
ФИЗИКА,
МЕХАНИКА,
КИНЕМАТИКА

**«ФИЗИКОЙ» НАЗЫВАЕТСЯ НАУКА,
ИЗУЧАЮЩАЯ НАИБОЛЕЕ ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ
ЯВЛЕНИЙ ПРИРОДЫ,
СВОЙСТВА И СТРОЕНИЕ МАТЕРИИ, И ЗАКОНЫ ЕЕ ДВИЖЕНИЯ**

**Материя –
это объективная реальность
(т.е. существующая
независимо от нашего
сознания),
данная нам в ощущении.**

**Под движением материи
понимается любое
ее изменение.**

ОБЪЕКТЫ, ИЗУЧАЕМЫЕ ФИЗИКОЙ



РАЗДЕЛЫ ФИЗИКИ ПО ИЗУЧЕНЫМ ОБЪЕКТАМ

ФИЗИКА

```
graph TD; A[ФИЗИКА] --- B[Физика элементарных частиц]; A --- C[Физика атомов и молекул]; A --- D[Физика твердого тела]; A --- E[Астрофизика]; A --- F[Физика ядра]; A --- G[Физика жидкостей и газов]; A --- H[Физика плазмы];
```

Физика элементарных частиц

Физика ядра

Физика атомов и молекул

Физика жидкостей и газов

Физика твердого тела

Физика плазмы

Астрофизика

РАЗДЕЛЫ ФИЗИКИ ПО ИЗУЧАЕМЫМ ПРОЦЕССАМ ИЛИ ФОРМАМ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИИ

ФИЗИКА

```
graph TD; A[ФИЗИКА] --- B[Механика материальной точки и твердого тела]; A --- C[Электродинамика (включая оптику)]; A --- D[Теория тяготения]; A --- E[Квантовая теория поля]; A --- F[Механика сплошных сред (включая акустику)]; A --- G[Термодинамика и статическая физика]; A --- H[Квантовая механика];
```

Механика материальной точки и твердого тела

Электродинамика
(включая оптику)

Теория тяготения

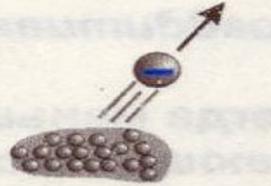
Квантовая теория поля

Механика сплошных сред
(включая акустику)

Термодинамика и
статическая физика

Квантовая механика

ВИДЫ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

ВИД	ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИЕ ЧАСТИЦЫ	ПРОЯВЛЕНИЕ	МЕХАНИЗМ	ИНТЕНСИВНОСТЬ	РАДИУС ДЕЙСТВИЯ, м
СИЛЬНОЕ 	тяжелые частицы (пионы и выше)	Ядерные силы, обеспечивающие существование ядер	обмен глюонами	1	10^{-15}
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ 	заряженные частицы, фотоны	Кулоновская сила, обеспечивающая существование атома	обмен фотонами	$\frac{1}{137}$	∞
СЛАБОЕ 	все частицы, кроме фотона	β - распад	обмен бозонами	10^{-10}	10^{-18}
ГРАВИТАЦИОННОЕ 	все тела вселенной	Всемирное тяготение, обеспечивающее существование звезд, планетных систем	обмен гравитонами	10^{-38}	∞

Под механическим движением понимают изменение с течением времени взаимного положения тел или их частиц.

МЕХАНИКА

Наука о механическом движении тел и происходящих при этом взаимодействиях между ними.

В механике взаимодействия представляют собой действия тел друг на друга, результатами которых является изменение скоростей этих тел или их деформации.

кинематика -

учение о геометрических свойствах движения тел, то есть без рассмотрения причин, вызывающих это движение

динамика -

учение о движении тел под действием сил, то есть движение тел рассматривается как результат их взаимодействия

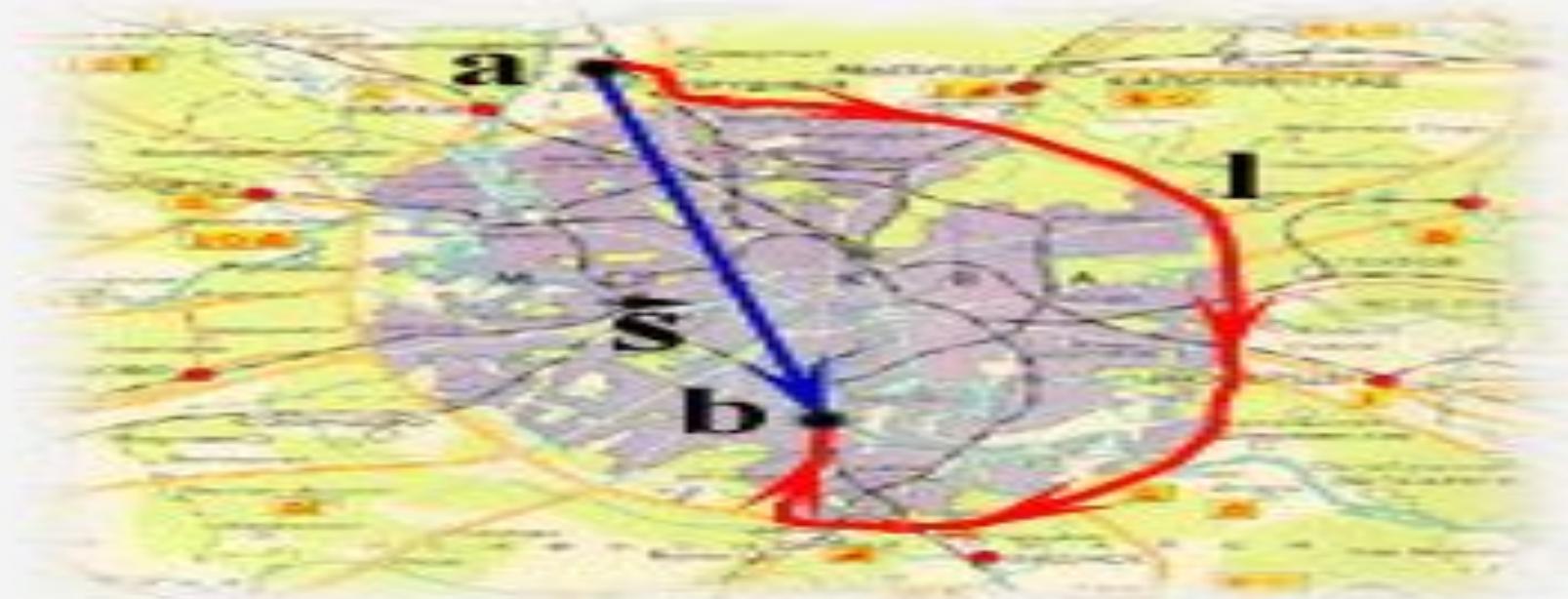
статика -

учение о равновесии тел под действием сил

ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ТОЧЕК

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ –
ДВИЖЕНИЕ, ПРИ КОТОРОМ ТРАЕКТОРИЯ ТОЧКИ
ЯВЛЯЕТСЯ ПРЯМОЙ ЛИНИЕЙ.

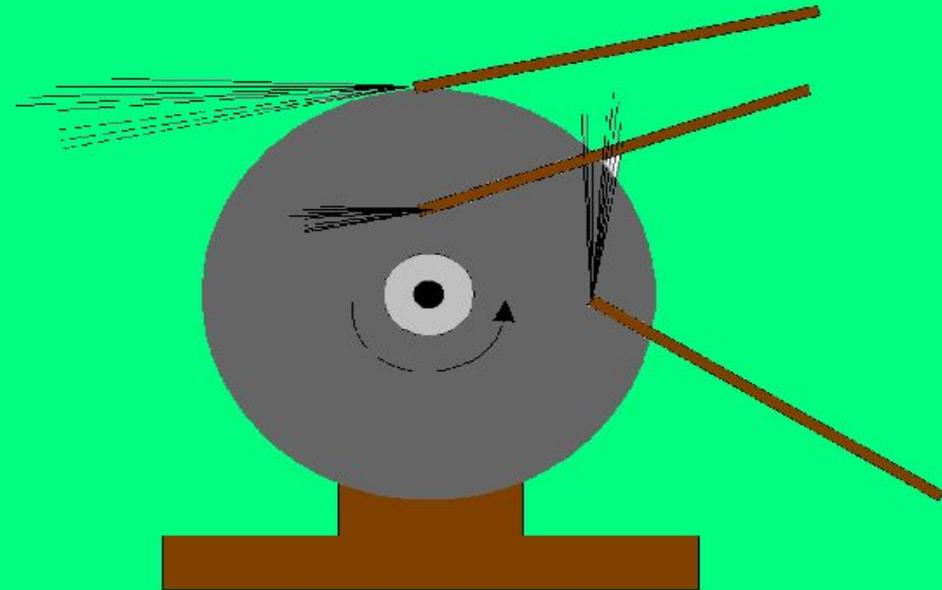
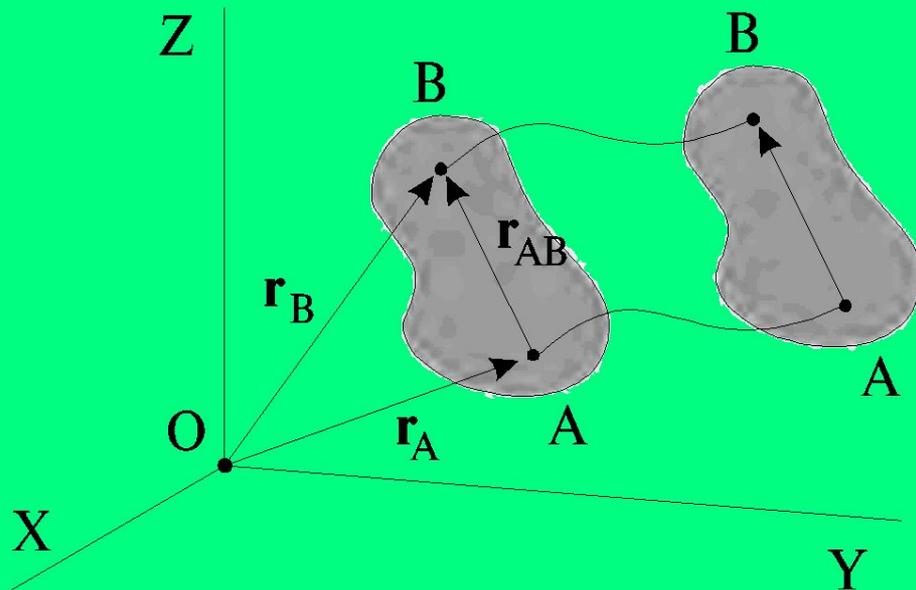
КРИВОЛИНЕЙНОЕ -
ДВИЖЕНИЕ, ПРИ КОТОРОМ ТРАЕКТОРИЯ ТОЧКИ
ЯВЛЯЕТСЯ КРИВОЙ ЛИНИЕЙ.



ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ

ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ –
ДВИЖЕНИЕ, ПРИ КОТОРОМ ПРЯМАЯ,
ПРОВЕДЕННАЯ ЧЕРЕЗ ЛЮБЫЕ ДВЕ ТОЧКИ
ТЕЛА, ОСТАЕТСЯ ПАРАЛЛЕЛЬНА САМОЙ
СЕБЕ.

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ -
ДВИЖЕНИЕ, ПРИ КОТОРОМ ВСЕ ТОЧКИ
ТЕЛА ОПИСЫВАЮТ ОКРУЖНОСТИ, ЦЕНТРЫ
КОТОРЫХ ЛЕЖАТ НА ОДНОЙ ПРЯМОЙ.



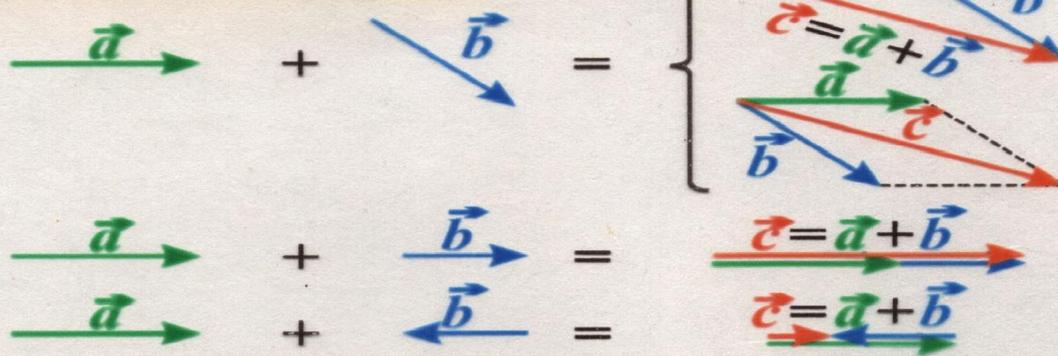
Действие над векторами

ВЕКТОР - величина, задаваемая численным значением и направлением

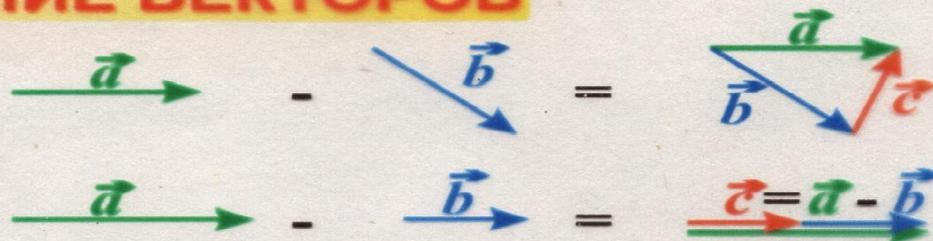


\vec{S} - вектор
 S - модуль вектора (длина вектора)

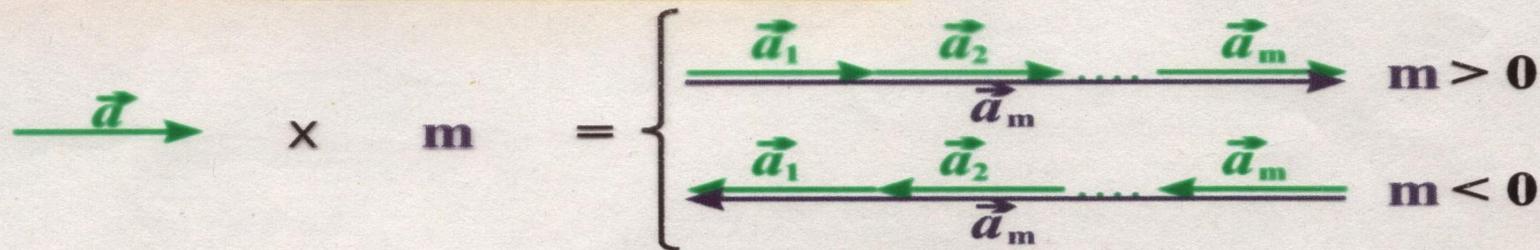
СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ



ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

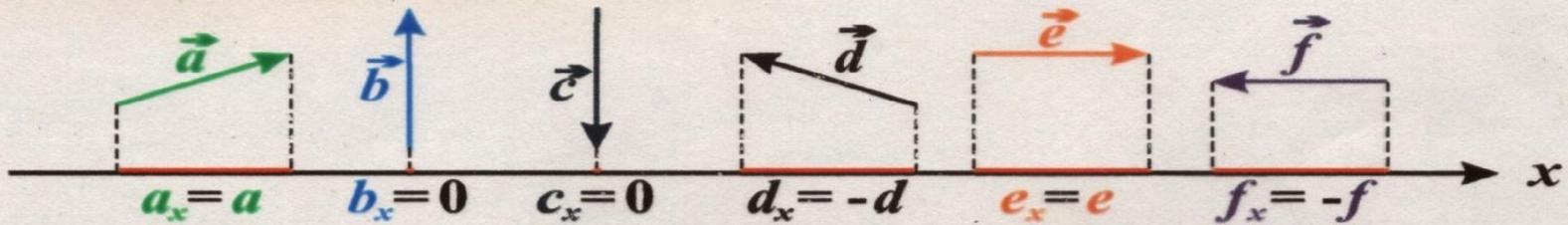


УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА СКАЛЯР



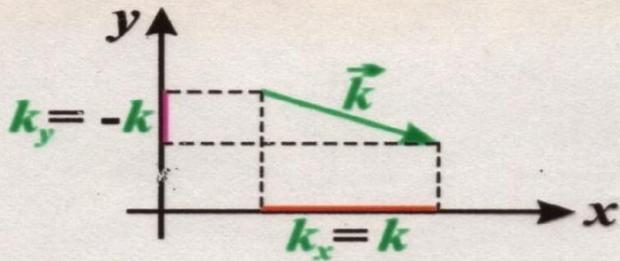
Проекция вектора

ОДНОМЕРНЫЙ СЛУЧАЙ

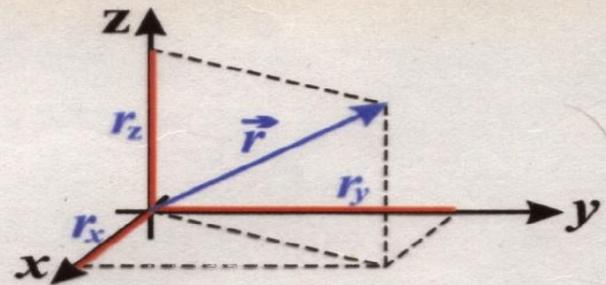


Проекция положительна, если от проекции начала вектора к проекции конца нужно идти по направлению оси

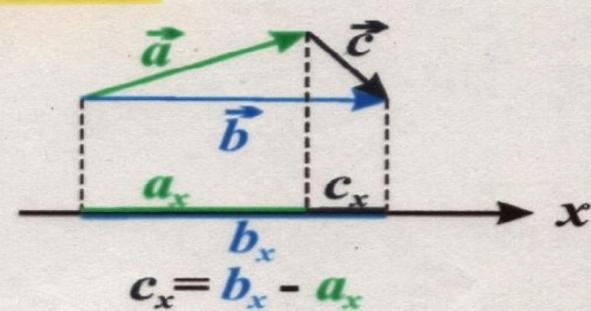
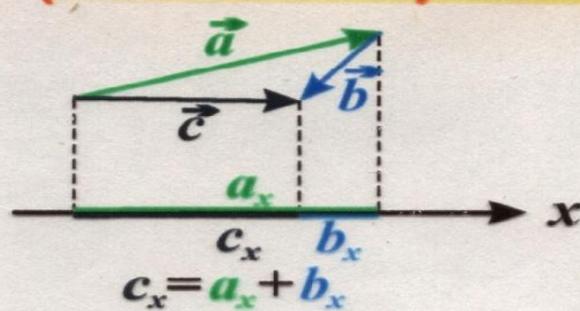
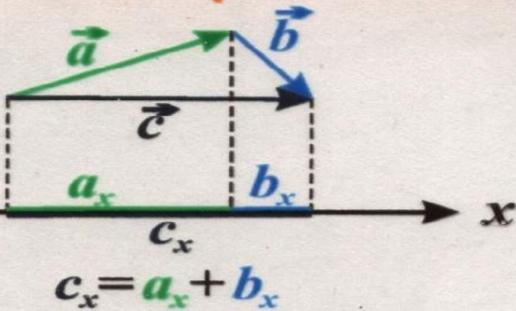
ДВУМЕРНЫЙ СЛУЧАЙ



ТРЕХМЕРНЫЙ СЛУЧАЙ



ПРОЕКЦИЯ СУММЫ (РАЗНОСТИ) ВЕКТОРОВ

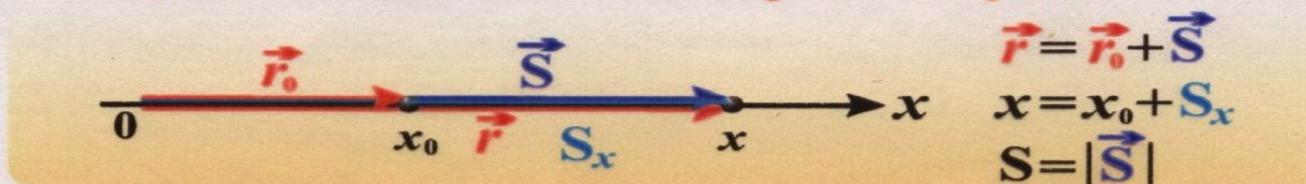


Проекция суммы (разности) векторов равна сумме (разности) проекций векторов на эту же ось

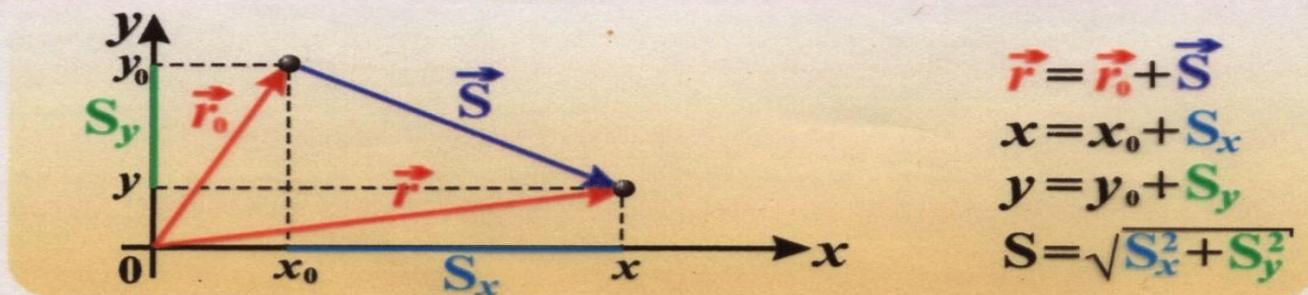
Перемещение тела

Как определить координаты движущегося тела, если известны его начальные координаты и вектор перемещения?

