Лекция 3

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электростатическое поле в диэлектриках.

1.11. Поляризация диэлектриков. Свободные и связанные заряды. Основные виды поляризации диэлектриков.

1.12. Вектор поляризации и вектор электрической индукции.

1.13. Напряженность электрического поля в диэлектрике.

1.14. Основные теоремы электростатики в интегральной и дифференциальной форме.

1.15. Граничные условия для электрического поля.

1.11. Поляризация диэлектриков. Свободные и связанные заряды. Основные виды поляризации диэлектриков.

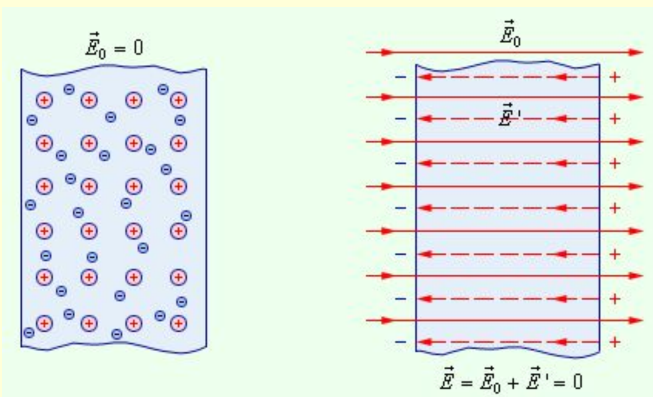
Явление *возникновения электрических зарядов на поверхности диэлектриков в электрическом поле* называется ***поляризацией***.

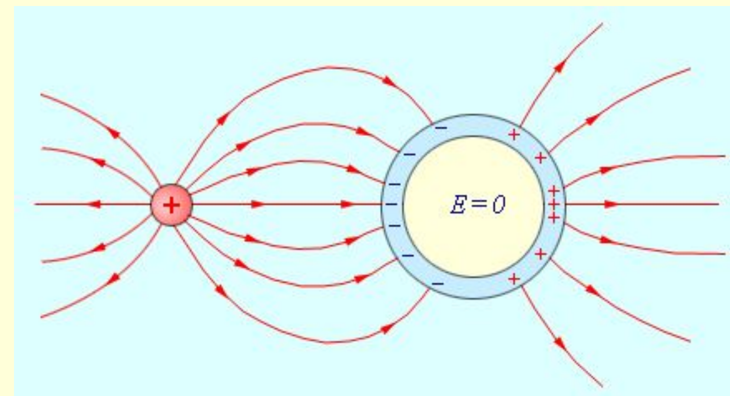
Возникающие при этом заряды – ***поляризационными.***

В проводниках (например, металлах) имеются свободные заряды, которые можно разделить.

В диэлектриках заряды смещаются лишь в пределах отдельных молекул, поэтому их разделить нельзя.

Такие заряды называются связанными.





Различают следующие основные виды поляризации диэлектриков:

Ориентационная поляризация

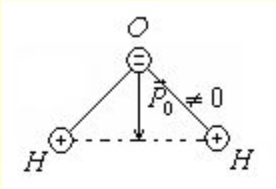
Деформационная или ***электронная*** поляризация

Ионная поляризация

Сегнетоэлектрики и ***пироэлектрики***

Ориентационная поляризация (полярные диэлектрики).

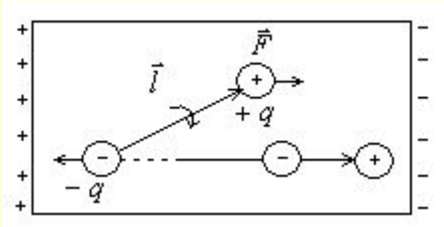
Молекулы таких веществ уже в начальном состоянии имеют собственный *дипольный электрический момент* $\vec{p}_0 \neq 0$.



Электрическим диполем *называется система двух связанных между собой равных по величине и противоположных по знаку точечных зарядов. Величина* $\vec{p} = q\vec{l}$ *- называется электрическим моментом диполя,* $\vec{l}$ *- плечо диполя – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному.*

В электрическом поле на диполь действует пара сил, вследствие чего диполь устанавливается (ориентируется) вдоль силовых линий поля.

