Теплопроводность

Дифференциальное уравнение теплопроводности

Исследование теплопроводности сводится к изучению пространственно-временного изменения температуры тела, т.е. к нахождению уравнения температурного поля:

$$t = f(x, y, z, \tau)$$

Дифференциальное уравнение нестационарной теплопроводности записывается в виде:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 t + \frac{q_V}{c \cdot \rho}$$

где $a = \dfrac{\lambda}{c \cdot \rho}$ – коэффициент температуропроводности вещества, м^2/с;

λ - удельная теплоемкость вещества, Дж/кг · град;

c - плотность вещества, м^3/кг;

ρ - удельная объемная производительность внутренних источников тепла, Вт/м^3;

∇^2 - оператор Лапласа.

В декартовой системе координат:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

При стационарном тепловом режиме температура тела остается постоянной во времени. Дифференциальное уравнение теплопроводности будет иметь вид:

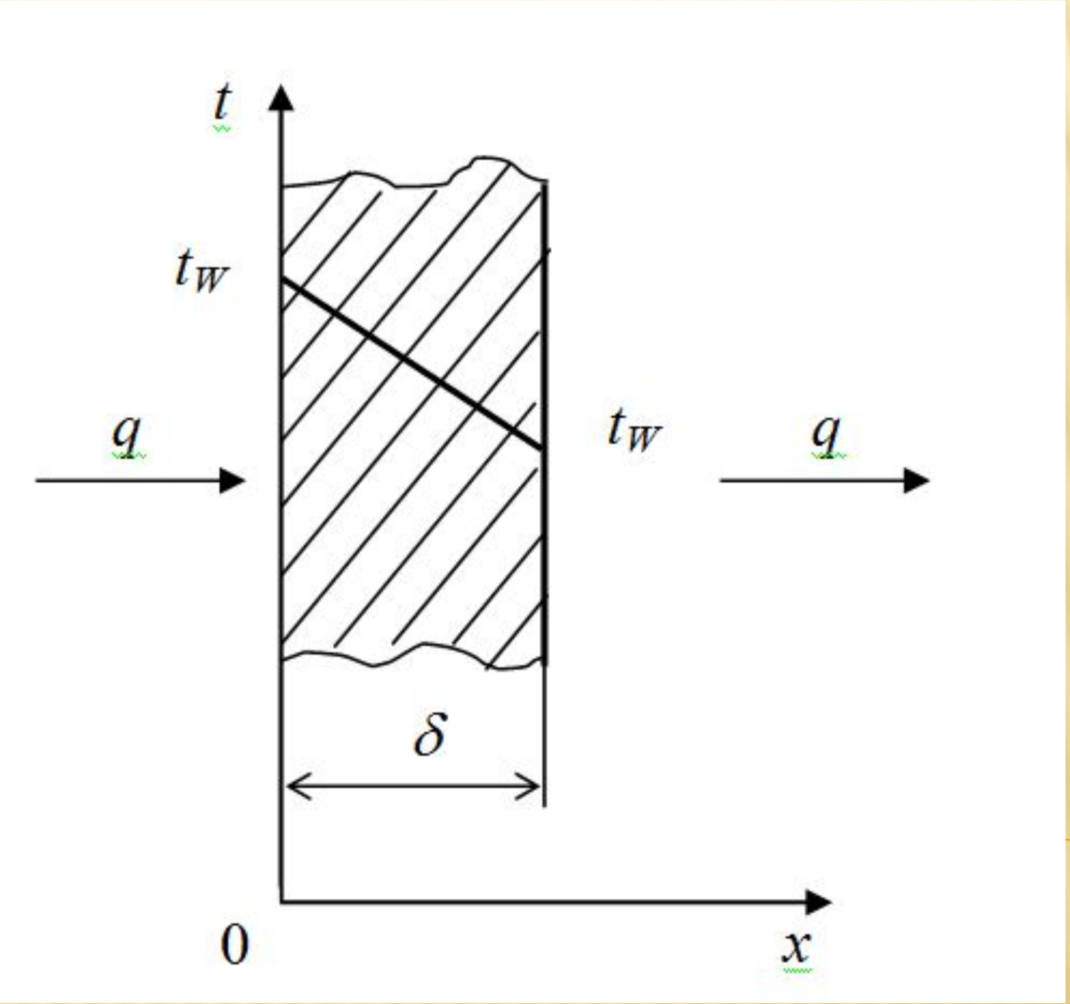
$$a \cdot \nabla^2 t + \frac{q_V}{c \cdot \rho} = 0$$

Если внутренние источники тепла отсутствуют, то уравнение примет вид:

$$\nabla^2 t = 0$$

Передача тепла через плоскую стенку

Рассмотрим однородную и изотропную стенку толщиной δ с постоянным коэффициентом теплопроводности λ



Граничные условия первого рода

На наружных поверхностях стенки температуры поддерживаются постоянными и равными:

$$\text{при } x = 0\ t = t_{W1};$$
$$\text{при } x = \delta\ t = t_{W2}.$$

Удельный тепловой поток будет равен:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} \cdot (t_{W1} - t_{W2}),\ Вт/м^2$$

Для многослойной плоской стенки:

$$q = \frac{t_{W1} - t_{W(n-1)}}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}},\ Вт/м^2$$

Удельный тепловой поток через поверхность контакта можно выразить формулой:

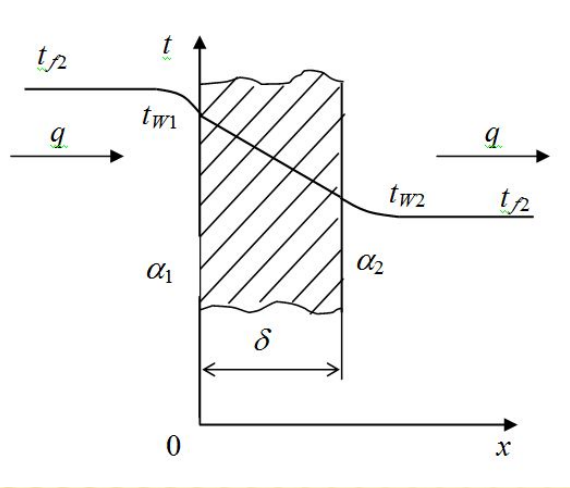
$$q = \frac{1}{R_k} \cdot (t'_W - t''_W),\ Вт/м^2$$

Удельный тепловой поток через отдельные слои и поверхности контактов равен:

$$q = \frac{t_{W1} - t_{W(n+1)}}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum_{i=1}^{i=n-1} R_{ki}},\ Вт/м^2$$

Граничные условия третьего рода

Теплопередача через однородную плоскую стенку



Пусть плоская однородная стенка имеет толщину δ . Заданы коэффициент теплопроводности стенки λ, температуры окружающей среды t_{f1}, t_{f2}, а также коэффициенты теплоотдачи α_1, α_2; будем считать, что величины α_1, α_2, t_{f1}, t_{f2} постоянны и не меняются вдоль поверхности.

Коэффициенты теплоотдачи определяют интенсивность теплоотдачи от горячей жидкости к стенке и от второй поверхности стенки к холодной жидкости в соответствии с выражениями:

$$q=\alpha_1 \cdot (t_{f1} t_{W1});$$
$$q=\alpha_2 \cdot (t_{f2}-t_{W2}).$$

Удельный тепловой поток q от одной жидкости к другой через разделяющую их стенку:

$$q = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \ Вт/м^2$$

Обозначим: $$\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}} = k$$ Тогда: $q = k \cdot (t_{f1} - t_{f2}), \; Вт/м^2$

Удельный тепловой поток через многослойную стенку, состоящую из *n* слоев, будет равен:

$$q = \frac{t_{f1} - t_{f(n+1)}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum\limits_{i=1}^{i=n} \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = k \cdot (t_{f1} - t_{f2}), \; Вт/м^2$$

С учетом термических сопротивлений между отдельными слоями удельный тепловой поток многослойной стенки будет равен:

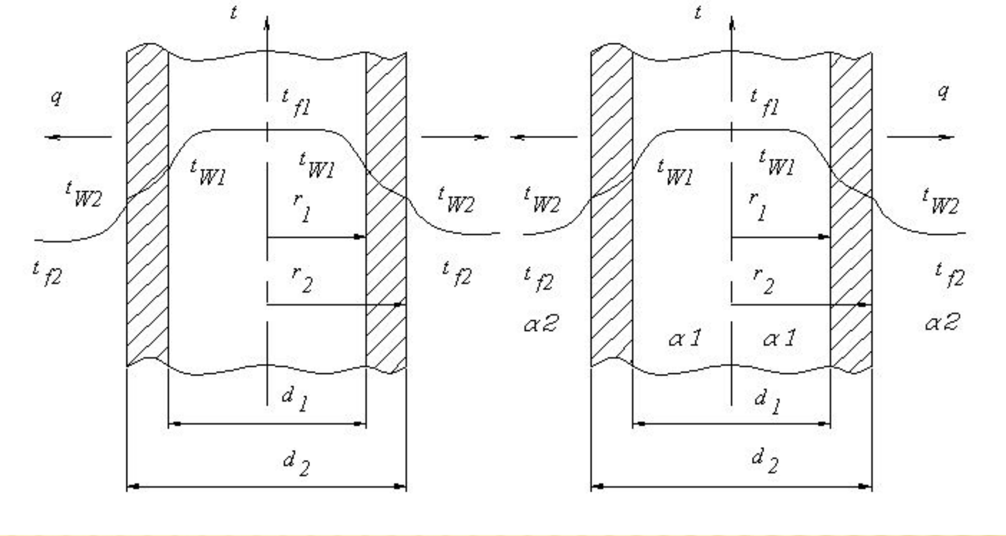
$$q = \frac{t_{f1} - t_{f(n+1)}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum\limits_{i=1}^{i=n} \frac{\delta}{\lambda} + \sum\limits_{i=1}^{i=n-1} R_{ki} + \frac{1}{\alpha_2}} = k \cdot (t_{f1} - t_{f2}), \; Вт/м^2$$

где R_{ki} – термическое сопротивление *i*-слоя

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum\limits_{i=1}^{i=n} \frac{\delta}{\lambda} + \sum\limits_{i=1}^{i=n-1} R_{ki} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

Передача тепла через цилиндрическую стенку

Теплопроводность цилиндрической стенки при граничных условиях первого и второго рода



Расчетная формула для определения удельного теплового потока q_{ℓ}, проходящего через единицу длины трубы записывается в виде:

$$q_{\ell} = \frac{\pi \cdot \left(t_{W1} - t_{W2}\right)}{\frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1}}, \quad Вт/м.$$

