

Методы зондирования  
окружающей среды



# Радиолокационная метеорология

## Электромагнитные волны

Профессор Кузнецов Анатолий Дмитриевич

Российский государственный  
гидрометеорологический университет

**Радиолокационная метеорология** изучает средства и методы для определения структуры облачности и идентификацией связанных с ней явлений радиолокационными методами.

Для этих целей используются специализированные МРЛ - метеорологические радиолокаторы (не путать с аэрологическими радиолокаторами, предназначенными для работы с радиозондами).

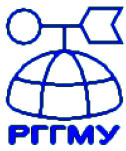


Метеорологическая радиолокация является основным средством получения информации об облачности, осадках и связанных с ними опасных явлениях погоды.

Получаемые на основе радиолокационных наблюдений сверхкраткосрочные прогнозы погоды и штормовые предупреждения широко используются для метеорологического обеспечения транспорта (воздушного и наземного) и функционирования инфраструктуры больших городов и крупных промышленных центров.

Для освоения методов радиолокационного зондирования атмосферы необходимо изучить:

- физические основы взаимодействия электромагнитного излучения со средой;
- микрофизические свойства гидрометеорных частиц и их радиолокационные характеристики;
- устройство и принципы работы радиолокаторов;
- принципы и методы проведения радиолокационных метеонаблюдений;
- методы измерения осадков и определения вида облачности с использованием МРЛ;
- методы радиолокационного обнаружения опасных явлений погоды.



1. Киселев В.П., Кузнецов А.Д. Методы зондирования окружающей среды. Учебник. – СПб., изд. РГГМУ, 2004. – 429 с.
2. Радиолокационные метеорологические наблюдения. Монография. Под ред. Солонина А.С. – СПб., Наука, 2010. Том 1 - 311с., том 2 – 517 с.
3. Автоматизированные метеорологические радиолокационные комплексы «Метеоячейка». Монография. Под ред. Бочарникова Н.В., Солонина А. С. – СПб., Гидрометеиздат, 2007. – 236 с.



# Дополнительная литература



- Степаненко В.Д. Радиолокация в метеорологии. Л., Гидрометеоиздат, 1988. – 344 с.
- Павлов Н.Ф. Аэрология, радиометеорология и техника безопасности. – Л., Гидрометеоиздат, 1980. – 432 с.



Предтеча радиолокации - акустическая  
локация



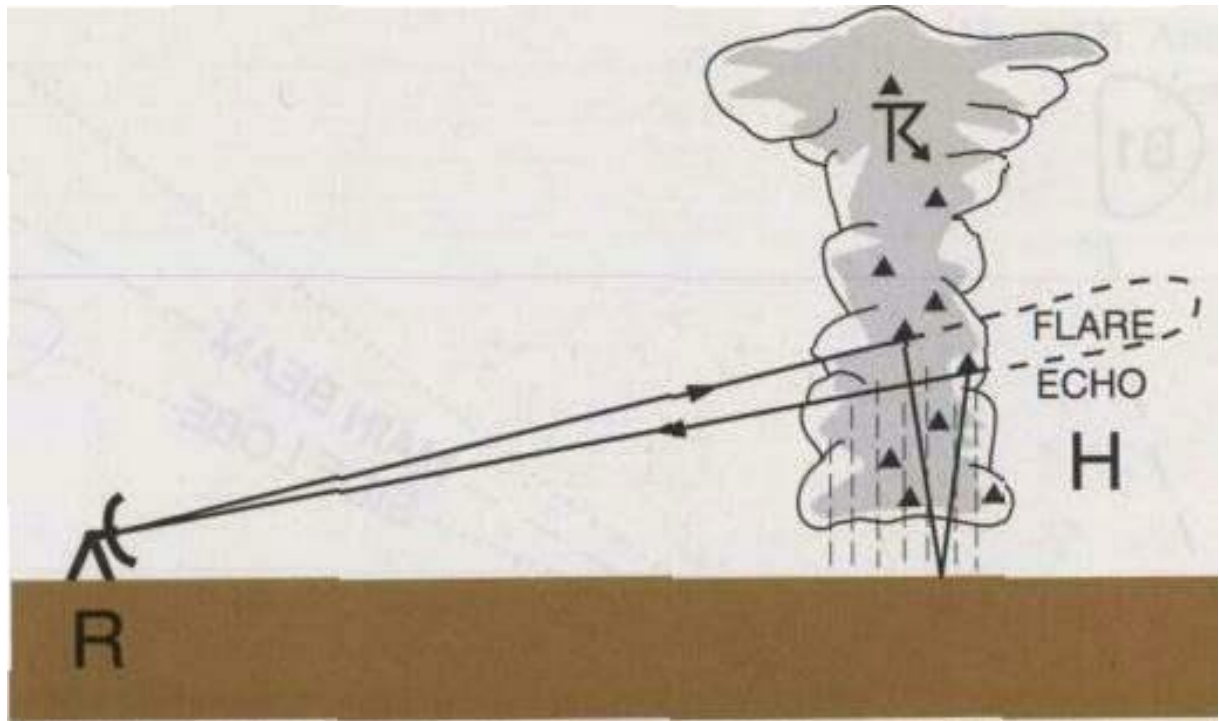
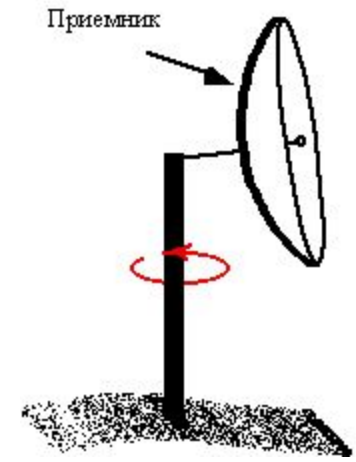
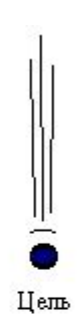
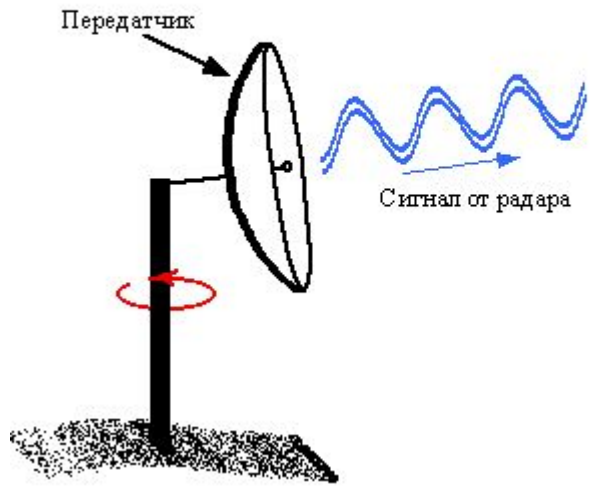
Принципы радиолокационных наблюдений за явлениями погоды, т.е. с использованием радиоволн, были разработаны в 40-е годы прошлого столетия.

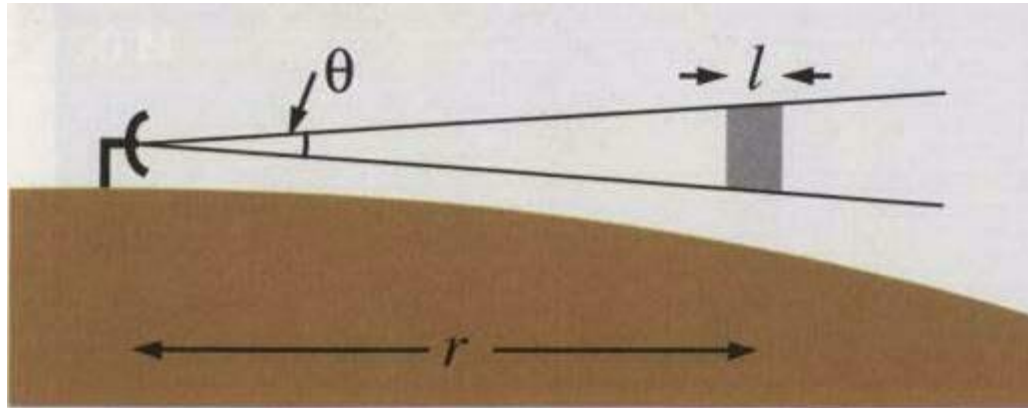
С тех пор сделаны огромные шаги в направлении улучшения оборудования, обработки сигналов и данных, а также их интерпретации.

