

Закон всемирного тяготения

Второй закон Ньютона

$$\vec{F}_p = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_T = m\vec{g}$$

$$\vec{g} = \overrightarrow{const}$$

Действие гравитационных сил **прямо пропорционально массе тела**, на которое они воздействуют!

Третий закон Ньютона

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$



Гравитационная сила, возникающая между двумя телами **пропорциональна массам обоих тел!**

$$a_{ц} = \frac{v^2}{R} \quad v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$a_{цл} = \frac{4\pi^2 R}{T_{л}^2} = 2,72 \times 10^{-3} \text{ м/с}^2$$

$$\frac{g_3}{a_{цл}} = \frac{9,81}{2,72 \times 10^{-3}} \approx 3600$$

$$\frac{R}{R_3} = \frac{3,84 \times 10^8}{6,371 \times 10^6} \approx 60$$



$$T_{л} \approx 27,3 \text{ дн} = 2358720 \text{ с}$$

$$R \approx 384\,000 \text{ км} = 3,84 \times 10^8 \text{ м}$$

Закон всемирного тяготения

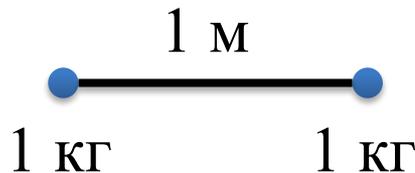
Сила взаимного притяжения двух тел прямо пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad [G] = \left[\frac{\text{Н} \times \text{м}^2}{\text{кг}^2} \right]$$

G — гравитационная постоянная.



