

# Лекции по гидродинамике

## Часть 1

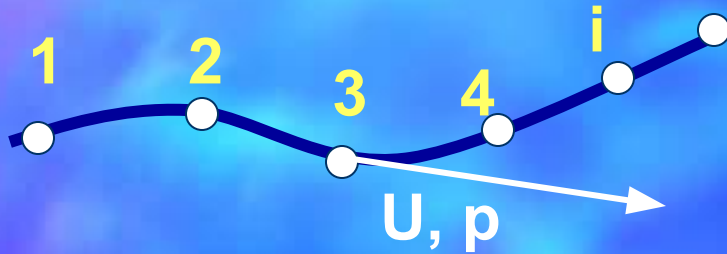
Гидродинамика изучает законы движения жидкостей и рассматривает приложения этих законов к решению практических инженерных задач



# Введение в гидродинамику

## Виды движения

Траектория жидкой частицы



В точках пространства 1, 2, .. i жидкость обладает разными скоростями и давлениями

Движение

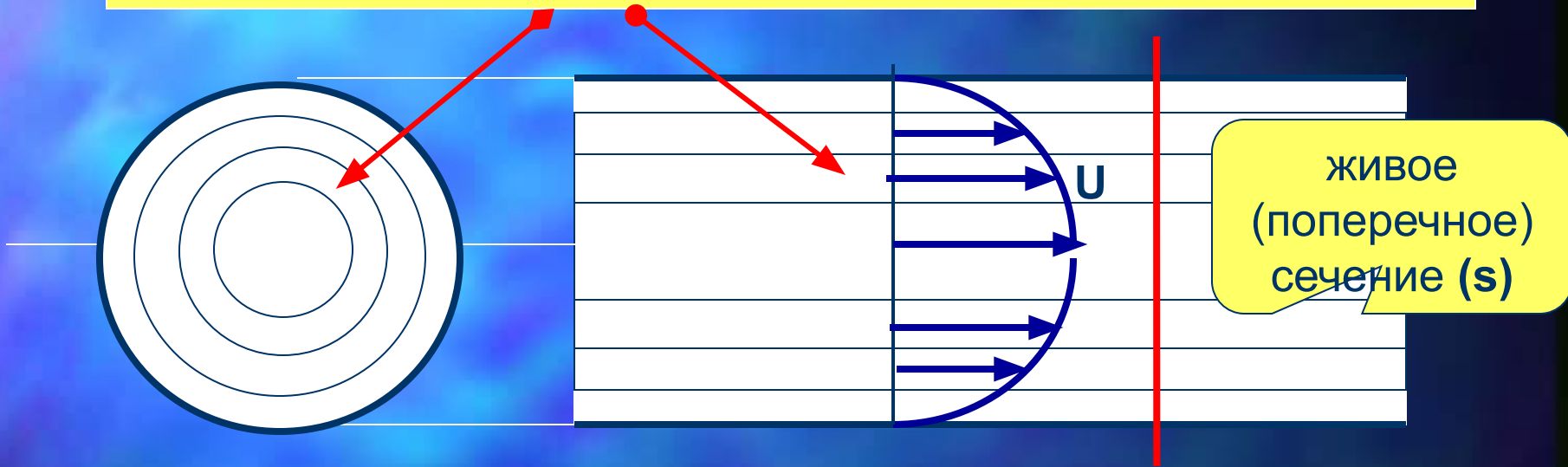
Установившееся  
 $u=f(x,y,z); p=f(x,y,z)$

Неустановившееся  
 $u=f(x,y,z,t); p=f(x,y,z,t)$



# Элементарная струйка и поток жидкости

Элементарная струйка, скорость  $U$ , сечение  $ds$



**Поток жидкости** – совокупность элементарных струек, движущихся с разными скоростями

**Живое (поперечное) сечение** – сечение, перпендикулярное направлению скоростей

$$S = \pi d^2 / 4$$

-площадь сечения

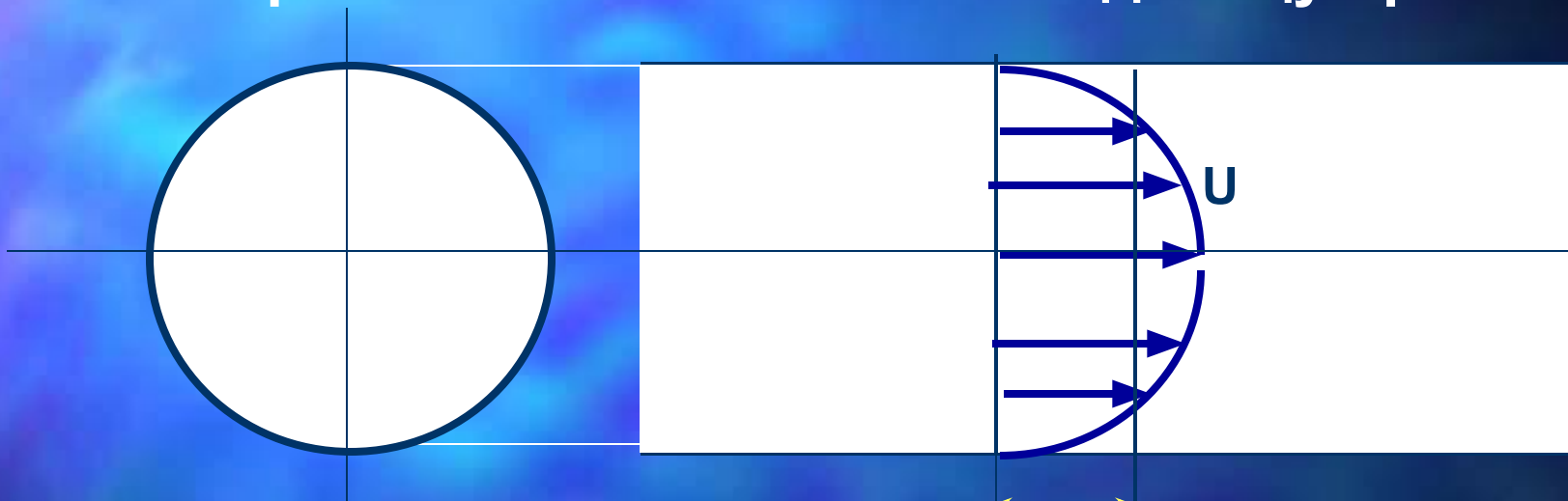
$$\Pi = \pi d$$

-смоченный периметр



# Расход и средняя скорость

**Расход** – количество жидкости, проходящее через поперечное сечение потока за единицу времени



$v$  – средняя скорость

$Q = \int dQ = \int u ds = v \cdot S$  -м<sup>3</sup>/с, объёмный расход

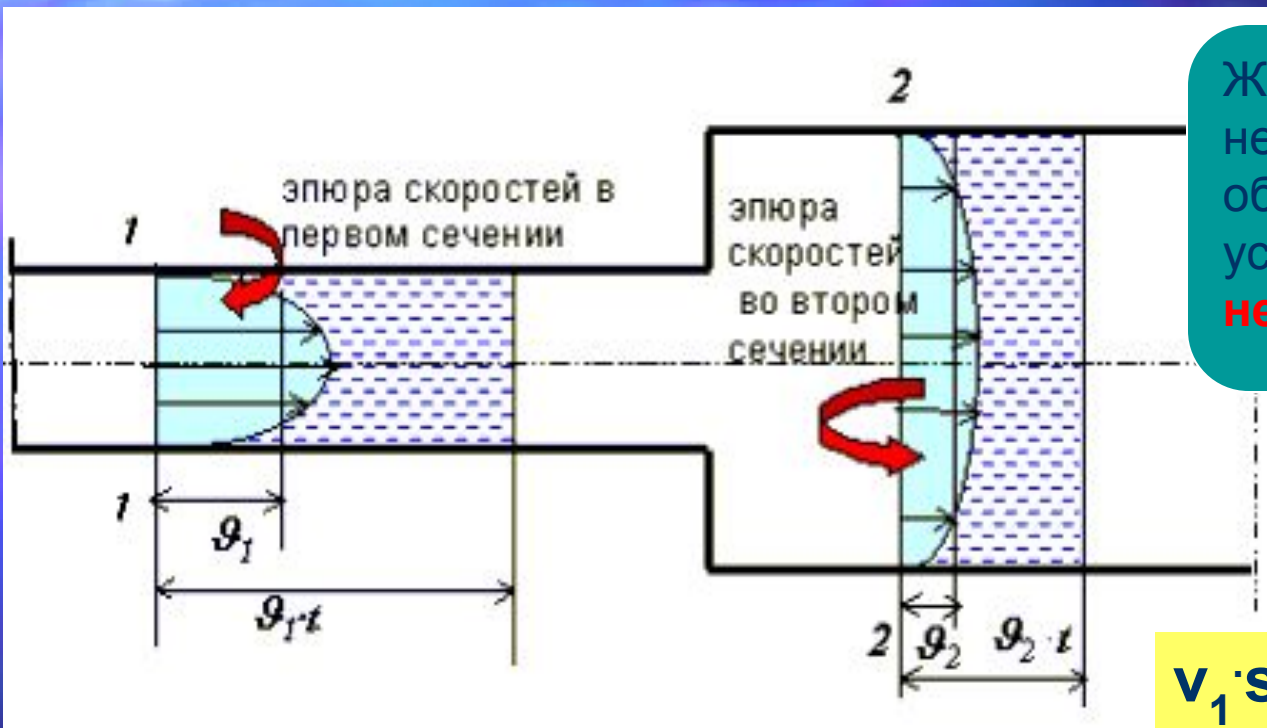
1 литр = 10<sup>-3</sup> м<sup>3</sup>

$Q_m = \rho Q = \rho \cdot v \cdot S$  -кг/с, массовый расход

$Q_G = \rho g Q = \rho \cdot g \cdot v \cdot S$  -н/с, весовой расход



# Уравнение неразрывности



Жидкость несжимаема и в ней невозможно образование пустот. Это условие **сплошности** или **неразрывности** движения