Для многослойной цилиндрической стенки, состоящей из однородных слоев, имеем:

- без учета термических сопротивлений контактов:

$$q_{\ell} = \frac{\pi \cdot \left(t_{W1} - t_{W(n+1)} \right)}{\sum\limits_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}, \quad Вт/м$$

- с учетом термических сопротивлений контактов R_{Ki}:

$$q_{\ell} = \frac{\pi \cdot \left(t_{W1} - t_{W(n+1)} \right)}{\sum\limits_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \sum\limits_{i=1}^{i=n-1} \frac{R_{Ki}}{d_{i-1}}}, \quad Вт/м$$

При граничных условиях третьего рода линейные плотности теплового потока будут равны

- для однородной однослойной стенки:

$$q_{\ell} = \frac{\pi \cdot \left(t_{f1} - t_{f2} \right)}{\frac{1}{a_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{a_2 d_2}}, \quad Вт/м;$$

- для многослойной стенки без учета термических сопротивлений контактов:

$$q_{\ell} = \frac{\pi \cdot \left(t_{f1} - t_{f2} \right)}{\frac{1}{a_1 d_1} + \sum\limits_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{a_2 d_{n+1}}}, \quad Вт/м;$$

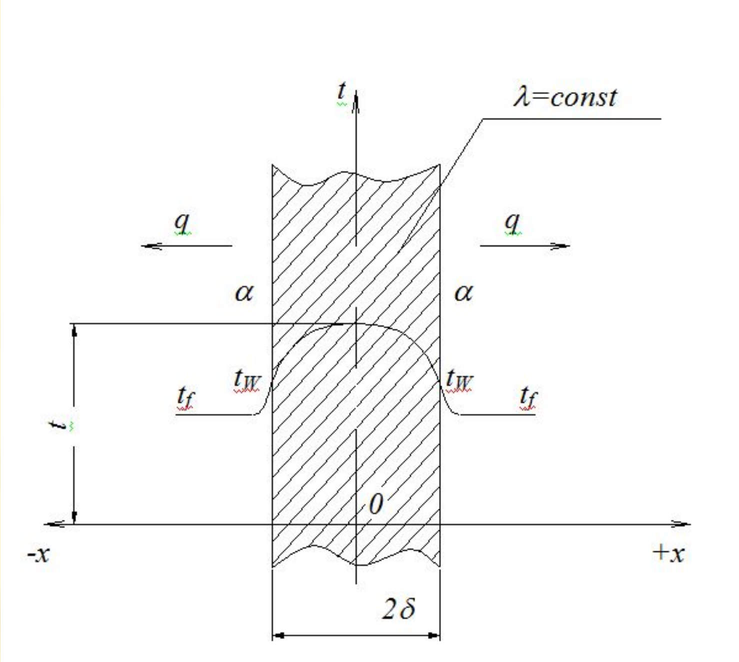
- для многослойной стенки с учетом термических сопротивлений контактов R_{Ki}:

$$q_{\ell} = \frac{\pi \cdot \left(t_{f1} - t_{f2} \right)}{\frac{1}{a_1 d_1} + \sum\limits_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \sum\limits_{i=1}^{i=n-1} \frac{R_{Ki}}{d_{i-1}} + \frac{1}{a_2 d_{n+1}}}, \quad Вт/м$$

Теплопроводность при наличии внутренних источников тепла

Теплопроводность однородной пластины

Рассмотрим длинную пластину, толщина которой 2δ - величина малая по сравнению с двумя другими размерами.



Источники тепла равномерно распределены по всему объему пластины. Плотность объемного тепловыделения $q_V = const$. Заданы коэффициент теплоотдачи α и температура жидкости вдали от пластины t_f, причем $\alpha = const$ и $t_f = const$. При указанных условиях температура пластины будет изменяться только вдоль оси x.

Дифференциальное уравнение принимает вид: $$\frac{d^2t}{dx^2} + \frac{q_V}{\lambda} = 0$$

Граничные условия при x=0: $$\frac{dt}{dx} = 0$$

при $x = \pm\delta$ $$-\lambda \cdot \left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=\pm\delta} = \alpha \cdot (t_W - t_f)$$

Тогда для распределения температуры по толщине пластины будем иметь:

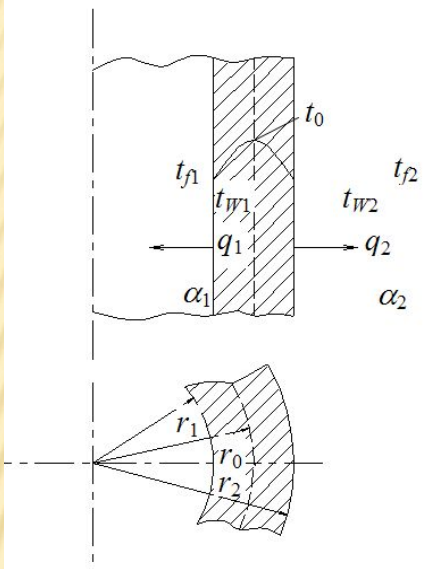
$$t = t_f + \frac{q_V \cdot \delta}{\alpha} + \frac{q_V}{2\lambda} \cdot (\delta^2 - x^2), \text{град}$$

Тепловой поток с единицы поверхности пластины при $x=\delta$ будет равен:

$$q = \alpha \cdot \left(t_W - t_f\right) = q_V \cdot \delta, \text{Вт}/\text{м}^2$$

Теплопроводность цилиндрической стенки

Отвод теплоты внутренних источников через поверхности цилиндрической стенки (теплота отводится через обе поверхности)



Рассмотрим бесконечно длинную цилиндрическую стенку (трубу) с внутренним радиусом r_1, наружным r_2 и постоянным коэффициентом теплопроводности λ (рисунок 1.5). Внутри этой стенки равномерно распределены источники тепла производительностью q_V. Коэффициенты теплоотдачи α_1 *и* α_2.

В такой стенке температура будет изменяться только в направлении радиуса, и процесс теплопроводности будет описываться уравнением:

$$\frac{d^2t}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dt}{dr} + \frac{q_V}{\lambda} = 0$$

Интеграл этого уравнения:

$$t = -\frac{q_V r^2}{4\lambda} + C_1 \cdot lnr + C_2$$

а) Тепло отводится только через наружную поверхность трубы

При граничных условиях третьего рода:

$$t = t_{f2} + \frac{q_V \cdot r_2}{2\alpha_2}\left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right] + \frac{q_V r_2^2}{4\lambda}\cdot\left[1 + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot 2\ln\frac{r}{r_2} - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right]$$

При граничных условиях первого рода:

$$t = t_{W2} + \frac{q_V r_2^2}{4\lambda}\cdot\left[1 + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot 2\ln\frac{r}{r_2} - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right]$$

Перепад температур в стенке трубы:

$$t_{W1} - t_{W2} = \frac{q_V r_1^2}{4\lambda}\cdot\left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 2\ln\frac{r_2}{r_1} - 1\right]$$

б) Тепло отводится только через внутреннюю поверхность трубы:

При граничных условиях третьего рода:

$$t = t_{f1} + \frac{q_V \cdot r_1}{2\alpha_1}\left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right] + \frac{q_V r_2^2}{4\lambda}\cdot\left[2\ln\frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right]$$

При граничных условиях первого рода:

$$t = t_{W1} + \frac{q_V r_2^2}{4\lambda}\cdot\left[2\ln\frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right]$$

Перепад температур в стенке трубы:

$$t_{W2} - t_{W1} = \frac{q_V r_2^2}{4\lambda}\cdot\left[2\ln\frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1\right]$$

в) Тепло отводится через внутреннюю и наружную поверхности

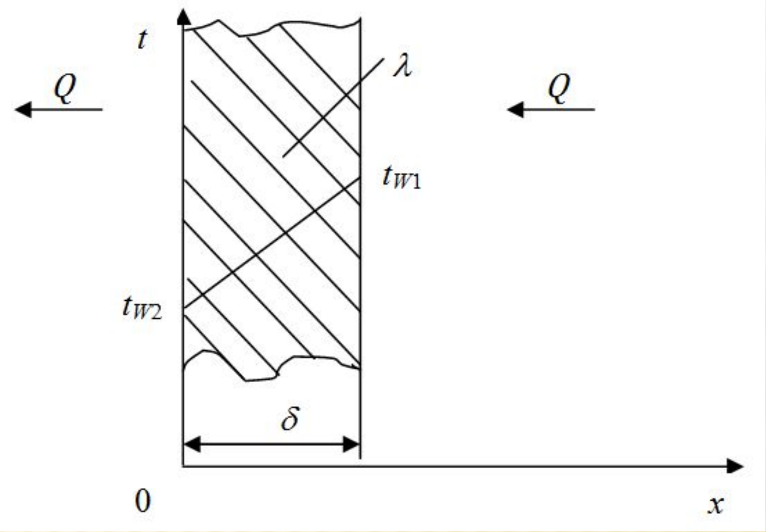
При граничных условиях первого рода:

$$r_0 = \sqrt{\frac{q_V(r_2^2 - r_1^2) - 4\lambda\cdot(t_{W1} - t_{W2})}{q_V \cdot 2\ln\frac{r_2}{r_1}}}$$

Пример решения задач

ЗАДАЧА:

Определить количество теплоты, которое передается в течение 1 часа через стенки картера авиадвигателя, если толщина стенок *δ = 5,5 мм*, площадь поверхности стенок $F = 0{,}6$ $м^2$, температура на внутренней поверхности картера $t_{W1} = 75°C$, на наружной $t_{W2} = 68°C$, а средний коэффициент теплопроводности стенок *λ= 175 Вт/м·град*.



<u>РЕШЕНИЕ</u>

Количество теплоты, передаваемое через стенки картера в течение 1 часа, будет равно:

$$Q = \frac{\lambda}{\delta}\cdot(t_{W1} - t_{W2})\cdot F\cdot\tau = \left(\frac{175}{5{,}5\cdot10^{-3}}(75-68)\cdot0{,}6\cdot3600\right) Дж = 481{,}1\cdot10^{6}\ Дж.$$

Конвективный теплообмен

Дифференциальное уравнение конвективного теплообмена. Критерии подобия

При практических расчетах теплоотдачи используется закон Ньютона-Рихмана:

$$Q = \alpha \cdot \left(t_W - t_f\right) \cdot F, \text{Вт}.$$

Здесь Q– тепловой поток от стенки к жидкости, *Вт*; F – поверхность теплообмена, *м*^{2}; α – коэффициент теплоотдачи, *Вт/м*^{2} ·*град*; t_W – температура стенки, *град*; t_f – температура жидкости, *град*.