Принцип активной радиолокации заключается в следующем.

**В режиме передачи** электромагнитные волны излучаются параболическим отражателем антенной в атмосферу в виде узконаправленных высокочастотных импульсов.

**В режиме приема** антенная система регистрирует пришедшую отраженную объектом электромагнитную энергию для последующего определения свойств этого объекта и его положения в пространстве.

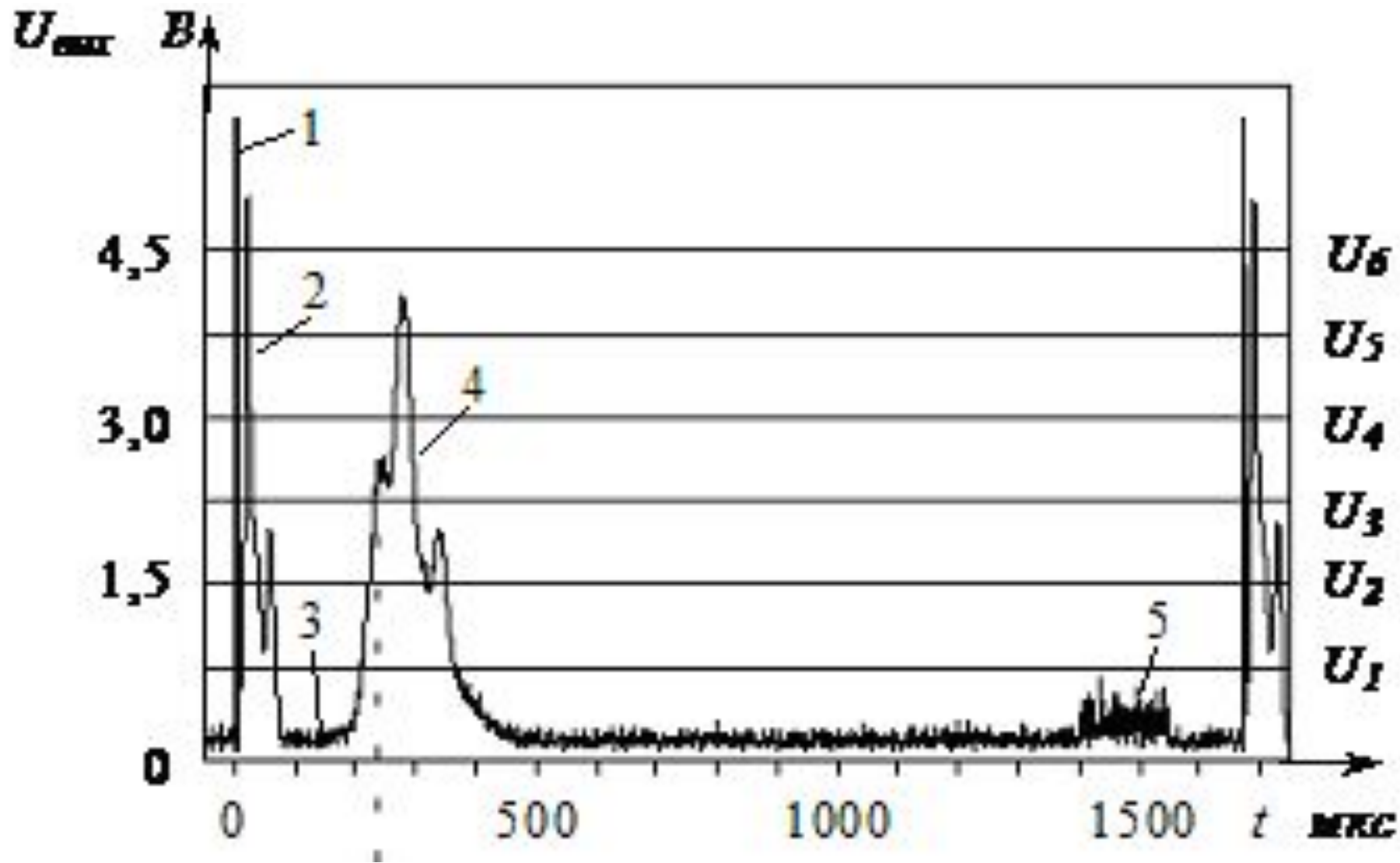




Ширина луча увеличивается с расстоянием; например, номинальный луч в  $1^\circ$  расходится на 0,9, 1,7 и 3,5 км на расстояниях 50, 100 и 200 км соответственно.

Для луча в  $1^\circ$  этот параметр соответственно равен 0,9, 1,7 и 3,5 км.

Даже при таких относительно узких лучах их ширина на больших расстояниях существенно возрастает.



Формирование сигналов на выходе приемника МРЛ  
 (1 мкс =  $10^{-6}$  с; 500 мкс соответствует дальности в 150 км )

**Теоретические  
основы  
радиолокационной  
метеорологии**

# Колебания

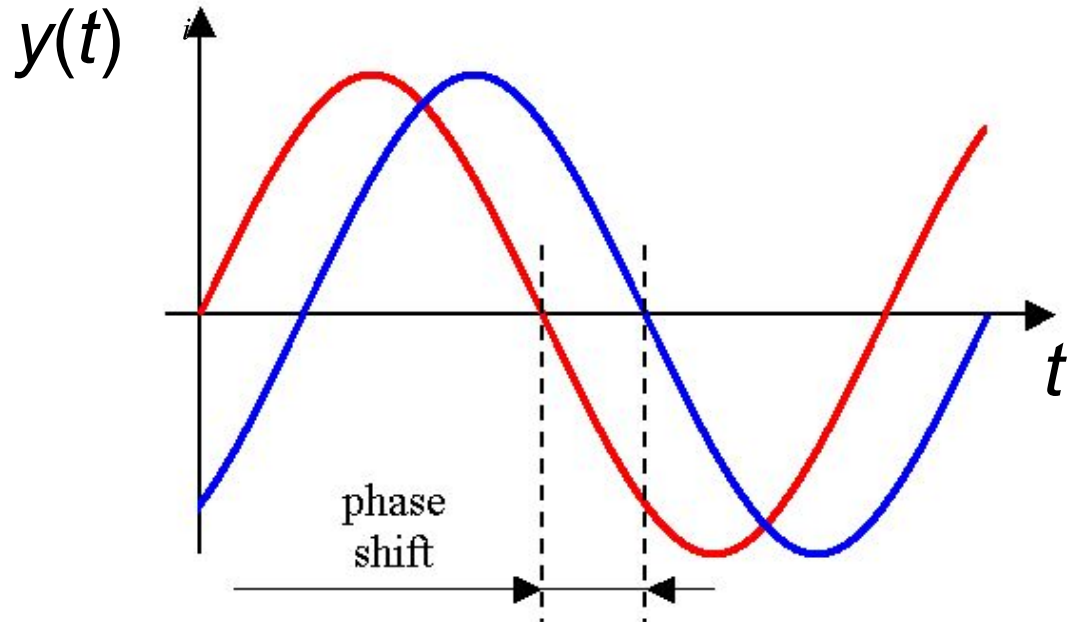
**Гармонические колебания.** Для гармонических колебаний характер изменения во времени  $t$  амплитуды колебаний  $A$  в некоторой точки пространства определяется следующими уравнениями:

$$y_1(t) = A \cos(\omega t + \varphi_1), \quad y_2(t) = A \cos(\omega t + \varphi_2),$$

или

$$y_1(t) = A e^{i(\omega t + \varphi_1)}, \quad y_2(t) = A e^{i(\omega t + \varphi_2)}.$$

Здесь  $i = \sqrt{-1}$



Разность фаз (phase shift)  
гармонических колебаний:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$$



# Волны

# Отличие колебаний и волн

**Гармоническое колебание** – колебание грузика на пружинном подвесе (одномерный случай), колебание атомов в кристаллической решетке.

**Монохроматическая волна** - волна на струне музыкального инструмента (одномерный случай), на поверхности воды (двухмерный случай), электромагнитное излучение от звезд (трехмерный случай).

