

Государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования Московской области  
Государственный университет «Дубна»  
Факультет естественных и инженерных наук  
Кафедра Ядерной физики

Специальный семинар по физике ядра и ядерным реакциям

Молдагалиева Айжан  
Группа 4164

# Коллективные свойства ядер

Вопрос 15.

2017

# Содержание

- Модель жидкой капли
- Полуэмпирическая формула энергии связи ядра
- Деформация ядер
- Колебательные состояния ядер
- Вращательные состояния ядер
- Примеры

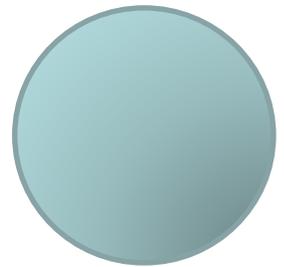
# Модель жидкой капли

В капельной модели принимается, что ядро ведет себя подобно капле несжимаемой заряженной жидкости. Определим параметры «ядерной жидкости». Для концентрации нуклонов в ядре получаем:

$$n = \frac{A}{V} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3}{4\pi r_0^3} = 0.87 \cdot 10^{38} \approx 10^{38} \text{ см}^{-3}$$

где  $R = r_0 \cdot A^{\frac{1}{3}}$  – радиус ядра,  $A$  – массовое число,  
 $r_0 = 1.4 \text{ фм} = \text{const}$ , для плотности вещества в ядре  
( $m$  - масса нуклона)

$$\rho = \text{в т.ч.} 1.45 \cdot 10^{14} \text{ / } ^3.$$

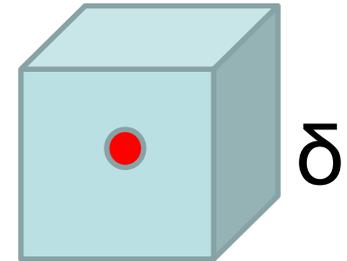


Сферическая капля

# Модель жидкой капли

Среднее расстояние между нуклонами равно

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{4\pi R^3}{3A}} = \sqrt[3]{\frac{4\pi}{3}} r_0 \approx 2.3 \cdot 10^{-13} \text{ м}$$



Таким образом, если исключить из рассмотрения самые легкие ядра, то концентрация нуклонов, плотность вещества в ядре, а также среднее расстояние между нуклонами практически одинаковы во всех ядрах. Это и позволяет в капельной модели считать ядро несжимаемым.

# Модель жидкой капли

Область применимости модели: описание усредненной энергии связи ядер как функции  $A$  и  $Z$ , рассмотрение поверхностных колебаний сферических ядер, качественное объяснение процесса деления ядер [3].

Более тонкие индивидуальные (а не усредненные) изменения энергии связи, как и другие индивидуальные свойства атомных ядер, в капельной модели остаются необъясненными. В этом один из недостатков этой модели [1].