$$v_1 \cdot t \cdot s_1 = v_2 \cdot t \cdot s_2$$

$$v_1 \cdot s_1 = v_2 \cdot s_2 = Q = \text{const}$$

$$W_1 = v_1 \cdot t \cdot s_1 - \text{объём через сеч. 1-1}$$

$$W_2 = v_2 \cdot t \cdot s_2 - \text{объём через сеч. 2-2}$$

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot s_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot s_2 = Q_m = \text{const} - \text{для газа}$$

$$v_1 / v_2 = s_2 / s_1$$

- скорости обратно пропорциональны площадям сечений



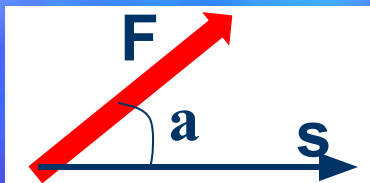


# Энергия и работа

## Энергия

Определяет запас работы, которую может совершить тело, изменяя свое состояние

## Работа



Скалярное произведение силы на перемещение под действием этой силы.  $A = F \cdot s \cdot \cos a$

**Энергия** – это **невостребованная работа**, математическая абстракция, **формула**, по которой можно вычислить максимальную работу

$\eta = \text{работа} / \text{энергия} = A / E$  - к.п.д. механизма



# Виды энергии

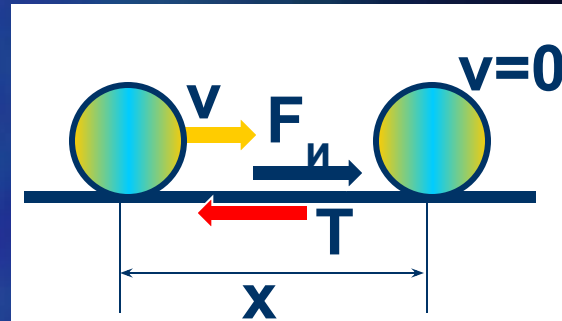
Энергия жидкости

потенциальная

кинетическая

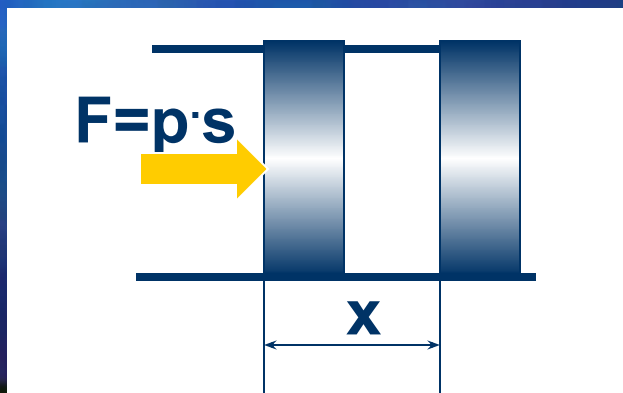
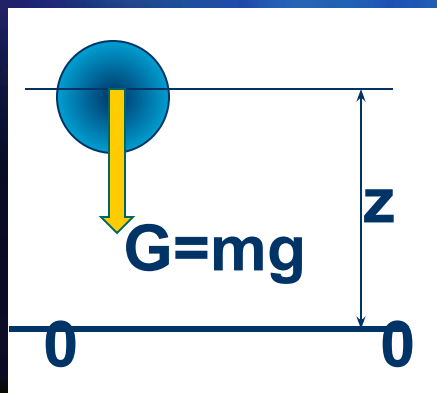
положения  $E_z$

давления  $E_p$



$$E_z = mgz$$

$$E_p = Fx = p \cdot s \cdot x = pW = mp/\rho$$

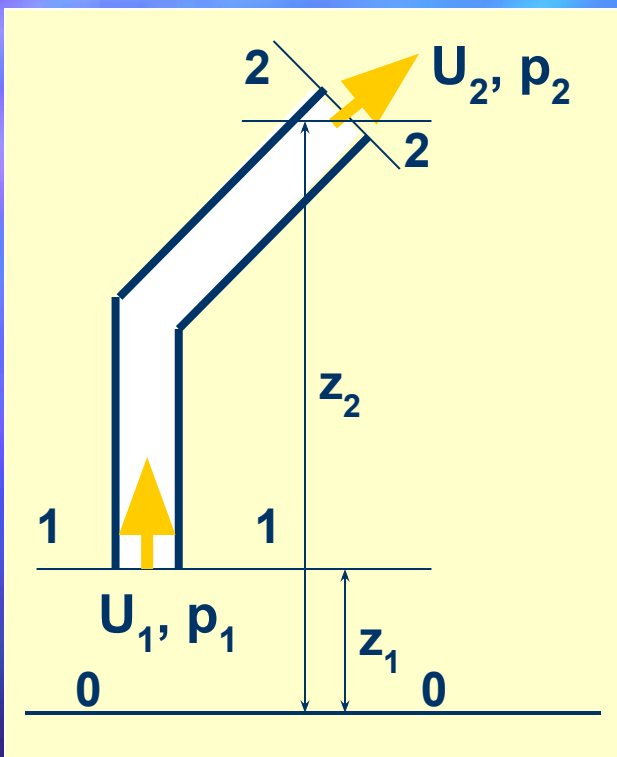


$$E_k = T \cdot x = F_{и} \cdot x \\ = m a \cdot x = m \cdot v/t \cdot \\ v/2 \cdot t = mv^2/2$$



# Закон сохранения энергии – уравнение Бернулли

Идеальная жидкость, элементарная струйка



$$E = dmgz + dmp/\rho + dm u^2/2$$

полная энергия массы  $dm$  жидкости

$$E_1 = E_2$$
$$dmgz_1 + dmp_1/\rho + dm u_1^2/2 =$$
$$dmgz_2 + dmp_2/\rho + dm u_2^2/2$$

$$z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g$$

При движении идеальной жидкости  
полная энергия сохраняется.  
Возможен переход одного вида  
энергии в другой

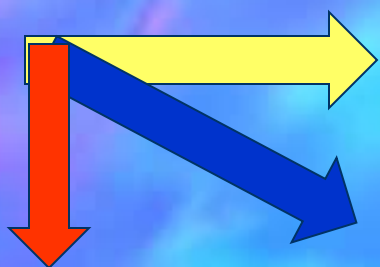
Уравнение Бернулли  
(1738)



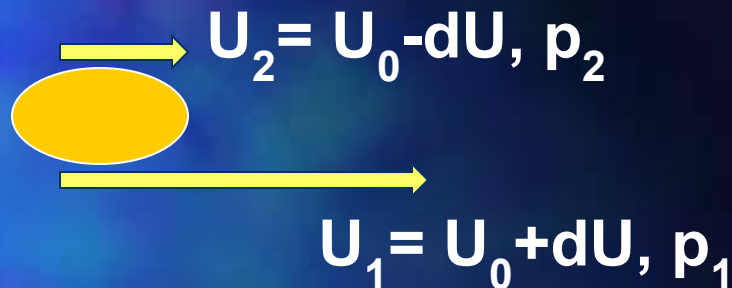


# Примеры применения уравнения Бернулли

## Двигатель Флетнера (турбопарус)

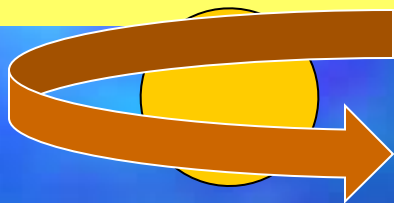
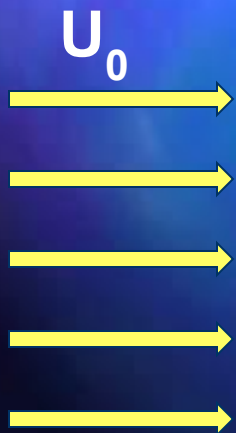