**Волна** — это распространение возмущений в пространстве.

Волны окружают нас повсюду. Они передают различные возмущения, распространяются в различных средах, генерируются разными источниками. При этом все они обладают целым рядом одинаковых свойств

**Гармонические волны** любой природы описываются одинаковыми уравнениями.

**«Неправильные»** волны передают информацию.

**Бегущие волны** переносят энергию и импульс.

***Бегущая волна***

**Уравнением** **бегущей**  
**волны** называется выражение,  
которое дает **смещение**  
*колеблющейся точки*  $\xi$  как функцию  
ее координат  $(x, y, z)$  и времени  $t$

$$\xi = f(x, y, z, t)$$

# ***Монохроматическая бегущая волна***

(одномерный случай)

В этом случае **бегущая волна** — волновое возмущение, изменяющееся во времени  $t$  и пространстве вдоль оси  $x$ .

Направим оси координат так, чтобы ось  $x$  совпадала с направлением распространения волны. Тогда волновая поверхность будет перпендикулярна оси  $x$ . Так как все точки волновой поверхности колеблются одинаково, смещение  $x$  будет зависеть только от  $x$  и  $t$ :

Пусть колебание точек, лежащих в плоскости  $x = 0$  , имеет следующий вид (при начальной фазе  $\varphi = 0$ )

$$\xi = \xi(x=0, t) = A \cos(\omega t)$$

Найдем вид колебания частиц в плоскости, соответствующей произвольному значению  $x$ . Чтобы пройти путь  $x$ , колебанию необходимо время

$$t = x / v$$

Следовательно, колебания частиц в плоскости  $x$  будут отставать по времени на  $t$  от колебаний частиц в плоскости  $x = 0$  , т.е.

$$\xi(x, t) = A \cos[\omega(t - \tau)] = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

Здесь  $A$  [м] – амплитуда волны,  $\omega$  [рад/с] – круговая частота,  $v$  [м/с] – фазовая скорость.

Последнее уравнение можно переписать в следующем виде

$$\xi(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \varphi_0)$$

Здесь  $A$  [м] – амплитуда волны,  $k$  [м<sup>-1</sup>] – волновое число,  $\omega$  [рад/с] – круговая частота,  $\varphi_0$  [рад] – начальная фаза.

При этом

$$k = 2\pi/\lambda, \quad \omega = 2\pi/T, \quad v = \omega/k,$$

где  $\lambda$  [м] – длина волны (расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний  $T$ ),  $T$  [с] – период,  $v$  [м/с] – фазовая скорость.



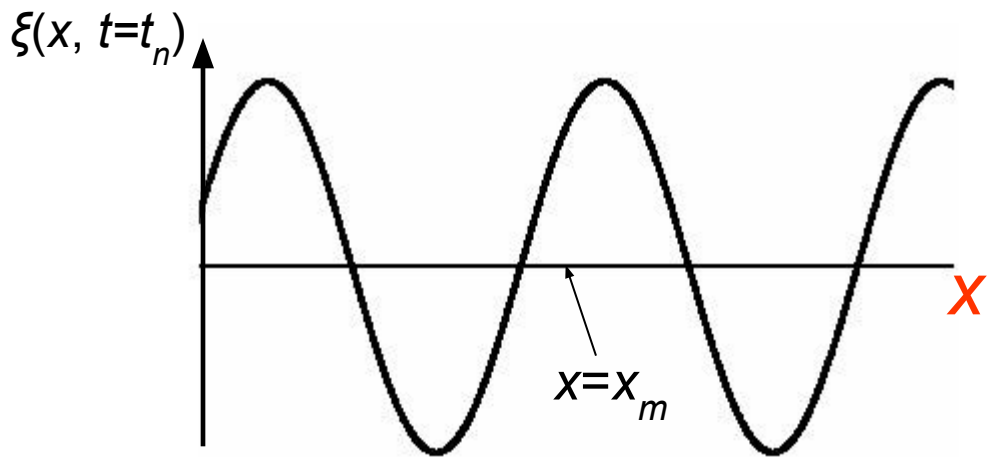
Используются **две формы** уравнений, описывающих гармонические колебания  $\xi(x,t)$  с длиной бегущей волны  $\lambda$ , распространяющихся в одномерном пространстве вдоль оси  $x$ :

$$\xi(x,t) = A \cos(kx - \omega t + \varphi_0)$$

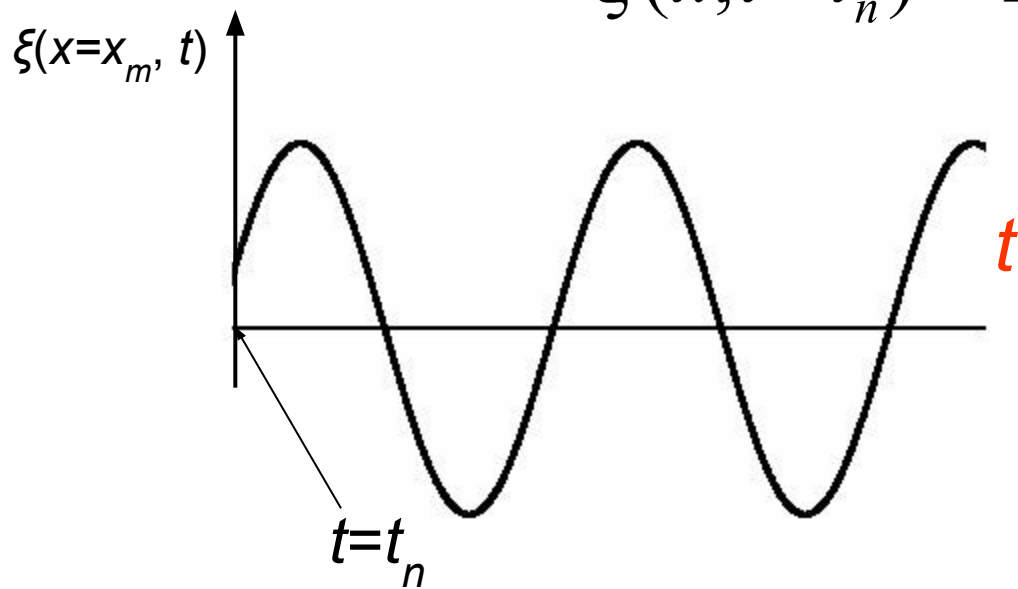
или

$$\xi(x,t) = A e^{i(kx - \omega t + \varphi_0)}.$$

При этом амплитуда колебаний (одномерный случай) зависит от **двух** переменных: времени  $t$  и пространственной координаты  $x$ .