Конвекция

Вынужденная

Естественная

На процесс конвективного теплообмена существенно влияет характер движения жидкости.

Режимы течения :

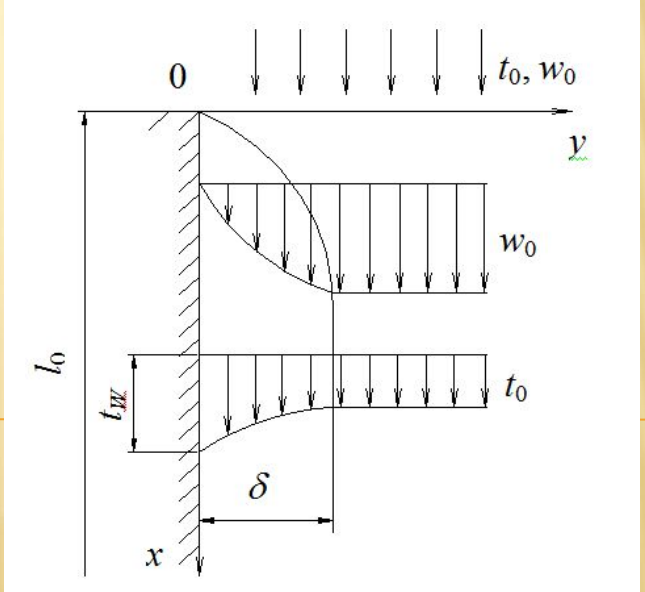
-Ламинарный;

-Турбулентный.

Конвективный теплообмен описывается системой дифференциальных уравнений и условиями однозначности с большим количеством переменных. В настоящее время точные решения уравнений имеются только для отдельных частных случаев. Поэтому большое значение приобретает экспериментальный путь исследования.

Теоретической базой экспериментальных исследований является теория подобия.

Пусть поверхность твердого тела омывается несжимаемой жидкостью, температура и скорость которой вдали от тела постоянны и равны соответственно t_0 и w_0. Размеры тела ℓ_0 и другие параметры заданы. Температура поверхности тела равна t_W. Примем, что $t_W > t_0$, а также, что физические параметры тела постоянны. Теплота трения не учитывается. Рассматриваемый процесс является стационарным.



Дифференциальное уравнение конвективного теплообмена

1. Уравнение теплоотдачи:

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\vartheta_W} \cdot \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial n}\right)_{y=0}$$

2. Уравнение энергии:

$$W_x \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + W_z \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial z} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2}\right)$$

3. Уравнения движения :

$$W_x \cdot \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial W_x}{\partial y} + W_z \cdot \frac{\partial W_x}{\partial z} = g \cdot \beta \cdot \vartheta - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + v \cdot \left(\frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial z^2}\right);$$

$$W_x \cdot \frac{\partial W_y}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial W_y}{\partial y} + W_z \cdot \frac{\partial W_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} + v \cdot \left(\frac{\partial^2 W_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial z^2}\right);$$

$$W_x \cdot \frac{\partial W_z}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial W_z}{\partial y} + W_z \cdot \frac{\partial W_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} + v \cdot \left(\frac{\partial^2 W_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial z^2}\right),$$

4. Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0$$

Граничные условия:

• Вдали от тела ($x<0$):

$$\vartheta = \vartheta_0 = t_0 - t = 0;$$

$$W_x = W_0;$$

$$W_y = W_z = 0.$$

• На поверхности тела ($y=0;\ 0 \le x \le \ell_0$): $\vartheta = \vartheta_W = t_W - t_0 = const;$ $W_x = W_y = W_z = 0$

В уравнениях и условиях однозначности различают три вида величин:

- *независимые переменные* – координаты x, y, z;
- *зависимые переменные* – α, ϑ, W_x, W_y, W_z *и* P; они однозначно определяются значениями независимых переменных, если заданы величины, входящие в условия однозначности;
- *постоянные величины* – W_0, t_0, ℓ_0, ϑ_c, ν, α, λ, β, ρ и др., они задаются условиями однозначности и для определенной задачи являются постоянными величинами, не зависящими от других переменных; от задачи к задаче они могут меняться.

Помимо безразмерных величин $\Theta = \dfrac{\vartheta}{\vartheta_0};\quad \overline{W}_X = \dfrac{W_X}{W_0};\quad \overline{W}_Y = \dfrac{W_Y}{W_0};\quad \overline{W}_Z = \dfrac{W_Z}{W_0}$

и безразмерных координат $X = \dfrac{x}{\ell_0},\ Y = \dfrac{y}{\ell_0},\ Z = \dfrac{z}{\ell_0}$

входящих в безразмерные уравнения конвективного теплообмена и условия однозначности, в уравнения входят также безразмерные комплексы, состоящие из разнородных физических величин:

$$\frac{\alpha \cdot \ell_0}{\lambda},\quad \frac{W_0 \cdot \ell_0}{\nu},\quad \frac{W_0 \cdot \ell_0}{a},\quad \frac{g \cdot \beta \cdot \vartheta \cdot \ell_0^3}{\nu^2},\quad \frac{P}{\rho \cdot W_0^2}.$$

Критерии

- Критерием Нуссельта $$Nu \equiv \frac{\alpha \cdot \square_0}{v}$$
- Критерий Рейнольдса $$Re \equiv \frac{W_0 \cdot \square_0}{v}$$
- Критерий Пекле $$Pe \equiv \frac{W_0 \cdot \square_0}{a}$$
- Критерием Грасгофа $$Gr \equiv \frac{g \cdot \beta \cdot \vartheta \cdot \square_0^3}{v^2}$$
- Критерий Эйлера $$Eu \equiv \frac{P}{\rho \cdot W_0}$$
- Критерием Прандтля $$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{v}{a} = \frac{\mu \cdot Cp}{\lambda},$$

Виды критериев

- Определяемые критерии

Критерии, в которые входят искомые зависимые переменные; в рассматриваемом случае зависимыми переменными являются α, ϑ, W_x, W_y, W_z и P, следовательно, определяемыми являются критерии Nu, θ, W_x, W_y, W_z и Eu;

- Определяющие критерии

Критерии, которые целиком составлены из независимых переменных или постоянных величин, входящих в условия однозначности; в рассматриваемом случае определяющими являются критерии X, Y, Z, Re, $Pe(Pr)$ и Gr. В зависимости от условий задачи определяющие критерии могут стать определяемыми, и наоборот.

Условия подобия физических процессов

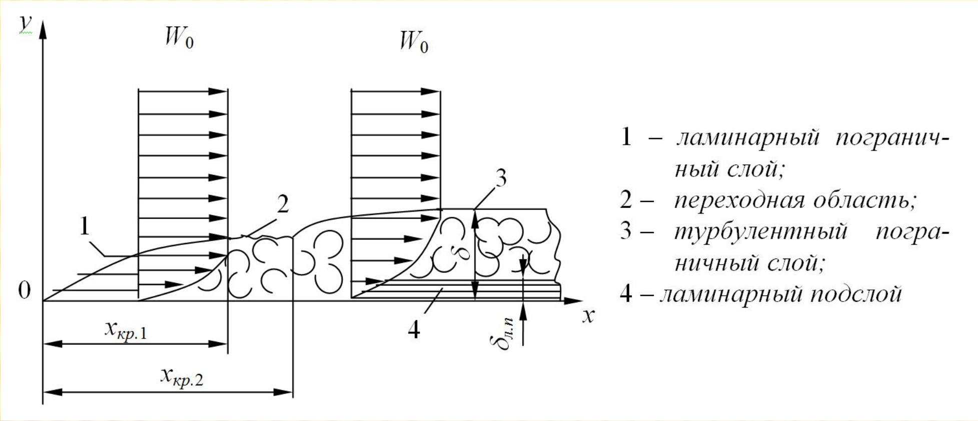
1. Подобные процессы должны быть качественно одинаковыми, т.е. иметь одинаковую физическую природу и описываться одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями.

2. Условия однозначности подобных процессов должны быть одинаковыми во всем, кроме численных значений постоянных, содержащихся в этих условиях.

3. Одинаковые определяющие критерии подобных процессов должны иметь одинаковую численную величину.

Теплоотдача при вынужденном продольном обтекании плоской поверхности

Схема пограничного слоя:



Полагаем, что плоская поверхность омывается потоком жидкости, скорость и температура которого вдали от твердого тела постоянны и равны соответственно W_0 и t_0. Поток направлен вдоль стенки.

О режиме течения в пограничном слое судят по критической величине критерия Рейнольдса:

$$Re = \frac{W_0 x}{\nu},$$

где x – продольная координата, отсчитываемая от передней кромки.

Переход ламинарного режима в турбулентный происходит при $Re = 1 \cdot 10^4 \div 4 \cdot 10^6$.

Формулы для расчета теплоотдачи

<u>Формула для расчета теплоотдачи при ламинарном режиме:</u>

$$Re_{f,l_o} = \frac{W_0 \cdot l_0}{\nu} \le 4 \cdot 10^4 ,$$

Формула для локальной теплоотдачи:

$$Nu_{f,x} = 0{,}33 \cdot Re_{f,x}^{0,5} \cdot Pr_f^{0,33} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}$$

Формула для средней теплоотдачи:

$$\overline{Nu}_{f,l_0} = 0{,}66 \cdot Re_{f,l_0}^{0,5} \cdot Pr_f^{0,33} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}$$

<u>Формула для расчета теплоотдачи при турбулентном режиме:</u>

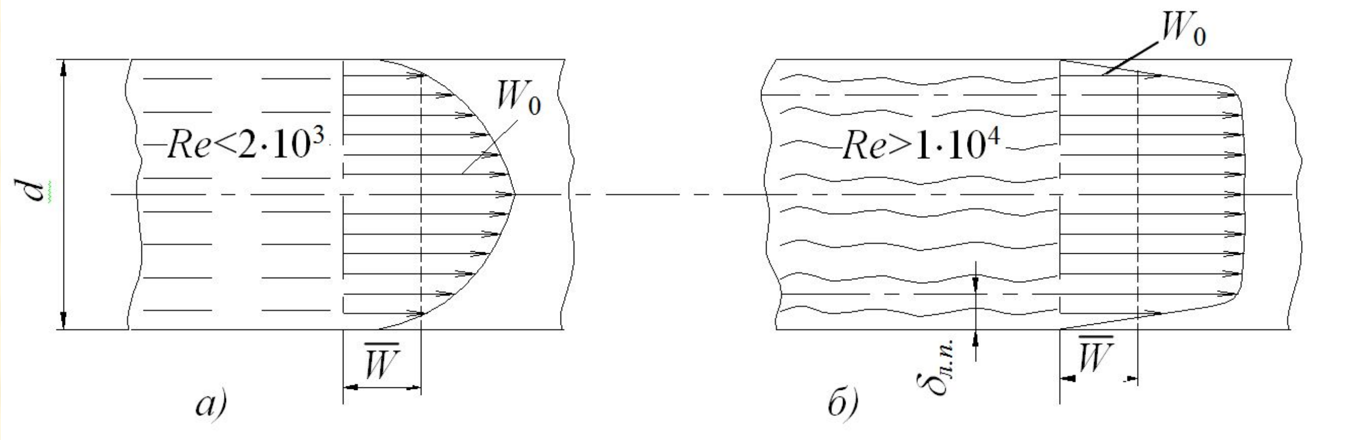
$$Nu_{f,x} = 0{,}0296 \cdot Re_{f,x}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}$$