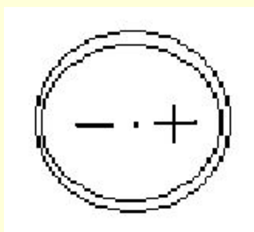
$$\vec{F} = q\vec{E}$$



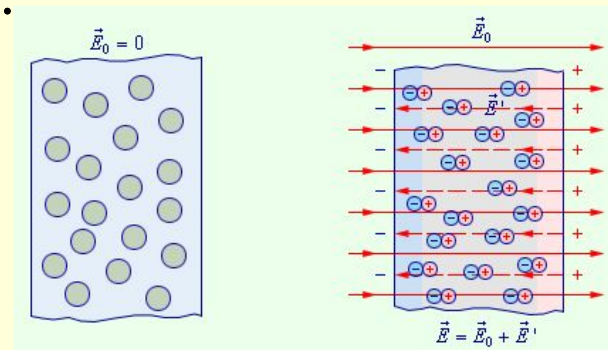
$\vec{M} = \left[\vec{l}\,\vec{F}\right] = \left[\vec{p}\vec{E}\right]$ - момент пары сил, действующий на диполь в электрическом поле.

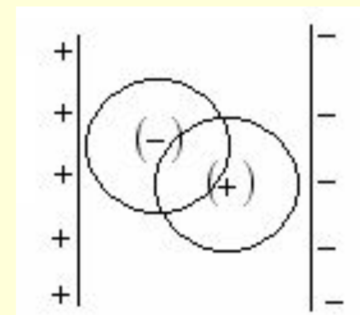
Деформационная или ***электронная*** поляризация (неполярные диэлектрики).

Пример молекул таких веществ: H_2, O_2. Между атомами в молекуле действует ковалентная неполярная связь. «Центры тяжести» положительных и отрицательных ионов совпадают, поэтому в исходном состоянии *дипольный электрический момент* у такой молекулы *отсутствует* $\vec{p}_0 = 0$.



Неполярная молекула водорода



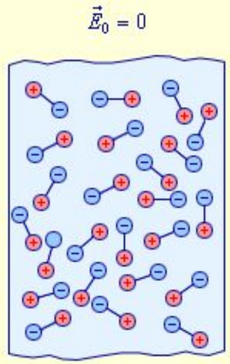


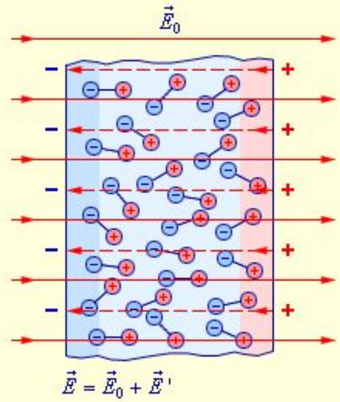
Электронная поляризация

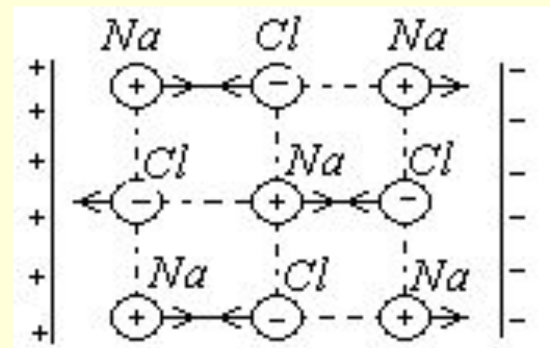
В электрическом поле электронное облако молекулы деформируется, вследствие чего «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов *смещаются*, и у молекулы появляется *наведённый* дипольный момент $\vec{p} = \varepsilon_0 \beta \vec{E}$ (β - *поляризуемость* молекулы).

Ионная поляризация (кристаллы)

Ионные кристаллы (например, кристаллы поваренной соли $NaCl$) построены из положительных и отрицательных ионов, образующих как бы две кристаллические решетки, сдвинутые одна относительно другой на половину периода. Такой кристалл можно рассматривать как одну большую «молекулу».







В электрическом поле ионы противоположного знака *смещаются* друг относительно друга в разные стороны, в результате чего кристалл приобретает макроскопический дипольный электрический момент $\vec{P} = \varepsilon_0 \beta \vec{E}$

(β – *поляризуемость* кристалла).

Сегнетоэлектрики и *пироэлектрики*

Сегнетоэлектрики – особый класс диэлектриков, отличительными свойствами которых являются:

1) *диэлектрическая проницаемость ε* этих веществ может достигать *нескольких тысяч* (для сравнения, у такого сильного полярного диэлектрика как вода $\varepsilon = 81$);

2) *зависимость* $\vec{P}$ от $\vec{E}$ *не является линейной*;

3) при переполяризации сегнетоэлектрика обнаруживается явление *гистерезиса*, то есть *запаздывание* следования за изменением поля ;

4) наблюдается *сложная* зависимость *ε* от *температуры*, причем для каждого сегнетоэлектрика существует такая температура (называемая *точкой Кюри*), выше которой сегнетоэлектрик утрачивает свои свойства и становится обычным диэлектриком.

