

Лекция 5

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

- 2.1. Характеристики тока. Сила и плотность тока. Падение потенциала вдоль проводника с током.
- 2.2. Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление проводников.
- 2.3. Дифференциальная форма закона Ома.
- 2.4. Сторонние силы. ЭДС источника тока. Закон Ома для неоднородного участка цепи и для замкнутой цепи.
- 2.5. Напряжение на зажимах источника тока.
- 2.6. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа.
- 2.7. Соединение сопротивлений.
- 2.8. Работа и мощность постоянного тока. Закон Джоуля – Ленца.
- 2.9. КПД источника тока.

2.1. Характеристики тока. Сила и плотность тока. Падение потенциала вдоль проводника с током.

Всякое *упорядоченное движение зарядов* называется *электрическим током*. Носителями заряда в проводящих средах могут быть электроны, ионы, «дырки» и даже макроскопические заряженные частицы.

За *положительное* направление тока принято считать направление движения *положительных зарядов*. Электрический ток характеризуется *силой тока* – величиной, определяемой количеством заряда, переносимого через воображаемую площадку, за единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Для *постоянного тока* силу тока можно определить как:

$$I = \frac{q}{t}$$

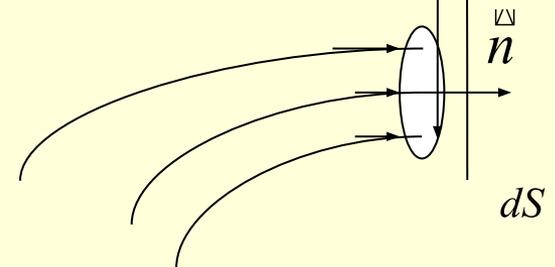
Размерность силы тока в СИ: $[I] = \frac{Кл}{с} = А$ (Ампер).

Кроме этого, для характеристики тока в проводнике применяют понятие *плотности тока* – *векторной величины*, определяемой количеством заряда, переносимого за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную линиям тока:

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS} \vec{n}$$

Размерность плотности тока в СИ:

$$j = \frac{dI}{dS} = \left[\frac{А}{м^2} \right]$$



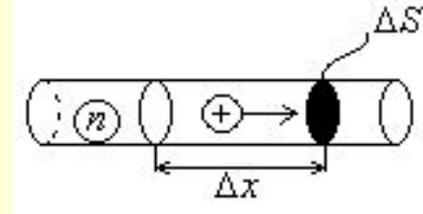
Покажем, что плотность тока \vec{j} пропорциональна скорости упорядоченного движения зарядов в проводнике v . Действительно, количество заряда, протекающее через поперечное сечение проводника за единицу времени есть :

$$\Delta q = n \cdot e \cdot \Delta V = n \cdot \Delta S \cdot \Delta x \cdot e \quad , \text{ где } n - \text{ концентрация зарядов}$$

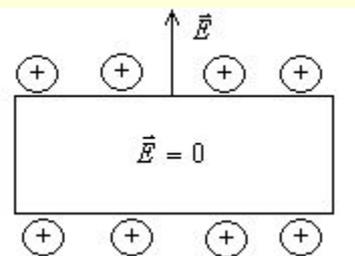
$$j = \frac{\Delta q}{\Delta S \Delta t} = \frac{e \cdot n \Delta S \Delta x}{\Delta S \Delta t} = n \cdot e \frac{\Delta x}{\Delta t} = nev$$

Или в векторном виде:

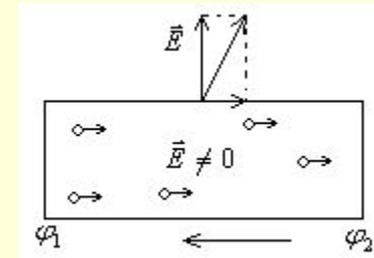
$$\vec{j} = nev$$



Как мы знаем, при равновесии зарядов, то есть при отсутствии тока, потенциал всех точек проводника имеет одно и то же значение, а напряженность электрического поля внутри него равна нулю. При наличии тока электрическое поле внутри проводника отлично от нуля, и вдоль проводника с током имеет место падение потенциала.



Тока нет: $\varphi = const$ · Ток есть: $E = -\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta l}$



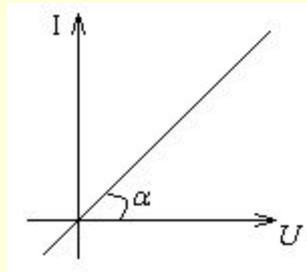
Таким образом, для существования тока в проводнике необходимо выполнение двух условий: 1) **наличие носителей заряда** и

2) **наличие электрического поля** в проводнике.