сила давления ветра



результатирующая сила

$F_U$  - сила из-за разницы скоростей



$$z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g$$

Если  $u_2 < u_1$ , то  $p_2 > p_1$

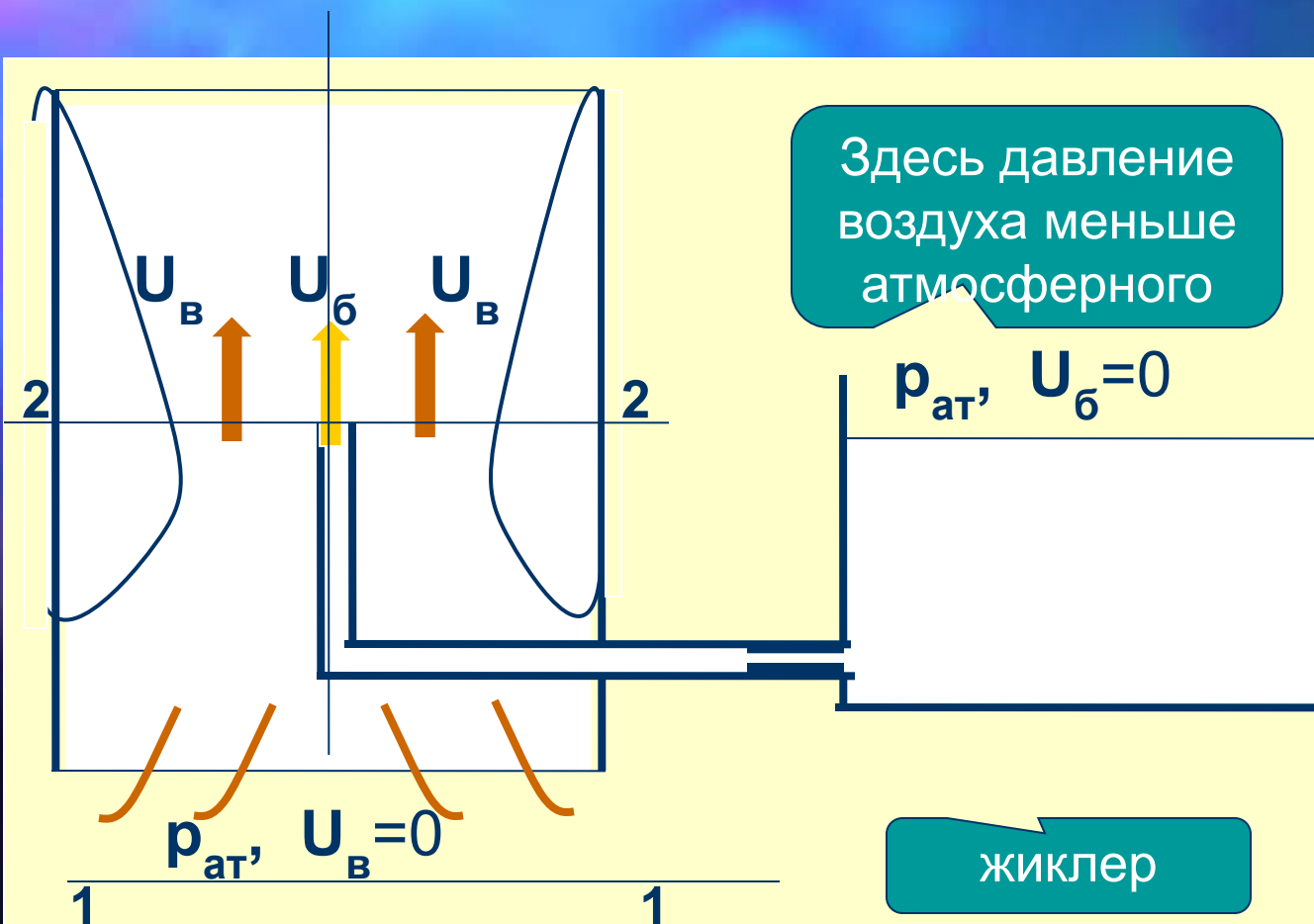
$$F_U = (p_2 - p_1) \cdot s$$



# Примеры применения уравнения Бернулли

## Карбюратор

$$z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g$$



Здесь давление воздуха меньше атмосферного

$p_{ат}$ ,  $u_6 = 0$

жиклер

Если  $u_2 > u_1$ ,  
то  $p_2 < p_1$ , то  
есть в сечении  
2-2 давление  
меньше  
атмосферного.

Бензин  
вытекает в  
поток воздуха.



# Кинетическая энергия потока жидкости



Кинетическая энергия массы  $m$  потока жидкости – сумма энергий отдельных струек

$$E_k = \int dm u^2 / 2 = \alpha m v^2 / 2$$

Чем больше **неравномерность скоростей  $u$** , тем больше  $\alpha$ . Для ламинарного режима  $\alpha=2$ , для турбулентного  $\alpha=1,1-1,2$  (на практике принимается **1**).

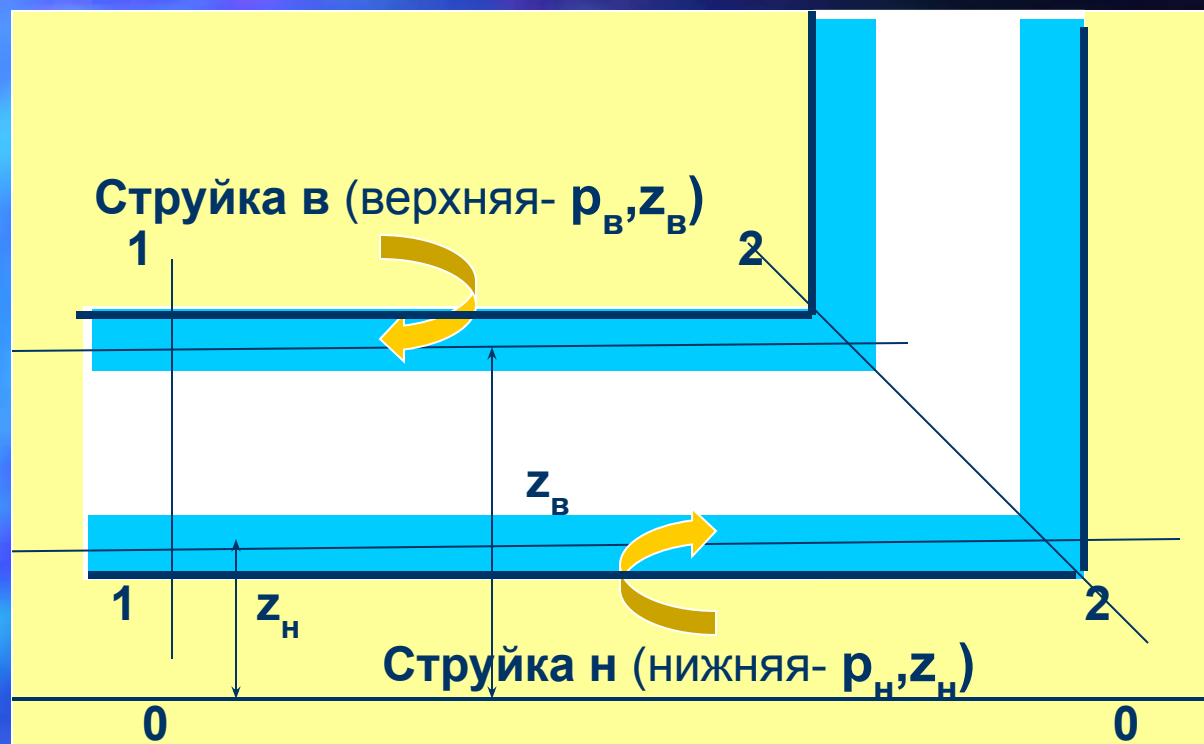
**Коэффициент Кориолиса  $\alpha$**  - отношение действительной кинетической энергии к энергии, определяемой по средней скорости



# Потенциальная энергия потока жидкости

В сеч. 1-1 нет сил инерции, давление распределяется по гидростатическому закону

$$\begin{aligned} p_v + \rho \cdot g \cdot z_v &= p_n + \\ \rho \cdot g \cdot z_n &= p + \rho \cdot g \cdot z \\ &= \text{const} \end{aligned}$$