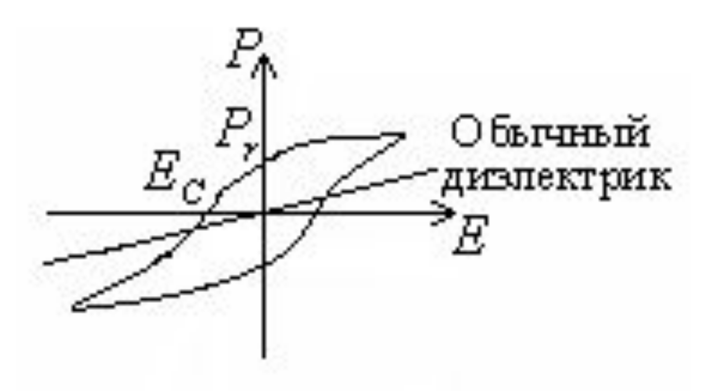
$\vec{P} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}$ - обычный диэлектрик (*линейная* зависимость).

$\vec{P} = \vec{P}(\vec{E})$ - сегнетоэлектрик (*нелинейная* зависимость).

$\vec{P} \neq 0$ при $\vec{E} = 0$,

$\vec{P}_r$ - *остаточная поляризация*,

$\vec{E}_c$ - *коэрцитивная сила*.



1.12. Вектор поляризации и вектор электрической индукции.

Для количественной характеристики поляризации диэлектриков вводят понятие ***вектора поляризации*** $\vec{P}$ как полного (суммарного) дипольного момента всех молекул в единице объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum\limits_{i \in V} \vec{p}_i}{V} \left[\frac{Кл}{м^2} \right] ,$$

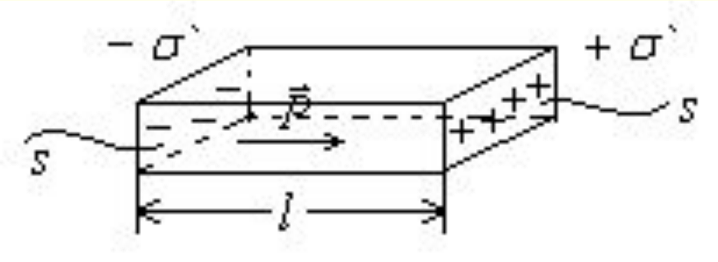
$\vec{p}_i$ - дипольный момент одной молекулы.

Суммирование производится по всем молекулам, находящимся в объеме V.

Легко видеть, что ***нормальная составляющая*** вектора поляризации P_n численно равна ***поверхностной плотности*** поляризационных зарядов на диэлектрике σ':

$$\left| \sum_i \vec{p}_i \right| = q' \cdot l = \sigma' \cdot s \cdot l = \sigma' V$$

$$P_n = P \cos\theta = \sigma'$$



Последняя формула дает не только величину, но и *знак* поляризационных зарядов. В тех точках поверхности диэлектрика, где угол θ между внешней нормалью и вектором $\vec{P}$ острый, σ ′ положительна, а в тех точках, где угол между внешней нормалью и $\vec{P}$ тупой, σ ′ отрицательна.

Наряду с вектором поляризации $\vec{P}$, для описания электрического поля в диэлектриках вводят также понятие вектора ***электрической индукции*** $\vec{D}$. По определению:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

где $\vec{E}$ - напряженность электрического поля в диэлектрике.

Для большинства диэлектриков (кроме сегнетоэлектриков) вектор поляризации

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}$$

Безразмерная величина α называется ***диэлектрической восприимчивостью***. Она связана с поляризуемостью молекулы β данного диэлектрика простым соотношением: $\alpha = n\beta$, где n – число молекул в единице объема. В этом случае электрическая индукция

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \alpha)\vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

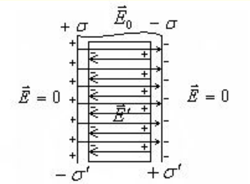
Постоянная $\varepsilon = 1 + \alpha \geq 1$ называется ***диэлектрической проницаемостью*** (ε = 1 – для вакуума).

Таким образом, для многих *изотропных* диэлектриков можно считать, что

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

1.13. Напряженность электрического поля в диэлектрике.

В соответствии с *принципом суперпозиции* электрическое поле в диэлектрике векторно складывается из внешнего поля $\vec{E}_0$ и поля поляризационных зарядов $\vec{E}'$.



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$ или по абсолютной величине

$$E = E_0 - E'$$

Мы видим, что величина напряженности поля E в диэлектрике меньше, чем вакууме. Другими словами, любой диэлектрик *ослабляет* внешнее электрическое поле.