$$\xi(x, t=t_n) = A \cos(\omega t_n - kx + \varphi_0)$$



$$\xi(x=x_m, t) = A \cos(\omega t - kx_m + \varphi_0)$$

# **Плоская бегущая волна**

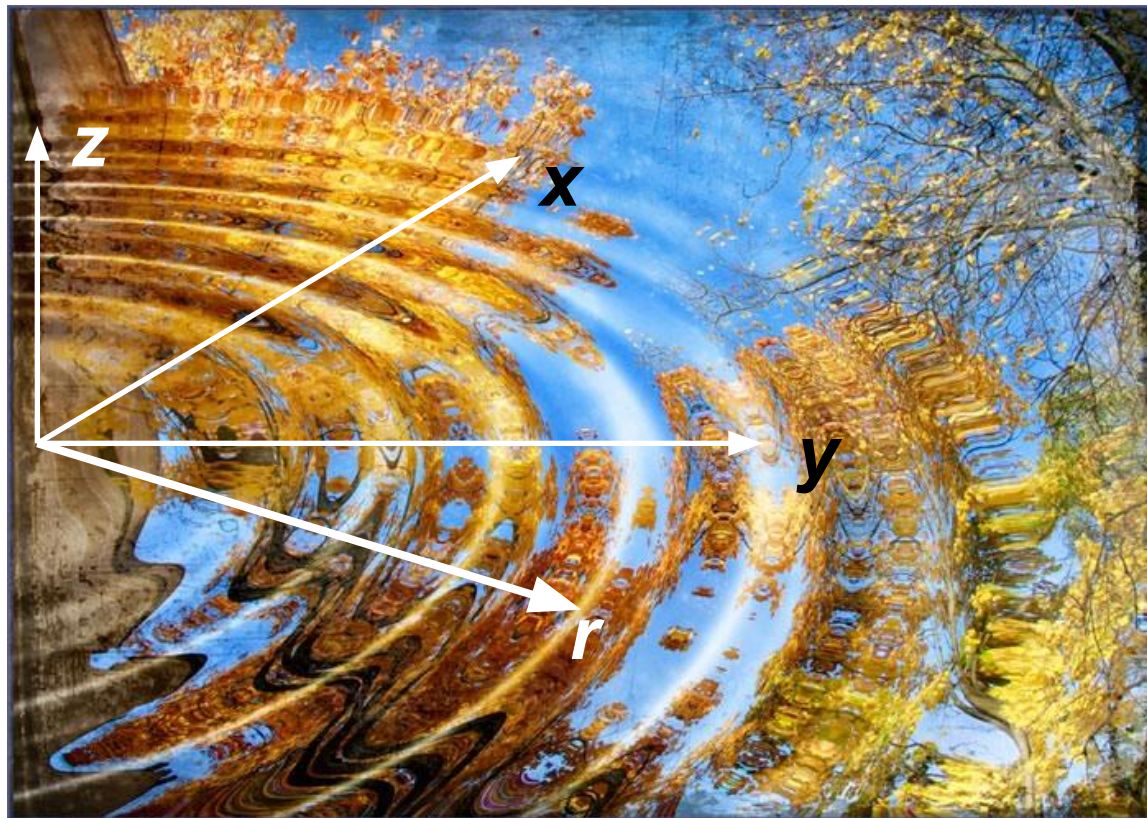
Такой же вид уравнение бегущей волны будет иметь, если колебания распространяются вдоль оси  $y$  или  $z$ .

В общем виде *уравнение плоской бегущей волны* записывается так:

$$\xi = A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{r}{v} \right) + \varphi_0 \right]$$

где  $r$  – расстояние от начальной точки.

Пример двумерной плоской бегущей волны – распространение волн по поверхности воды от брошенного камня:  $z$  – вертикальная координата – амплитуда колебания,  $x$  и  $y$  – горизонтальные координаты,  $r$  – расстояние от начальной точки.



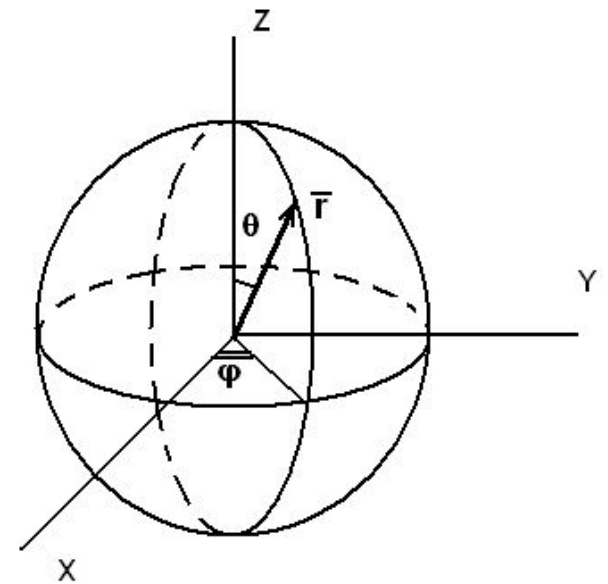
# **Сферическая бегущая волна**

В случае, когда скорость волны  $u$  во всех направлениях постоянна, а источник точечный, волна будет сферической.

Амплитуда колебаний здесь, даже если волна не поглощается средой, не будет постоянной, она убывает по закону  $A / r$ .

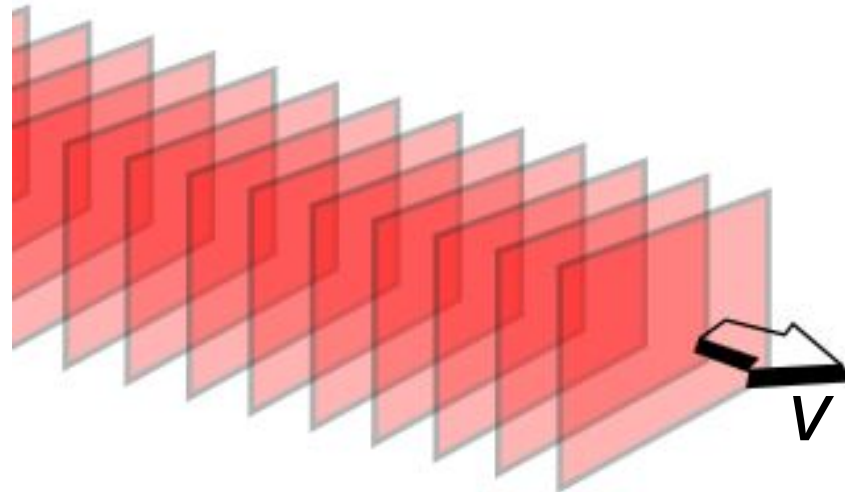
Уравнение сферической бегущей волны имеет следующий вид:

$$y(r, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$



**Фронтом** или **фазовой поверхностью** **волны** называется поверхность, все точки которой в каждый момент времени характеризуются одинаковыми значениями фаз, т. е. это геометрическое место точек равной фазы в определенный момент времени.

**Плоской волной** называется волна, имеющая плоский фронт. Фронт плоской волны неограничен по размерам, а вектор фазовой скорости перпендикулярен фронту.





***Пример***

Рассмотрим уравнение бегущей волны, имеющей вид:

$$y(x, t) = 6[\text{мм}] \cos(4.6 x[\text{м}] - 1570 t[\text{с}])$$

где  $y$  выражено в миллиметрах,  $t$  – в секундах,  
 $x$  – в метрах.

В общем случае:  $y(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \varphi_0)$

Следовательно, в данном случае

$$A = 6 \text{ мм}, \quad \omega = 1570 \text{ с}^{-1}, \quad k = 4.6 \text{ м}^{-1}.$$

Тогда для скорости распространения волны получаем

$$c = \omega / k = 1570 / 4.6 = 341 \text{ м/с}.$$

Для задания параметров гармонических колебаний бегущей волны могут использоваться следующие величины:

$\omega$  - угловая частота,

$\varphi$  - фаза,

$k$  - волновое число,

$\lambda$  – длина волны,

$f$  - частота,

$T$  – период,

$c$  – скорость.

При этом между приведенными параметрами существует следующая связь:

$$k = 2\pi/\lambda = \omega/c, \quad f = 1/T, \quad \omega = 2\pi f .$$

# Электромагнитная волны

В 1860 г. знаменитый английский физик **Джеймс Клерк Максвелл** создал единую теорию электрических и магнитных явлений.



Максвелл теоретически показал, что электромагнитные колебания не остаются локализованными в пространстве, а распространяются в вакууме со скоростью света во все стороны от источника. Свою теорию Максвелл сформулировал в виде системы нескольких уравнений.

В учении об электромагнетизме эти уравнения Максвелла играют такую же роль, как уравнения (или законы) Ньютона в механике.

# Электромагнитная волна -

распространяющиеся в пространстве волна, порожденная колебаниями параметров электрического и магнитного полей.

Переменное **магнитное поле  $H$**  вызывает появление электрического поля.

Переменное **электрическое поле  $E$**  вызывает появление магнитного поля.

Взаимно порождаясь, эти поля могут существовать независимо от источников заряда или токов, которые первоначально создали одно из них.

# Скалярные поля

Если в каждой точке  $M(x,y,z)$  некоторой области  $V$  пространства определена скалярная функция  $u = u(M)$ , то это означает, что в области  $V$  задано **скалярное поле**, в каждой своей точке определяемым одним числом:  $u = u(M) = u(x,y,z)$ .

Пример двумерного **скалярного поля** - поле температуры поверхности океана.

# Векторные поля

Если в каждой точке  $M(x, y, z)$  некоторой области  $V$  пространства определен вектор, имеющий составляющие по трем декартовым осям, то это означает, что в области  $V$  задано **векторное поле**. В каждой своей точке векторное поле определяется в трехмерном пространстве тремя числами.

Пример **векторного поля** - поле ветра в атмосфере.

