резисторе, называется *активной*, обозначается буквой **P** и имеет *единицу измерения* – **ватт (Вт)**. Более крупные единицы **кВт** ( $10^3$  Вт) и **МВт** ( $10^6$  Вт).

С учетом формул закона Ома можно вывести еще две равноценные формулы для подсчета действующего значения активной мощности:

$$P_R = \frac{U_R^2}{R};$$

$$P_R = I_R^2 R.$$

# Однофазный переменный ток



## Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

*Катушка индуктивности* представляет собой многовитковую катушку, намотанную изолированным проводом с числом витков  $W$ .

Поскольку вокруг всякого провода с током  $i$  существует магнитное поле, то при протекании через катушку электрического тока внутри и вокруг нее также возникает магнитное поле.

Катушки индуктивности, называемые *электрическими обмотками*, входят обязательными составными частями во все электрические машины и трансформаторы, работающие на переменном токе, поскольку для их действия по преобразованию электроэнергии необходимо создавать переменные магнитные поля большой интенсивности (индукции).

На **рис. 5а** изображена схема замещения участка электрической цепи с идеальной катушкой индуктивности (индуктивным элементом)  $L$ .

# Однофазный переменный ток



## Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

*Катушка индуктивности* накапливает энергию магнитного поля. Ток в витках катушки создает *магнитный поток*  $\Phi$ , пронизывающий эти витки.

Сумма магнитных потоков  $\Phi$ , пронизывающих отдельные витки катушки, то есть сцепленных с ее витками, определяется как произведение числа витков  $W$  на величину магнитного потока  $\Phi$  и называется *потокосцеплением катушки*  $\Psi$ :

$$\Psi = W\Phi.$$

Единицей измерения магнитного потока и потокосцепления в системе СИ является *вебер* (Вб).  $1 \text{ Вб} = 1 \text{ В}\cdot\text{с}$ .

*Отношение потокосцепления катушки  $\Psi$  к протекающему через нее току  $i$  называется индуктивностью  $L$ .*

Величина индуктивности  $L$  прямо пропорциональна потокосцеплению  $\Psi$  и обратно пропорциональна току  $i_L$ , текущему через индуктивность:

$$L = \frac{\Psi}{i_L}.$$

# Однофазный переменный ток



## Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

С физической точки зрения *индуктивность  $L$  является мерой запаса энергии магнитного поля  $W_M$  индуктивного элемента*, что видно из формулы:

$$W_M = \frac{L(i_L)^2}{2}.$$

Единица индуктивности – *генри (Гн)*.

При прохождении по виткам катушки индуктивности синусоидального тока  $i_L$  и возникновении связанного с током потокосцепления  $\Psi$ , *на основе явления электромагнитной индукции [1]* в индуктивном элементе  $L$  возникает *ЭДС самоиндукции  $e_L$* .

*Величина ЭДС самоиндукции по закону электромагнитной индукции прямо пропорциональна скорости изменения потокосцепления во времени*, что выражается в общем виде следующей формулой:

$$e_L = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

# Однофазный переменный ток



## Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

Величину ЭДС самоиндукции для линейного индуктивного элемента электрической цепи можно представить в виде:

$$e_L = -L \frac{di_L}{dt}.$$

Знак минус показывает, что *ЭДС самоиндукции  $e_L$  в любой момент времени противодействует изменениям синусоидального тока  $i_L$  (принцип Ленца)*. Поэтому, чтобы в замкнутой цепи с индуктивным элементом протекал ток  $i_L$ , к индуктивности должно быть приложено напряжение  $u_L$ , равное по величине и противоположное по направлению ЭДС самоиндукции  $e_L$ :

$$u_L = -e_L = L \frac{di_L}{dt} = \frac{d\Psi}{dt}.$$

Если через индуктивный элемент  $L$  протекает синусоидальный ток  $i_L$   $i_L = I_{Lm} \sin(\omega t + \psi_i)$ , то магнитный поток  $\Phi$  и потокосцепление  $\Psi$  также будут синусоидальными и совпадать по фазе с током:

$$\Psi = Li_L = LI_{Lm} \sin(\omega t + \psi_i).$$

# Однофазный переменный ток



## Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

ЭДС самоиндукции  $e_L$  также синусоидальна, но будет отставать по фазе от тока  $i_L$  во времени на четверть периода или по фазовому углу на  $\pi/2$ :

$$e_L = -d\Psi/dt = -Ldi/dt = -L\omega I_{Lm} \cos(\omega t + \psi_i),$$

или  $e_L = E_{Lm} \sin(\omega t + \psi_i - \pi/2)$ ,

где  $E_{Lm} = L\omega I_{Lm}$  – амплитуда ЭДС самоиндукции.