# Модель жидкой капли

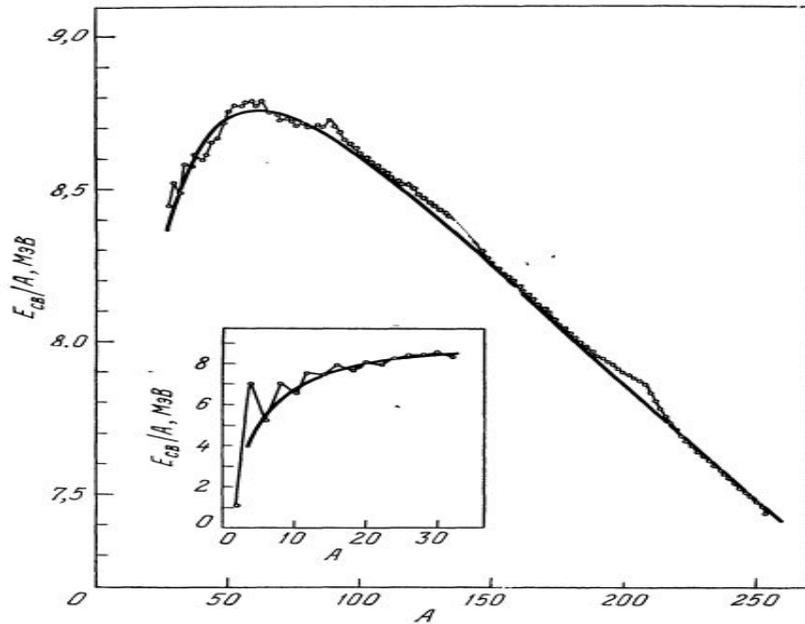


Рис. 1. Зависимость удельной энергии связи ядер от массового числа  $A$ . Точки – экспериментальные данные. Плавная кривая – результат вычислений по формуле Вайцекера. На вставке показана удельная энергия связи для легких ядер [3].

# Формула Вайцзеккера

Таким образом, энергия связи ядра может представляться формулой:

$$W(A, Z) = \alpha \cdot A - \beta \cdot A^{\frac{2}{3}} - \gamma \cdot \frac{Z(Z - 1)}{A^{\frac{1}{3}}} - \delta \cdot \frac{(A - 2Z)^2}{A} - \zeta \cdot A^{-3/4}$$

Значения параметров в формуле должны быть выбраны таким образом, чтобы наилучшим образом воспроизвести экспериментальные данные по всей совокупности устойчивых ядер [2]. В частности, максимум энергии связи должен приходиться на ядра области железа.

Первые три члена этой формулы следуют из представления о ядре как о капле заряженной жидкости.

# Нулевое приближение

Энергия связи пропорциональна числу нуклонов

$$W \approx \alpha \cdot A,$$

где  $\alpha$  – коэффициент пропорциональности. Эта линейная зависимость означает, что ядерные силы обладают свойством насыщения, при которых нуклон имеет ограниченное число связей, позволяющих ему взаимодействовать с другими нуклонами [2]. Все это возникает из-за короткодействия ядерных сил. Данная формула представляет собой **объемную энергию**.

$$W/A \approx \alpha \text{ – удельная энергия}$$

# Первая поправка

$$W \approx \alpha \cdot A - \beta \cdot A^{\frac{2}{3}}$$



Существование поверхности должно уменьшать энергию связи, так как связи нуклонов вблизи поверхности насыщаются меньше, чем внутри ядра [2]. Это уменьшающая добавка к объемной энергии чем больше, тем больше поверхность ядра. Здесь  $\beta$  – положительная константа.

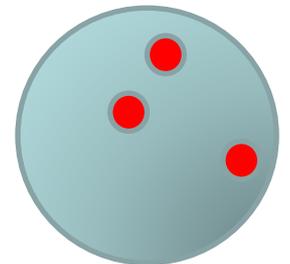
плотность ядра при насыщающих ядерных силах не должна зависеть от числа нуклонов, и следовательно объем ядра должен быть приближенно пропорциональным числу  $A$ .

$$R \sim A^{1/3} \quad S = 4\pi R^2 \sim A^{2/3}$$

# Вторая поправка

Вторая очевидная поправка связана с кулоновским отталкиванием протонов. Для ядра с равномерным распределением протонов по объему энергия кулоновского отталкивания пропорциональна  $\frac{Z(Z-1)}{R}$  или  $\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$ . Поэтому энергию связи можно записать так [2]:

$$W \approx \alpha \cdot A - \beta \cdot A^{\frac{2}{3}} - \gamma \cdot \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$$



( $\gamma$  – положительная константа).