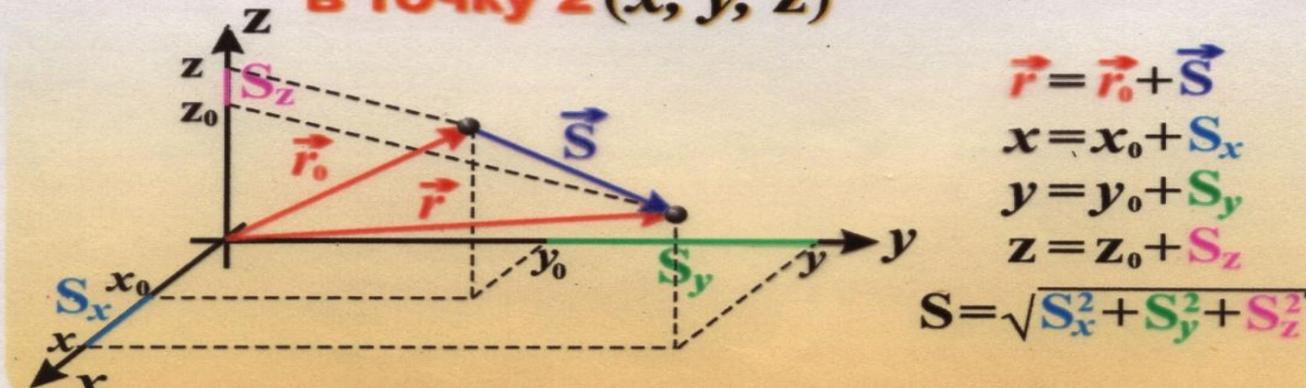
I. Тело переместилось вдоль оси x из точки с координатой x_0 в точку с координатой x



II. Плоское движение в плоскости xy из точки с координатами (x_0, y_0) в точку с координатами (x, y)

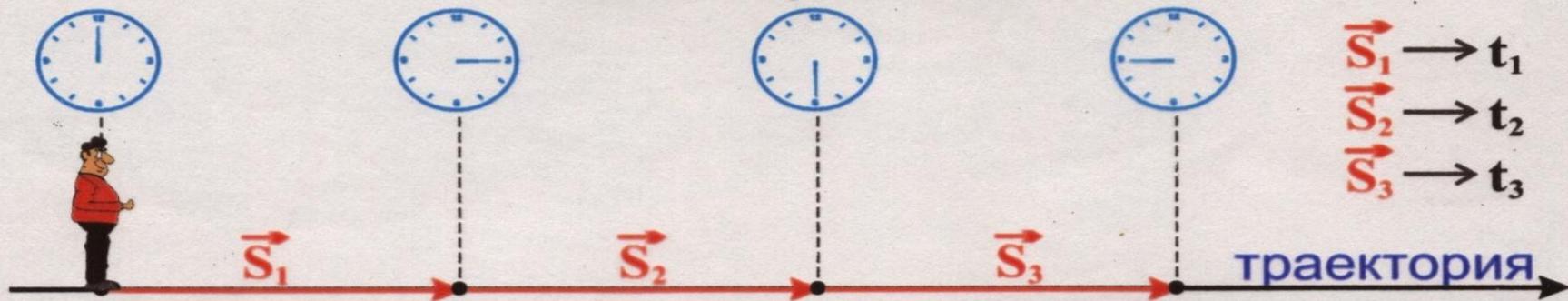


III. Тело переместилось из точки 1 (x_0, y_0, z_0) в точку 2 (x, y, z)



$$\vec{S} = S_x \vec{i} + S_y \vec{j} + S_z \vec{k}$$

РАВНОМЕРНОЕ - движение при котором тело за равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения



СКОРОСТЬ - вектор равный по модулю отношению перемещения за любой промежуток времени к величине этого промежутка времени, направление скорости совпадает с направлением вектора перемещения

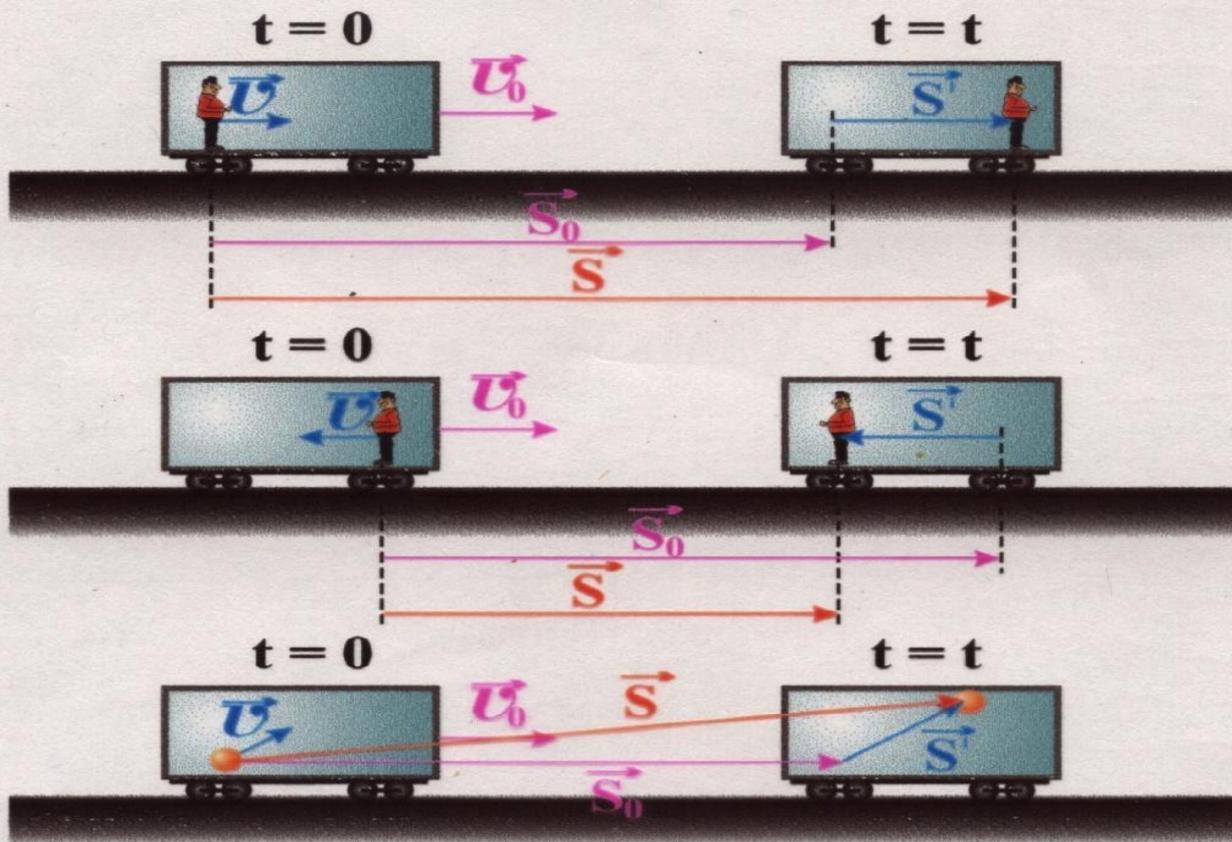
$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$$

$$v_1 = \frac{\vec{s}_1}{t_1} \quad v_2 = \frac{\vec{s}_2}{t_2} \quad v_3 = \frac{\vec{s}_3}{t_3}$$

$$\vec{s}_1 = \vec{s}_2 = \vec{s}_3$$

$$t_1 = t_2 = t_3$$

$$v_1 = v_2 = v_3$$



$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{s}'$$

$$s = s_0 + s'$$

$$\frac{s}{t} = \frac{s_0}{t} + \frac{s'}{t}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$$

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{s}'$$

$$s = s_0 - s'$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$$

$$v = v_0 - v'$$

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{s}'$$

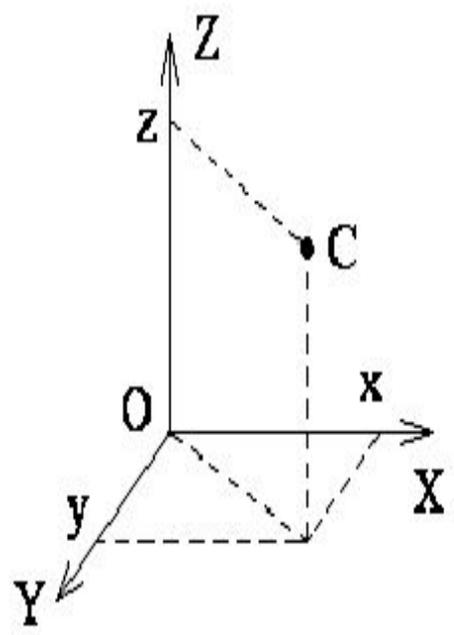
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$$

- \vec{v} - относительная скорость (относительно вагона)
- \vec{v}_0 - переносная скорость (вагона относительно Земли)
- \vec{v} - скорость человека относительно Земли

Скорость тела \vec{v} в неподвижной системе отсчета равна векторной сумме скорости тела относительно подвижной системы \vec{v} (относительная скорость) и скорости подвижной системы относительно неподвижной \vec{v}_0 (переносная скорость)