$$F = G \text{ (численно)}$$





Генри Кавендиш
1731 — 1810

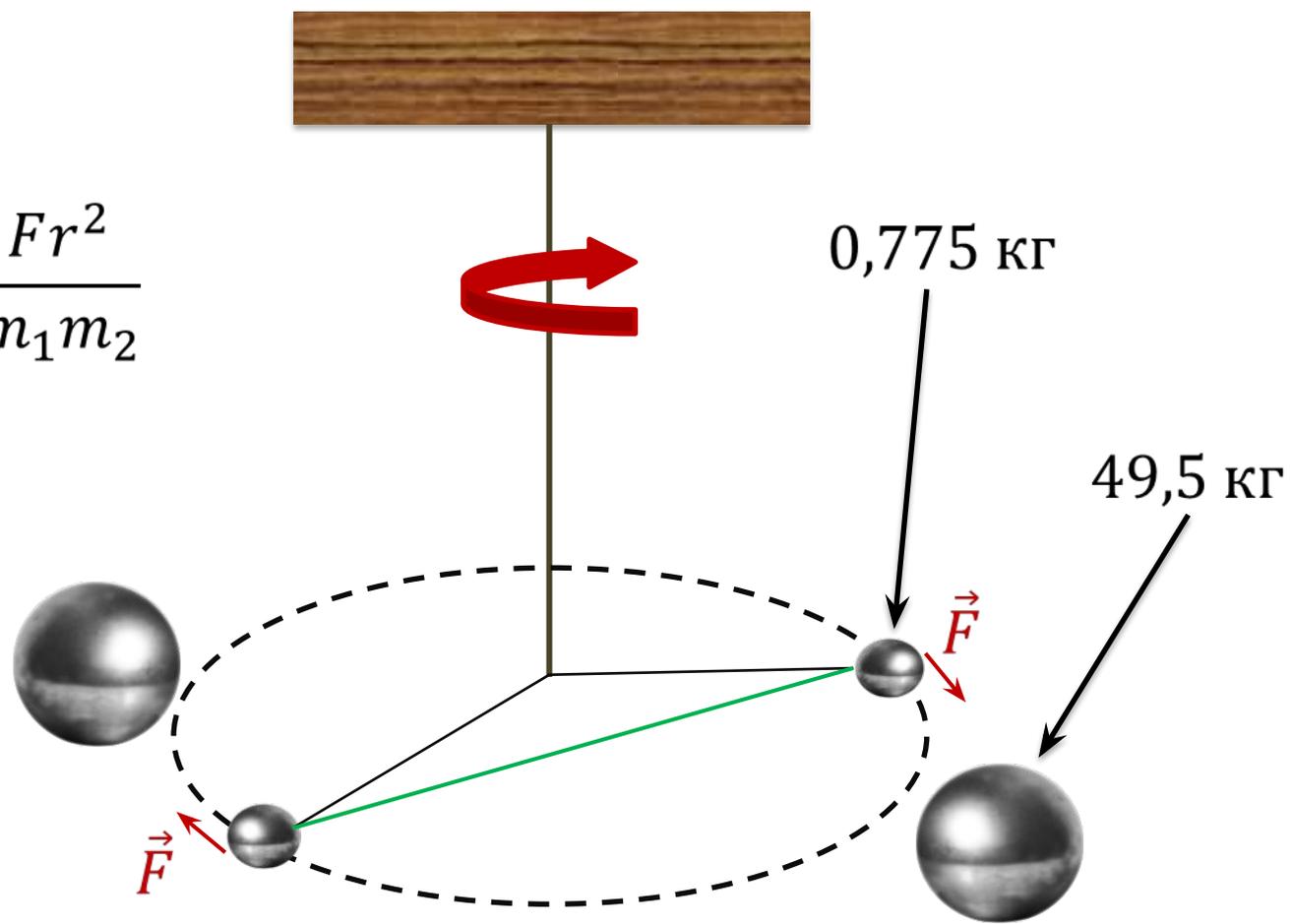


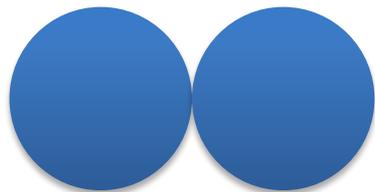
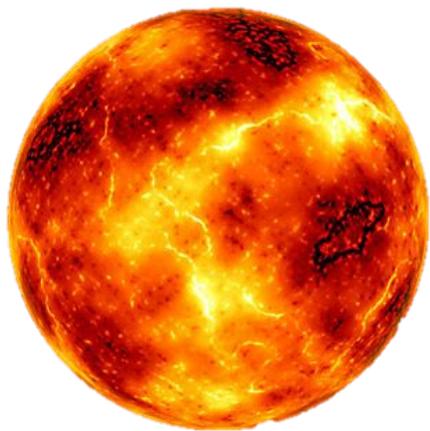
Крутильные весы, 1798 г.

$$G = 6,754 \times 10^{-11} \frac{\text{Н} \times \text{м}^2}{\text{кг}^2} (1798 \text{ г})$$

$$G = 6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Н} \times \text{м}^2}{\text{кг}^2} (\text{сегодня})$$

$$G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$$





Юпитер обладает массой $1,9 \times 10^{27}$ кг и радиусом 69911 км
Определите ускорение свободного падения на Юпитере.

Дано:

$$M = 1,9 \times 10^{27} \text{ кг}$$

$$R = 69911 \text{ км}$$

$$g - ?$$

$$F_T = mg$$

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

$$mg = G \frac{Mm}{R^2}$$

$$g = G \frac{M}{R^2} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 1,9 \times 10^{27}}{(69911000^2)} = 25,9 \text{ м/с}^2$$





Вычислите, на какой высоте над поверхностью Земли должен находиться геостационарный спутник.

Дано:

$$T = 86400 \text{ с}$$

$$v = \text{const}$$

$$h - ?$$

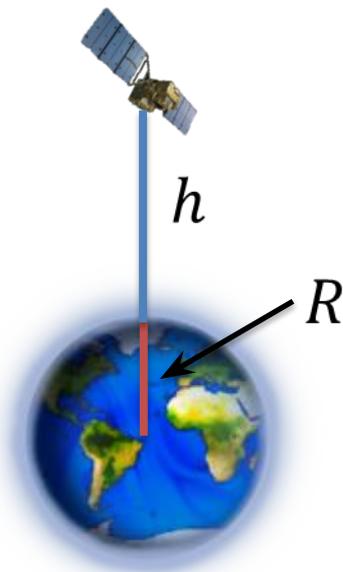
$$\vec{F}_{\text{ц}} = m\vec{a}_{\text{ц}}$$

$$\vec{F}_{\text{Г}} = G \frac{M_3 m}{(R + h)^2}$$

$$\vec{F}_{\text{п}} = m\vec{a}_{\text{ц}} + G \frac{M_3 m}{(R + h)^2} = m\vec{a}$$

$$v = \text{const} \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow$$

$$\vec{F}_{\text{п}} = 0 \Rightarrow G \frac{M_3 m}{(R + h)^2} = m\vec{a}_{\text{ц}}$$



Вычислите, на какой высоте над поверхностью Земли должен находиться геостационарный спутник.

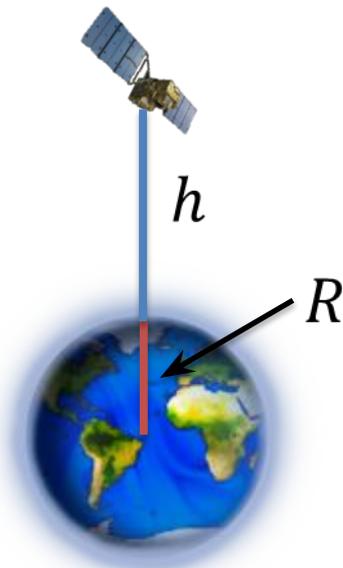
Дано:

$$\begin{array}{l} T = 86400 \text{ с} \\ v = \text{const} \\ \hline h - ? \end{array}$$

$$G \frac{M_3}{(R + h)^2} = \vec{a}_{\text{ц}} \quad a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R + h}$$

$$v = \frac{2\pi(R + h)}{T}$$

$$\frac{GM_3}{(R + h)^2} = \frac{4\pi^2(R + h)}{T^2}$$



Вычислите, на какой высоте над поверхностью Земли должен находиться геостационарный спутник.