Формула для средней теплоотдачи:

$$\overline{Nu}_{f,l} = 0{,}037 \cdot Re_{f,l}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}$$

Теплоотдача при вынужденном течении жидкости в трубах

Распределение скорости по сечению при ламинарном (а) и турбулентном (б) режимах изотермического течения жидкости в трубах



Течение жидкости в трубах может быть ламинарным и турбулентным. О режиме течения судят по величине критерия:

$$Re = \frac{\overline{W} \cdot d}{\nu},$$

где –W средняя скорость жидкости, *d* – внутренний диаметр труб

- $Re<Re_{кр.1}\approx2000$, то течение является ламинарным
- Развитое турбулентное течение в технических трубах устанавливается при $Re>Re_{кр.2}\approx10^4$.
- Течение при $Re\approx2\cdot10^3\div10^4$ называется переходным

Формулы для определения среднего коэффициента теплоотдачи

Для ламинарного течения жидкости:

$$\overline{Nu}_f = 0{,}15 \cdot Re_f^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot Gr_f^{0,1} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}.$$

При турбулентном течении:

$$\overline{Nu}_f = 0{,}21 \cdot Re_f^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}.$$

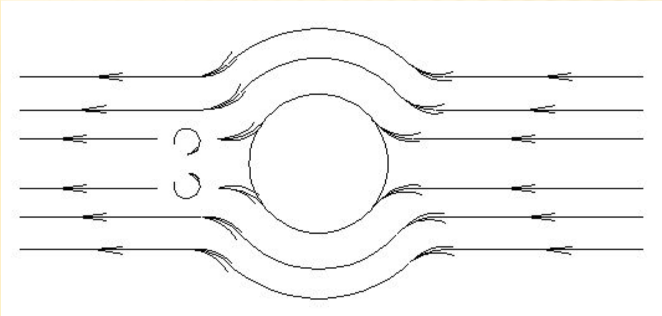
Для воздуха:

$$\overline{Nu}_f = 0{,}018 \cdot Re_f^{0,33} \cdot Gr_f^{0,1}$$

$$\overline{Nu}_f = 0{,}018 \cdot Re_f^{0,8}$$

Теплоотдача при поперечном омывании одиночной трубы

Омывание цилиндра с отрывом от пограничного слоя:



Пограничный слой, образующийся на передней половине трубы, в корневой части отрывается от ее поверхности, и позади цилиндра образуются два симметричных вихря.

При дальнейшем увеличении критерия Рейнольдса вихри вытягиваются по течению все дальше и дальше от цилиндра. При $Re \geq 10^3$ вихри периодически отрываются от трубы и уносятся потоком жидкости, образуя за цилиндром вихревую дорожку.

Формулы для определения среднего по окружности цилиндра коэффициента теплоотдачи

При $Re_f = 5 \div 1 \cdot 10^3$

$$\overline{Nu}_f = 0,5 \cdot Re_f^{0,5} \cdot Pr^{0,38} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}$$

При $Re_f = 1 \cdot 10^3 \div 2 \cdot 10^5$

$$\overline{Nu}_f = 0,25 \cdot Re_f^{0,6} \cdot Pr^{0,38} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}$$

Для воздуха:

$$\overline{Nu}_f = 0,43 \cdot Re_f^{0,5}$$

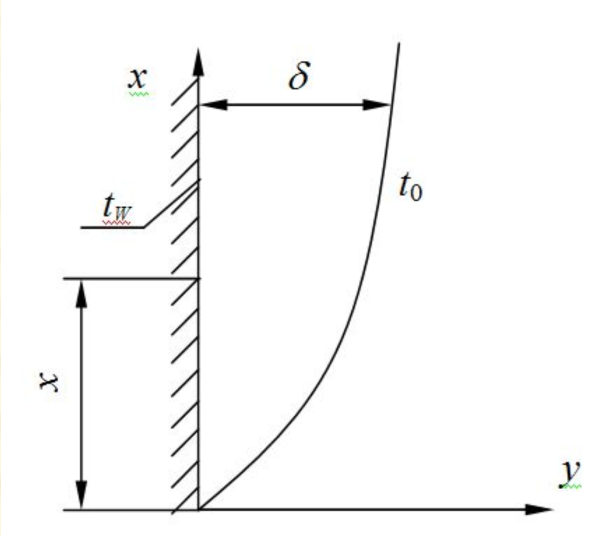
$$\overline{Nu}_f = 0,216 \cdot Re_f^{0,6}$$

Теплоотдача при свободном течении жидкости

Свободное движение возникает за счет изменения в рассматриваемой жидкости массовых (объемных) сил. Такими силами являются сила тяжести, центробежная сила и силы за счет наведения в жидкости электромагнитного поля высокой напряженности.

При рассмотрении теплоотдачи при свободном движении жидкости в большом объеме предполагается, что объем жидкости настолько велик, что свободное движение, возникающее у других тел, расположенных в этом объеме, не сказывается на рассматриваемом течении. Как и при вынужденной конвенции, свободное движение жидкости может быть как ламинарным, так и турбулентным

Теплоотдача при свободном ламинарном движении вдоль вертикальной пластины



Пусть вертикальная пластина с неизменной температурой поверхности t_W, находится в жидкости или газе. Жидкость вдали от пластины неподвижна (вынужденное течение отсутствует), температура жидкости вдали от пластины постоянна и равна t_0. Примем, что $t_W > t_0$. При этом у пластины появляется подъемное движение нагретого слоя жидкости. Вдали от пластины скорость по- прежнему равна нулю.

Текущее значение критерия Нуссельта аналитически получено в виде:

$$Nu_x = 0,473\left(Gr_x \cdot Pr\right)^{0,25}$$

Где: $Gr_x = \dfrac{g\beta\vartheta_W \cdot x^3}{\nu_0^2}$; $\quad n_0 = \dfrac{m}{r_0}$; $\quad Pr = \dfrac{\mu \cdot C_p}{\lambda}$.

Здесь $\vartheta_W = t_W - t_0$;

β - коэффициент объемного расширения жидкости;

μ - коэффициент динамической вязкости,

λ – коэффициент теплопроводности,

Ср - удельная теплоемкость жидкости в движущемся слое.

Формулы для определения средней теплоотдачи

<u>Средняя теплоотдача вертикальной пластины при ламинарном течении:</u>

$$\overline{Nu_{\square}} = 0,63\left(Gr_{\square} \cdot Pr\right)^{0,25}$$

<u>Для местных коэффициентов теплоотдачи при свободном ламинарном течении вдоль вертикальных стенок:</u>

$$Nu_{f,x} = 0,60 \cdot \left(Gr_{f,x} \cdot Pr_{f}\right)^{0,25} \cdot \left(\frac{Pr_{f}}{Pr_{W}}\right)^{0,25}$$

<u>Расчетная формула для средних коэффициентов теплоотдачи:</u>

$$\overline{Nu}_{f,\square} = 0,75 \cdot \left(Gr_{f,\square} \cdot Pr_{f}\right)^{0,25} \cdot \left(\frac{Pr_{f}}{Pr_{W}}\right)^{0,25}$$

Теплоотдача при свободном турбулентном движении вдоль вертикальной пластины

<u>Для местных коэффициентов теплоотдачи:</u>

$$Nu_{f,x} = 0{,}15 \cdot \left(Gr_{f,x} \cdot Pr_f \right)^{0{,}33} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W} \right)^{0{,}25}$$

Линейный размер входит в критерии *Nu* и *Gr*:

$$Nu_{f,x} = \frac{\alpha \cdot x}{\lambda_f} \qquad Gr_{f,x}^{0{,}33} = \left(\frac{g \cdot \beta_f \cdot \vartheta_W \cdot x^3}{\nu_f^2} \right)^{0{,}33}$$

При развитом турбулентном течении коэффициент теплоотдачи не зависит от линейного размера и, следовательно, местный коэффициент теплоотдачи равен среднему:

$$Nu_{f,x} = \overline{Nu}_{f,\square} .$$

Теплоотдача жидких металлов

Для расчета теплоотдачи при турбулентном течении ($Re_d > 2000$) в прямой круглой трубе для гидродинамически и термически стабилизированного течения и $q_W = const$ рекомендуется формула:

$$Nu_d = 7 + 0{,}025 Pe_d^{0,8}$$

Где: $$Pe_d = Re_d \cdot Pr = \frac{\overline{W} \cdot d}{a}$$ - число Пекле

При $q_W = const$ критерий Nu_d в области стабилизированного ламинарного течения не зависит от Pe_d и равен постоянному значению:

$$Nu_d = 4{,}36.$$

Теплоотдача при движении газа с большими скоростями

Собственная температура: $$T_{соб.} = T_н\left(1 + r\frac{к-1}{2}M_н^2\right)$$

где T – температура незаторможенного потока (термодинамическая температура);

$к$ – показатель адиабаты ($к = \frac{c_P}{c_V}$ – соотношение удельных теплоемкостей при постоянных давлении и объеме);

$M_н$ – число Маха набегающего потока.