Напряжение  $u_L$  приложенное к индуктивному элементу при синусоидальном токе также будет синусоидальным и изменяться с той же угловой частотой  $\omega$ :

$$u_L = Ldi/dt = L\omega I_{Lm} \sin(\omega t + \psi_i + \pi/2) = U_{Lm} \sin(\omega t + \psi_u).$$

Начальная фаза напряжения на индуктивности  $\psi_u$  опережает начальную фазу тока  $\psi_i$  на угол  $\pi/2$ , так как  $\psi_u = \psi_i + \pi/2$ , то есть *угол сдвига фаз между током и напряжением для индуктивности*

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \pi/2.$$

В частном случае, если начальная фаза тока, текущего через индуктивность равна нулю ( $\psi_i = 0$ ), то есть  $i_L = I_{Lm} \sin \omega t$ , напряжение на индуктивности будет меняться по косинусоиде:  $u_L = L\omega I_{Lm} \sin(\omega t + \pi/2) = U_{Lm} \cos \omega t$ .

# Однофазный переменный ток



## Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

Графики мгновенных значений напряжения  $u_L$ , тока  $i_L$ , магнитного потока  $\Phi$  и ЭДС  $e_L$  на участке цепи с индуктивностью представлены на рис. 5б.

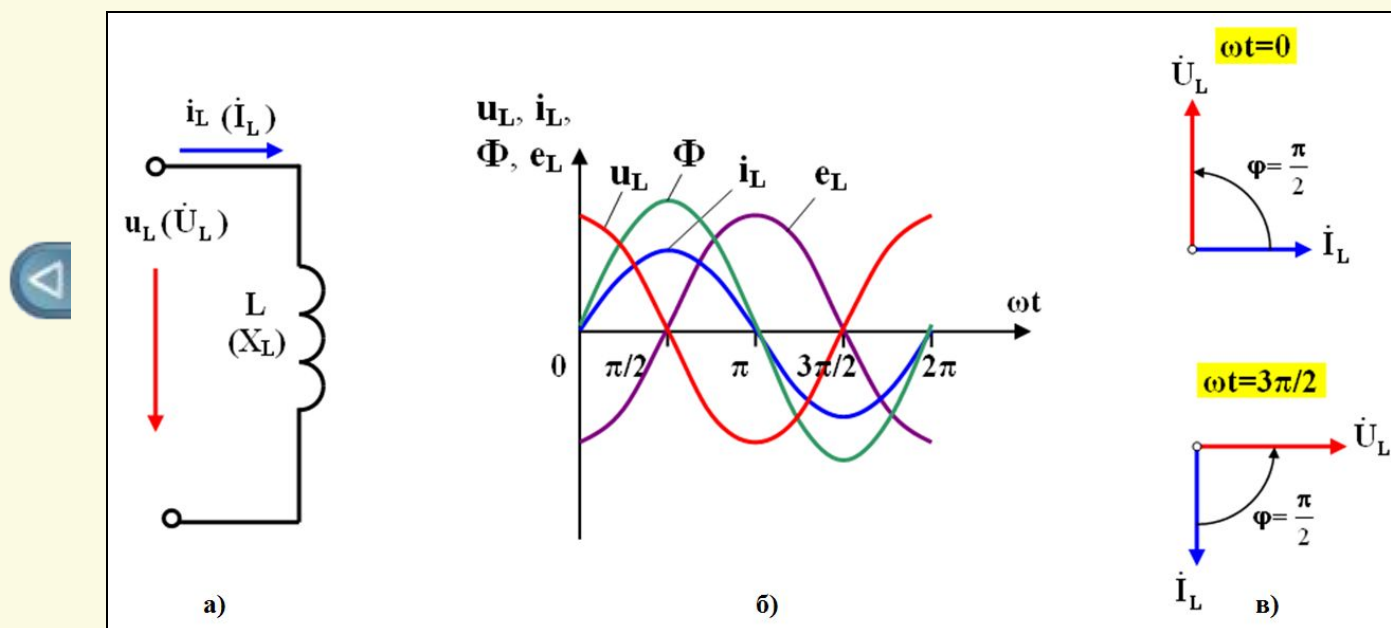


Рис 5. Индуктивность ( $L$ -элемент) в цепи синусоидального тока

*а* – эквивалентная схема замещения для индуктивности;

*б* – графики мгновенных значений напряжения  $u_L$ , тока  $i_L$ , магнитного потока  $\Phi$  и ЭДС  $e_L$ ;

*в* – векторные диаграммы комплексных действующих значений напряжения и тока для индуктивности при фазовых углах  $\omega t=0$  и  $\omega t=3\pi/2$



# Однофазный переменный ток



## Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

*Индуктивное сопротивление  $X_L$  катушки прямо пропорционально угловой частоте  $\omega$  и величине индуктивности  $L$ :  $X_L = \omega L = 2\pi fL$ .*

*Закон Ома справедлив и для действующих значений тока и напряжения участка цепи синусоидального тока с индуктивным элементом  $L$ :*