Дано:

$$T = 86400 \text{ с}$$

$$v = \text{const}$$

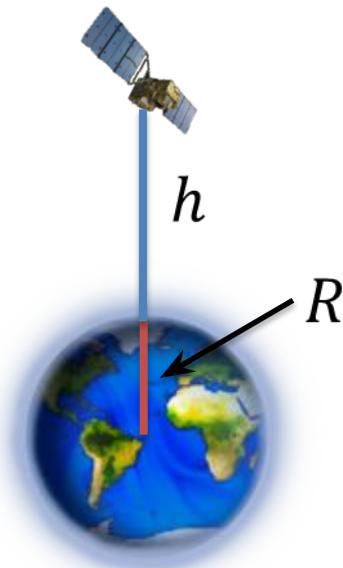
$$h - ?$$

$$\frac{GM_3}{(R + h)^2} = \frac{4\pi^2(R + h)}{T^2}$$

$$(R + h)^3 = \frac{GM_3 T^2}{4\pi^2}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{GM_3 T^2}{4\pi^2}} - R$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24} \times 86400^2}{4\pi^2}} - 6371000 = 35856 \text{ км}$$



Если масса Солнца равна $1,999 \times 10^{30}$ кг, то какова линейная скорость Марса при вращении вокруг Солнца? Какова угловая скорость? Расстояние между Солнцем и Марсом можно считать равным $2,28 \times 10^{11}$ м.

Дано:

$$M = 1,99 \times 10^{30} \text{ кг}$$

$$R = 2,28 \times 10^{11} \text{ м}$$

$v, \omega - ?$

$$\frac{GM_c}{R^2} = \vec{a}_c$$

$$\frac{GM_c}{R^2} = \frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = \frac{GM_c}{R}$$



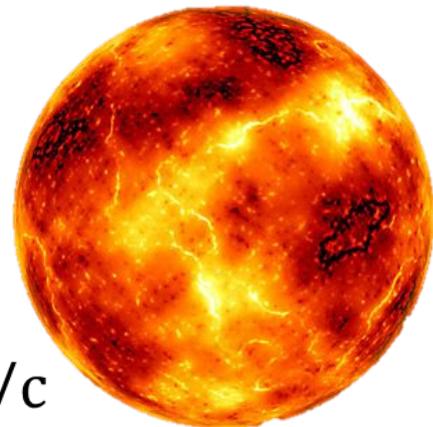
Если масса Солнца равна $1,99 \times 10^{30}$ кг, то какова линейная скорость Марса при вращении вокруг Солнца? Какова угловая скорость? Расстояние между Солнцем и Марсом можно считать равным 228 000 000 км.

Дано:

$$\begin{array}{l} M = 1,99 \times 10^{30} \text{ кг} \\ R = 2,28 \times 10^{11} \text{ м} \\ \hline v, \omega - ? \end{array}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_c}{R}}$$

$$v = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 1,99 \times 10^{30}}{2,28 \times 10^{11}}} = 24,1 \text{ км/с}$$



Если масса Солнца равна $1,99 \times 10^{30}$ кг, то какова линейная скорость Марса при вращении вокруг Солнца? Какова угловая скорость? Расстояние между Солнцем и Марсом можно считать равным 228 000 000 км.

Дано:

$$\begin{array}{l} M = 1,99 \times 10^{30} \text{ кг} \\ R = 2,28 \times 10^{11} \text{ м} \\ \hline v, \omega - ? \end{array}$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \sqrt{\frac{GM_c}{R^3}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 1,99 \times 10^{30}}{(2,28 \times 10^{11})^3}} = 1,06 \times 10^{-7} \text{ рад/с}$$



ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

- **Все тела, имеющие массу, притягиваются друг к другу.**
- **Сила притяжения** между двумя телами прямо пропорциональна их массам и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G = 6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Н} \times \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

Основные выводы

□ Расчеты, выполненные, исходя из формулы, описывающей закон всемирного тяготения, могут считаться точными в трех случаях:

- 1) Если оба тела имеют форму шара и являются однородными.
- 2) Если размеры тел ничтожно малы, по сравнению с расстоянием между ними.
- 3) Если одно из тел обладает формой шара и его размеры многократно больше размеров второго тела любой формы.