при ламинарном течении - $$r = \sqrt{Pr}$$

при турбулентном течении - $$r = \sqrt[3]{Pr}$$

Теплоотдача при движении газа с большими скоростями

Уравнение теплоотдачи при течении газа с большими скоростями:

$$q_W = \alpha\left(T_{соб} - T_W\right)$$

Местные коэффициенты теплоотдачи при продольном омывании пластины турбулентным пограничным слоем :

$$Nu_{г,x} = 0{,}0296 \cdot Re_{г,x}^{0{,}8} \cdot Pr_{г}^{0{,}43} \cdot \left(\frac{T_г}{T_T}\right)^{0{,}38}$$

Для ламинарного пограничного слоя

$$Nu_{г,x} = 0{,}332 \cdot Re_{г,x}^{0{,}5} \cdot Pr_{г}^{0{,}33} \cdot \left(\frac{T_г}{T_T}\right)^{0{,}38}$$

Температура торможения :

$$T_T = T_H\left(1 + \frac{к-1}{2} M_H^2\right)$$

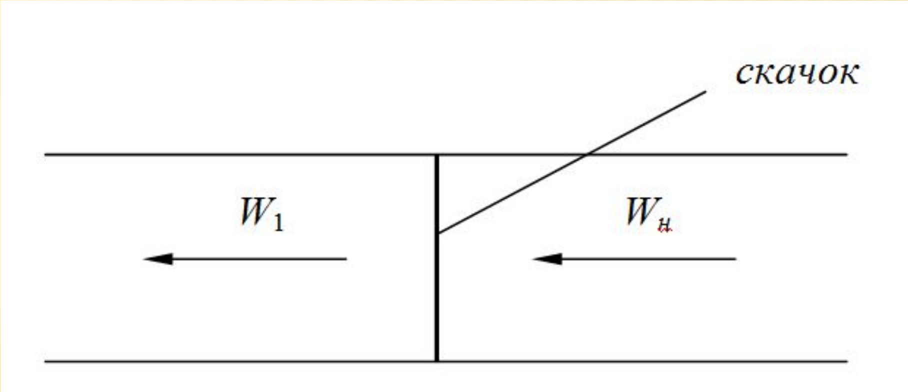
$$\frac{T_г}{T_T} = 1 + \frac{к-1}{2} M_H^2$$

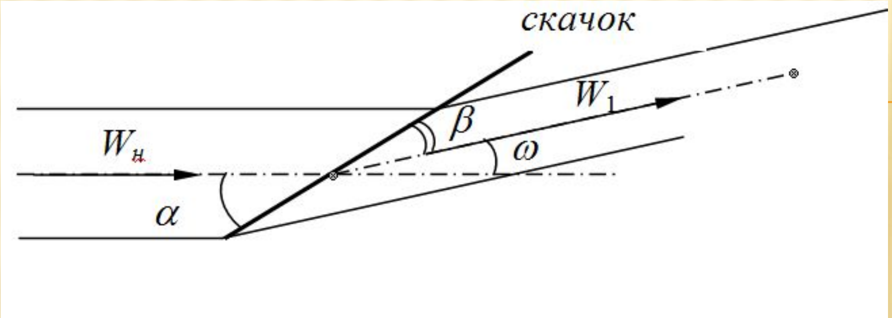
Скачок уплотнения

В случае, когда фронт волны составляет прямой угол с направлением распространения, волна называется прямой ударной волной, или прямым скачком уплотнения. Скачки уплотнения удобно наблюдать в сверхзвуковых аэродинамических трубах при обтекании воздухом неподвижных твердых тел.

Остановив ударную волну встречным потоком газа, получим некоторую неподвижную поверхность, пересекая которую все элементарные струйки газа одновременно претерпевают скачкообразные изменения скорости движения, плотности, давления и температуры

В прямом скачке уплотнения всегда сверхзвуковая скорость газа переходит в дозвуковую.





Косой скачок уплотнения

Косой скачек получается в том случае, когда, пересекая фронт скачка, газовый поток должен изменить свое направление

Элементы расчета теплообменников

Теплообменники – это устройства, в которых тепло переходит от одной среды к другой

<u>Уравнение теплового баланса без учета потерь тепла:</u>

$$Q = G_1 \cdot cp_1 \cdot \left(t_1' - t_1''\right) = G_2 \cdot cp_2 \cdot \left(t_2' - t_2''\right)$$

Здесь G – расход массы, *кг/с*; C_p – средняя теплоемкость, ; t – температура теплоносителя, $C°$. Индекс *1* означает, что данная величина отнесена к горячей жидкости, *2* – к холодной. Обозначение (′) соответствует данной величине на входе в теплообменник, (″) – на выходе.

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_1''}$$

$$Q = c_{p1} \cdot \left(t_1' - t_1''\right) = c_{p2} \cdot \left(t_2' - t_2''\right)$$

Элементы расчета теплообменников

Уравнение теплопередачи служит чаще всего для определения поверхности теплообмена F :

$$Q = \kappa \cdot \left(t_1 - t_2\right) \cdot F$$

Для определения средней разности температур теплоносителей на участке поверхности F:

$$\bar{\Delta t} = \frac{1}{F} \int_0^F \Delta t \cdot dF$$

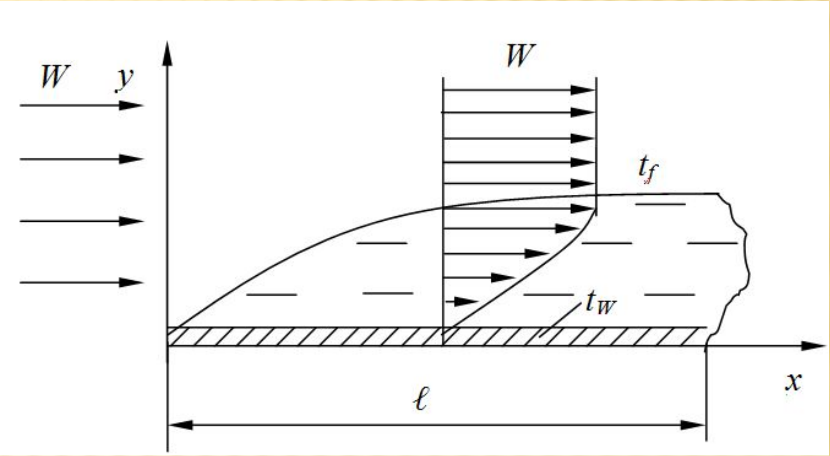
Если усреднение температурного напора проводится по всей поверхности теплообмена, то:

$$\bar{\Delta t} = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}}$$

Пример решения задач

УСЛОВИЕ

Определить средний коэффициент теплоотдачи α и полную теплоотдачу для плоской пластины шириной $b = 0{,}5$ *м* и длиной $l = 0{,}72$ *м*. обдуваемой воздухом со скоростью $W = 30$ *м/с*, если температура пластины $t_W = 100°C$ и температура воздуха $t_f = 20°C$. Параметры воздуха при температуре $20°C$:



коэффициент температуропроводности

$$\alpha_f = 21{,}4 \cdot 10^{-6}\ м^2/с;$$

коэффициент теплопроводности

$$\lambda_f = 0{,}0261\ Вт/м \cdot град;$$

коэффициент кинематической вязкости

$$\nu_f = 15{,}06 \cdot 10^{-6}\ м^2/с.$$

РЕШЕНИЕ

Определяем значение критерия Рейнольдса для пластины при $x = \ell$ (индекс «f» означает, что в качестве определяющей температуры берется температура набегающего потока, т.е. $t_f = 20°C$):

$$Re_{f,l} = \frac{W \cdot l}{\nu_f} = \frac{30 \cdot 0{,}72}{15{,}06 \cdot 10^{-6}} = 1{,}43 \cdot 10^6$$

Значение критерия $Re_f = 1{,}43 \cdot 10^6$, соответствует значению критерия $Re_f = 4 \cdot 10^6$ в режиме перехода ламинарного течения в турбулентное.

Пример решения задач

Считая, что на пластине развивается режим турбулентного движения, будем иметь

$$\overline{Nu}_{f,\ell} = 0{,}037 \cdot Re_{f,\ell}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}.$$

Значение критерия Прандтля для воздуха при температуре *20°C*:

$$Pr_f = \frac{\nu_f}{\alpha_f} = \frac{15{,}06 \cdot 10^{-6}}{21{,}4 \cdot 10^{-6}} = 0{,}703$$

Параметры воздуха при температуре *100°C*:

коэффициент температуропроводности $\alpha_W = 33{,}64 \cdot 10^{-6}$ $м^2/с$;

коэффициент кинематической вязкости $\nu_W = 23{,}13 \cdot 10^{-6}$ $м^2/с$.

Значение критерия Прандтля для воздуха при температуре *100°C*:

$$Pr_W = \frac{\nu_W}{\alpha_W} = \frac{23{,}13 \cdot 10^{-6}}{33{,}64 \cdot 10^{-6}} = 0{,}688$$

Коэффициент теплоотдачи будет равен:

$$\overline{Nu}_{f,\ell} = 0{,}037 \cdot \left(1{,}43 \cdot 10^6\right)^{0,8} \cdot (0{,}703)^{0,43} \cdot \left(\frac{0{,}703}{0{,}688}\right)^{0,25} = 1316{,}9.$$

Полная теплоотдача будет равна:

$$Q = \overline{\alpha}_{f,\ell} \cdot F \cdot \left(t_W - t_f\right) = 47{,}74 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}72 \cdot (100 - 20)\, Вт = 1375\ Вт.$$

Теплопередача

Теплообмен излучением

Основные термодинамические сведения
Излучение абсолютно черного тела

Переход теплоты в энергию излучения в телах связан с внутриатомными процессами, обусловленными температурными влияниями. Энергия излучения тела может поглощаться другими телами и вновь трансформироваться в теплоту.

Различают **монохроматическое** (**спектральное**) и **интегральное** излучения.

- **Спектральным** называется излучение в узком интервале длин волн от $\boldsymbol{\lambda}$ до $\boldsymbol{\lambda + d\lambda}$. Все описывающие его величины относятся к интервалу длин волн $\boldsymbol{d\lambda}$ (или частот $\boldsymbol{d\nu}$) и обозначаются индексом $\boldsymbol{\lambda}$ (или $\boldsymbol{\nu}$).
- **Интегральным** называется суммарное излучение во всем интервале длин волн от $\boldsymbol{\lambda = 0}$ до $\boldsymbol{\lambda = \infty}$.

Основные термодинамические сведения
Излучение абсолютно черного тела

Абсолютно черное тело - это тело, которое полностью поглощает все падающее на него излучение, независимо от направления его распространения, спектрального состава и состояния поляризации.

Излучение, испускаемое в любом направлении, характеризуется **интенсивностью излучения**.

Спектральная интенсивность изучения (рисунок 3.1) определяется как энергия излучения, испускаемая в единицу времени, в единице узкого интервала волн ***dλ***, включающего длину волны ***λ***, единицей площади проекции элемента поверхности ***dAp***, перпендикулярной направлению (β, Θ), в единице элементарного телесного угла ***dω***, осью которого является выбранное направление (β, Θ).