$$I_L = \frac{U_L}{\omega L} = \frac{U_L}{X_L}.$$

*Из закона Ома напряжение на индуктивности определяется произведением действующего значения тока  $I_L$  и индуктивного сопротивления  $X_L$ :  $U_L = I_L X_L$ .*

*Величина индуктивного сопротивления  $X_L$  вычисляется как частное от деления напряжения  $U_L$  на ток  $I_L$ :*

$$X_L = \frac{U_L}{I_L}.$$

*Из векторных диаграмм (рис. 5в) видно, что в цепи синусоидального тока с индуктивным  $L$ -элементом **ток отстает по фазе от приложенного напряжения на угол  $\pi/2$  или  $90^\circ$ , и, наоборот, можно считать, что напряжение на индуктивном элементе опережает проходящий через него ток на тот же угол  $\phi = \pi/2$ .***

# Однофазный переменный ток



## Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

Мгновенная мощность  $q_L$ , связанная с индуктивностью, называется *реактивной индуктивной мощностью* (или просто – *индуктивной мощностью*) и определяется произведением мгновенных значений тока  $i_L = I_{Lm} \sin \omega t$  и напряжения  $u_L = L \omega I_{Lm} \sin(\omega t + \pi/2) = U_{Lm} \cos \omega t$ :

$$q_L = i_L u_L = I_{Lm} U_{Lm} \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \frac{I_{Lm} U_{Lm}}{2} \sin 2\omega t = I_L U_L \sin 2\omega t.$$

Здесь  $I_{Lm}$  и  $U_{Lm}$  – амплитудные значения, а  $I_L$  и  $U_L$  – действующие значения, соответственно тока и напряжения.

Графики мгновенных значений напряжения  $u_L$ , тока  $i_L$  и мощности  $q_L$  для индуктивности в цепи синусоидального тока представлены на рис. 6.

Из формулы и графика для мощности  $q_L$ , видно, что *мгновенная индуктивная мощность также синусоидальна, изменяется с двойной частотой сети ( $2\omega$ )*, но в отличие от активной мощности для резистора, индуктивная мощность знакопеременна и не содержит постоянную составляющую, как показано на рис. 6.