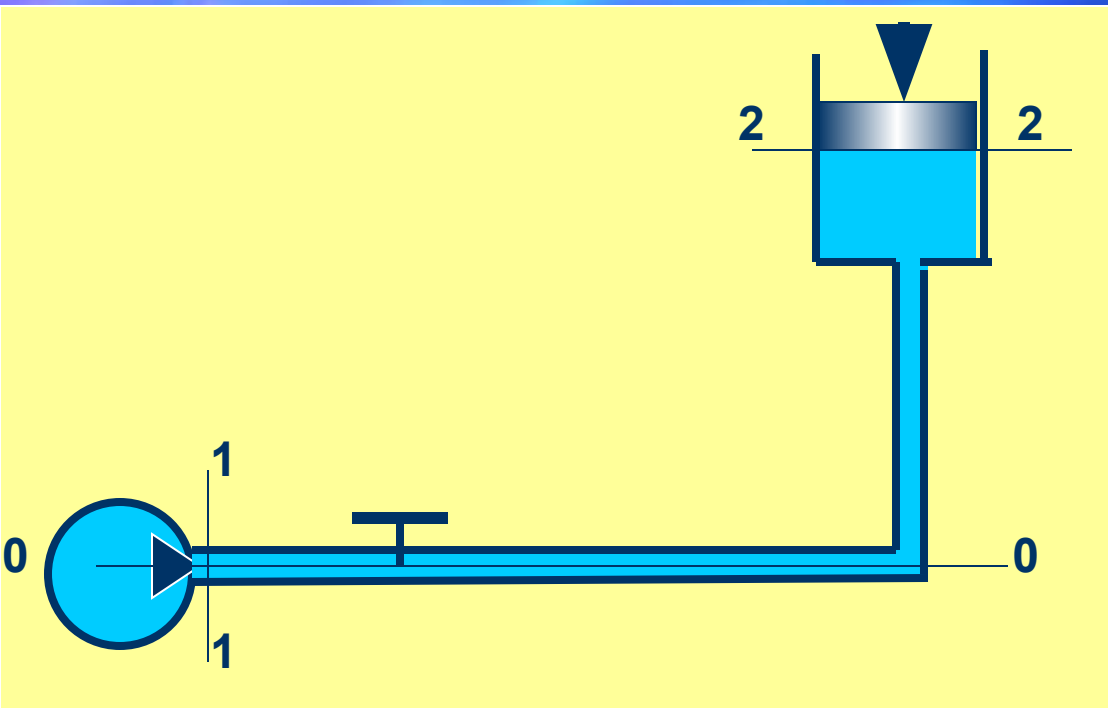
$$\begin{aligned} E_n &= \int dm(gz + p/\rho) = \int dm(gz + p/\rho) = \\ &= mgz + mp/\rho \end{aligned}$$

В сеч. 2-2 появляется сила инерции, давление НЕ распределяется по гидростатическому закону

Потенциальная энергия массы  $m$  потока жидкости – сумма энергий отдельных струек



# Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости



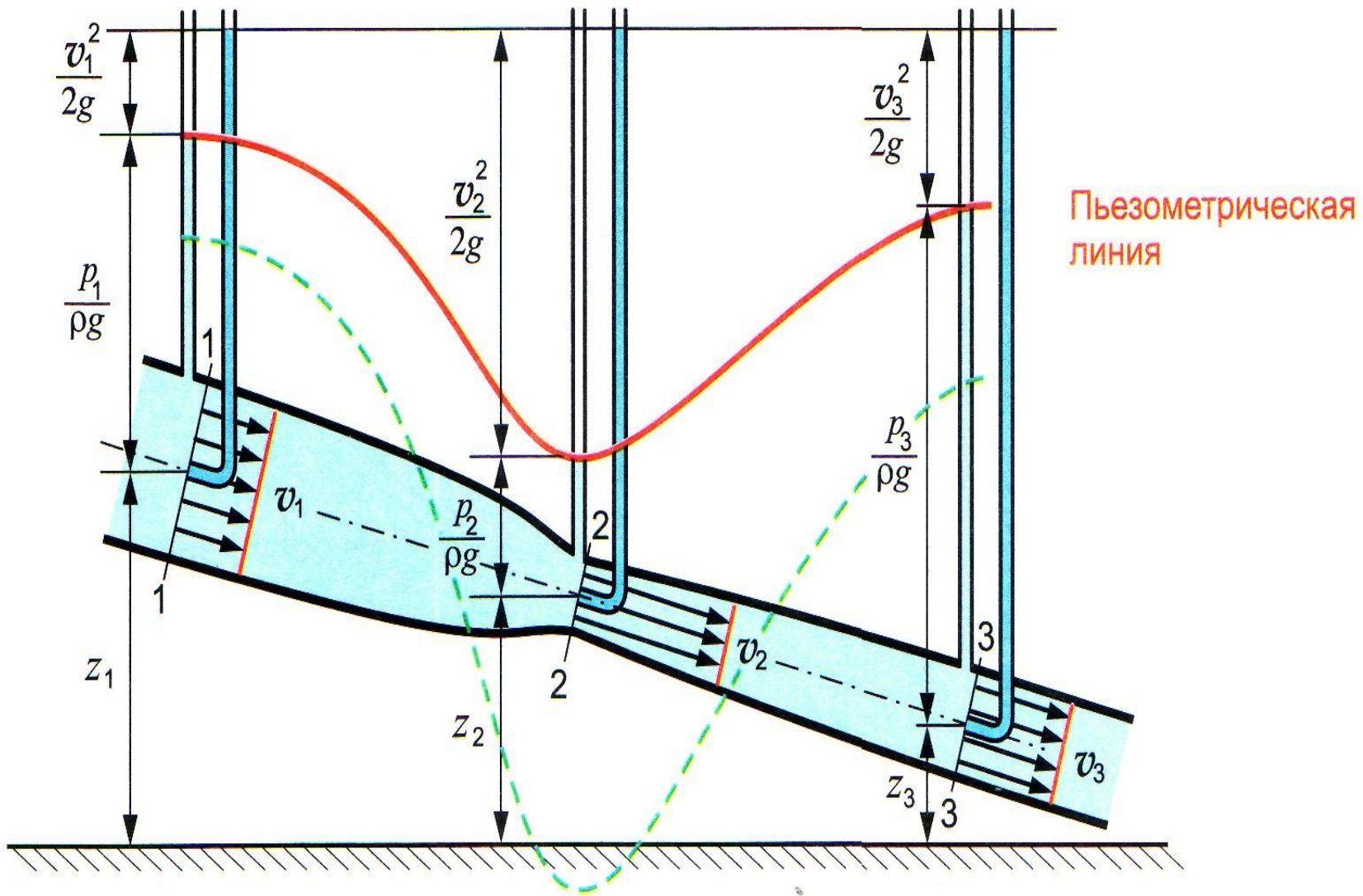
$$E = mgz + m\rho/\rho + \alpha mv^2/2$$

Полная энергия массы  $m$  потока жидкости в любом сечении, равна сумме потенциальной и кинетической

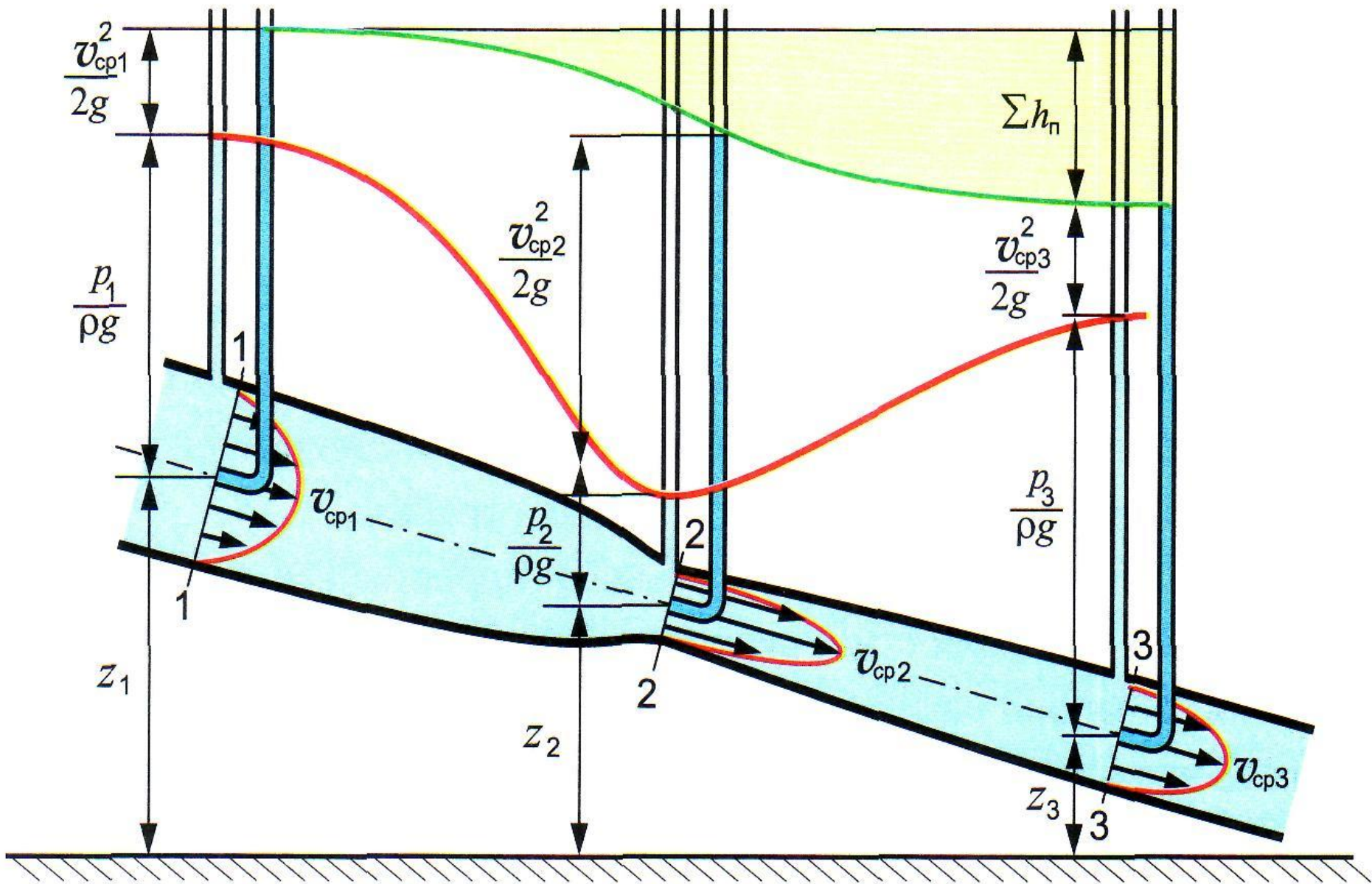
$$E_1 = E_2 + \delta E$$
$$mgz_1 + m\rho_1/\rho + \alpha_1 mv_1^2/2 = mgz_2 + m\rho_2/\rho + \alpha_2 mv_2^2/2 + \delta E$$