Здесь ***β***, ***Θ*** соответственно, полярный и азимутальный углы. Угловое положение ***Θ=0*** произвольное.

Основные термодинамические сведения
Излучение абсолютно черного тела

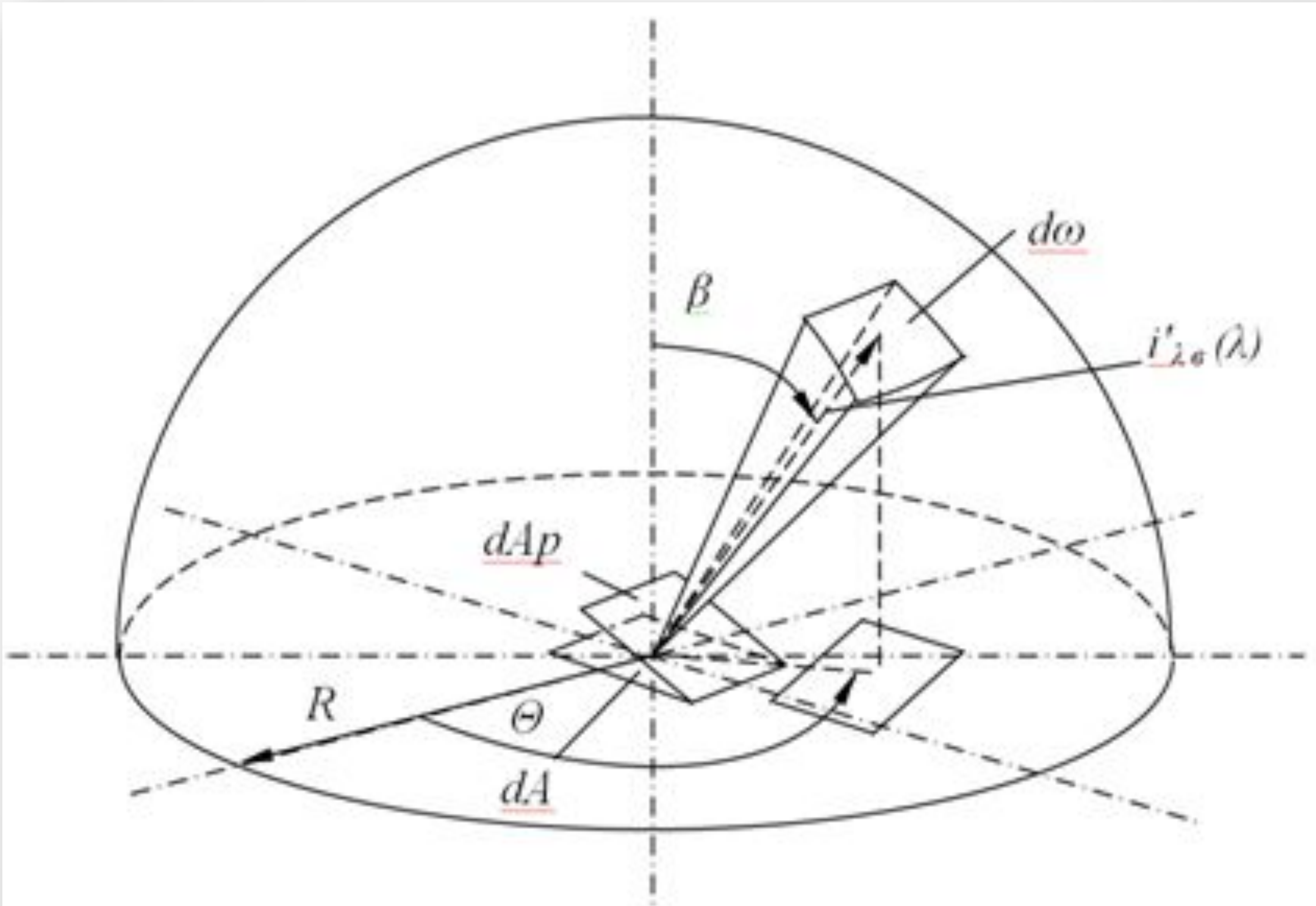


Рисунок 3.1 - Спектральная интенсивность излучения абсолютно черной поверхности

Основные термодинамические сведения
Излучение абсолютно черного тела

Спектральная и интегральная интенсивности излучения абсолютно черного тела связаны между собой интегральным соотношением:

$$i'_{в} = \int_{\lambda=0}^{\infty} i'_{\lambda в}\left(\lambda\right)\cdot d$$

Здесь индексы:

' – величина, имеющая направление;

в – абсолютно черное тело.

Энергия излучения, испускаемая единицей площади элемента абсолютно черной поверхности ***dA*** в единицу времени, в единице бесконечно малого интервала длин волн ***dλ***, включающего длину волны ***λ***, в единицу элементарного телесного угла ***dω***, осью которого является направление (β, Θ), называется ***направленной спектральной силой излучения*** абсолютно черной поверхности ***e'λ(λ, β, Θ)***.

Основные термодинамические сведения
Излучение абсолютно черного тела

Для абсолютно черной поверхности:

$$e'_{\lambda в}(\lambda,\beta,\Theta) = i'_{\lambda в}(\lambda)\cos\beta = e'_{\lambda в}(\lambda,\beta)$$

Данное уравнение известно как **закон Ламберта**. Поверхности, излучающие по закону Ламберта, называются **идеально диффузными поверхностями**.

Для абсолютно черного тела:

$$e_{\lambda в}(\lambda) = \pi \cdot i'_{\lambda в}(\lambda)$$

Энергия излучения в телесном угле, ограниченном пределами $\boldsymbol{\beta_1}$ и $\boldsymbol{\beta_2}$, а также $\boldsymbol{\Theta_1}$ и $\boldsymbol{\Theta_2}$, равна:

$$e_{\lambda в}(\lambda,\beta_1-\beta_2,\Theta_1-\Theta_2) = i'_{\lambda в}(\lambda)\cdot\frac{\sin^2\beta_2-\sin^2\beta_1}{2}(\Theta_2-\Theta_1)$$

Основные термодинамические сведения

Излучение абсолютно черного тела

Закон спектрального распределения поверхностной плотности потока излучения Планка (излучение в вакууме) определяется выражением:

$$e_{\lambda} (\pi) i = \cdot\lambda' \; (\;\;) = \frac{C_1 \cdot 1}{\lambda^5 \cdot \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)}$$

где C_1 и C_2 – постоянные: $C_1 = h \cdot c_0^2 = 0{,}59544 \cdot 10^{-16}$ Вт $\cdot$ м^2,

h – постоянная Планка, $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с,

c_0 – скорость распространения электромагнитного излучения в вакууме, $c_0 = 2{,}9979 \cdot 10^8$ м/с; ,

$к$ – постоянная Больцмана, $к = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К;

T – температура тела.

Основные термодинамические сведения

Излучение абсолютно черного тела

Длина волны λ_{max}, которой соответствует максимум поверхностной плотности потока излучаемой энергии $\boldsymbol{e_{\lambda в}(\lambda)}$, определяется **законом смещения Вина**:

$$\lambda max \cdot T = C_3,$$

где C_3 –постоянная, $C_3 = 2{,}8978 \cdot 10^{-3}$ м $\cdot K$

Полусферическая интегральная поверхностная плотность потока излучения равна:

$$e_в = \int_0^\infty e_{\lambda в}(\lambda)\, d\lambda = \pi \cdot i = \sigma \cdot T^4$$

Это соотношение известно как **закон Стефана-Больцмана**, $\sigma = 5{,}6693 \cdot 10^{-8}$ Вт/м$^2 \cdot K^4$ (расчетное значение)

Основные термодинамические сведения

Определение радиационных свойств нечерных поверхностей

Степенью черноты *ε* называется отношение энергии, излучаемой телом при температуре ***T***, к энергии излучения абсолютно черного тела при той же температуре. Излучательная способность тела зависит от ***температуры*** тела, ***длины волны***, которой соответствует испускаемое излучение, и ***угла***, под которым испускается излучение.

Попадая на какие либо тела, тепловое излучение может отражаться, поглощаться или пропускаться этими телами. Падающее излучение имеет свойства, присущие излучению источника. Отношения энергий поглощенного, отраженного и пропущенного телом излучения к энергии падающего на тело излучения называются, соответственно, **поглощательной** (***а***), **отражательной** (***ρ***) и **пропускательной** (***d***) способностями.

Основные термодинамические сведения

Определение радиационных свойств нечерных поверхностей

Для спектрального и интегрального излучений различают направленные и полусферические степени черноты и поглощательные способности, двунаправленные, полусферические, направленно-полусферические и полусферически-направленные отражательные способности.

Закон Кирхгофа устанавливает связь между способностями тела излучать и поглощать энергию:

$$\alpha'_{\lambda}(\lambda, \beta, \theta, T) = {}'_{\lambda}(\qquad)$$

Основные термодинамические сведения

Определение радиационных свойств нечерных поверхностей

Нечерными называются тела, коэффициенты поглощения которых менее 1. Все нечерные тела могут быть разделены по характеру спектра излучения на **серые** тела и тела с **селективным излучением**.

Серым называется тело, которое поглощает одну и ту же долю падающего на него излучения во всем интервале длин волн. Серые тела обладают сплошным спектром излучения, подобным спектру излучения абсолютно черного тела, а их поглощательная способность во всем интервале длин волн в одинаковое число раз меньше, чем у абсолютно черного тела.

В отличие от серых тел, тела с **селективным излучением** могут излучать и поглощать энергию лишь в определенных, характерных для каждого тела областях спектра.

Основные термодинамические сведения

Равновесная температура

Общим критерием, определяющим свойства данной селективной поверхности, является **отношение направленной интегральной поглощательной способности** поверхности ***a'(β, θ, T)***, подвергаемой воздействию падающего солнечного излучения, **к полусферической интегральной степени черноты** этой поверхности ***ε (T)***.

Основные термодинамические сведения

Равновесная температура

Отношение **α'/ε** для падающего солнечного излучения является критерием, определяющим теоретическую максимальную температуру, которая может быть достигнута некоторой изолированной от других воздействий поверхностью при падении на нее солнечного излучения:

$$\frac{\alpha'\left(\beta,\theta,T_{равн}\right)}{\varepsilon\left(T_{равн}\right)}=\frac{\sigma\cdot T_{равн}^{4}}{q_{i}\cdot\cos\beta},$$

где $T_{равн}$ – достигнутая равновесная температура;

q_i = 1394 Вт/м^2 – поверхностная плотность потока солнечного излучения;

β - угол падения солнечного излучения.