# Однофазный переменный ток



Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

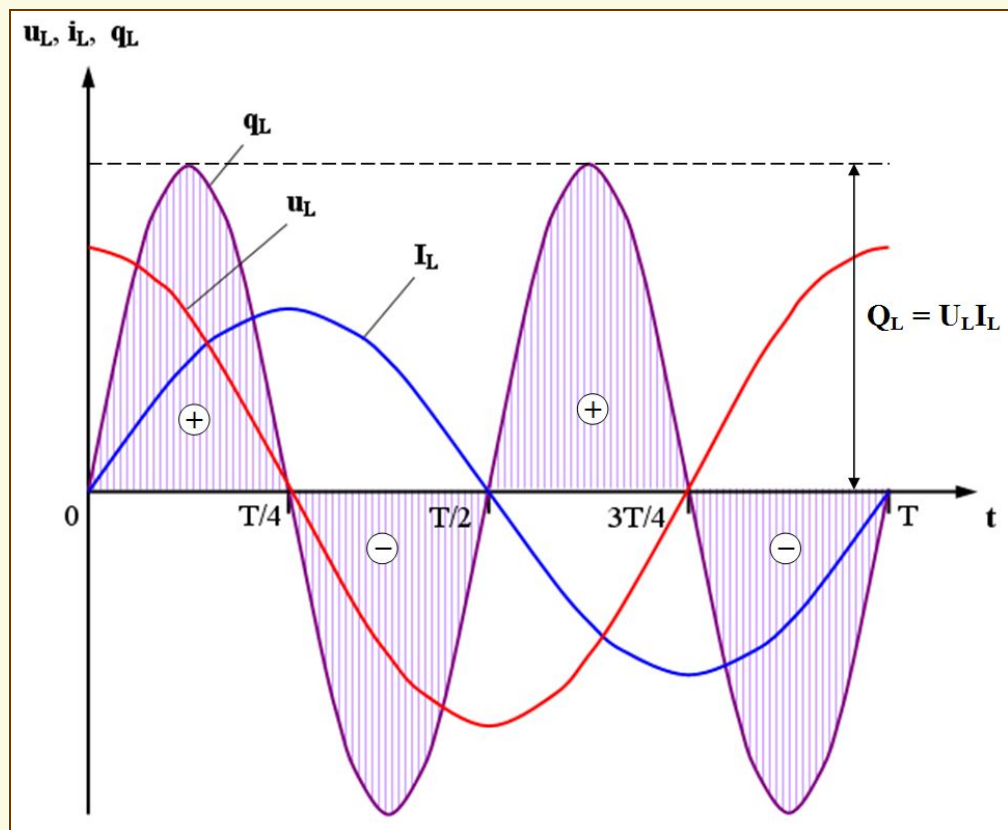


Рис. 6. Графики мгновенных значений напряжения  $u_L$ , тока  $i_L$  и мощности  $q_L$  для индуктивного элемента  $L$  в цепи синусоидального тока

# Однофазный переменный ток



## Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

В периоды времени положительных значений индуктивной мощности (см. рис. 6) эта мощность, поступающая из источника электроэнергии, накапливается в индуктивности в форме энергии магнитного поля (в основном внутри катушки индуктивности). В другие моменты времени (при отрицательных полуциклах индуктивной мощности) энергия магнитного поля преобразуется в электроэнергию источника.

*То есть между источником и идеальной индуктивностью происходит периодический, с двойной частотой сети обмен энергии без потерь.*

Произведение действующих значений тока  $I_L$  и напряжения  $U_L$  определяет действующее значение индуктивной мощности:  $Q_L = U_L I_L$ .

С учетом формул закона можно вывести еще две равноценные формулы для подсчета действующего значения реактивной индуктивной мощности:

$$Q_L = \frac{U_L^2}{X_L}; \quad Q_L = I_L^2 X_L.$$

Единицей измерения реактивной индуктивной мощности является *вольт-ампер реактивный* или сокращенно – **ВАр**.

# Однофазный переменный ток



## Конденсатор в цепи синусоидального тока

Конденсатор представляет собой электротехническое устройство из двух проводников, заряженных разноименными и равными по абсолютной величине зарядами, разделенными тонким слоем диэлектрика. Проводники, образующие конденсатор и имеющие достаточно большую поверхность и малую толщину, называются его обкладками и, как правило, выполняются из алюминиевой фольги.