Потери энергии при движении жидкости от сеч. 1-1 к сеч. 2-2









# Удельная энергия

$$E = mgz + m\rho/\rho + \alpha mv^2/2$$

Полная энергия,  
джоули (Н\*м)

**УДЕЛЬНАЯ** - энергия, отнесенная к количеству вещества (объёмному, или массовому, или весовому)

$$E/G = E/mg = z + p/\rho g + \alpha v^2/2g = H$$

Гидродинамический напор – энергия единицы веса, метры

$$E/W = E/(m/\rho) = \rho g z + p + \alpha \rho v^2/2$$

Полное давление – энергия единицы объёма, Па



# Напор

Это энергия, отнесенная к весу жидкости

Измеряется в метрах

Используется для построения графиков изменения различных видов энергии по длине потока

$$z_1 + p_1/\rho g + \alpha_1 v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + \alpha_2 v_2^2/2g + h_{1-2}$$

## Напор



геометрический

$z_1, z_2$



пьезометрический

$p_1/\rho g, p_2/\rho g$



Потери напора на преодоление сопротивлений

скоростной  
 $v_1^2/2g, v_2^2/2g$



# Давление

Это энергия, отнесенная к объёму жидкости

Измеряется в Паскалях

Используется при расчете гидроприводов и других систем

$$\rho g z_1 + p_1 + \alpha_1 \rho v_1^2 / 2 = \rho g z_2 + p_2 + \alpha_2 \rho v_2^2 / 2 + \delta p_{1-2}$$

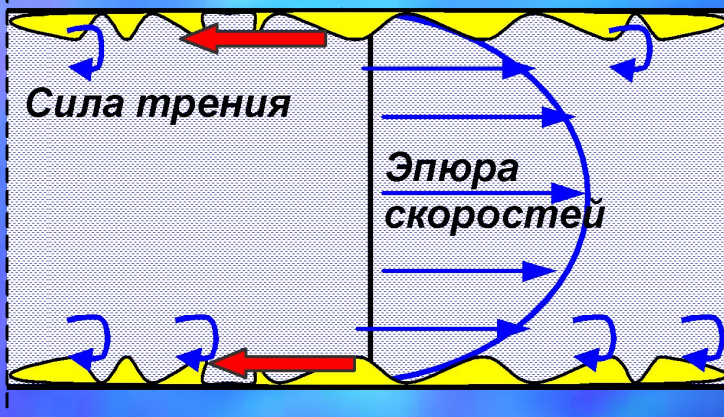
## Давление





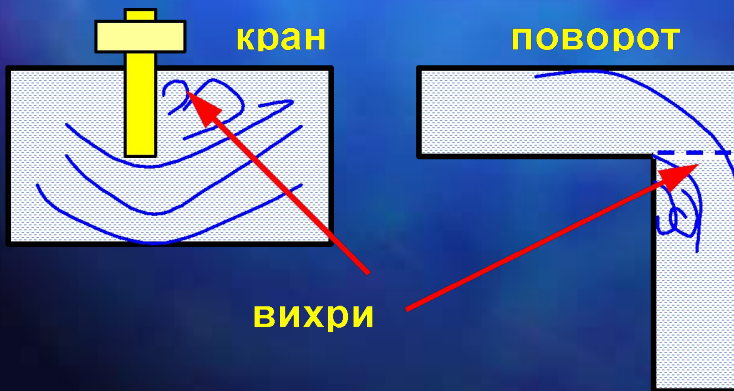
# Физическая природа гидравлических сопротивлений

- ✓ **Сопротивления по длине**, обусловленные силами трения и обтеканием граничных поверхностей



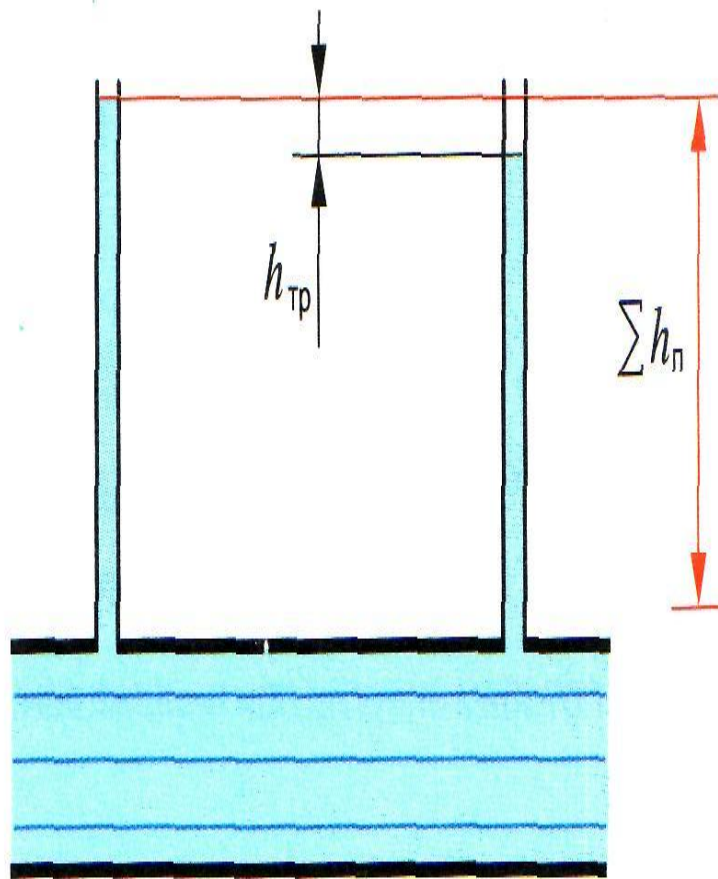
Энергия тратится на работу по преодолению силы **трения** и на вихреобразование при обтекании микронеровностей стенки турбулентным потоком

- ✓ **Местные сопротивления**, обусловленные деформацией потока, в связи с препятствиями на его пути

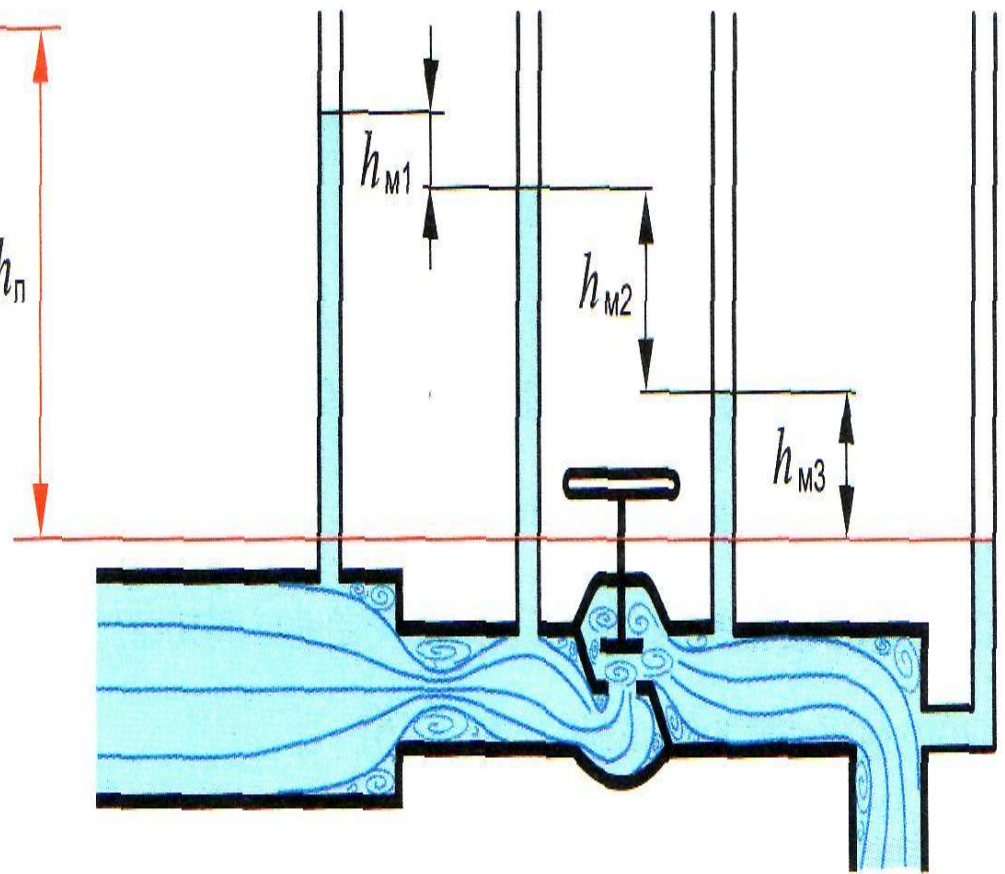


Энергия тратится на работу по преодолению силы инерции при деформации потока и на вихреобразование