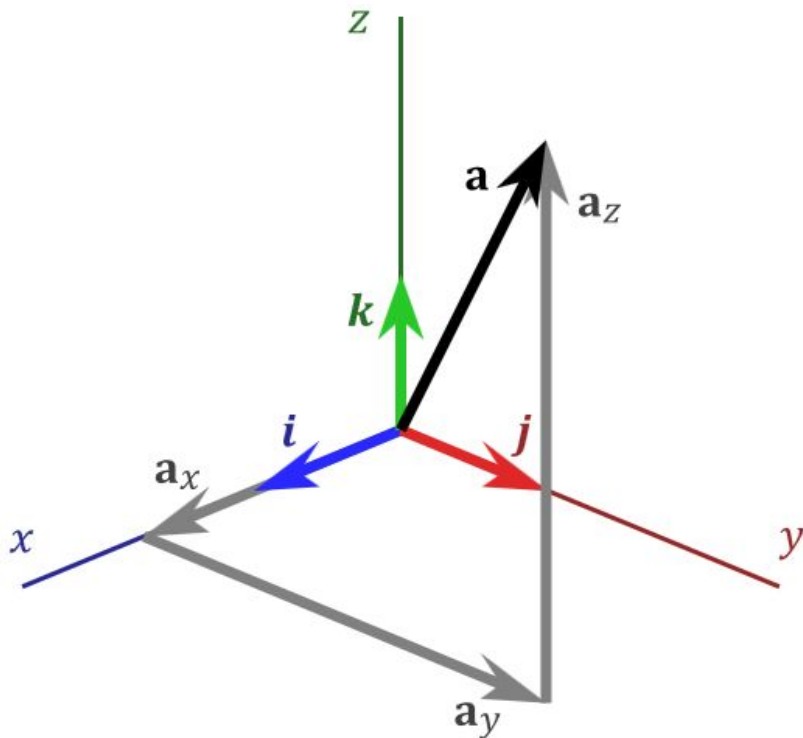


В эвклидовом пространстве вектор  $\mathbf{a}$  имеет:

- три составляющие по осям  $x$ ,  $y$  и  $z$ :

$$a_x, a_y \text{ и } a_z;$$

- модуль вектора  $\mathbf{a}$ :  $|\mathbf{a}| = (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{1/2}$ .

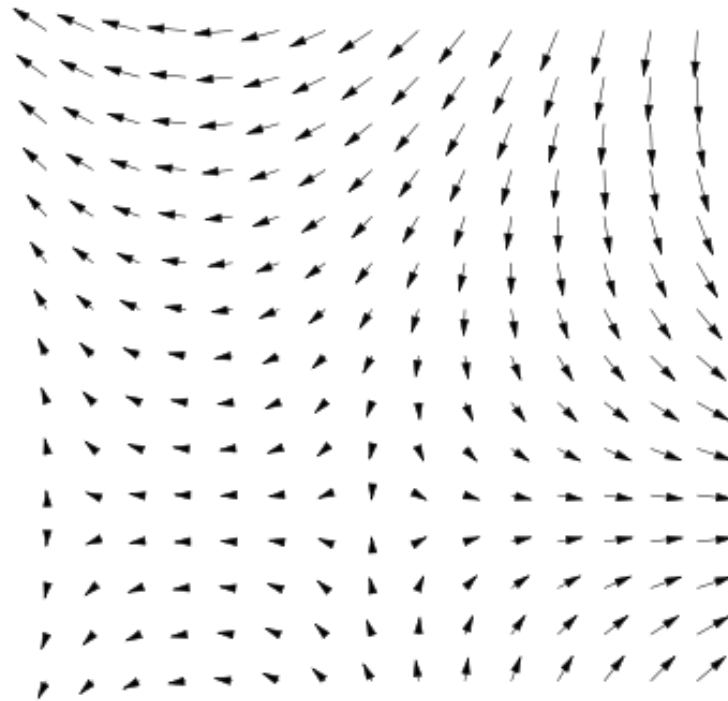


$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

На рисунке изображен результирующий вектор  $\mathbf{a}$  и три его составляющие по трем декартовым осям

**Электрические и магнитные поля – это векторные поля.**

В каждой точке пространства эти поля характеризуются своими векторами, одновременно имеющими величину (модуль) и направление.



Двухмерное векторное поле

Количественная характеристика электрического, равная отношению силы, с которой поля - **напряженность электрического поля  $E$ .**

**Напряженность электрического поля  $E$**  – это векторная величина электрическое поле действует на внесенный точечный заряд, к величине этого заряда.

Количественная характеристика магнитного поля -  
**напряженность магнитного поля  $H$ .**

**Напряженность магнитного поля  $H$**  - это векторная величина, равная разности вектора магнитной индукции и вектора намагниченности.

Связь параметров электромагнитной волны с характеристиками среды определяется

**уравнениями Максвелла:**

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E}, & \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{H} &= 0, & \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon}. \end{aligned}$$

где  $\vec{H}$  – напряженность магнитного поля;

$\vec{E}$  – напряженность электрического поля;

$\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды;

$\sigma$  – удельная электрическая проводимость среды;

$\mu$  – магнитная проницаемость среды;

$\rho$  – плотность свободных зарядов в среде,

$t$  – время.

# Операторы, входящие в уравнения Максвелла

***rot*** (рóтор) – векторный дифференциальный оператор над векторным полем.

Результатом действия этого оператора на конкретное векторное поле ***F*** является новое векторное поле ***B***.

Поле ***B = rot F*** - это векторное поле, длина и направление вектора которого в каждой точке пространства характеризует вращательную составляющую поля ***F*** в этой точке.

Векторное поле, ротор которого равен нулю в любой точке пространства, называется ***безвихревым***.

$$\begin{aligned} & \text{rot} (F_x \mathbf{e}_x + F_y \mathbf{e}_y + F_z \mathbf{e}_z) = \\ & \equiv \left( \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \mathbf{e}_x + \left( \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x} \right) \mathbf{e}_y + \left( \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \mathbf{e}_z. \end{aligned}$$

***div*** (дивергенция: от лат. *divergere* — обнаруживать расхождение) — дифференциальный оператор, который преобразует векторное поле в скалярное поле.

Оператор дивергенции определяет (для каждой точки), «насколько расходится (сходится) входящее и исходящее из малой окрестности данной точки поле».

В трёхмерном декартовом пространстве дивергенция определяется следующим выражением

$$\operatorname{div} \mathbf{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

С точки зрения физики дивергенция векторного поля является показателем того, в какой степени данная точка пространства является источником (положительная дивергенция) или стоком (отрицательная дивергенция) этого поля.



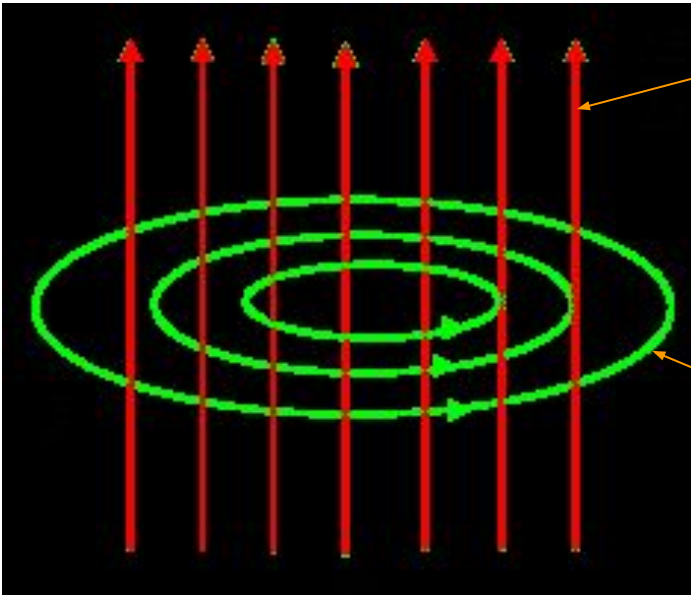
Всякое изменение магнитного поля  $H$  создает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле  $E$ .

Линии напряженности вихревого электрического поля расположены в плоскости, перпендикулярной линиям индукции переменного магнитного поля, и охватывают их; они образуют с вектором «левый винт» (их направление определяется правилом Ленца).