*Емкостью конденсатора* называется физическая величина, равная отношению заряда  $Q_C$ , накопленного в конденсаторе, к напряжению или разности потенциалов  $U_C = \phi_1 - \phi_2$  между его обкладками:

$$C = \frac{Q_C}{\phi_1 - \phi_2} = \frac{Q_C}{U_C}.$$

Единица емкости называется *фарадой* ( $\Phi$ ). Фарада – очень крупная единица емкости, поэтому в практических расчетах применяется в миллион раз меньшая единица – *микрофарада* ( $\text{мк}\Phi$ );  $1 \text{ мк}\Phi = 10^{-6} \Phi$ .

# Однофазный переменный ток



## Конденсатор в цепи синусоидального тока

С физической точки зрения *емкость конденсатора  $C$  является мерой запаса энергии электрического поля  $W_э$  в конденсаторе*, что видно из формулы:

$$W_э = \frac{CU_c^2}{2}.$$

Для получения больших электроемкостей конденсаторы соединяют друг с другом параллельно в батарею. Общая емкость батареи из  $n$  параллельно соединенных конденсаторов равна:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{k=1}^n C_k,$$

где  $C_k$  – емкость  $k$ -го конденсатора.

Если конденсатор подключить к источнику постоянного тока, то в цепи появится только кратковременный зарядный ток, спадающий до нуля.

Конденсатор, подключенный к источнику синусоидального напряжения  $u_C$  (см. рис. 7а)  $u_C = U_{Cm} \sin(\omega t + \psi_u)$ , периодически перезаряжается, с перераспределением заряда между обкладками  $Q_C = C \cdot u_C$ .

# Однофазный переменный ток



## Конденсатор в цепи синусоидального тока

Дифференцируя изменение заряда по времени  $dQ_C/dt$  получим, что в замкнутой цепи с конденсатором будет протекать переменный синусоидальный ток той же частоты:

$$i_c = \frac{dQ_C}{dt} = C \frac{du_c}{dt} = \omega C U_{cm} \cos(\omega t + \psi_u),$$

или  $i_c = \omega C U_{cm} \sin(\omega t + \psi_u + \pi/2) = I_{cm} \sin(\omega t + \psi_i)$ .

Здесь  $I_{cm} = C\omega U_{cm}$  – амплитудное значения синусоидального тока, текущего через конденсатор. Разделив обе части этого равенства на  $\sqrt{2}$ , получим соотношение в виде действующих величин тока и напряжения для конденсатора:  $I_C = \omega C U_C$ .

Из сравнения выше приведенных формул видно, что начальная фаза тока  $\psi_i$ , текущего через конденсатор опережает начальную фазу напряжения  $\psi_u$  на угол  $\pi/2$ , так как  $\psi_i = \psi_u + \pi/2$ , то есть угол сдвига фаз между током и напряжением для конденсатора  $\varphi = \psi_u - \psi_i = -\pi/2$ .

Графики мгновенных значений напряжения  $u_c$  и тока  $i_c$  на участке цепи с конденсатором для случая нулевой начальной фазы  $\psi_u = 0$  изображены на рис. 76.