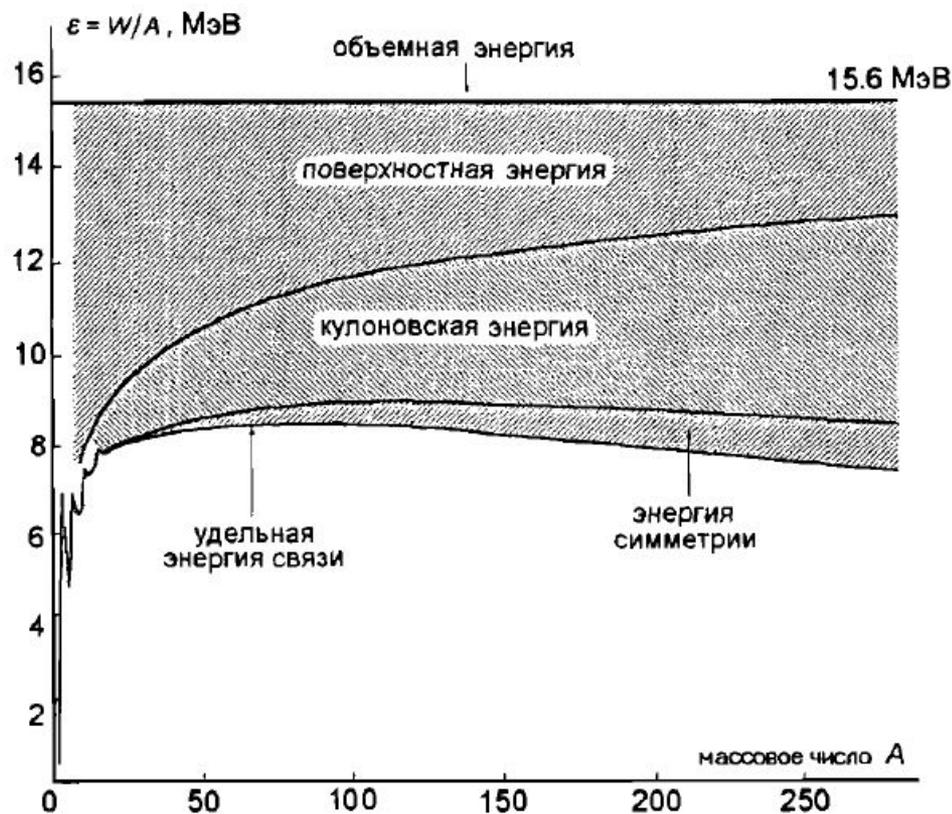


Рис. 6.3. Вклад различных видов энергии в удельную энергию связи ядра

Уменьшение удельной связи в области тяжёлых ядер обусловлено кулоновским отталкиванием и отклонением от симметрии между числом протонов и нейтронов, а в области лёгких ядер – поверхностной энергией.

# Недостатки капельной модели



При всех успехах капельной модели можно отметить ее непоследовательность даже в тех вопросах, которые она хорошо описывает: *при построении формулы для массы недостаточно трехчленной формулы, построенной по принципу аналогии между ядром и каплей жидкости, приходится учитывать эффекты парности и симметрии.*

Капельная модель не позволяет количественно описывать возбужденные состояния ядер. При описании процесса деления капельная модель не объясняет одно из основных его свойств – асимметрии.



# Возбуждения ядер

***Возбуждённые состояния*** ядер – состояния, в которых энергия системы превышает наименьшее возможное значение энергии, которое называется основным состоянием. Возбуждённое состояние ядра является неустойчивым, и с течением времени ядро переходит в состояние с меньшей энергией возбуждения и в результате таких переходов оказывается в основном состоянии.

В атомном ядре наблюдаются возбужденные состояния – многонуклонные возбужденные состояния, в которых движение отдельных нуклонов скоррелировано. Это **колебательные и вращательные возбуждения атомных ядер** (рис. 2–5).

Ядра, сферические в основном состоянии, могут деформироваться при возбуждении.

# Деформация ядер

Неквантовая теория малых поверхностных колебаний свободной жидкой капли была развита еще до возникновения ядерной физики. Согласно этой теории наименьшую частоту  $\omega_{\text{кв}}$  имеют квадрупольные собственные колебания, при которых капля попеременно становится то вытянутым, то сжатым эллипсоидом (рис. 3.1).