a



б

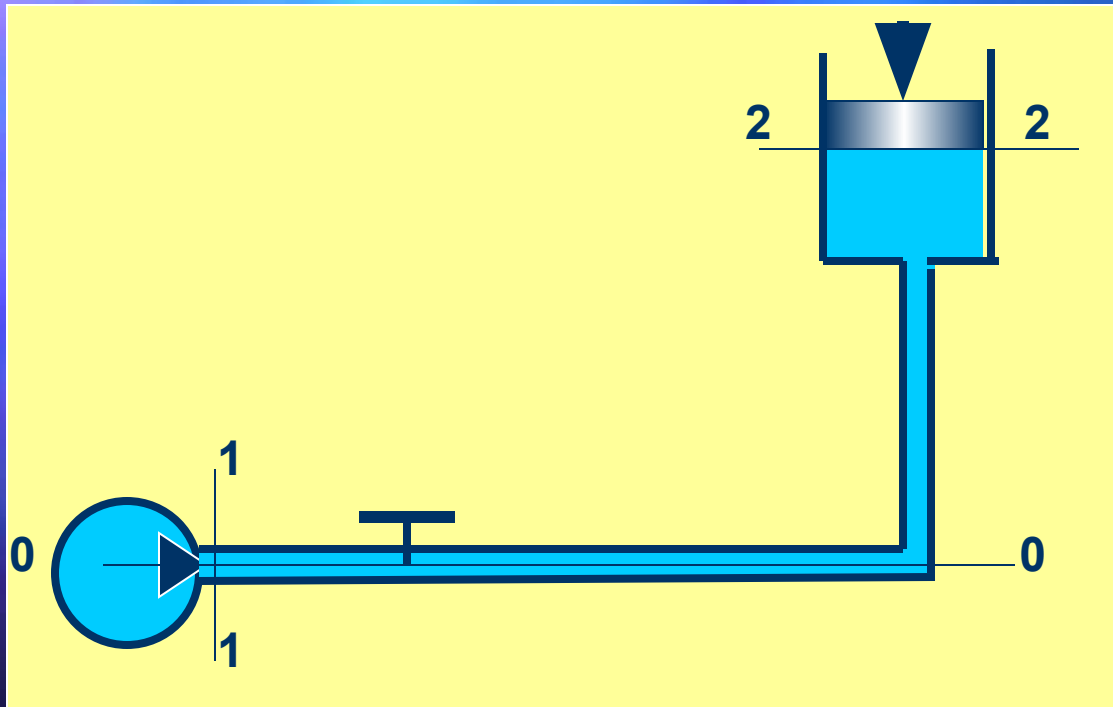
в

г



# Гидравлические сопротивления в уравнении Бернулли

$$z_1 + p_1/\rho g + \alpha_1 v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + \alpha_2 v_2^2/2g + h_{1-2}$$



Потери удельной энергии (напора) при движении жидкости от сеч. 1-1 к сеч. 2-2:

$$h_{1-2} = h_{\text{дл}} + \sum h_{\text{м}}$$

$$h_{1-2} = h_{\text{дл}} + h_{\text{кр}} + h_{\text{пов}} + h_{\text{вых}}$$

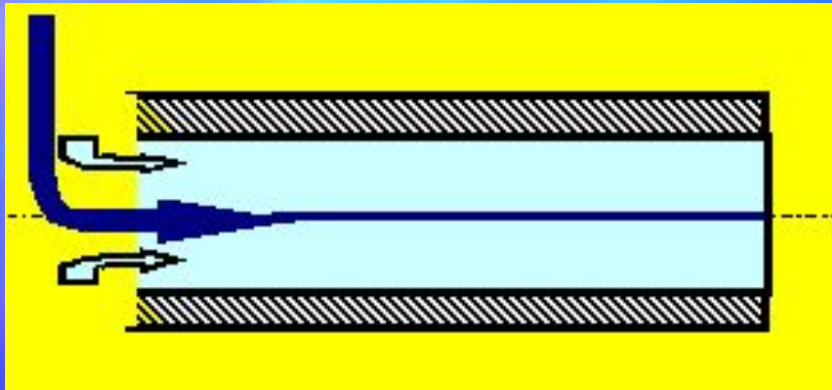
местные потери

$h_{\text{дл}}$  - сопротивления по длине,

$\sum h_{\text{м}}$  - местные сопротивления



# Режимы движения



Струйка краски параллельна оси трубы. Слои жидкости не перемешиваются. **Ламинарное движение** (от латинского lamina – слой)



Струйка краски распалась на отдельные вихри. Слои жидкости перемешиваются в поперечном направлении. **Турбулентное движение** (от латинского turbulentus – хаотический, беспорядочный)



# Число Рейнольдса Re

$$Re = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\eta} = \frac{v \cdot d}{\nu}$$

$\eta$  - динамический коэффициент вязкости

$\nu = \frac{\eta}{\rho}$  - кинематический коэффициент вязкости

Число (критерий) Рейнольдса).  
Re-мера отношения силы инерции к силе трения



При увеличении скорости растут силы инерции. Силы трения при этом больше сил инерции и до некоторых пор выпрямляют траектории струек

При некоторой скорости  $v_{кр}$ :

Сила инерции  $F_{и} >$  силы трения  $F_{тр}$ , поток становится турбулентным

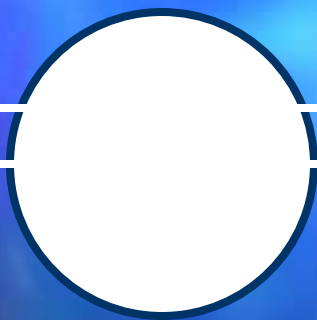


# Критическое число Рейнольдса $Re_{кр}$

## $Re_{кр}$

Число Рейнольдса, при котором ламинарный режим сменяется турбулентным

$Re_{кр}$  зависит от формы сечения канала



$Re_{кр} = 2300$



$Re_{кр} = 1600$

- в таком канале больше поверхность контакта между жидкостью и стенкой и больше локальных возмущающих факторов



# Гидравлический диаметр

$$d_2 = \frac{4s}{\Pi}$$

Характерный линейный размер сечения.  
S - площадь сечения;  $\Pi$  - смоченный периметр

$$Re = \frac{v \cdot d_2 \cdot \rho}{\eta} = \frac{v \cdot d_2}{\nu}$$

- по этой формуле определяется число Рейнольдса в канале любой геометрии



$$d_2 = \frac{4s}{\Pi} = \frac{4\pi d^2}{4 \cdot \pi d} = d$$



$$d_2 = \frac{4s}{\Pi} = \frac{4\pi(D^2 - d^2)}{4 \cdot \pi(D + d)} = D - d$$



$$d_2 = \frac{4s}{\Pi} = \frac{4\pi d^2 \cdot 2}{8 \cdot \pi d} = d$$





# Потери по длине. Формула Дарси-Вейсбаха

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

$\lambda$  - коэффициент гидравлического трения, зависит от режима движения и состояния поверхности трубопровода