# Однофазный переменный ток



## Конденсатор в цепи синусоидального тока

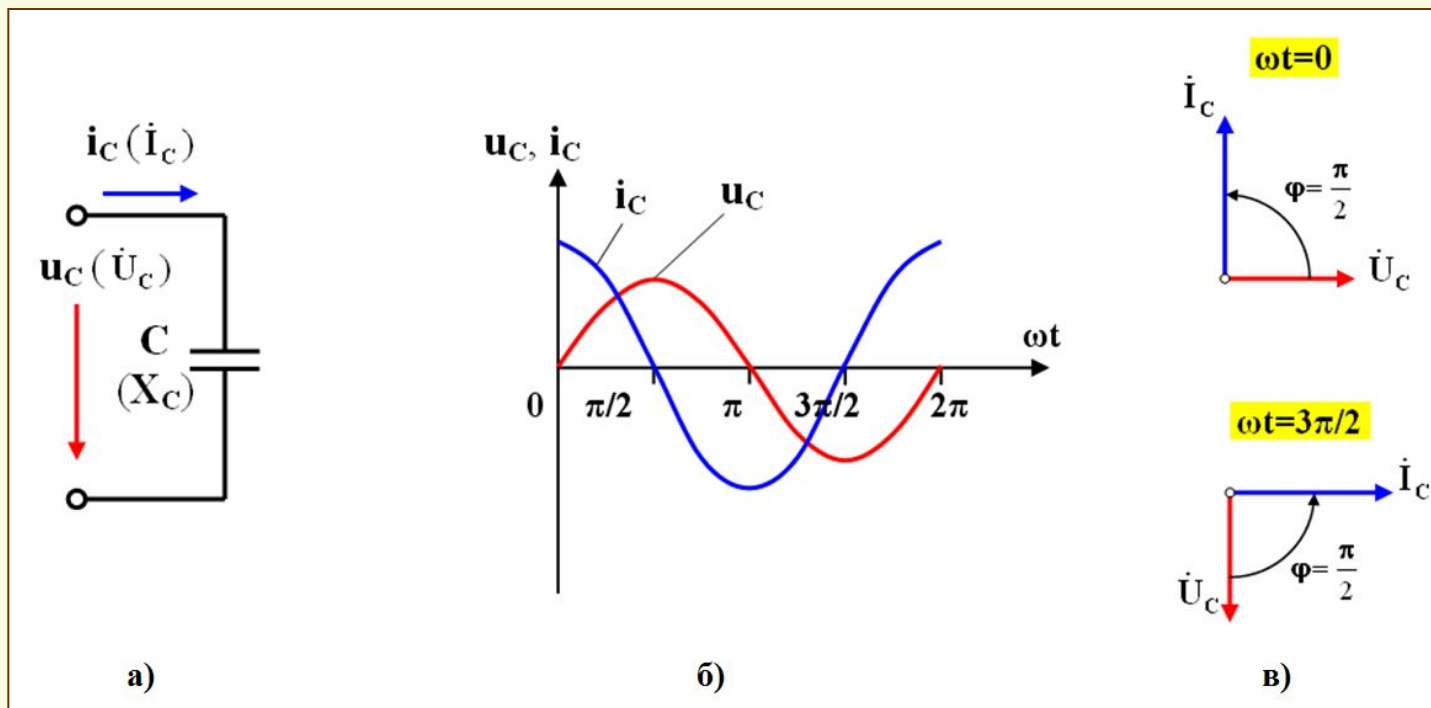


Рис 7. Конденсатор (С-элемент) в цепи синусоидального тока

*а* – эквивалентная схема замещения для конденсатора;

*б* – графики мгновенных значений напряжения  $u_C$  и тока  $i_C$  на участке цепи с конденсатором;

*в* – векторные диаграммы комплексных действующих значений напряжения и тока для конденсатора при фазовых углах  $\omega t=0$  и  $\omega t=3\pi/2$



# Однофазный переменный ток



## Конденсатор в цепи синусоидального тока

Величина  $1/\omega C$ , связывающая ток  $I_C$  и напряжение  $U_C$  в цепи синусоидального тока с емкостным элементом обозначается  $X_C$ , имеет размерность **Ом** и называется *реактивным емкостным сопротивлением* или просто – *емкостным сопротивлением*:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}.$$

В этой формуле емкость конденсатора определяется в фарадах (**Ф**). Если перейти к практическим единицам емкости в микрофарадах ( $1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$ ), то емкостное сопротивление запишется, как

$$X_C = \frac{10^6}{\omega C} = \frac{10^6}{2\pi f C},$$

Из этой формулы видно, что емкостное сопротивление  $X_C$  обратно пропорционально частоте **f** и емкости **C** конденсатора.

Емкость конденсатора **C** вычисляется в микрофарадах по известным значениям частоты **f** и емкостного сопротивления  $X_C$ , как

$$C = \frac{10^6}{2\pi f X_C}.$$

# Однофазный переменный ток



## Конденсатор в цепи синусоидального тока

*Закон Ома для участка цепи с емкостным элементом* определяется формулой:

$$I_C = \frac{U_C}{X_C}.$$

Из этой формулы следует, что напряжение на конденсаторе  $U_C$  определяется произведением действующего значения тока  $I_C$  и емкостного сопротивления  $X_C$ :  $U_C = I_C X_C$ , а величина емкостного сопротивления  $X_C$  вычисляется как частное от деления напряжения  $U_C$  на ток  $I_C$ :

$$X_C = \frac{U_C}{I_C}.$$

*На рис. 7в* приведены векторные диаграммы напряжения и тока для конденсатора при фазовых углах  $\omega t = 0$  и  $\omega t = 3\pi/2$ . Из векторных диаграмм видно, что в цепи синусоидального тока с емкостным элементом **ток опережает по фазе приложенное к конденсатору напряжение на  $\pi/2$  или  $90^\circ$** , и, наоборот, можно считать, что **напряжение на емкостном элементе отстает от проходящего через конденсатор ток на тот же угол  $\phi = \pi/2$** .