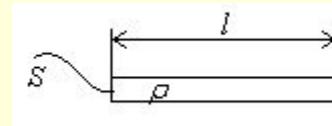
2.2. Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление проводников.

Между падением потенциала - напряжением U и силой тока в проводнике I существует функциональная зависимость $I = f(U)$, называемая **вольтамперной характеристикой** данного проводника (ВАХ). Вид этой зависимости для разных проводников и устройств может быть самым разнообразным.

Как показывает опыт, для многих проводящих материалов выполняется зависимость: $U = IR$, получившая название **закона Ома** (Ohm G., 1787-1854) для **однородного участка** цепи.



Коэффициент пропорциональности R называется **сопротивлением** проводника. Сопротивление **однородного проводника** зависит от материала, из которого он изготовлен, его формы, размеров, а также от температуры.



$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Размерность сопротивления: $[R] = \frac{B}{A} = Ом$. Кратные единицы измерения: 1кОм = $10^3 Ом$; 1Мом = $10^6 Ом$.

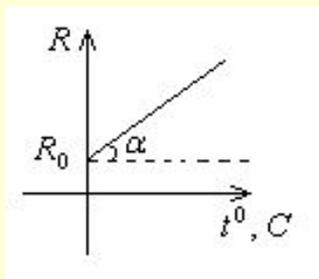
ρ – **удельное сопротивление**. Размерность ρ в СИ: $[\rho] = Ом \cdot м$.

Для многих веществ зависимость сопротивления от температуры в широком интервале температур вблизи $T \approx 300\text{K}$ определяется эмпирической зависимостью от температуры их удельного сопротивления:

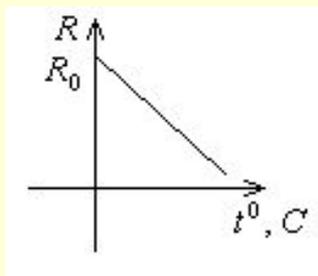
$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ}\text{C}),$$

где α – температурный коэффициент сопротивления; ρ_0 – значение ρ_t при $t = 0^{\circ}\text{C}$.

Для *металлов* $\alpha \approx \frac{1}{273^{\circ}\text{C}} > 0$, поэтому сопротивление металлов в указанной области температур пропорционально температуре.



Для *электролитов* $\alpha < 0$, зависимость их сопротивления от температуры имеет вид, изображенный на рисунке. Для разных электролитов α различно.



2.3. Дифференциальная форма закона Ома.

Если проводник неоднороден по своему составу и/или имеет неодинаковое сечение, то для характеристики тока в различных частях проводника используют **закон Ома в дифференциальной форме**. Для его вывода выделим внутри проводника элементарный цилиндрический объем с образующими, параллельными вектору плотности тока j . Если выделенный объем достаточно мал, его можно считать *однородным* и применить к нему закон Ома:

$$\Delta U = \Delta R \cdot I, \text{ где}$$
$$\Delta R = \rho \frac{\Delta x}{S}$$

$$\Delta U = E \Delta x = \rho \frac{\Delta x}{S} I, \text{ откуда}$$

$$j = \frac{I}{S} = \frac{E}{\rho}, \frac{1}{\rho} = \sigma$$

Или в векторном виде:

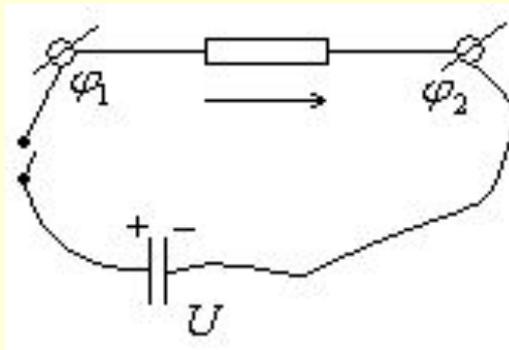
$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}$$

Величина $\sigma = \frac{1}{\rho}$ называется *коэффициентом электропроводности* или *проводимостью* материала.

Единицей измерения σ в СИ является $(\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1} = \text{См}$ (сименс).

2.4. Сторонние силы. ЭДС источника тока. Закон Ома для неоднородного участка цепи и для замкнутой цепи.