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$$

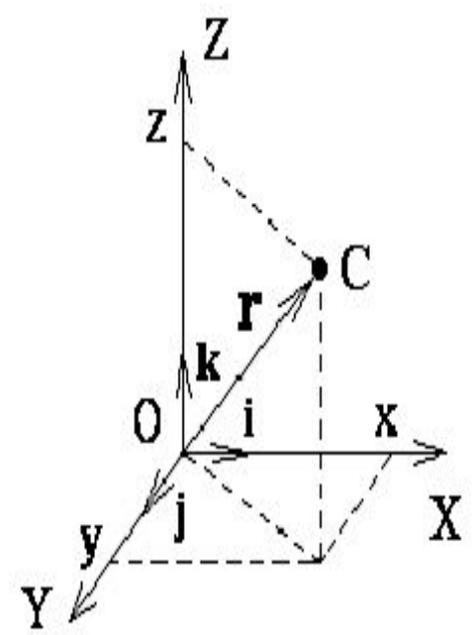
КООРДИНАТНЫЙ	ВЕКТОРНЫЙ	ТРАЕКТОРНЫЙ (ЕСТЕСТВЕННЫЙ)
--------------	-----------	-------------------------------



$$x = f_1(t)$$

$$y = f_2(t)$$

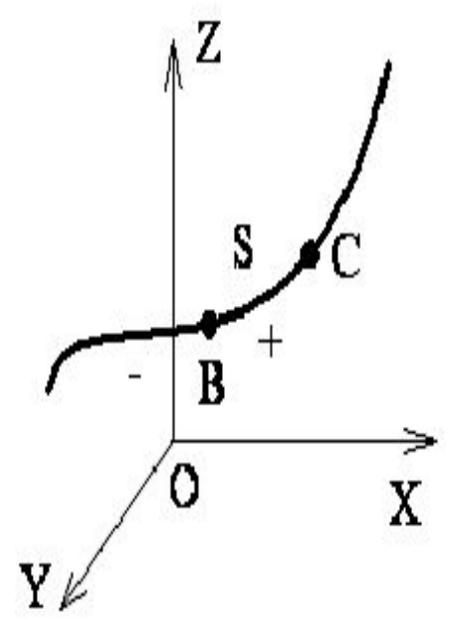
$$z = f_3(t)$$



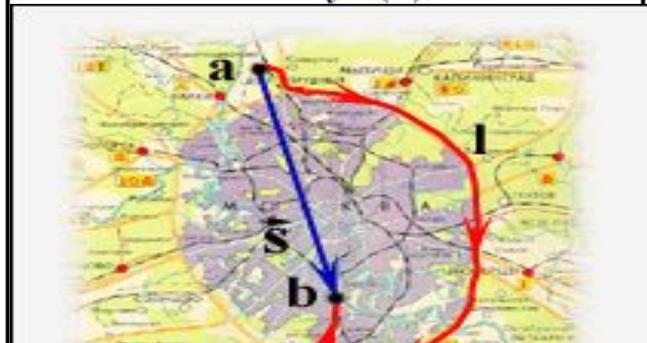
$$\vec{r} = f(t)$$

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$



$$S = f(t)$$



Движение относительно и для его описания необходимо иметь:

ТЕЛО ОТСЧЕТА - тело, которое в данной задаче принято за неподвижное

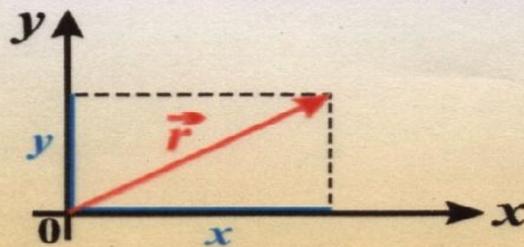
СИСТЕМА КООРДИНАТ - положение точки m в пространстве можно описать либо с помощью радиус-вектора \vec{r} , либо с помощью координат x, y, z .

Одномерный случай
(движение вдоль прямой)



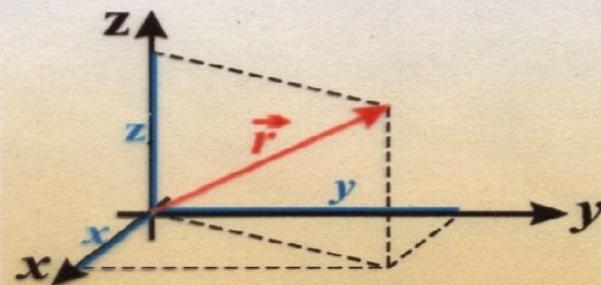
$$r = x$$

Плоское движение



$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Общий случай



$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные векторы (орты)

ЧАСЫ



- для отсчета времени

ТЕЛО
ОТСЧЕТА

+

СИСТЕМА
КООРДИНАТ

+

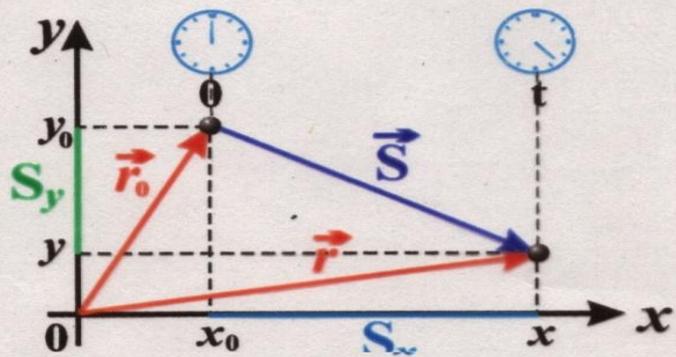
ЧАСЫ

=

СИСТЕМА
ОТСЧЕТА

Равномерное прямолинейное движение

Проекция скорости. Координата тела.



За время t тело переместилось из точки 1 (x_0, y_0) в точку 2 (x, y)

$$\vec{S} = S_x \vec{i} + S_y \vec{j}$$

Скорость при равномерном прямолинейном движении

$$\vec{v} = \frac{\vec{S}}{t} = \frac{S_x}{t} \vec{i} + \frac{S_y}{t} \vec{j} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

$$v_x = \frac{S_x}{t} \quad v_y = \frac{S_y}{t}$$
$$S_x = v_x t \quad S_y = v_y t$$

$$x = x_0 + S_x \quad x = x_0 + v_x t$$
$$y = y_0 + S_y \quad y = y_0 + v_y t$$

$$v_x = \frac{x - x_0}{t} \quad v_y = \frac{y - y_0}{t}$$

Если конечная координата больше начальной (в нашем примере $x > x_0$), проекция скорости **положительна** ($v_x > 0$)

Если конечная координата меньше начальной (в нашем примере $y < y_0$), проекция скорости **отрицательна** ($v_y < 0$)

Графическое представление равномерного движения

ГРАФИК СКОРОСТИ

$v_x = \text{const}$

ПУТЬ

$S = |v_x|t$

Путь на графике скорости равен численно площади прямоугольника $0, v_x, A, t$

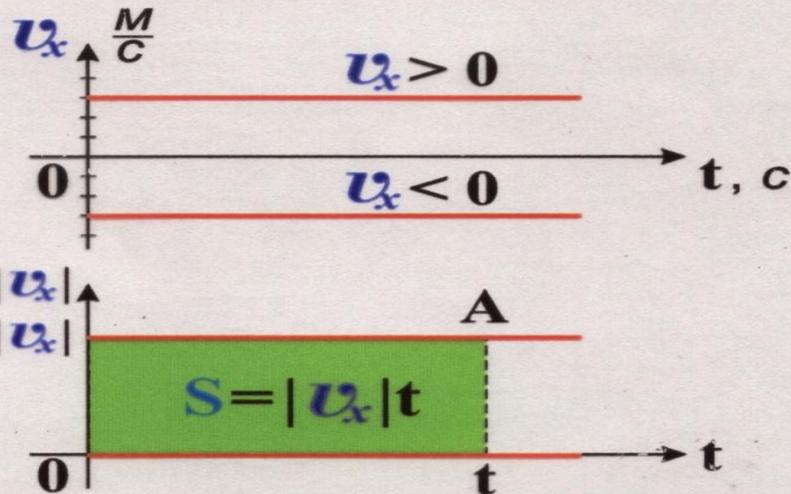
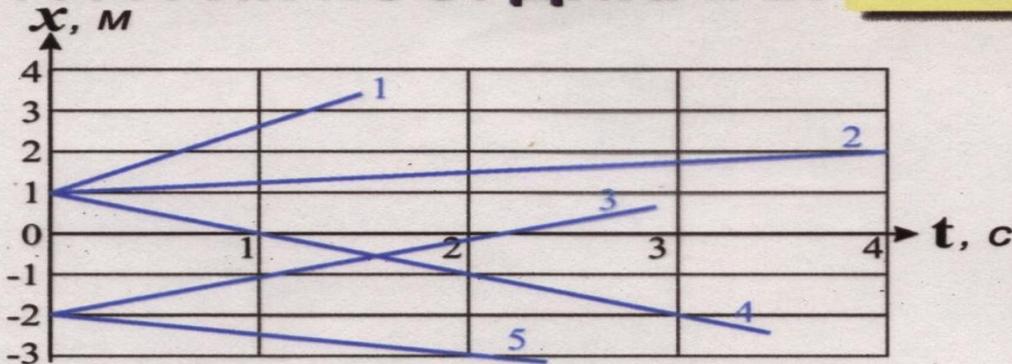


ГРАФИК КООРДИНАТЫ

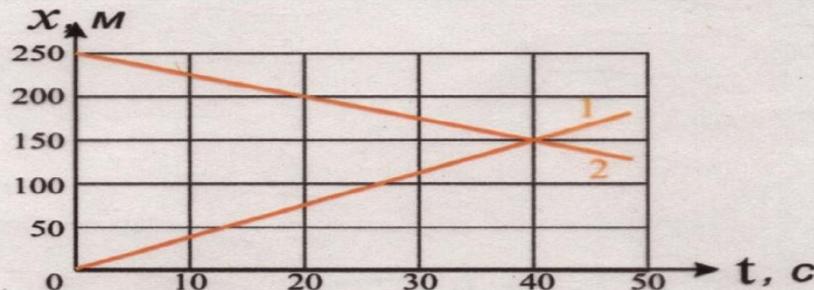
$x = x_0 + v_x t$

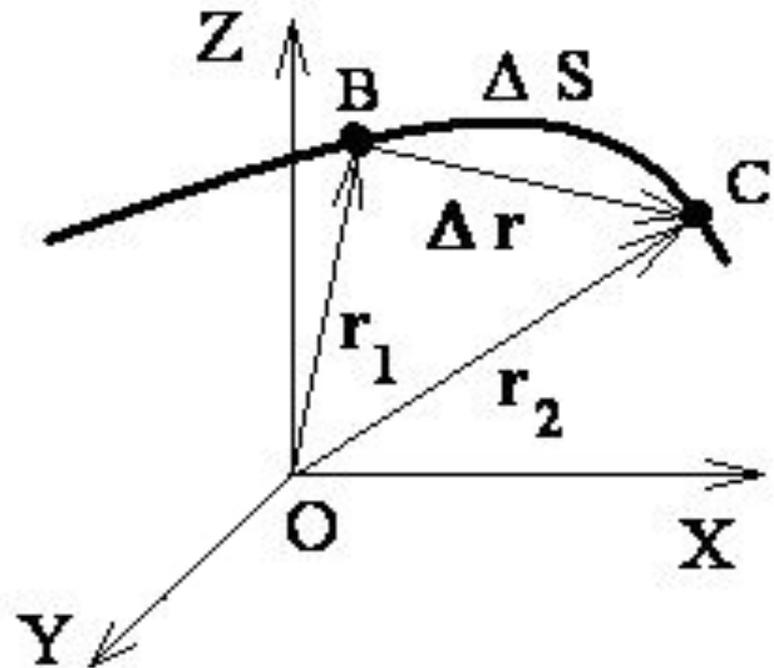
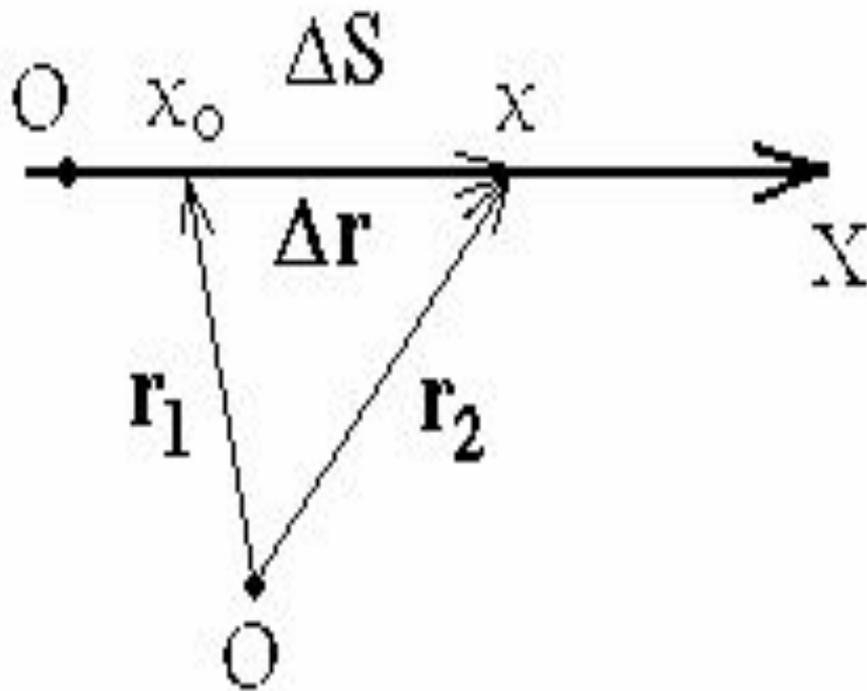