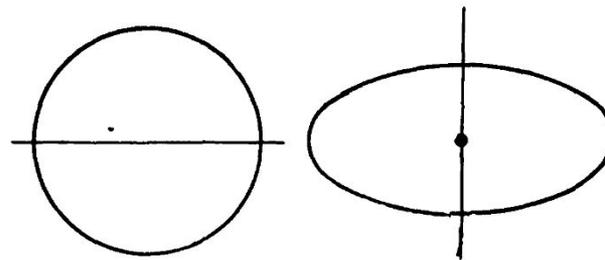


Рис. 3.1. Квадрупольные колебания ядра-капли

Ядро периодически принимает форму эллипсоида вращения

# Деформация ядер

Несколько более высокую частоту  $\omega_{\text{окт}}$  имеют октупольные колебания, при которых капля в деформированном состоянии имеет грушевидную форму (рис. 3.2). Остальные типы собственных колебаний капли соответствуют деформациям более сложной формы и более высоким частотам.

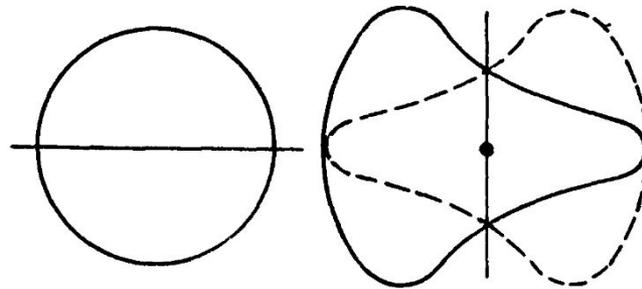
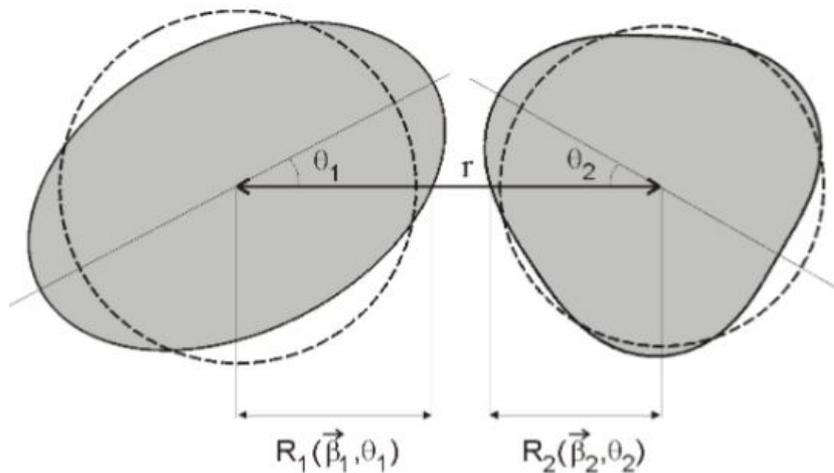


Рис 3 2 Октупольные колебания ядра-капли.

Ядро периодически принимает грушевидную форму.



Рис. 2. Колебания ядра: а – монополярная объемная мода, б – квадрупольная поверхностная мода, в – нейтрон-протонные поляризационные колебания.



Schematic picture of two deformed nuclei rotating in the reaction plane.

# Колебательные состояния

Спектры энергий и моментов количества движения возбужденных колебательных состояний дискретны. Энергии квадрупольных и октупольных возбуждений могут принимать значения

$$E_{\text{квадр}} = n_2 \hbar \omega_2, \quad E_{\text{окт}} = n_3 \hbar \omega_3, \quad (1)$$

где  $n_2$ ,  $n_3$  - числа соответственно квадрупольных и октупольных квантов (для квантов коллективных ядерных колебаний часто используют термин фононы, заимствованный из физики твердого тела), причем  $n_2, n_3 = 1, 2, 3, \dots$

# Колебательные состояния

Каждый квадрупольный квант (фонон) имеет момент количества движения  $J = 2$  и положительную четность. Аналогично, каждый октупольный фонон имеет момент  $J = 3$  и отрицательную четность и т. д. В общем виде энергию возбуждения ядра, в котором одновременно происходят различные поверхностные колебания формы, можно записать в виде

$$E = \sum_{J \geq 2} n_J \hbar \omega_J$$

где  $n_J$  – число фононов определенного типа, а  $\hbar \omega_J$  – энергия фонона.