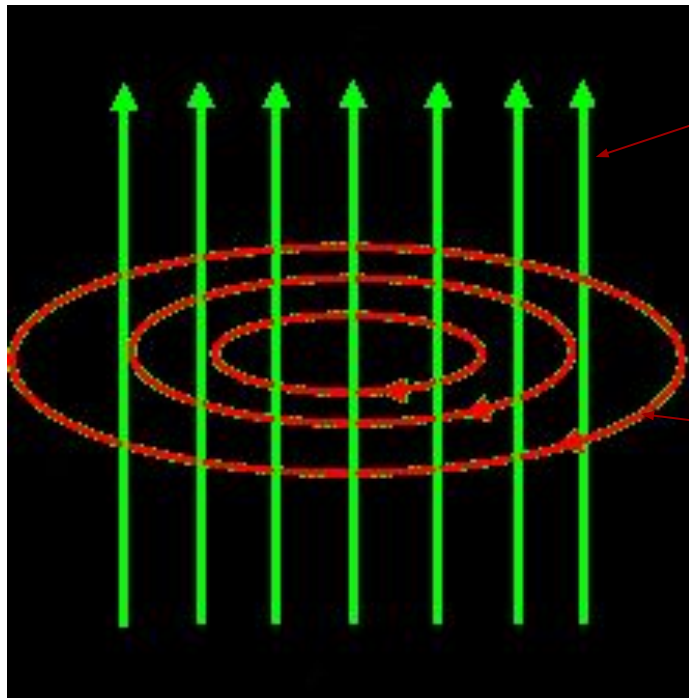
Электрическое поле  $E$ ,  $\Delta E/\Delta t > 0$   
(вертикальные прямые линии)

$$\text{rot} H = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} + \sigma E,$$

Магнитное поле  $H$   
(горизонтальные концентрические окружности)



Всякое изменение электрического поля  $\mathbf{E}$  возбуждает в окружающем пространстве вихревое магнитное поле  $\mathbf{H}$ , линии индукции которого расположены в плоскости, перпендикулярной линиям напряженности переменного электрического поля, и охватывают их. Линии индукции возникающего магнитного поля  $\mathbf{H}$  образуют с вектором  $\mathbf{E}$  «правый винт».



Магнитное поле  $\mathbf{H}$ ,  $\Delta \mathbf{H} / \Delta t > 0$

(вертикальные прямые линии)

$$\text{rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$

Электрическое поле  $\mathbf{E}$

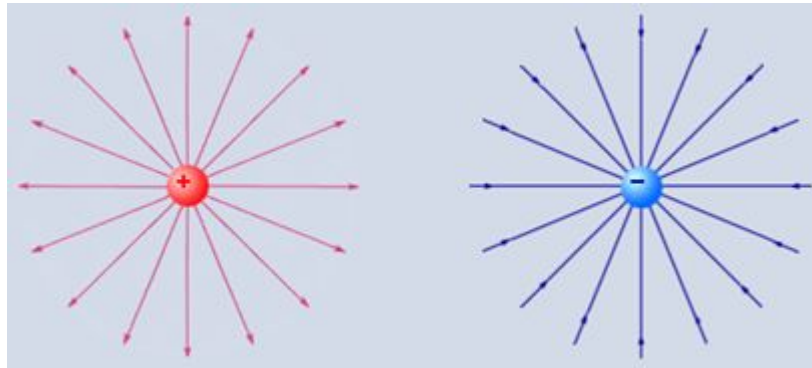
(горизонтальные concentric окружности)

# Дивергенция

Оператор дивергенции определяет (для каждой точки), «насколько расходится (сходится) входящее и исходящее из малой окрестности данной точки поле».

Для электрического поля  $\mathbf{E}$  силовые линии сходятся или расходятся у свободных зарядов:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}.$$



Для магнитного поля  $\mathbf{H}$  (нет свободных магнитных зарядов) :

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0.$$

Решение системы уравнений Максвелла для конкретных условий позволяет получить уравнения, описывающие распространение порожденных электрическим и магнитным полями ***электромагнитных волн*** в пространстве.

# **Влияние среды на распространения электромагнитных волн**

**Характер распространения электромагнитных волн существенно зависит от свойств среды, в которой они распространяются.**

Входящие в уравнения Максвелла диэлектрическая и магнитная проницаемости среды определяются следующими соотношениями

$$\varepsilon = \varepsilon' \varepsilon_0, \quad \mu = \mu' \mu_0$$

где  $\varepsilon'$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды;

$\mu'$  – относительная магнитная проницаемость среды.

Здесь

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9}$$

это диэлектрическая проницаемость вакуума [Ф/м];

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

это магнитная проницаемость вакуума [Гн/м].

**Диэлектрическая проницаемость** среды измеряется в [Ф/м]: фарад на метр.

**Фарада** - единица измерения электрической емкости, названа в честь английского физика **Майкла Фарадея**

**Магнитная проницаемости** среды измеряется в [Гн/м]: генри на метр.

**Генри** – единица измерения индуктивности, названа в честь американского ученого **Джозефа Генри**.

Частный случай  
решения  
уравнений Максвелла.

**Среда – идеальный  
диэлектрик.**



**Идеальный диэлектрик** (идеальный изолятор) — вещество, не проводящее электрический ток. В диэлектрике отсутствуют свободные носители заряда.

Если среда представляет собой идеальный однородный диэлектрик, то

$$\sigma = 0, \quad \rho = 0, \quad \mu' = 1, \quad \varepsilon = \text{const},$$

где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды;

$\sigma$  – удельная электрическая проводимость среды;

$\mu'$  – относительная магнитная проницаемость среды;

$\rho$  – плотность свободных зарядов в среде.

В этом случае уравнения Максвелла существенно упрощаются.

**Уравнения Максвелла** для среды, представляющей собой однородный диэлектрик, имеют следующий вид

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0,$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0,$$

где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды;

$\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума.

Рассмотрим решения уравнений Максвелла для случая, когда в идеальном однородном диэлектрике вдоль оси  $x$  распространяется плоская электромагнитная волна.

Для среды, представляющей собой идеальный однородный диэлектрик, решение системы уравнений Максвелла в случае **гармонических колебаний** будет иметь следующий вид:

- для составляющих векторов  **$E$  и  $H$  по оси  $x$** :

$$E_x = 0, \quad H_x = 0.$$

- для составляющих векторов  **$E$  и  $H$  по оси  $y$** :

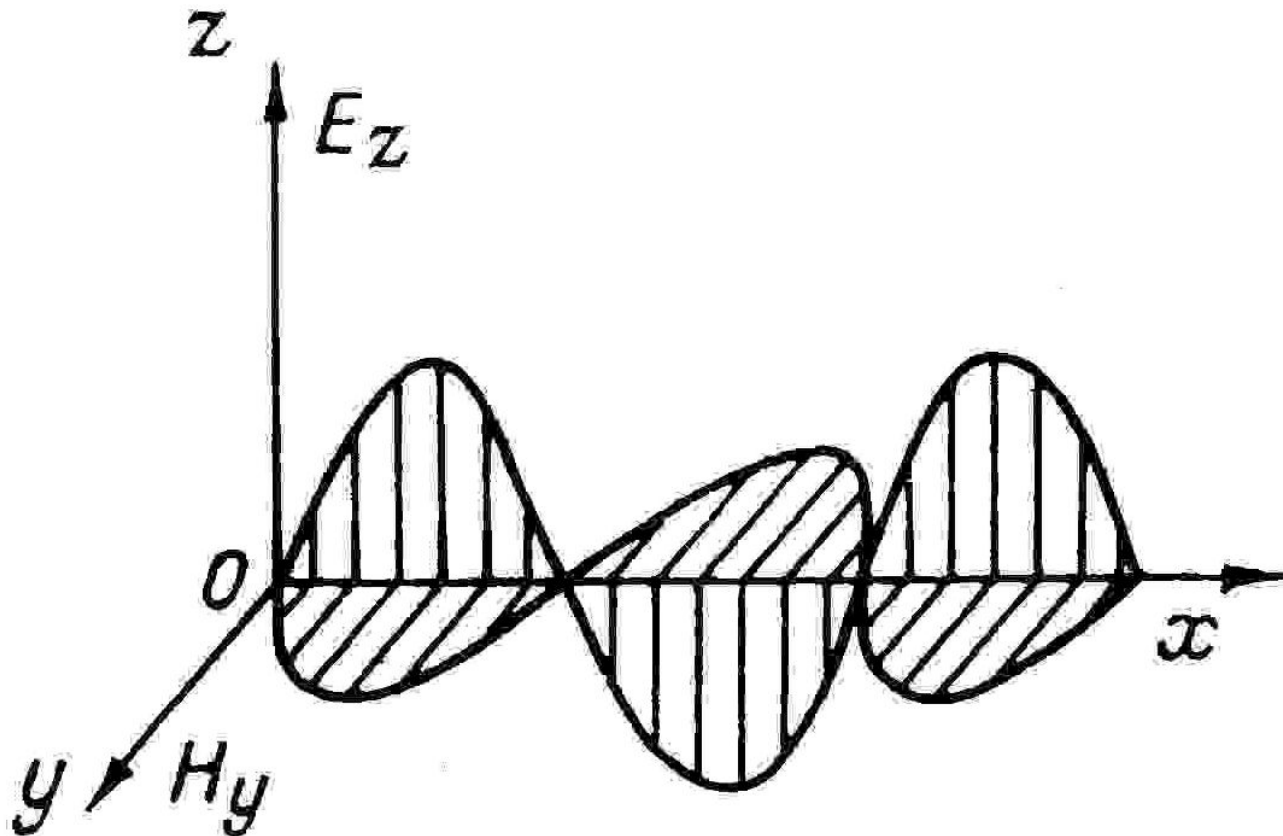
$$E_y = 0, \quad H_y = \pm \frac{\sqrt{\varepsilon}}{Z_0} E_M \cos \omega \left( t - \frac{x}{c} \right),$$