- 1. $x_0 = 1 \text{ м}, v_x =$
- 2. $x_0 = 1 \text{ м}, v_x = 0,25 \text{ м/с}$
- 3. $x_0 = -2 \text{ м}, v_x = 1 \text{ м/с}$
- 4. $x_0 = 1 \text{ м}, v_x = -1 \text{ м/с}$
- 5. $x_0 = -2 \text{ м}, v_x = -0,5 \text{ м/с}$

ЗАДАЧА:

На рисунке приведены графики движения 2-х тел. Найти скорости этих тел, а также место и время их встречи ?





$$\vec{r}(t) = i x(t) + j y(t) + k z(t)$$

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

Вектор $\Delta r = r_2 - r_1$, проведенный из начального положения движущейся точки в конечное, называется перемещением.

Путь ΔS – это длина участка траектории пройденного материальной точкой за рассматриваемый промежуток времени.

$$V_{cp} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$V_{cp.n} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

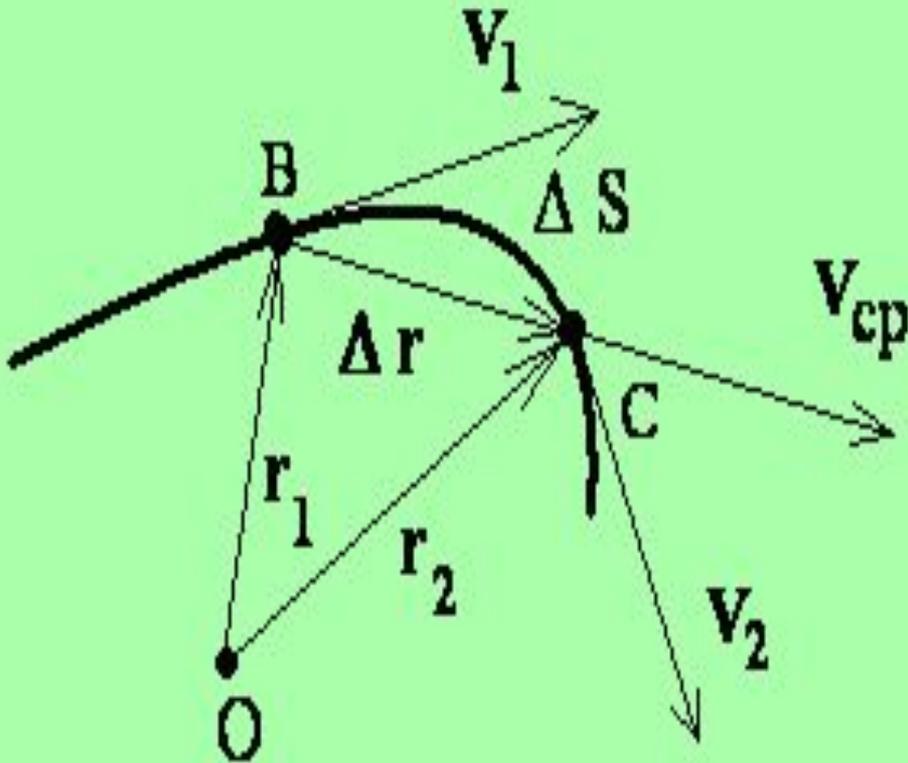
$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} = r' = \dot{r}$$

$$V = \frac{dr}{dt} = i \frac{dx}{dt} + j \frac{dy}{dt} + k \frac{dz}{dt}$$

$$V_x = \frac{dx}{dt} \quad V_y = \frac{dy}{dt} \quad V_z = \frac{dz}{dt}$$

$$|V| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta r|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$$

$$|V| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$

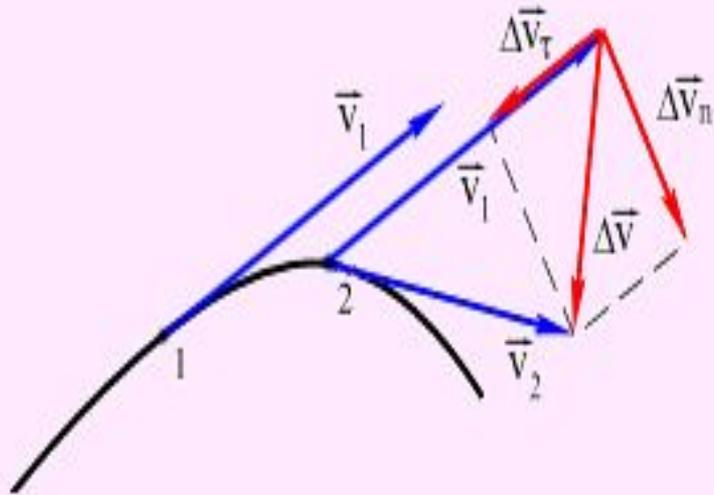


Мгновенная скорость V – величина характеризующая быстроту изменения радиус-вектора r и направленная по касательной к траектории движения.

УСКОРЕНИЕ

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 \quad \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \vec{a}_{cp}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{V}' = \vec{V}''$$



$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{r}'' = \vec{r}''$$

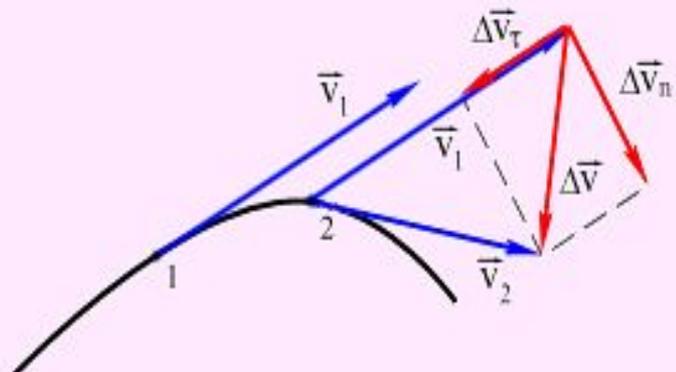
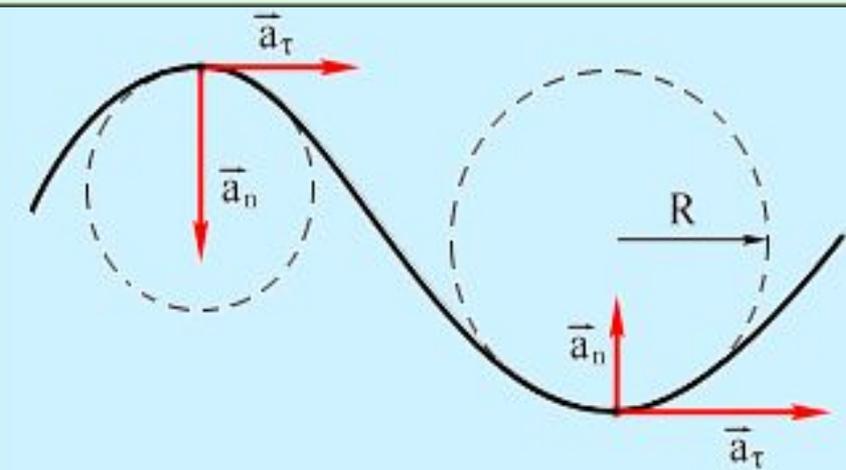
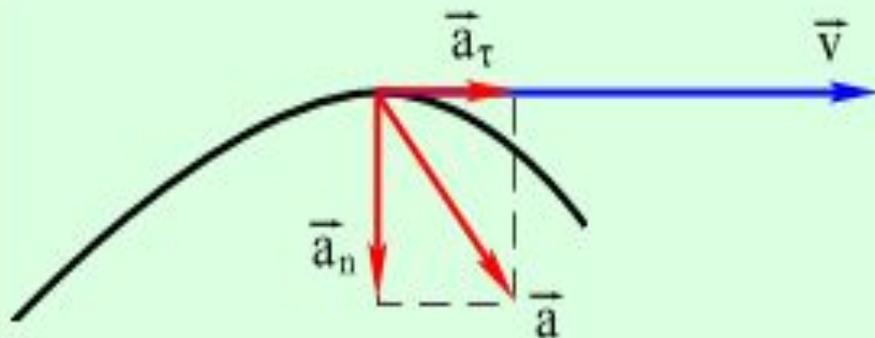
$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

Величина	Единицы измерения	
	СИ	СГС
a	м/с^2	см/с^2

Ускорение характеризует быстроту изменения величины скорости и ее направления и совпадает с направлением вектора приращения скорости.