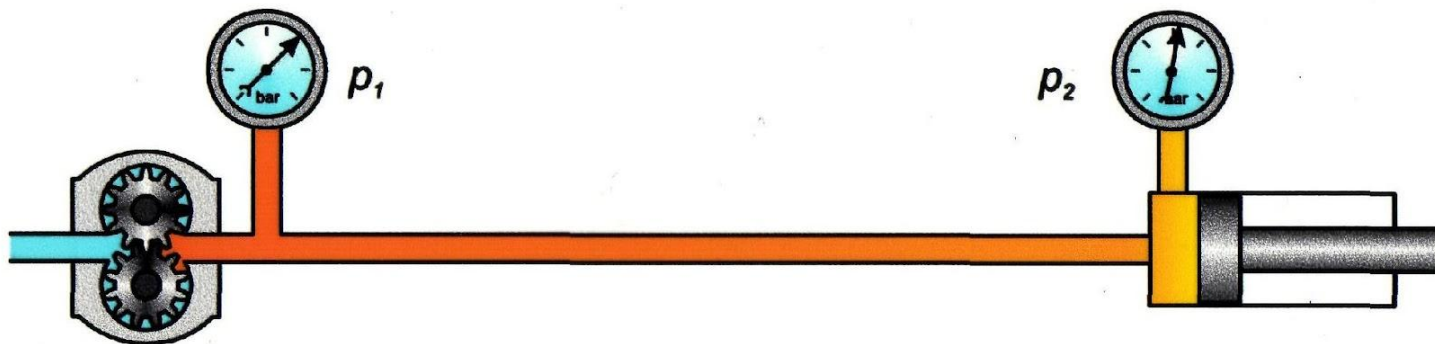
$l, d$  – длина и диаметр трубопровода

$v$  – средняя скорость движения

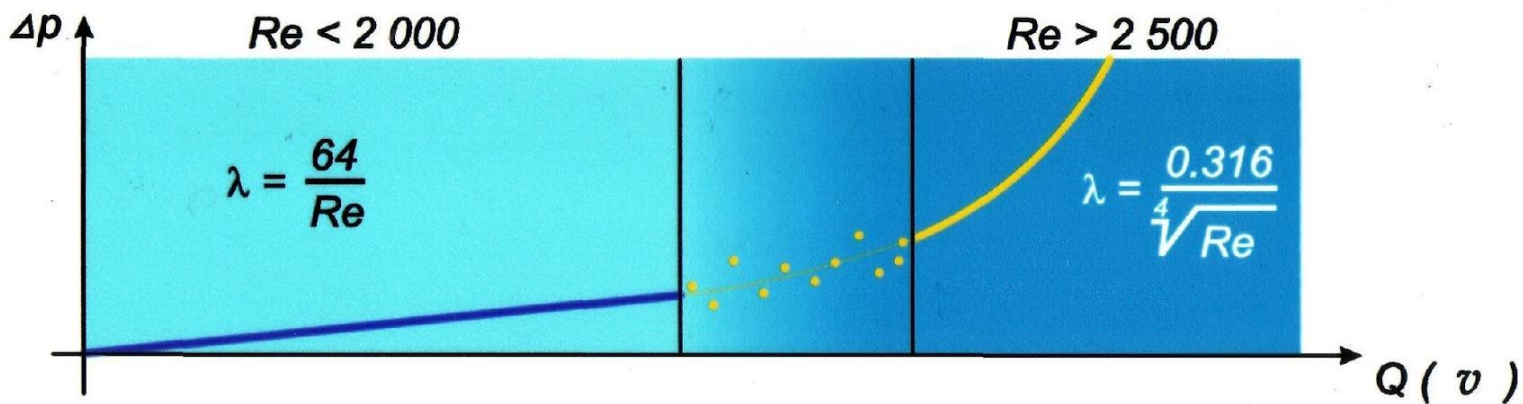




# Потери давления по длине трубопровода



$$\Delta p = \left(\lambda \cdot \frac{l}{d}\right) \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$$



# Местные потери. Формула Вейсбаха

$$h_M = \xi \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Вейсбаха

$\xi$  - коэффициент местного сопротивления, зависит от его вида и конструктивного выполнения

$\xi$  – приводится в справочной литературе

$v$  – средняя скорость движения



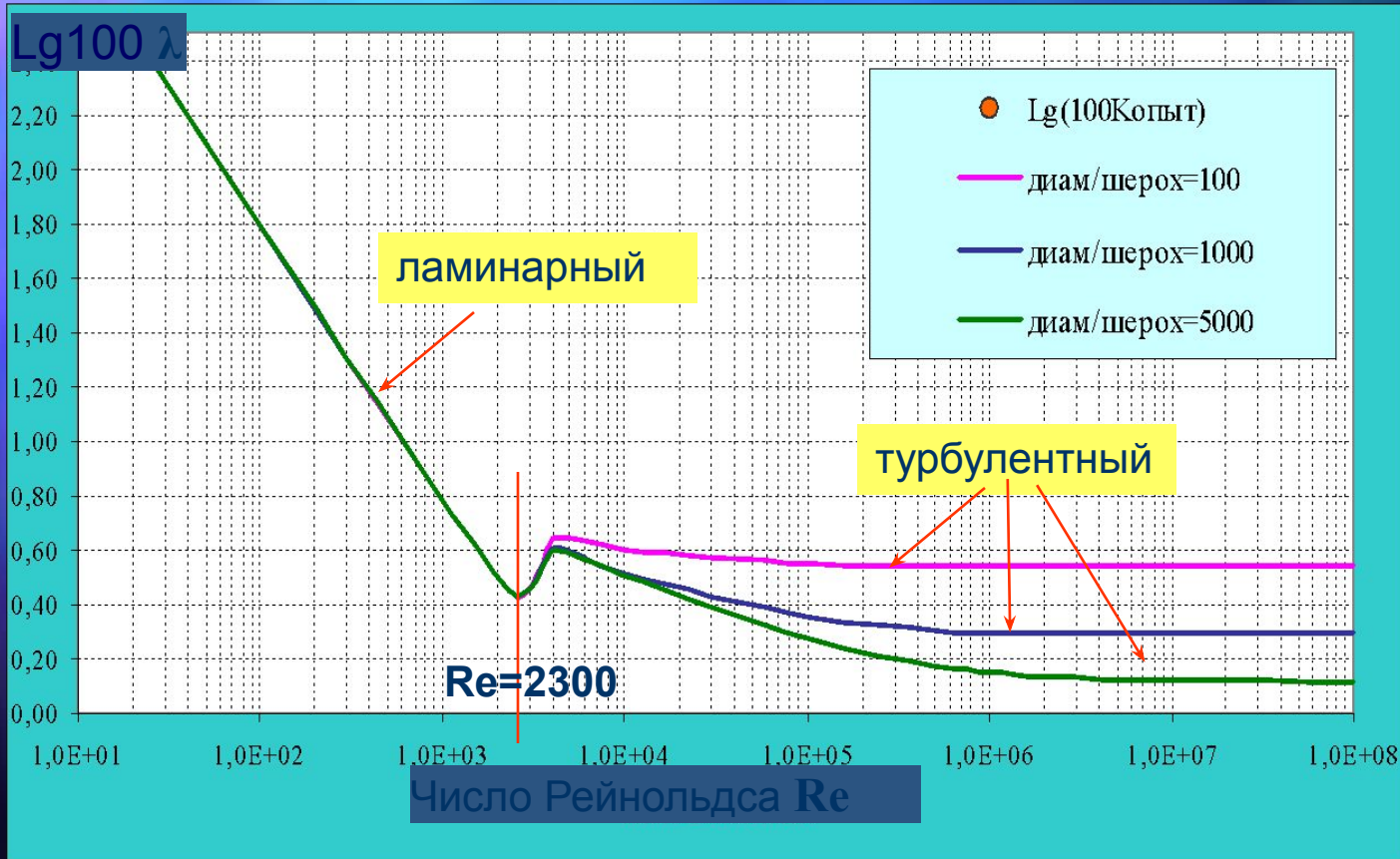
# Коэффициенты местных потерь

	Вид местного сопротивления	Коэфф. $\xi$
	Вход в трубу без закругления входных кромок	0,5
	То же, но при хорошо закругленных кромках	0,1
	Выход из трубы в сосуд больших размеров	1
	Резкий поворот без закругления при угле поворота 90°	1,32
	Колено (плавное закругление) при радиусе закругления (2-7)d (d - диаметр трубы)	0,5 – 0,3
	Кран	5-10
	Вход во всасывающую коробку насоса с обратным клапаном	5-10