- для составляющих векторов  **$E$  и  $H$  по оси  $z$** :

$$E_z = E_M \cos \omega \left( t - \frac{x}{c} \right), \quad H_z = 0.$$

Здесь  $c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu_0}$  – скорость распространения электромагнитной

волны в идеальном диэлектрике,  $Z_0 = 120\pi$  – волновое сопротивление свободного пространства.



Изменение напряженности электрического поля  $\mathbf{E}(E_x, E_y, E_z)$  и магнитного поля  $\mathbf{H}(H_x, H_y, H_z)$  в направлении распространения  $x$  гармонической электромагнитной волны в однородном идеальном диэлектрике

Анализ представленного выше решения для однородного идеального диэлектрика показывает следующее.

1. Рассматриваемая электромагнитная волна является **поперечной**, так как в ней отсутствуют продольные составляющие векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ : составляющие  $E_x$  и  $H_x$  равны нулю.

2. В любой точке пространства векторы  $E_z$  и  $H_y$  изменяются **синфазно**, а сами поля **распространяются с одинаковой скоростью**.

3. **Амплитуды** составляющих полей по мере распространения волны остаются **неизменными** и однозначно связаны между собой через сопротивление свободного пространства  $Z_0$ .

4. В диапазоне радиоволн **идеальным однородным диэлектриком** можно считать **сухой воздух**.

5. Направление распространения электромагнитной волны определяется **вектором Умова–Пойнтинга:  $\mathbf{P}$** , представляющим собой векторное произведение векторов  **$\mathbf{E}$**  и  **$\mathbf{H}$** .

Модуль вектора  **$\mathbf{P}$**  численно равен мощности волны, приходящейся на единицу площади, и называется **плотностью потока мощности волны**.

Частный случай  
решения  
уравнений Максвелла.

**Полупроводящая среда или  
среда с потерями.**

На практике среды в виде идеального диэлектрика встречаются редко. Как правило, приходится иметь дело с полупроводящими средами (средами с потерями).

Если среда представляет собой полупроводящий однородный диэлектрик, то

$$\sigma \neq 0, \rho = 0, \mu' = 1, \varepsilon = \text{const},$$

где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды;

$\sigma$  – удельная электрическая проводимость среды;

$\mu'$  – относительная магнитная проницаемость среды;

$\rho$  – плотность свободных зарядов в среде.

Идеальный однородный диэлектрик:  $\sigma = 0, \rho = 0, \mu' = 1, \varepsilon = \text{const},$



Для среды с потерями в предположении  $\rho = 0$  уравнения Максвелла будут иметь следующий вид (в первом уравнении по сравнению со случаем идеального однородного диэлектрика появится второе слагаемое):

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E},$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0,$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0.$$

Рассмотрим, к каким последствиям приводит появление этого второго слагаемого в первом уравнении Максвелла, рассмотрев производную напряженности электрического поля по времени:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = ?$$

Напряженность электрического поля, изменяющегося по гармоническому закону, может быть записана в виде

$$E = E_m e^{i\omega t}$$

где  $E_m$  – амплитуда электрической составляющей волны.

Дифференцирование последнее выражение по  $t$ , получаем

$$\frac{\partial E}{\partial t} = i\omega E_m e^{i\omega t} = i\omega E = i\omega E \frac{i}{i} = -\frac{\omega}{i} E$$

поскольку  $(i * i) = -1$ . Тогда

$$E = -i \frac{1}{\omega} \frac{\partial E}{\partial t}$$

С учетом последнего соотношения система уравнений Максвелла для сред с потерями может быть переписана в следующем виде

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \left( \varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0,$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0.$$

Сравнение систем уравнений Максвелла, соответствующих идеальному однородному диэлектрику и полупроводящей среде, показывает, что они аналогичны при условии, если полупроводящая однородная среда обладает ***комплексной диэлектрической проницаемостью***

$$\varepsilon_{\text{К}} = \varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega}$$

с мнимой частью, зависящей от частоты  $\omega$  (длины волны  $\lambda = 2\pi c/\omega$ ).

**Относительная диэлектрическая проницаемость** в этом случае будет комплексной величиной, равной

$$\varepsilon'_k = \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega}}{\varepsilon_0} = \varepsilon' - i \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega} = \varepsilon' - i \cdot 60 \lambda \sigma$$

Относительная диэлектрическая проницаемость однозначно связана с такой характеристикой среды как **комплексный коэффициент преломления** электромагнитных волн следующим соотношением

$$m = \sqrt{\varepsilon'_K} = \sqrt{\varepsilon' - i \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega}} = n - ip$$

где

$$p = 60 \lambda \sigma$$

**Вещественная часть** комплексного коэффициента преломления:  $n$ , называется **показателем преломления** электромагнитной волны; **мнимая часть** комплексного коэффициента преломления:  $\rho$  – **показателем поглощения** электромагнитной волны.

Анализ зависимости комплексного коэффициента преломления от частоты  $\omega$  ( $\lambda = 2\pi c/\omega$ ) показывает:

- при  $\omega \rightarrow \infty$   $m \approx n$ , т.е. электромагнитная волна в основном преломляется в среде и мало меняет свою амплитуду;

- при  $\omega \rightarrow 0$   $m \approx \rho$ , т.е. доминирует поглощение электромагнитной волны.

Решение системы уравнений Максвелла для рассматриваемого случая можно записать в следующем виде:

$$E_y = 0, \quad H_y = -\frac{\sqrt{n^2 + p^2}}{Z_0} E_M e^{-\frac{\omega}{c} px} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) - \operatorname{arctg} \frac{p}{n} \right],$$

$$H_z = 0, \quad E_z = E_M e^{-\frac{\omega}{c} px} \cos \omega \left( t - \frac{x}{c} \right),$$

где  $c$  – скорость распространения электромагнитной волны в полупроводящей среде.