Для протекания электрического тока в проводнике необходимо, чтобы на его концах поддерживалась разность потенциалов. Очевидно, для этой цели не может быть использован заряженный конденсатор. Действительно, если включить в цепь проводника заряженный конденсатор и замкнуть цепь, то под действием сил электростатического поля заряды придут в движение, возникнет кратковременный ток, после чего установится равновесное распределение зарядов, при котором потенциалы концов проводника выравниваются и ток прекращается. Другими словами, электростатическое поле конденсатора не может осуществить постоянную циркуляцию зарядов в цепи (то есть электрический ток), что является следствием потенциальности электростатического поля — равенства нулю работы сил электростатического поля по замкнутому контуру. Таким образом, для поддержания постоянного тока в замкнутой цепи необходимо действие **сторонних сил неэлектростатического** происхождения и не являющихся *потенциальными* силами.

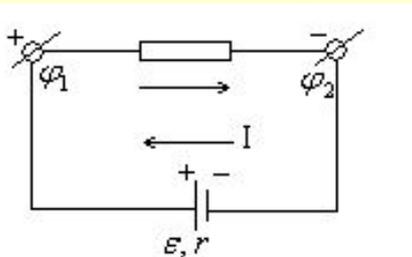


Эти силы могут быть обусловлены *химическими* процессами, *диффузией* носителей заряда через границу двух разнородных проводников, *магнитными* полями, другими причинами.

Сторонние силы можно охарактеризовать работой, которую они совершают по перемещению зарядов в замкнутой цепи. Величина, равная *работе сторонних сил* A_{cm} , отнесенная к *единице положительного заряда*, называется **электродвижущей силой (ЭДС)**.

Единицей измерения ЭДС в СИ (как и напряжения) является V (Вольт).

Работа сторонних сил по замкнутому контуру *не равна* нулю:



$$\vec{F}_{cm} = q\vec{E}_{cm}$$

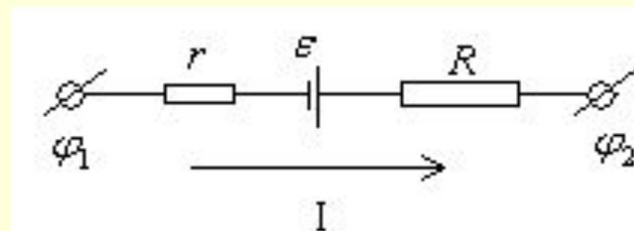
$$A_{cm} = \oint_l (\vec{F}_{cm} dl) = \oint_l q(\vec{E}_{cm} dl) = q\varepsilon \neq 0.$$

Участок цепи, содержащий источник ЭДС, называется неоднородным. Всякий источник ЭДС характеризуется *величиной ЭДС ε* и *внутренним сопротивлением r* .

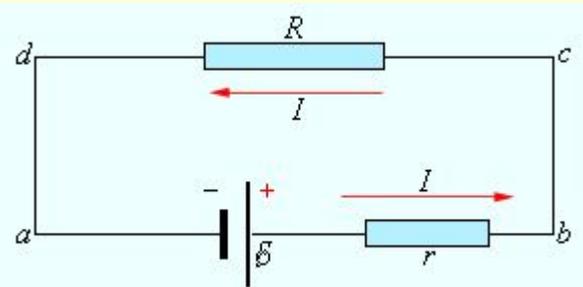
$\varphi_1 - \varphi_2 = U$ - напряжение на концах участка цепи.

Закон Ома для неоднородного участка цепи имеет вид:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R + r}$$



При соединении концов неоднородного участка цепи *идеальным* проводником образуется замкнутая цепь, в которой потенциалы φ_1 и φ_2 выравниваются и мы приходим к **закону Ома** для **замкнутой** (или **полной**) **цепи**:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

Если сопротивление внешней цепи $R = 0$, то имеем случай **короткого замыкания**.