Основные термодинамические сведения

Определение радиационных свойств нечерных поверхностей

Доля энергии излучения, испускаемого одной поверхностью и достигающего другой поверхности, определяется как угловой коэффициент между двумя поверхностями и зависит от геометрической ориентации поверхностей относительно друг друга.

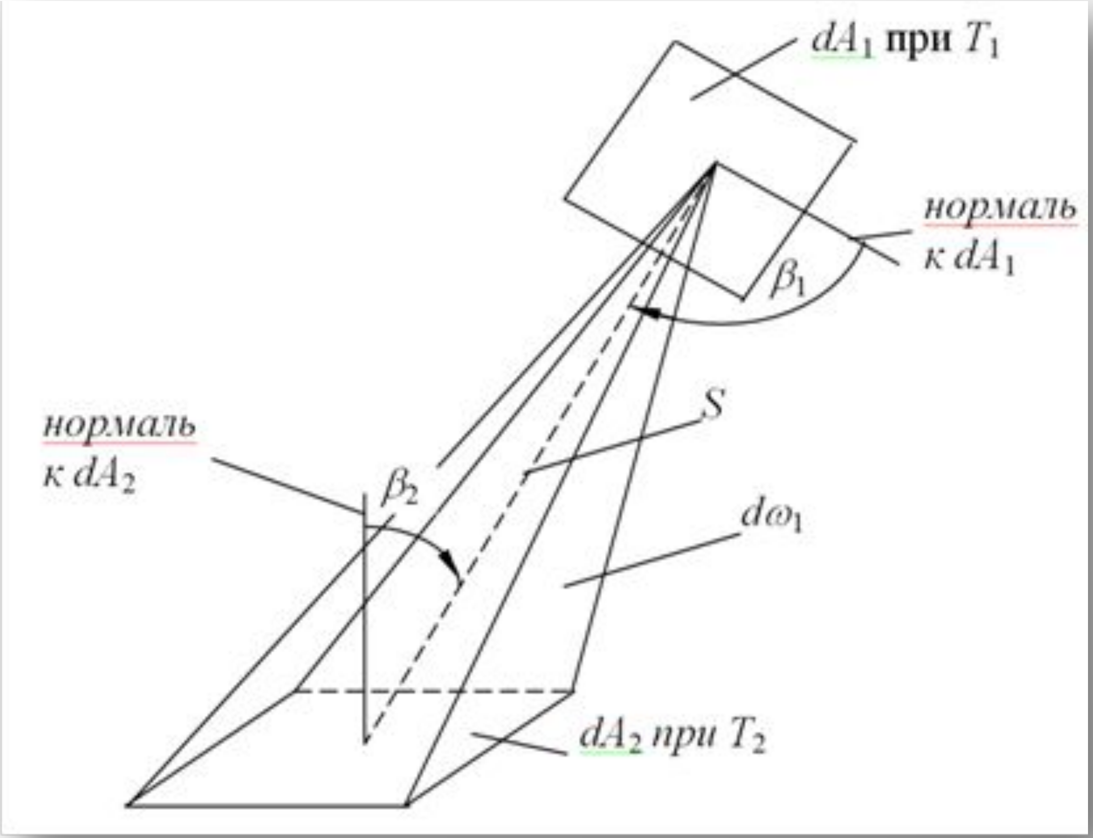


Рисунок 3.2 – Теплообмен излучением между двумя элементарными площадками

Основные термодинамические сведения

Определение радиационных свойств нечерных поверхностей

Угловые коэффициенты для расчета теплообмена между двумя элементарными площадками ***dA₁*** и ***dA₂***, между элементарной площадкой ***dA₁*** и поверхностью конечных размеров ***A₂***, между двумя поверхностями конечных размеров ***A₁*** и ***A₂*** определяются, соответственно, соотношениями:

$$dF_{d_1-d_2} = \frac{\cos\beta_1 \cos\beta_2}{\pi \cdot S^2} \cdot dA_2;$$

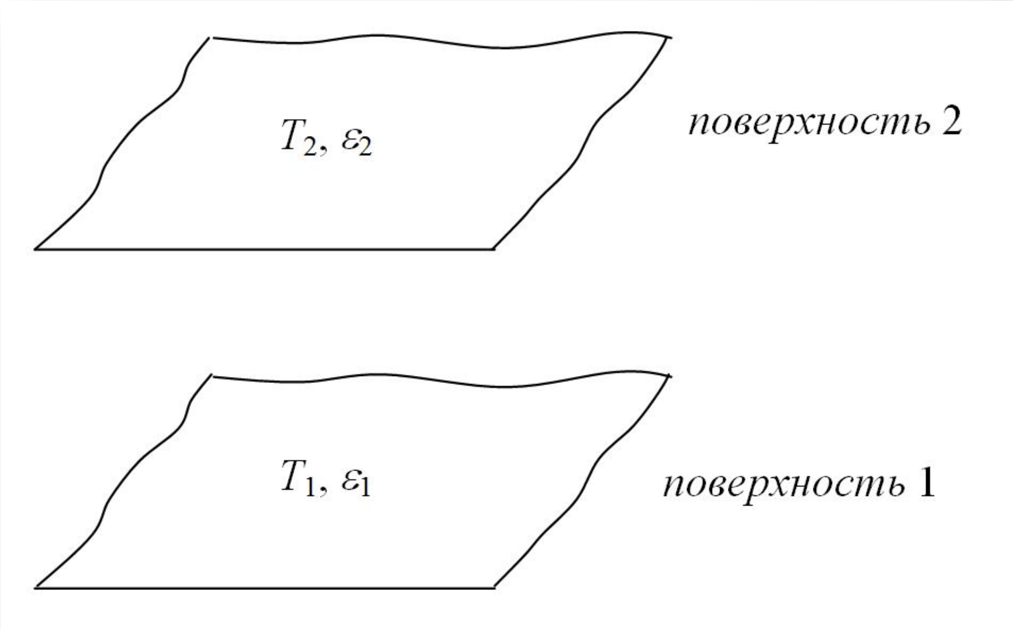
$$dF_{d_1-2} = \int\limits_{A_2} \frac{\cos\beta_1 \cos\beta_2}{\pi \cdot S^2} \cdot dA_2;$$

$$dF_{1-2} = \frac{1}{A_1} \int\limits_{A_1} \int\limits_{A_2} \frac{\cos\beta_1 \cos\beta_2}{\pi \cdot S^2} \cdot dA_2 \cdot dA,$$

Основные термодинамические сведения

Теплообмен излучением между поверхностями конечных размеров

Рисунок 3.3



Плотность теплового потока между двумя серыми пластинами (рисунок 3.3) будет равна:

$$q = \frac{\sigma \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1\left(T_1\right)} + \dfrac{1}{\varepsilon_2\left(T_2\right)} - 1}$$

где ε_1, ε_2, T_1, T_2 – соответственно, степени черноты и температуры пластин *1* и 2.

Этим же уравнением определяется теплообмен между пластинами 1, 2, когда пластины диффузные или зеркальные.

Основные термодинамические сведения
Ослабление излучения

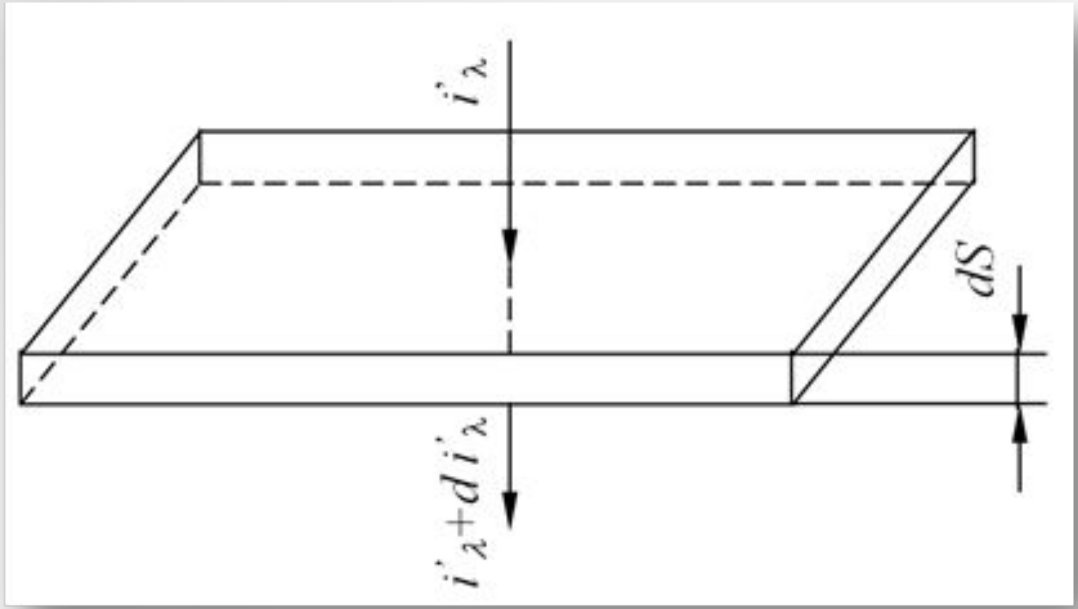


Рисунок 3.4 - Изменение интенсивности излучения, падающего по нормали к слою поглощающего и рассеивающего вещества толщиной dS

Интенсивность излучения в заданном направлении в неослабляющей и неизлучающей среде с постоянными свойствами не изменяется вдоль этого направления.

Основные термодинамические сведения
Ослабление излучения

Согласно **закону Бугера** (рисунок 3.4):

$$i'_{\lambda}(S) = i'_{\lambda}(0) \cdot exp\left[-\int_{0}^{S} k_{\lambda}(S^*) \cdot dS^*\right],$$

где S – толщина слоя вещества;

$i'_{\lambda}(S)$ – интенсивность излучения в точке S;

$i'_{\lambda}(0)$ – интенсивность падающего на слой вещества излучения;

$k_{\lambda}(S^*)$ – коэффициент ослабления в точке $S^* = S$,

Т.е. интенсивность монохроматического излучения вдоль некоторого направления экспоненциально уменьшается при распространении излучения в поглощающей и рассеивающей средах; показатель экспоненты равен интегралу от местного коэффициента ослабления по всей длине пути, пройденной излучением.