Как следует из анализа последних соотношений, при распространении электромагнитной волны в полупроводящей среде имеют место следующие особенности:

1. По мере распространения электромагнитной волны обе ее составляющие испытывают ослабление, что определяется множителем

$$e^{-\frac{\omega}{c}p}$$

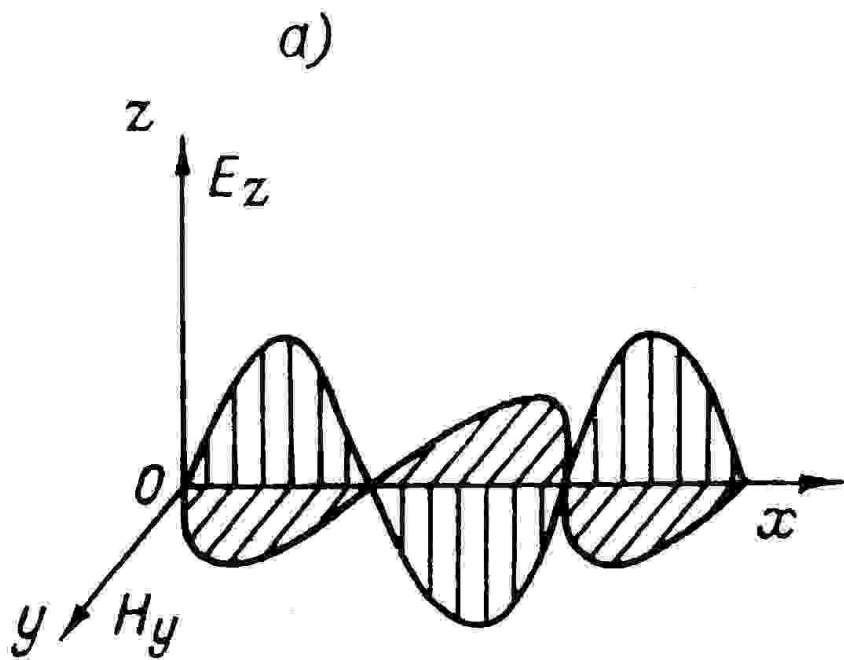
2. Составляющие электромагнитной волны (вектора  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{E}$ ) сдвинуты по фазе друг относительно друга на величину

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{p}{n}.$$

3. Амплитуды электрической и магнитной составляющих связаны между собой следующим соотношением

$$H_M = \frac{\sqrt{n^2 + p^2}}{Z_0} E_M$$

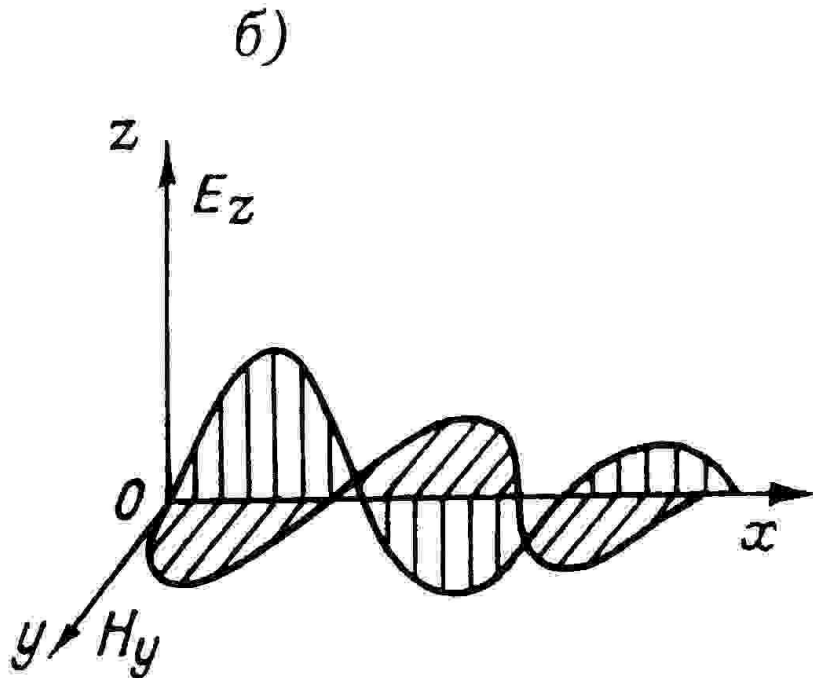
Это соотношение показывает, что для описания электромагнитной волны достаточно знать выражения только для электрической составляющей поля.



**Сравнение** изменения напряженности электрического и магнитного поля в направлении распространения электромагнитной волны:

а) – в однородном идеальном диэлектрике;

б) – в полупроводящей среде (в среде с потерями).



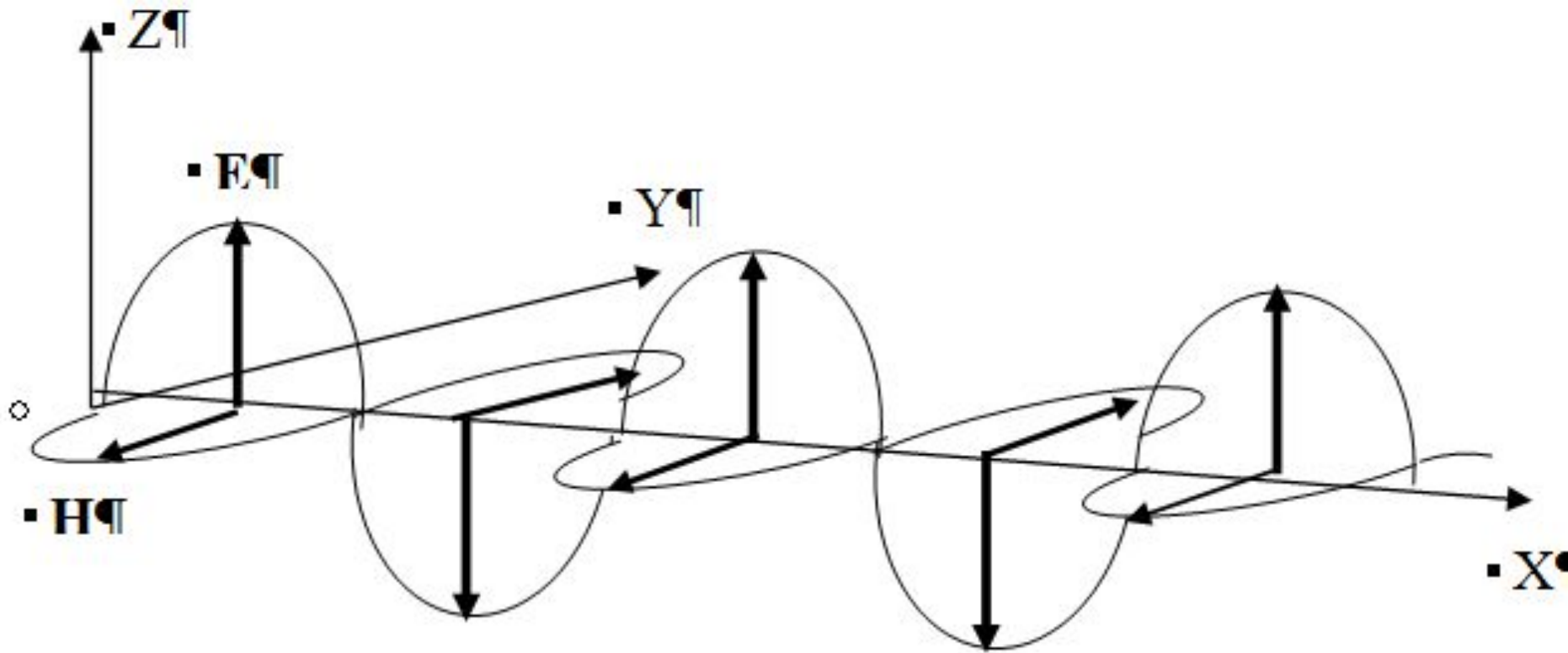


Какие будут вопросы ?

*Поток импульса в бегущей волне; давление электромагнитного излучения.* Когда электромагнитное излучение поглощается без отражения веществом, последнему передается энергия  $W$ , а также импульс (вдоль направления распространения). Мы покажем, что величина передаваемого импульса равна  $W/c$ . Если пучок отражается на  $180^\circ$  от зеркала (без какого-либо поглощения), то зеркалу передается удвоенное значение импульса, равное  $2W/c$ . Таким образом, излучение оказывает давление на предметы, которые поглощают или отражают его. Это давление называется *давлением излучения*. Бегущей электромагнитной плоской волне с энергией  $W$  соответствует импульс  $P$ , равный

$$\boxed{P = \frac{W}{c} \hat{z}}, \quad (104)$$

где  $\hat{z}$  совпадает с направлением распространения.



Распространение плоской электромагнитной волны в однородном идеальном диэлектрике