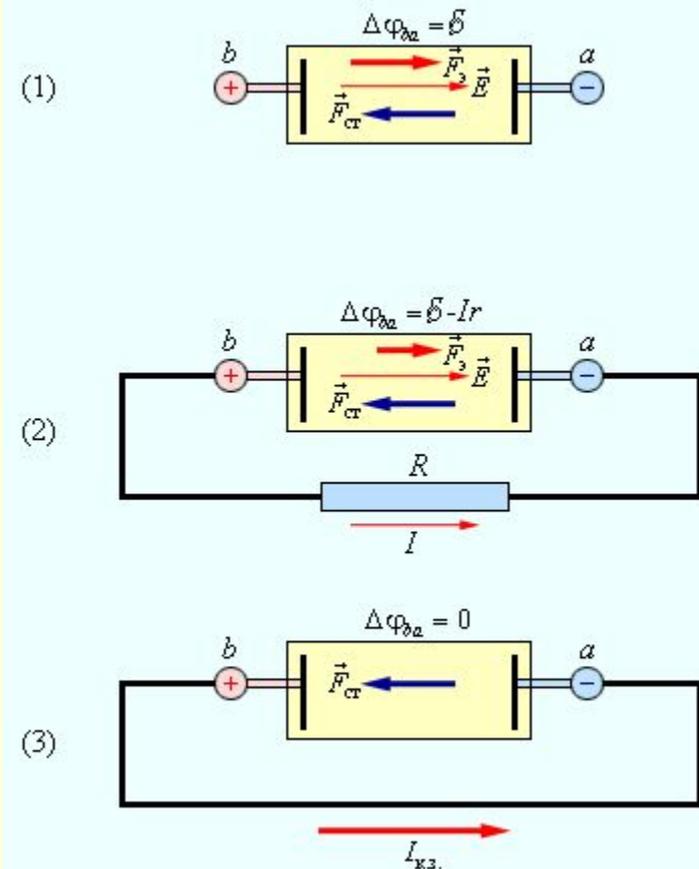
В этом случае в цепи течет **максимальный ток**:

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon}{r}$$

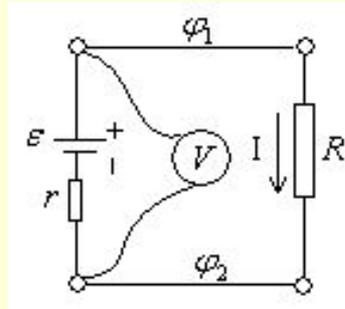
При $R = \infty$ имеем **разомкнутую цепь**.

В этом случае ток в цепи **равен нулю**:

$$I = 0$$



2.5. Напряжение на зажимах источника тока.



Как видно из рисунка:

$$V = IR = \frac{R}{R + r} \varepsilon$$

или

$$V = \varepsilon - Ir$$

При коротком замыкании $V = 0$.

Для разомкнутой цепи $V = \varepsilon$.

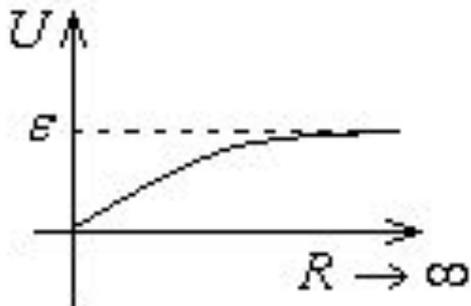
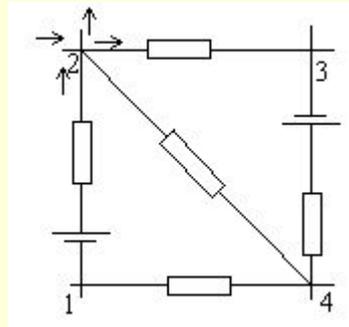


График зависимости $V(R)$ приведен на рисунке.

2.6. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа.

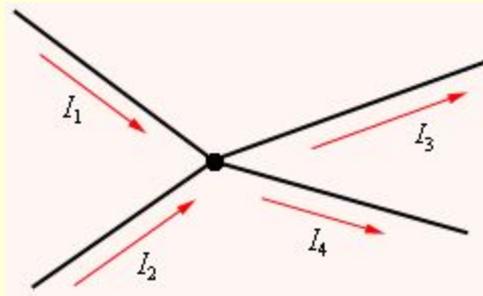
Электрическая цепь, содержащая в себе *узлы*, называется *разветвленной*. Узел – место в цепи, где сходятся три или более проводников (рис.5.14). Для расчета разветвленных цепей применяют *правила Кирхгофа* (Kirchhoff G., 1824-1887), являющиеся прямым следствием основных законов теории электричества. Этих правил два.