# Коэффициент трения

Опыты И. И. Никурадзе (1933) и Г. А. Мурина



$$\lambda = 64 / Re$$

↑  
ламинарный режим

- турбулентный режим

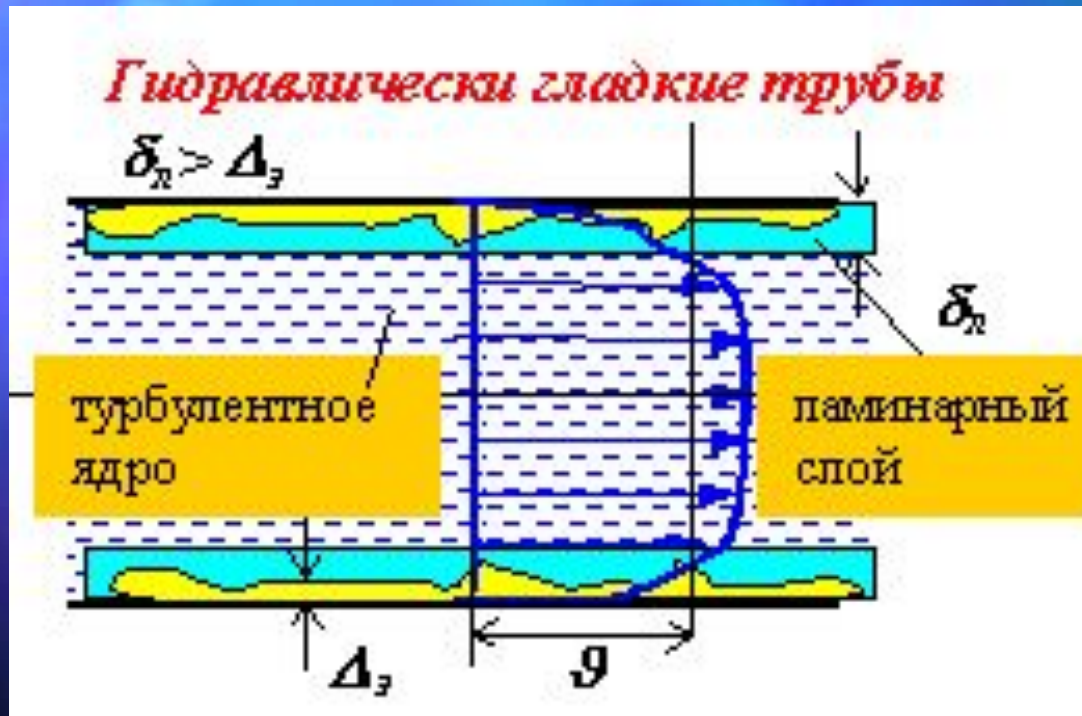




# Гидравлически гладкие трубы

- турбулентный режим

$$\frac{\Delta_z}{d} \ll 68/Re; \lambda = 0,11 \cdot (68/Re)^{0,25}$$



При увеличении скорости движения толщина ламинарного слоя уменьшается

Бугорки шероховатости обтекаются ламинарным потоком и не влияют на сопротивление

$$Re_\delta = \frac{u_\delta \cdot \delta_L}{\nu} \ll 2300$$

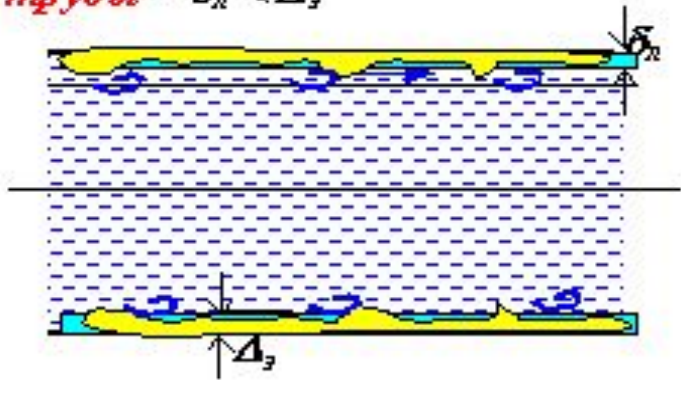
Условие для определения толщины ламинарного слоя



## Гидравлически шероховатые трубы

При увеличении скорости толщина ламинарного слоя уменьшается

Гидравлически шероховатые  
трубы -  $\delta_{\text{л}} < \Delta_{\text{з}}$

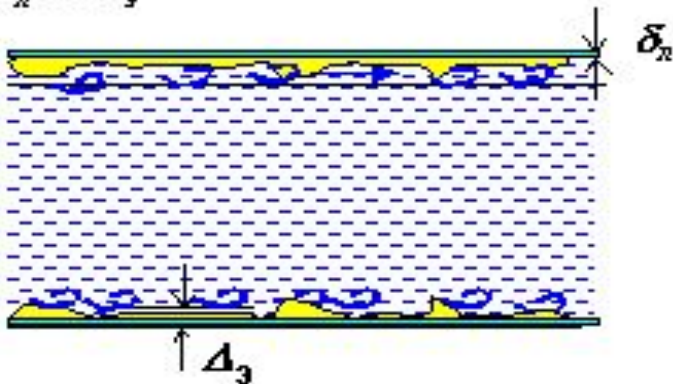


Бугорки шероховатости выступают в турбулентное ядро, с них срываются вихри. А это дополнительное сопротивление

При дальнейшем увеличении скорости

Абсолютно шероховатые трубы

$\delta_{\text{л}} \ll \Delta_{\text{з}}$



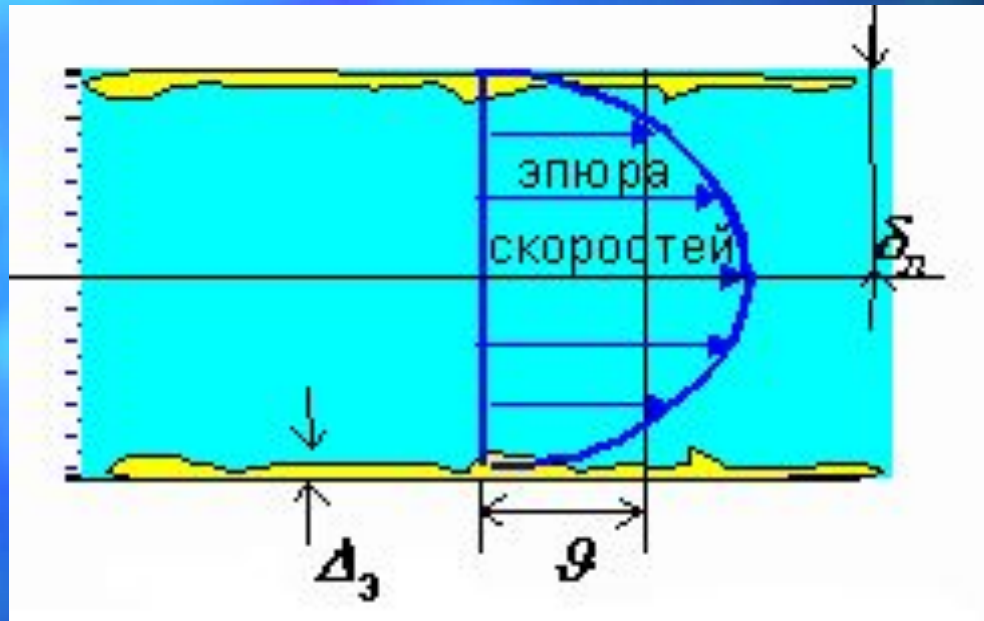
Ламинарный слой очень тонкий. Все бугорки шероховатости выступают в турбулентное ядро и полностью определяют сопротивление трубы.





# Ламинарный режим

Ламинарный режим существует по всему сечению трубы



$$\lambda = 64/Re$$

- при ламинарном режиме

Бугорки шероховатости покрыты ламинарной пленкой и не оказывают влияния на сопротивление трубы





# Рекомендации для расчетов

$\lambda = 64 / \text{Re}$  - при ламинарном режиме

- при турбулентном  
режиме

При проведении расчетов то слагаемое, которое несущественно, дает незначительный вклад в величину коэффициента трения



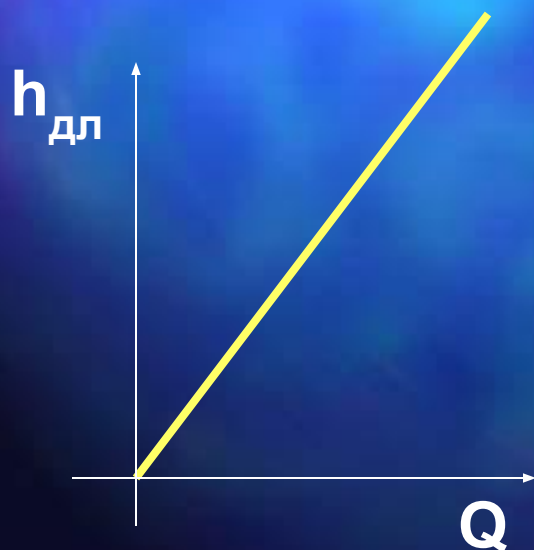
# Зависимость потерь по длине от расхода (ламинарный режим)

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

Формула Пуазейля

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l v^2}{d 2g} = \frac{64}{\text{Re}} \frac{l v^2}{d 2g} = \frac{64 \cdot v}{v \cdot d} \frac{l v^2}{d 2g} = \frac{32v \cdot l \cdot v}{d^2 g} = \frac{128v \cdot l \cdot Q}{\pi d^4 g}$$



При ламинарном режиме  
потери по длине  
пропорциональны  
расходу в первой степени



# Зависимость потерь по длине от расхода (турбулентный режим)

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

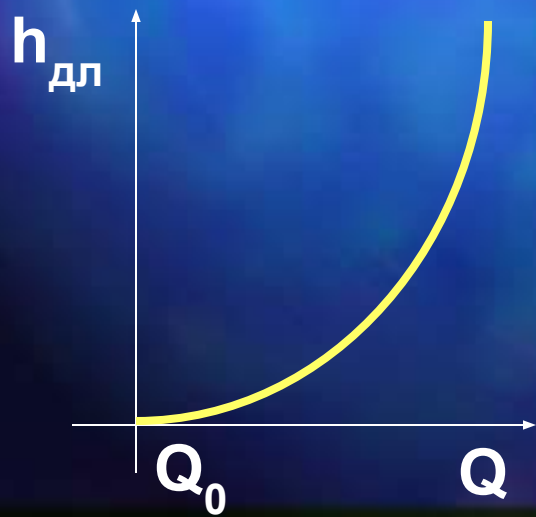
$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68v}{v \cdot d} + \frac{\Delta_{\text{э}}}{d} \right)^{0,25}$$

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = 0,11 \cdot \left( \frac{68v}{v \cdot d} \right)^{0,25} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \approx v^{1,75} \approx Q^{1,75}$$

Гидравлически  
гладкие трубы

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = 0,11 \cdot \left( \frac{\Delta_{\text{э}}}{d} \right)^{0,25} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \approx v^2 \approx Q^2$$

Абсолютно  
шероховатые  
трубы



При турбулентном режиме  
потери по длине  
пропорциональны  $Q^{1,75-2}$