# Однофазный переменный ток



## Конденсатор в цепи синусоидального тока

Рассмотрим *энергетические процессы в емкостном элементе* цепи синусоидального тока.

Мгновенная мощность  $q_C$ , связанная с конденсатором, называется *реактивной емкостной мощностью* (или просто – *емкостной мощностью*) и определяется произведением мгновенных значений тока

$i_C = I_{Cm} \sin(\omega t + \pi/2) = I_{Cm} \cos \omega t$  и напряжения  $u_C = U_{Cm} \sin \omega t$ :

$$q_C = i_C u_C = I_{Cm} U_{Cm} \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \frac{I_{Cm} U_{Cm}}{2} \sin 2\omega t = I_C U_C \sin 2\omega t.$$

Здесь  $I_{Cm}$  и  $U_{Cm}$  – амплитудные значения, а  $I_C$  и  $U_C$  – действующие значения, соответственно тока и напряжения.

Графики мгновенных значений напряжения  $u_C$ , тока  $i_C$  и мощности  $q_C$  для конденсатора в цепи синусоидального тока представлены на рис. 8. Из графика для мощности  $q_C$  видно, что *мгновенная емкостная мощность также синусоидальна, изменяется с двойной частотой сети ( $2\omega$ )*, и также как и индуктивная мощность для индуктивности, емкостная мощность конденсатора знакопеременна и не содержит постоянную составляющую.