Первое правило: алгебраическая сумма всех токов, сходящихся в узле равна нулю:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

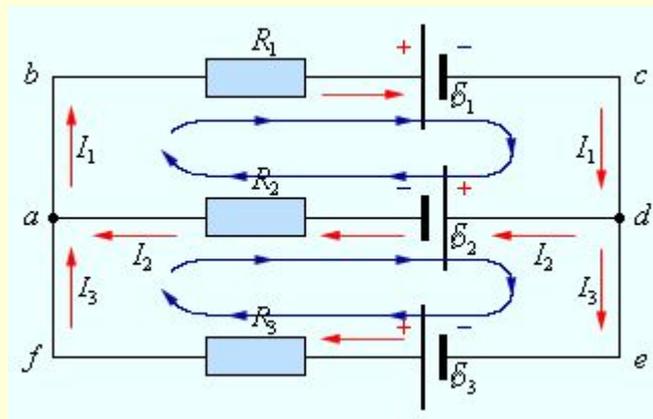
Первое правило Кирхгофа является следствием закона *сохранения заряда* в применении к узлу, через который протекают постоянные токи. Если в цепи имеется N узлов, то пишется N - 1 уравнение для любых узлов.



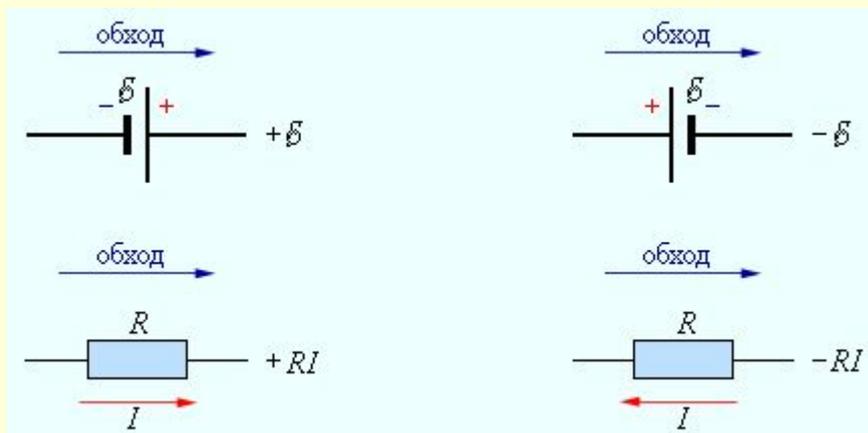
Второе правило: для любого замкнутого контура, выделенного внутри разветвленной цепи, алгебраическая сумма падений напряжений на сопротивлениях равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{k=1}^m \varepsilon_k$$

Второе правило Кирхгофа является следствием равенства нулю циркуляции электростатического поля по замкнутому контуру, то есть следствием его потенциальности.



Правила знаков

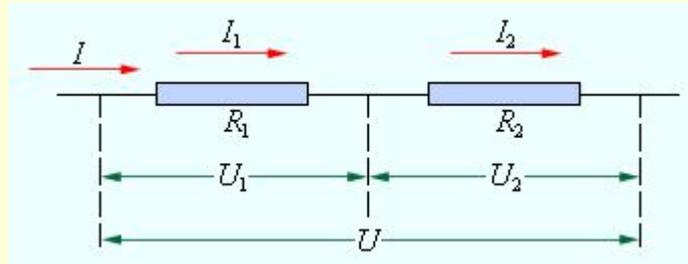


2.7. Соединение сопротивлений.

Соединение сопротивлений бывает последовательным, параллельным и смешанным.

1) Последовательное соединение.

При последовательном соединении ток, текущий через все сопротивления, *одинаковый*, а падения напряжения *разные*



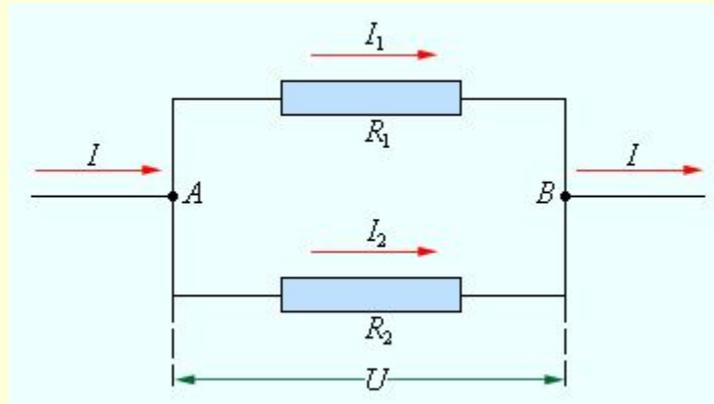
$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = I$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n) = IR_{\text{общ}}$$

$$R_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^n R_i$$

2) Параллельное соединение.