ТАНГЕНЦИАЛЬНОЕ И НОРМАЛЬНОЕ УСКОРЕНИЯ

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{V}' = \vec{V}''$$



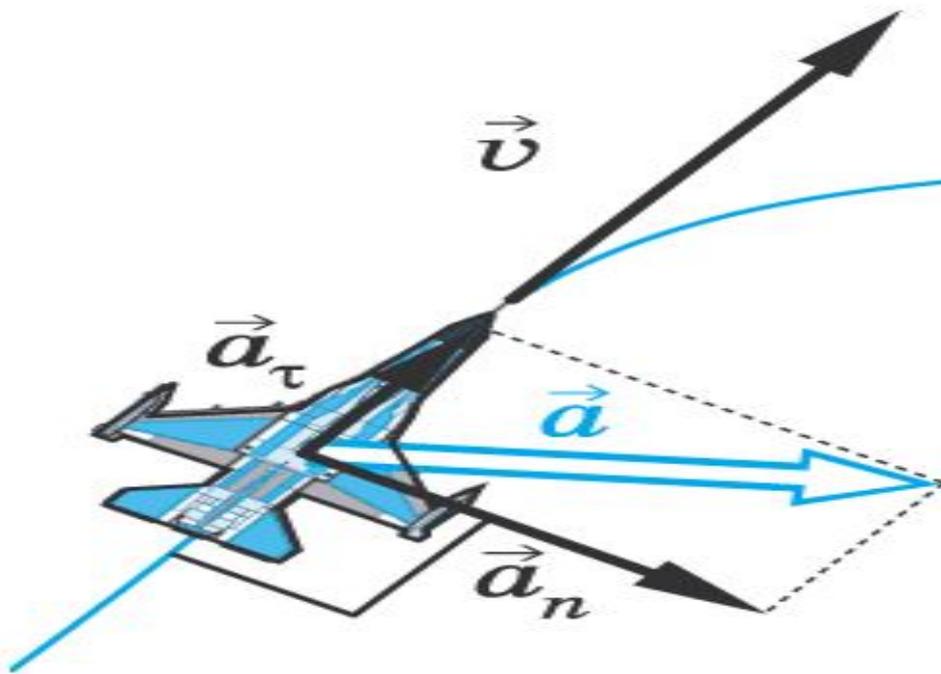
$$\Delta \vec{V} = \Delta \vec{V}_\tau + \Delta \vec{V}_n$$

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

$$a_\tau = \frac{dV}{dt}$$

$$a_n = \frac{V^2}{R}$$

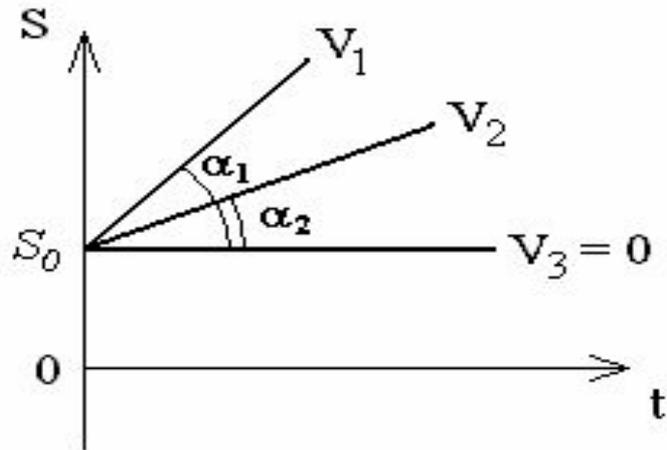


$$a_\tau = \frac{dV}{dt}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

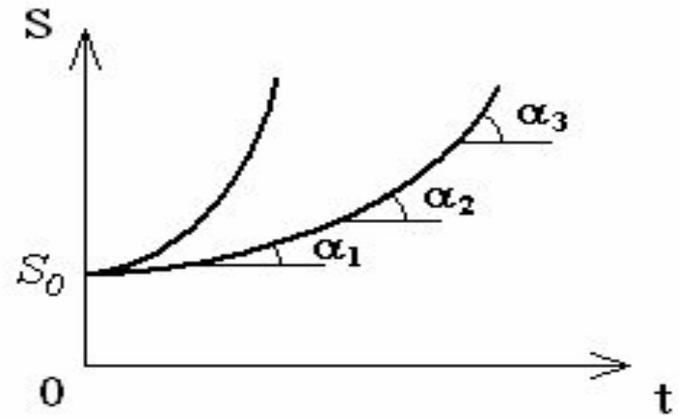
Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения величины скорости и направлено по касательной к траектории движения.

Нормальное ускорение – быстрота изменения скорости по направлению и ориентировано по нормали к траектории, к центру ее кривизны.



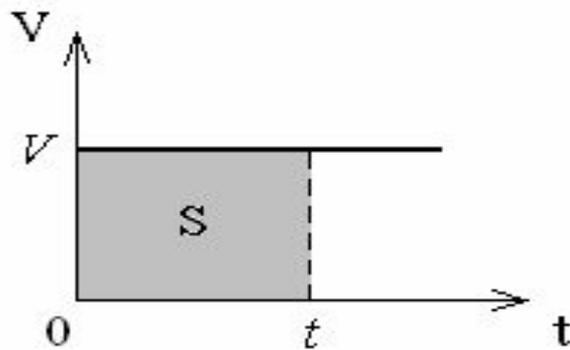
$$\alpha_2 < \alpha_1$$

$$|V_2| < |V_1|$$

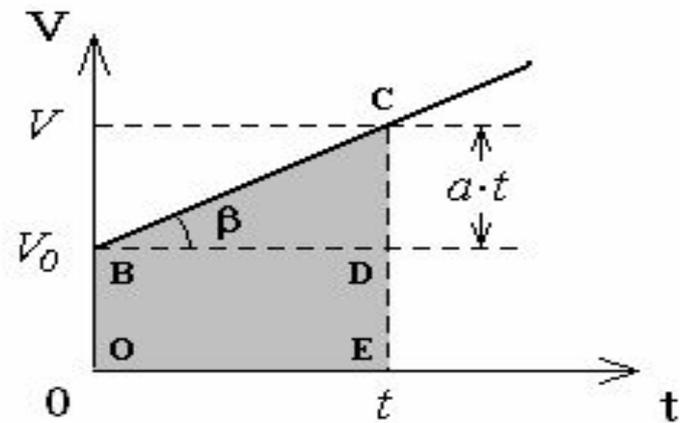


$$\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$$

$$|V_1| < |V_2| < |V_3|$$



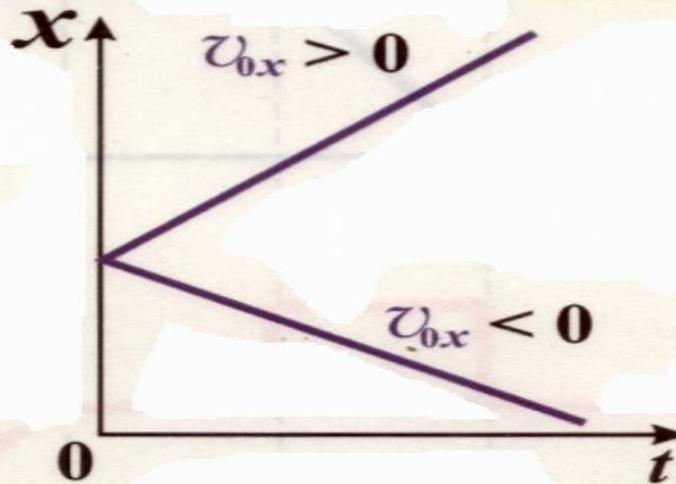
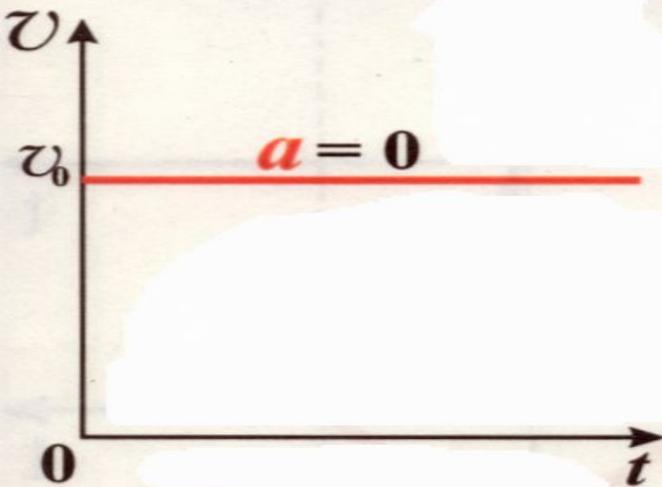
$$S = S_0 + V \cdot t$$



$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

($\vec{v} = \text{const}$)



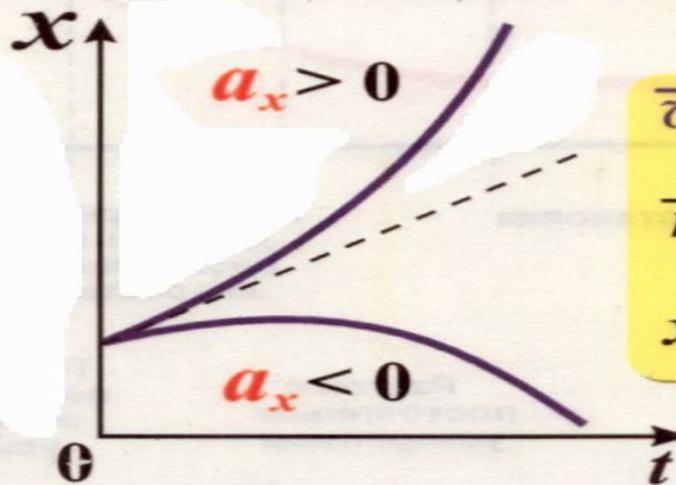
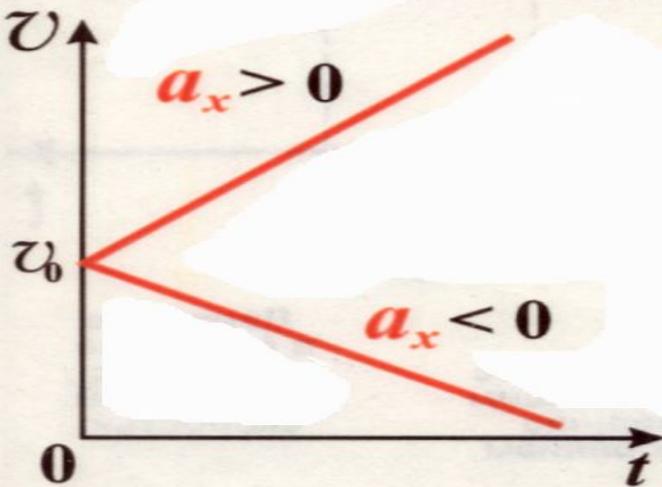
$\vec{v} = \vec{v}_0$

$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t$

$x = x_0 + v_{0x} t$

РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

($\vec{a} = \text{const}$)