# Однофазный переменный ток



## Конденсатор в цепи синусоидального тока

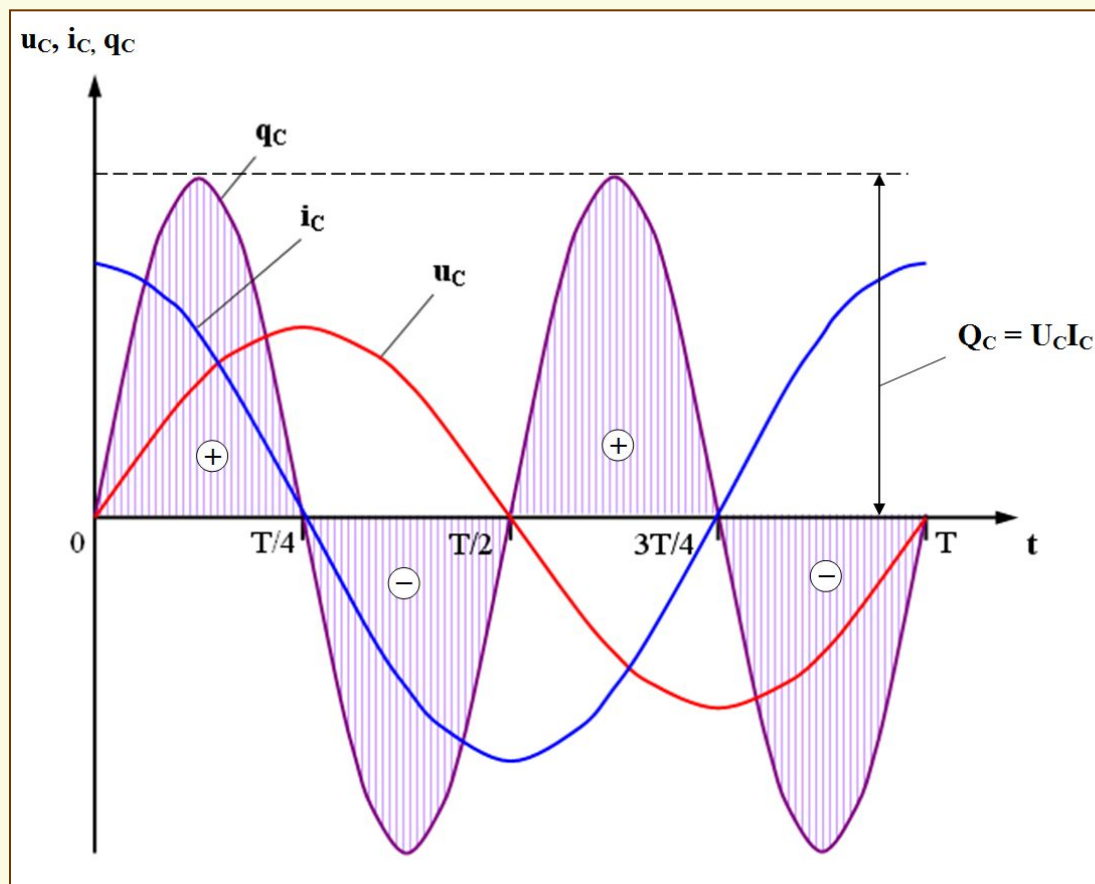


Рис. 8. Графики мгновенных значений напряжения  $u_C$ , тока  $i_C$  и мощности  $q_C$  для емкостного элемента  $C$  в цепи синусоидального тока

# Однофазный переменный ток



## Конденсатор в цепи синусоидального тока

Произведение действующих значений тока  $I_C$  и напряжения  $U_C$  определяет значение *емкостной мощности*  $Q_C$ :

$$Q_C = U_C I_C.$$

С учетом формул закона Ома из этой формулы можно вывести еще две равноценные формулы для подсчета действующего значения реактивной емкостной мощности конденсатора:

$$Q_C = \frac{U_C^2}{X_C}; \quad Q_C = I_C^2 X_C.$$

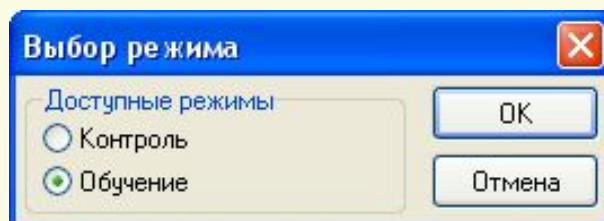
Единицей измерения реактивной емкостной мощности конденсатора (как и для индуктивности) является *вольт-ампер реактивный* или сокращенно – **Вар**, или в производных единицах *киловольт-ампер реактивный (кВАр)* и т.д.

# Однофазный переменный ток



## ТЕСТ – Отдельные электроприемники в однофазной цепи

При нажатии на расположенную внизу кнопку-гиперссылку «ТЕСТ» запускается тестирующая программа и предоставляет пользователю выборку пяти вопросов и задач из общего количества 34 по теме раздела. При этом появляется окно *Выбор режима*.



В этом окне следует отметить пункт *Обучение* и после – нажать кнопку *Ок*, так как тестирование в настоящем пособии проводится только в режиме *Обучение*. При ошибочных ответах пользователя на вопросы теста приводятся подсказки в виде правильных ответов (в режиме контроля подсказки отсутствуют).



# Однофазный переменный ток



## Литература и электронные средства обучения

### *Основная литература*

1. Касаткин А.С. Электротехника: учеб. для вузов / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 10-е изд. стер. – М.: Изд. Центр «Академия», 2007. – 544с.
2. К.Я. Вильданов, С.Т Гейдаров, И.Г. Забора и др. Электротехника и электроника. Элементы теории и задания к контрольным работам: Учебно-методическое пособие для студентов строительных специальностей. – М.: МГАКХиС, 2011. – 89 с.

### *Электронные средства обучения*

1. А.С. Касаткин, М.В. Немцов. Электротехника. Электронная версия учебника по электротехнике и электронике, 2009. (формат – веб-страницы).
2. И.Г. Забора. Часть 1. Электрические цепи и измерения. Электронное учебное пособие по лабораторным работам, 2014. (формат – веб-страницы).



**ЛЕКЦИЯ ОКОНЧЕНА**

***Благодарю за внимание!***