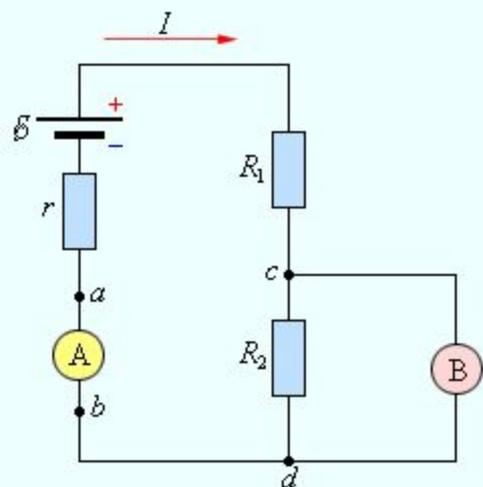
При параллельном соединении падения напряжения на всех сопротивлениях *одинаковые*, а токи, текущие в них, *разные*



$$U_1 = U_2 = \dots = U_n = U$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) = \frac{U}{R_{\text{общ}}}$$

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$



2.8. Работа и мощность постоянного тока. Закон Джоуля – Ленца.

При протекании по проводнику электрического тока проводник *нагревается*. Нагревание происходит за счет работы, совершаемой силами поля над носителями заряда:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$$

$$U = IR$$

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = It$$

Джоуль (Joule J., 1818-1889) и независимо от него Э.Х.Ленц (1804-1865) установили экспериментально, что *количество теплоты, выделяющейся в проводнике, пропорционально квадрату силы тока, сопротивлению проводника и времени протекания тока*:

$$Q = A = I^2 R t$$

Если сила тока изменяется со временем, то за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ выделится теплота:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2 R dt$$

Написанные соотношения выражают собой **закон Джоуля – Ленца**.

Если теплоту измерять в *калориях*, то: $Q[\text{кал}] = 0,24Q[\text{Дж}] \cdot$

Количество теплоты, выделяющееся в единице объема проводника за единицу времени, называется **удельной мощностью**:

$$w = \frac{dQ}{dVdt} = \frac{I^2 R dt}{Sdl \cdot dt} = \frac{I^2 \rho \frac{dl}{S}}{Sdl} = \rho \frac{I^2}{S^2} = \rho j^2$$

где $j = \frac{I}{S}$ - плотность тока.

Это соотношение представляет собой **закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме**:

$$w = \rho j^2 = \sigma E^2$$

Работа, производимая током за единицу времени, называется **мощностью**:

$$P = \frac{dA}{dt} = I^2 R = IU$$

Размерность мощности в СИ: $[P] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}$ (Ватт).

2.9. КПД источника тока.

Перемещая электрические заряды по замкнутой цепи, источник тока совершает работу. Различают *полезную* и *полную работу* источника тока. *Полезная работа* – это та, которую совершает источник по перемещению зарядов во *внешней* цепи; *полная работа* – это работа источника по перемещению зарядов во *всей* цепи:

$$A_{\text{полез}} = qU = IUt = I^2 R t \quad - \text{ полезная работа;}$$

$$A_{\text{полн}} = q\varepsilon = I\varepsilon t = I^2 (R + r)t \quad - \text{ полная работа.}$$

Соответственно этому, различают *полезную* и *полную мощность* источника тока:

$$P_{\text{полезн}} = \frac{A_{\text{полезн}}}{t} = IU = I^2 R$$

$$P_{\text{полн}} = \frac{A_{\text{полн}}}{t} = I\varepsilon = I^2 (R + r)$$

Коэффициентом полезного действия (КПД) источника тока называют отношение:

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{полн}}} = \frac{P_{\text{полез}}}{P_{\text{полн}}} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{R}{R + r}$$

Выясним, при каком сопротивлении внешней цепи полезная мощность *максимальна*.

Имеем: $P_{\text{полезн}} = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}$, где $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$;

Откуда $\frac{dP_{\text{полезн}}}{dR} = \varepsilon^2 \frac{(R+r)^2 - 2(R+r)R}{(R+r)^4} = \frac{R+r-2R}{(R+r)^3} \varepsilon^2 = 0$

$$R = r; P_{\text{max}} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

Условие $R = r$ называется *условием согласования*

источника и нагрузки. В этом случае мощность, выделяемая источником во внешней цепи, *максимальна*. Отметим, что при выполнении *условия согласования* КПД источника тока

$$\eta = \frac{r}{r+r} = \frac{1}{2} (50\%)$$

то есть *максимальная полезная мощность* и *максимальный КПД несовместимы*. Из приведенного графика видно также, что одну и ту же полезную мощность можно получить при двух *различных* сопротивлениях внешней нагрузки

$$R_1 < r < R_2$$