$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$

$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$

$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$

*Графическое описание
прямолинейного движения*

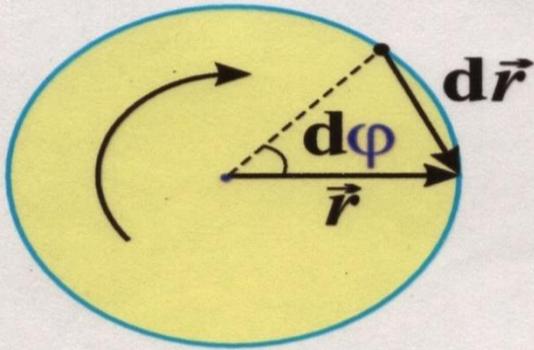


Угловое перемещение

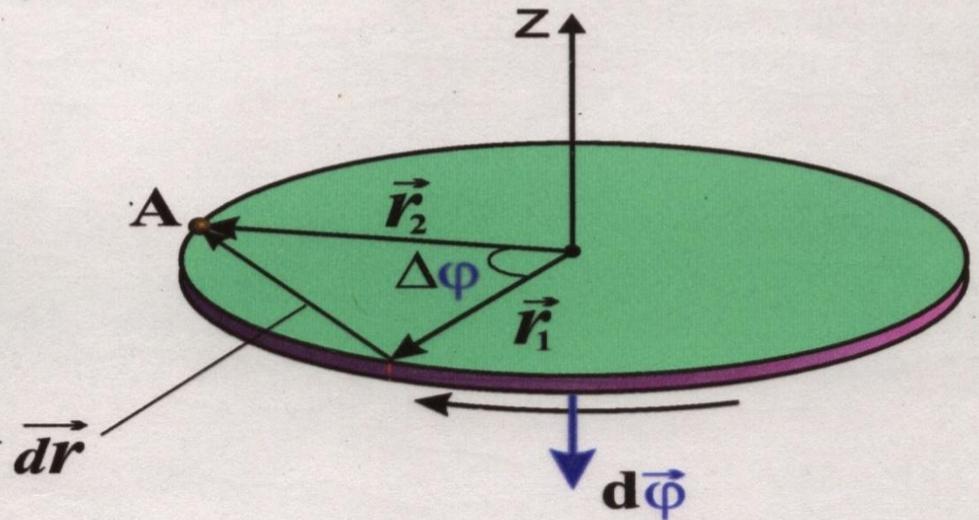
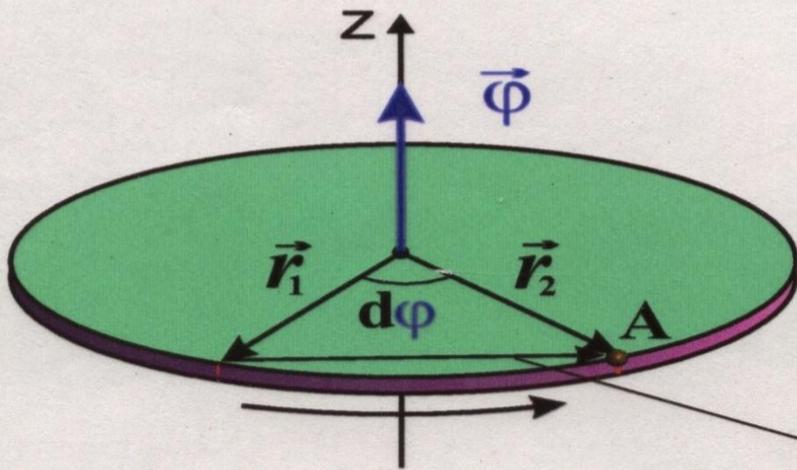
Угловое перемещение $d\vec{\varphi}$ точки A есть вектор, модуль которого равен углу поворота радиуса-вектора этой точки за промежуток времени dt .

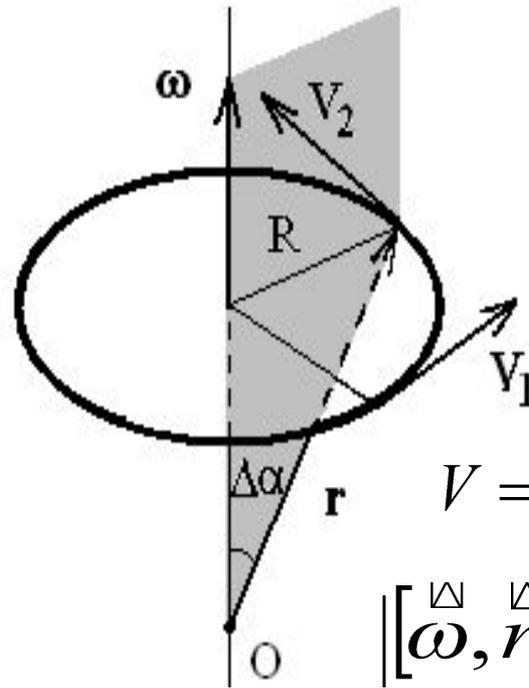
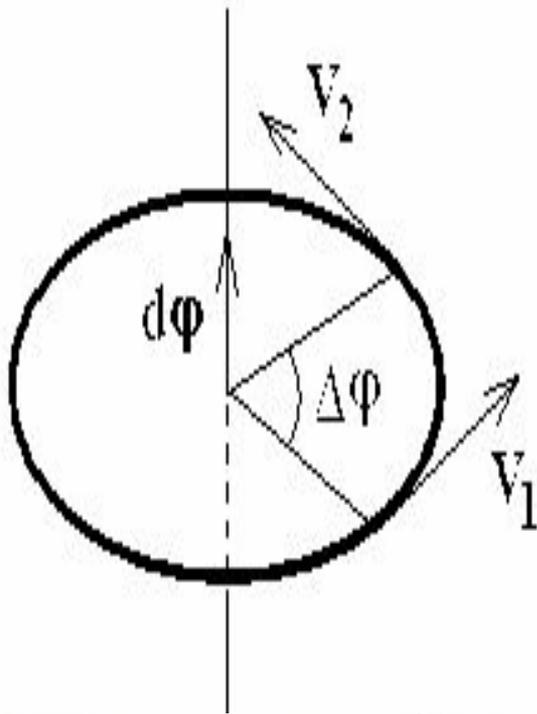
$$|d\vec{\varphi}| = d\varphi$$

Вектор $d\vec{\varphi}$ направлен вдоль оси вращения в сторону поступательного движения правого винта при совпадении направления вращения винта и тела



$$d\vec{r} = d\vec{\varphi} \times \vec{r}$$





$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

$$\Delta S = \Delta\varphi R$$

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} R = \omega R$$

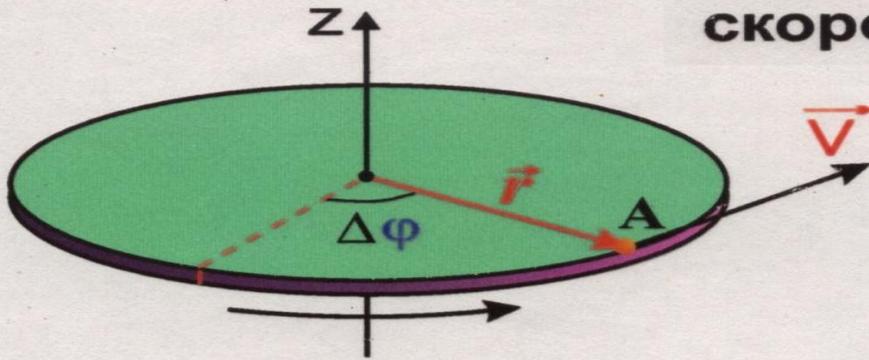
$$|\vec{\omega}, \vec{r}| = \omega r \sin \alpha = \omega R = V$$

$$\vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$$

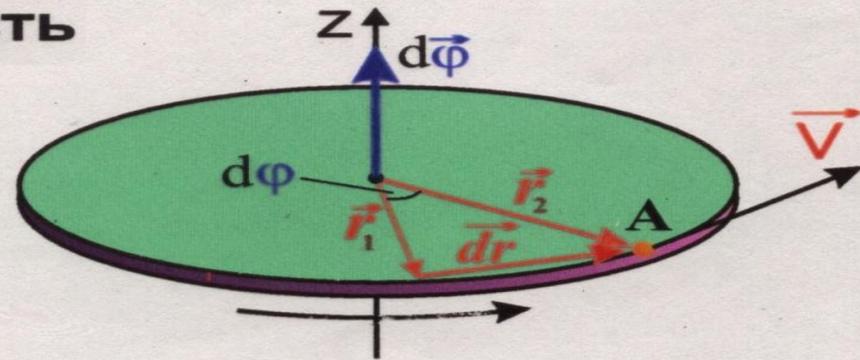
Величина	Единицы измерения
$\Delta\varphi$	рад
ω	рад/с
β	рад/с ²

Угловой скоростью ω - называется векторная величина, равная первой производной углового перемещения по времени. Угловая скорость характеризует быстроту углового перемещения.

Угловая скорость



$$\omega_{cp} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

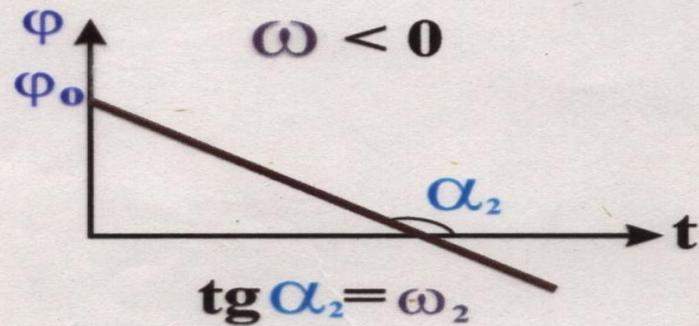
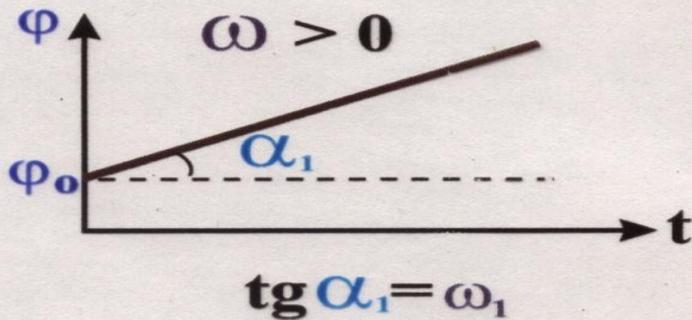