Основные термодинамические сведения
Ослабление излучения

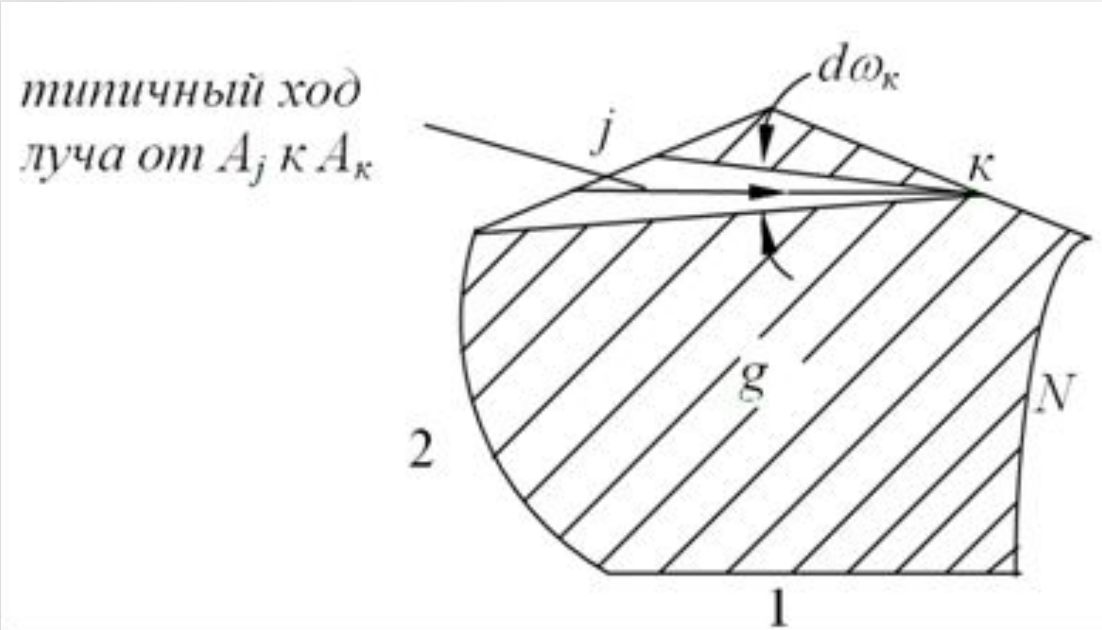


Рисунок 3.5 - Замкнутая система из *N* отдельных поверхностей, заполненная однородным газом *g*. (Показано поперечное сечение замкнутой системы)

При расчете потока излучения между объемом газа и черной граничной поверхностью *A* (рисунок 3.5) используется соотношение:

$$Q_i = q_i A_i = A \cdot \varepsilon_g \cdot \sigma \cdot T_g^4$$

где q_i – плотность интегрального потока излучения;

ε_g – интегральная степень черноты газа;

T_g – температура газа.

Основные термодинамические сведения

Ослабление излучения

Средняя длина пути луча представляет собой радиус такой полусферы, плотность потока падающего излучения которой к центру ее основания равна средней плотности потока излучения, падающего на рассматриваемый элемент поверхности от реального объема газа.

Для смеси газов интегральная степень черноты подсчитывается с учетом величины $\Delta\varepsilon$, учитывающей уменьшение степени черноты вследствие перекрывания спектральных полос поглощения составляющих газов.

Пример решения задачи

Задача

Абсолютно черное тело при $T = 1110K$ излучает в космосе.

а) Каково отношение спектральных интенсивностей излучения абсолютно черного тела при $\lambda_1 = 1$ *мкм* и $\lambda_2 = 5$ *мкм*?

б) Какая доля полусферической поверхностной плотности потока излучения приходится на область от *1* до *5 мкм*?

в) Какой длине волны соответствует максимум в спектре излучения этого абсолютно черного тела?

г) Какова плотность потока излучения (*кВт/м*^{2}), испускаемого этим телом в диапазоне $1 \le \lambda \le 5$ мкм?

Пример решения задачи

<u>Решение</u>

а) Из закона спектрального распределения поверхностной плотности потока излучения Планка будем иметь:

$$\frac{i_{\lambda в}(\lambda_1)}{i_{\lambda в}(\lambda_2)}=\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^5\cdot\frac{e^{\frac{C_2}{\lambda_2 T}}-1}{e^{\frac{C_2}{\lambda_1 T}}-1}=\left(\frac{5}{1}\right)^5\cdot\frac{e^{\frac{1,4388\cdot 10^4}{5\cdot 1110}}-1}{e^{\frac{1,4388\cdot 10^4}{1\cdot 1110}}-1}=0,0907.$$

Здесь принято $C_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2}$ м $\cdot$ К $= 1,4388 \cdot 10^4$ мкм $\cdot$ К.

Пример решения задачи

<u>Решение</u>

б) Обозначим: $\lambda_1 = 1$ мкм, $\lambda_2 = 5$ мкм.

Доля полусферической интегральной поверхностной плотности потока излучения, испускаемого в полосе спектра $\lambda_1 – \lambda_2$, определяется формулой:

$$F_{\lambda_1 - \lambda_2} = F_{\lambda_1 T - \lambda_2 T} =$$

$$= \frac{1}{\sigma}\left[\int_0^{\lambda_2 T} \frac{e_{b\lambda}}{T^5} d(\lambda T) - \int_0^{\lambda_1 T} \frac{e_{b\lambda}}{T^5} d(\lambda T)\right] =$$

$$= F_{0-\lambda_2 T} - F_{0-\lambda_1 T}.$$

Пример решения задачи

Решение

б) Решения, которые могут быть получены путем непосредственного интегрирования интегралов $F_{0\ -\lambda T}$, не рассматриваем.

Решение с использованием таблиц значений $F_{0\ -\lambda T}$:

- $\lambda_1 T = 1 \cdot 1110$ мкм $\cdot K = 1110$ мкм $\cdot K = 0{,}111 \cdot 10^{-2}$ м $\cdot K$;
- $\lambda_2 T = 5 \cdot 1110$ мкм $\cdot K = 5550$ мкм $\cdot K = 0{,}555 \cdot 10^{-2}$ м $\cdot K$;
- $F_{0\ -\lambda 2T} = F_{0 - 0{,}555 \cdot 10^{-2}} = 0{,}69655$;
- $F_{0\ -\lambda 1T} = F_{0 - 0{,}111 \cdot 10^{-2}} = 0{,}00101$;
- $F_{\lambda 2\ -\lambda 1} = F_{0\ -\lambda 2T} - F_{0\ -\lambda 1T} = 0{,}69655 - 0{,}00101 = 0{,}69554 \approx 0{,}696.$

Пример решения задачи

<u>Решение</u>

в) Из закона смещения Вина (формула 3.6) будем иметь:

$$\lambda_{max} = \frac{C_3}{T} = \frac{2,8978 \cdot 10^{-3}\ м \cdot К}{1110\ К} = 2,61\ мкм.$$

г) Используем закон Стефана-Больцмана :

$$q = \left(F_{0-\lambda T_2} - F_{0-\lambda T_1} \right) \cdot \ \cdot \ T^4 =$$

$$= 0,6954 \cdot 5,6693 \cdot 10^{-8}\ Вт/м^2 К^4 \cdot \ ^4\ К^4 = 59,86\ кВт/м^2.$$

Теплопередача

Нестационарные процессы теплопроводности

Основные термодинамические сведения

Процессы теплопроводности, когда поле температуры в теле изменяется не только в пространстве, но и во времени, называются **нестационарными**.

Среди практических задач нестационарной теплопроводности важное значение имеют **две группы процессов**:

а) тело стремится к тепловому равновесию;

б) температура тела претерпевает периодические изменения.

К первой группе относятся процессы нагрева или охлаждения тел, помещенных в среду с заданным тепловым состоянием.

Ко второй группе относятся процессы в периодически действующих подогревателях.

Основные термодинамические сведения

- В условиях передачи тепла через стенку при внезапном изменении температуры одного из теплоносителей не все тепло будет передаваться через стенку: часть его уйдет на изменение внутренней энергии самой стенки (ее температуры), и только при наступлении стационарного процесса все тепло будет передаваться через стенку от одной жидкости к другой.

- При внесении тела в среду с постоянной температурой по мере нагрева (охлаждения тела) температура в каждой точке тела будет асимптотически приближаться по времени к температуре окружающей среды.

Основные термодинамические сведения

Эти примеры указывают на то, что нестационарные тепловые процессы всегда связаны с **изменением внутренней энергии или энтальпии вещества**. Так как скорость изменения энтальпии прямо пропорциональна способности материала проводить тепло (т.е. коэффициенту теплопроводности **λ**) и обратно пропорциональна его аккумулирующей способности (т.е. объемной теплоемкости $\mathbf{c_\rho}$), то в целом скорость теплового процесса при нестационарном режиме теплопроводности определяется значением коэффициента температуропроводности :

$$a = \frac{\lambda}{c_\rho},$$

который здесь имеет такое же важное значение, как и коэффициент теплопроводности при стационарном режиме распространения тепла.

Основные термодинамические сведения

Для решения задач. относящихся к процессам, в которых тело стремится к тепловому равновесию, применяются следующие дифференциальные уравнения:

- для полуограниченного тела и неограниченной плоской пластины:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

- для неограниченного цилиндра:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r}\right)$$

- для шара:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial t}{\partial r}\right)$$

Основные термодинамические сведения

В вышеприведенных выражениях:

t – температура тела,

x, r – координаты распространения тепла,

τ – время процесса.

Относительно решения задач нестационарной теплопроводности следует отметить, что после выбора тепловой схемы задачи и назначения начальных и граничных условий требуемая задача может быть решена аналитически (или графически) по предложенным выражениям.

Основные термодинамические сведения

В полученных решениях критерий Фурье представляет собой относительное безразмерное время процесса.

В нем сопоставлено текущее время **τ** и группа величин $\frac{h^2}{a}$, имеющая размерность времени и характеризующая скорость перестройки температурного поля в теле.

Отношение $\eta = \frac{x}{h}$ является безразмерной координатой.

$$F_0 = \frac{\alpha\tau}{\eta^2}$$

Основные термодинамические сведения

В задачах с граничными условиями третьего рода, кроме ***Fo*** и ***η***, добавляется еще одна независимая переменная – **критерий Био :**

$$Bi = \frac{\alpha h}{\lambda}$$

Здесь *a* –коэффициент теплообмена внешней среды и тела,

λ − коэффициент теплопроводности тела,

h – определяющий размер тела: для пластины − толщина, для полуограниченного тела – глубина и т.д.

Критерий *Bi* можно представить, как отношение внутреннего и внешнего тепловых сопротивлений:

$$Bi = \frac{\frac{h}{\lambda}}{\frac{1}{a}} = \frac{a \cdot h}{\lambda}$$