Индукция электрического поля $D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 E_0 - \varepsilon_0 E' + P$, где $E' = \dfrac{\sigma'}{\varepsilon_0}$, $P = \sigma'$, то есть $D = \varepsilon_0 E_0$. С другой стороны, $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$, откуда находим, что $\varepsilon_0 E_0 = \varepsilon_0 \varepsilon E$ и, следовательно, напряженность электрического поля в *изотропном* диэлектрике есть:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon}$$

Эта формула раскрывает *физический смысл* диэлектрической проницаемости и показывает, что напряженность электрического поля в диэлектрике в ε раз *меньше*, чем в вакууме. Отсюда следует простое правило: *чтобы написать формулы электростатики в диэлектрике, надо в соответствующих формулах электростатики вакуума рядом с ε_0 приписать ε.*

В частности, *закон Кулона* в скалярной форме запишется в виде: $F = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon \cdot r^2}$

1.14. Основные теоремы электростатики в интегральной и дифференциальной форме.

1) Теорема Гаусса.

$$\Phi_E = \oint\!\!\oint_s (\vec{E}_0 \vec{n})ds = q_s / \varepsilon_0 \quad \text{(вакуум)}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \Rightarrow$$

$$\Phi_D = \oint\!\!\oint_s (\vec{D} \cdot \vec{n})ds = q_s \qquad \text{(среда)}$$

По теореме преобразования поверхностного интеграла в объемный (*теореме Остроградского*) имеем:

$$\oint\!\!\oint_s (\vec{D} \cdot \vec{n})ds = \iiint_V div\vec{D}dV = \iiint_V \rho dV \Rightarrow \quad div\vec{D} = \rho$$

дифференциальная форма записи ***теоремы Гаусса***.

где ρ – объемная плотность ***свободных*** зарядов;

$$div\vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}.$$

Используя определение $\vec{D}$, нетрудно показать, что

$$div\vec{P} = -\rho' \qquad ,$$

где ρ' - объемная плотность ***связанных*** зарядов.

2) Теорема о циркуляции электрического поля.

$$\oint_l (\vec{E}; d\vec{l}) = 0$$

По теореме преобразования контурного интеграла в поверхностный (*теореме Стокса*) имеем:

$$\oint_l (\vec{E} d\vec{l}) = \iint_s (rd\vec{E} \cdot \vec{n}) ds = 0$$,

откуда следует *дифференциальная* форма *второй основной теоремы* электростатики

$$rot\vec{E} = 0$$,

где .

$$rot\vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = (\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z})\vec{i} + (\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x})\vec{j} + (\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y})\vec{k}$$

1.15. Граничные условия для электрического поля.

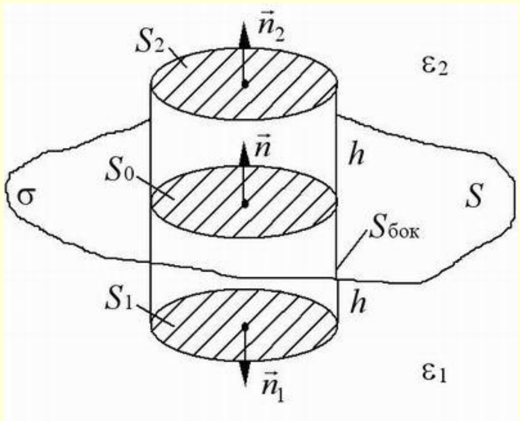
При переходе через границу раздела двух диэлектриков с различными диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 необходимо учитывать граничные условия для полей $\vec{D}$ и $\vec{E}$, которые непосредственно вытекают из основных интегральных теорем электростатики.

<u>Нормальные составляющие индукции поля непрерывны</u>

$$q_{св.} = 0$$

Учитывая, что $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$, находим также: $\varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2}$

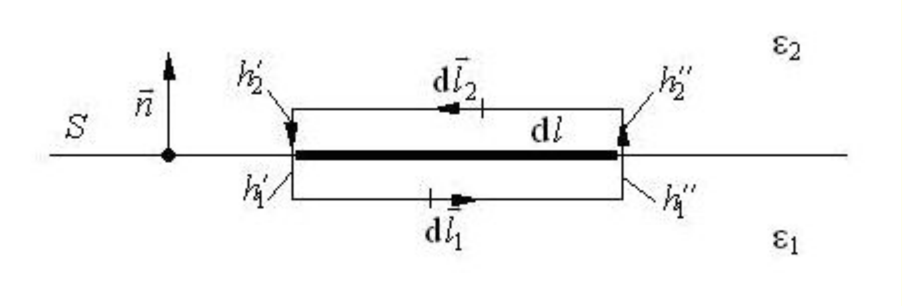
$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma$$



Тангенциальные составляющие электрического поля непрерывны

$$\oint_l \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{l} = 0$$

$$E_{2t} - E_{1t} = 0$$



$$E_{t1} = E_{t2}$$