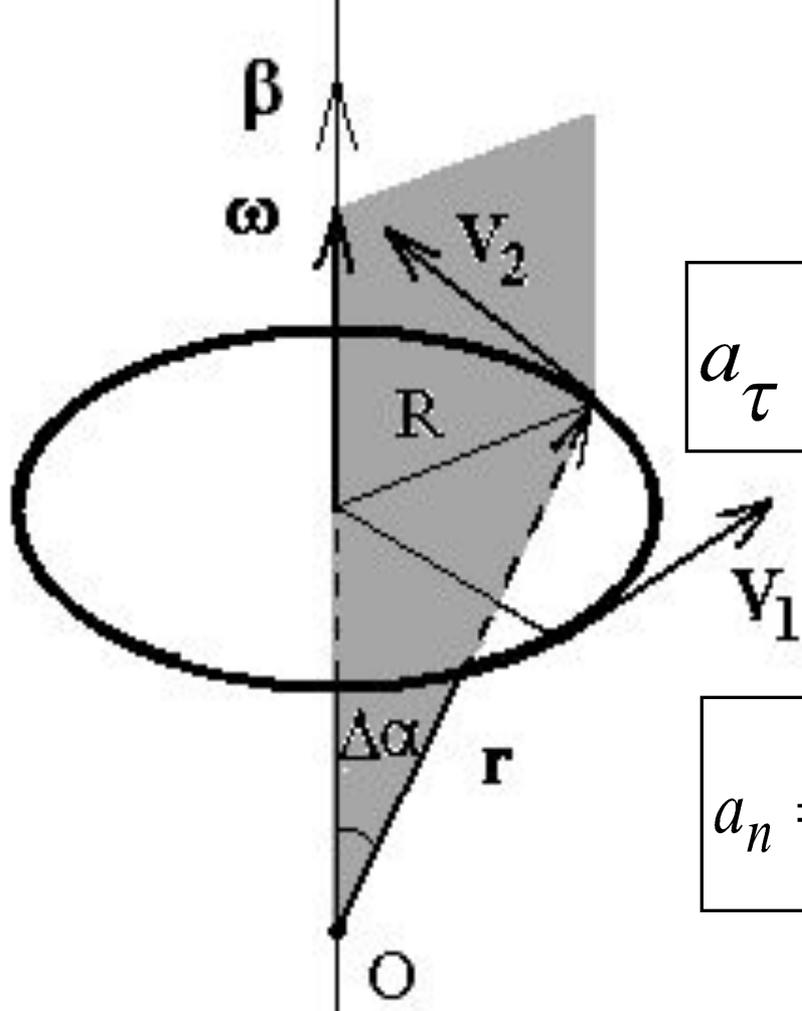
$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} \\ d\vec{r} = d\vec{\varphi} \times \vec{r} \end{array} \right\} \rightarrow \vec{V} = \frac{d\vec{\varphi} \times \vec{r}}{dt} \rightarrow \vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Если $\vec{\omega} = \text{const}$ - тело вращается равномерно

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$





$$\beta = \frac{d\omega}{dt}$$

$$a_{\tau} = \frac{dV}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = \beta R \quad a_{\tau} = [\beta, r]$$

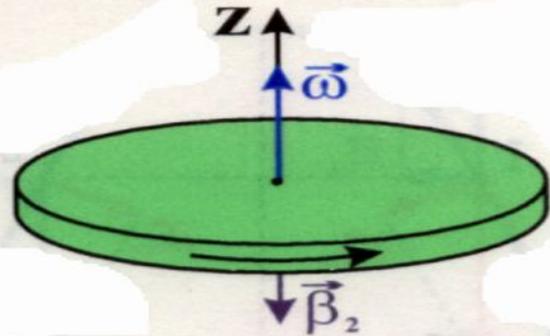
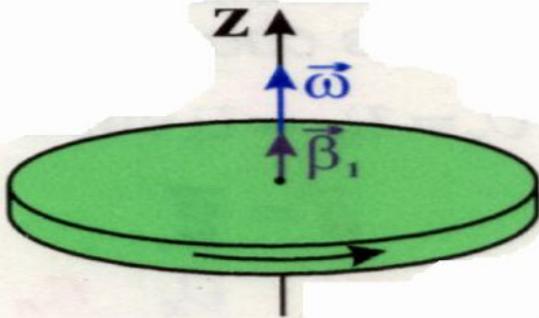
$$a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R \quad a_n = [\omega, V]$$

Угловым ускорением называется векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени. Угловое ускорение характеризует быстроту изменения угловой скорости

РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ВРАЩЕНИЕ

угловое ускорение: $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

равнопеременное вращение - $\vec{\beta} = \text{const}$

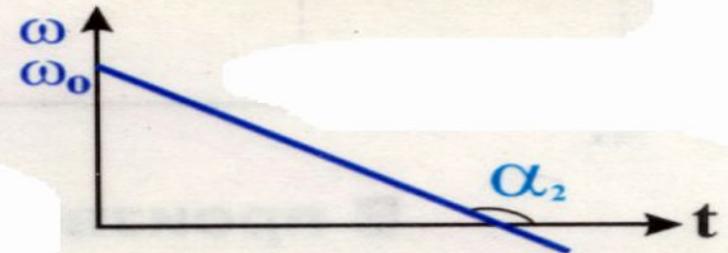
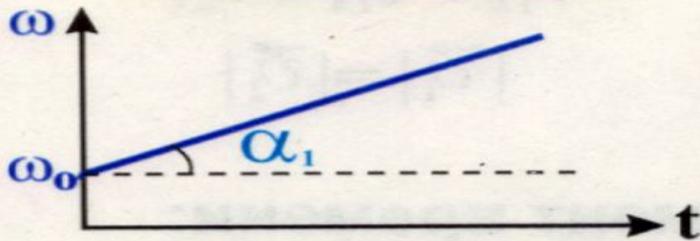


$\Delta\omega > 0$ $\vec{\beta}_1 \uparrow \uparrow \vec{\omega}$

$\Delta\omega < 0$ $\vec{\beta}_2 \uparrow \downarrow \vec{\omega}$

$\omega = \omega_0 + \beta_1 t$

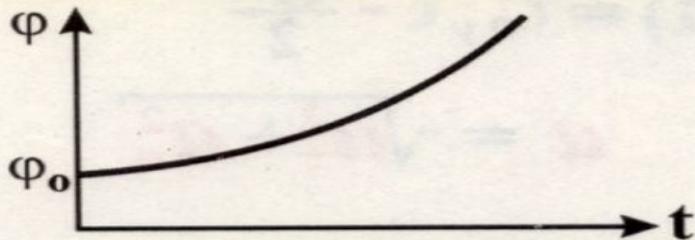
$\omega = \omega_0 - \beta_2 t$



$\text{tg } \alpha_1 = \beta_1$
 $\text{tg } \alpha_2 = \beta_2$

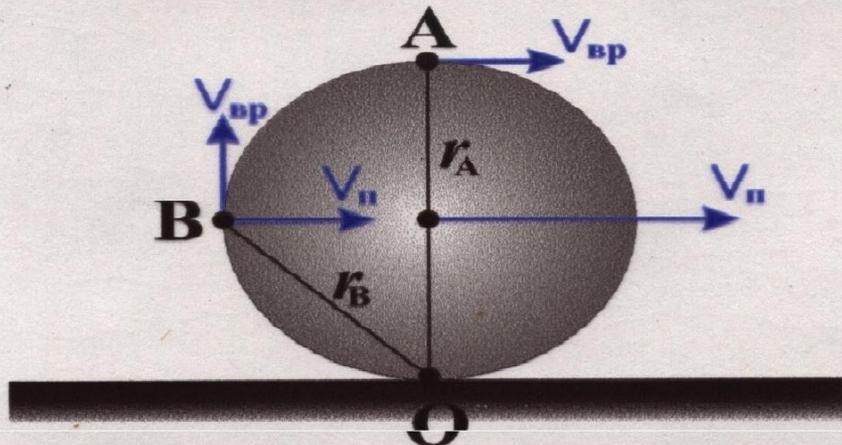
$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta_1 t^2}{2}$

$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t - \frac{\beta_2 t^2}{2}$



Движение тела, при котором траектории точек тела лежат в параллельных плоскостях, называются **плоским**.

Это движение можно представить двумя способами



как сумму поступательного движения тела, например центра масс со скоростью $\vec{V}_{\text{н}}$ и вращательного движения вокруг оси, проходящей через центр масс $\vec{V}_{\text{вр}}$

$$\vec{V} = \vec{V}_{\text{н}} + \vec{V}_{\text{вр}}$$

$$V_A = V_{\text{н}} + V_{\text{вр}} = 2V_{\text{н}}$$

$$V_O = V_{\text{н}} - V_{\text{вр}} = 0$$

$$V_B = \sqrt{V_{\text{н}}^2 + V_{\text{вр}}^2} = V_{\text{н}}\sqrt{2}$$

только вращательного движения вокруг мгновенной оси O , положение которой непрерывно меняется

$$\omega_{\text{МГН}} = \frac{V_{\text{н}}}{r}$$

$$V = \omega_{\text{МГН}} \cdot r$$

$$V_A = \frac{V_{\text{н}}}{2} \cdot r_A = 2V_{\text{н}}$$

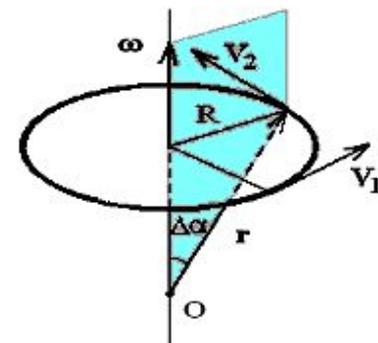
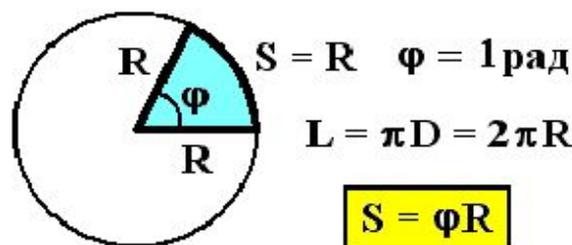
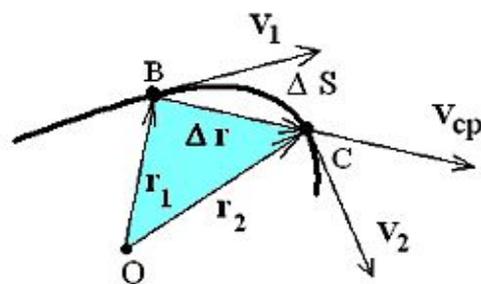
$$V_O = 0$$

$$V_B = \frac{V_{\text{н}}}{2} \cdot r_B = V_{\text{н}}\sqrt{2}$$

ЛИНЕЙНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

СВЯЗЬ ЛИНЕЙНЫХ И УГЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

УГЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ



$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right|$$

$$\vec{V} = [\vec{\omega} \cdot \vec{r}]$$

$$V = \omega \cdot R$$

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\beta} \cdot \vec{r}] \quad a_n = [\vec{\omega} \cdot \vec{V}]$$

$$\vec{a} = [\vec{\beta} \cdot \vec{r}] + [\vec{\omega} \cdot \vec{V}]$$

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

$$a_\tau = \frac{dV}{dt}$$

$$a_n = \frac{V^2}{R}$$

$$a_\tau = \beta \cdot R$$

$$a_n = \omega \cdot V = \omega^2 R$$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$