# Взаимодействие деформированного и деформируемого ядер

- Форма аксиально-деформированного ядра определяется следующим образом

$$R(\vec{\beta}, \theta) = \tilde{R} \cdot \left( 1 + \sum_{\lambda \geq 2} \beta_{\lambda} \sqrt{\frac{2\lambda + 1}{4\pi}} P_{\lambda}(\cos \theta) \right)$$

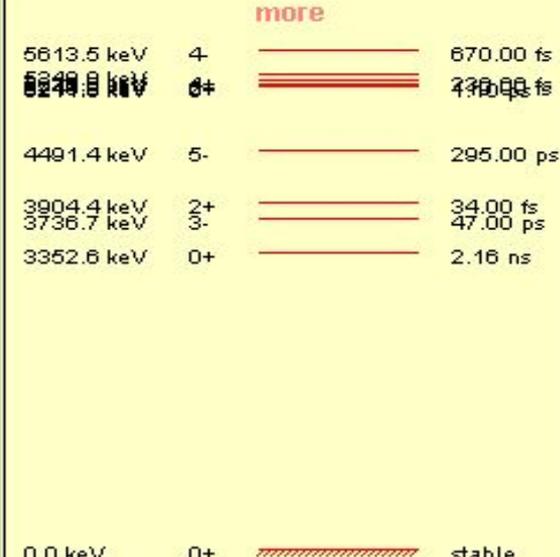
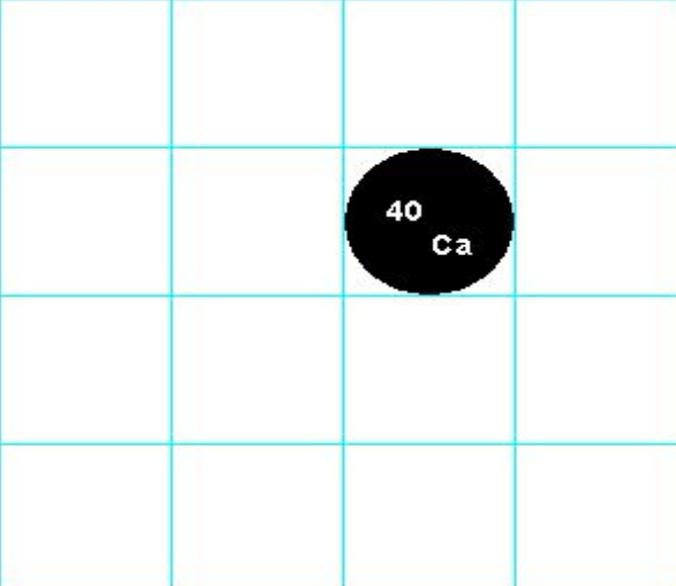
где  $\vec{\beta} \equiv \{\beta_{\lambda}\}$  – безразмерные параметры деформации мультипольности  $\lambda=2,3,\dots$ ,  $P_{\lambda}$  – полиномы Лежандра,

$$\tilde{R} = R_0 \left[ 1 + \frac{3}{4\pi} \sum_{\lambda} \beta_{\lambda}^2 + \frac{1}{4\pi} \sum_{\lambda, \lambda', \lambda''} \sqrt{\frac{(2\lambda'+1)(2\lambda''+1)}{4\pi(2\lambda+1)}} (\lambda'0 \lambda''0 | \lambda 0)^2 \beta_{\lambda} \beta_{\lambda'} \beta_{\lambda''} \right]^{-1/3}$$

$R_0$  - радиус эквивалентной сферы того же объема,

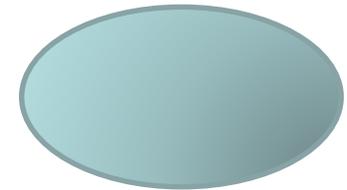
$(\lambda'0 \lambda''0 | \lambda 0)$  - коэффициенты Клебша-Гордона.

# Колебательное состояние Ca-40

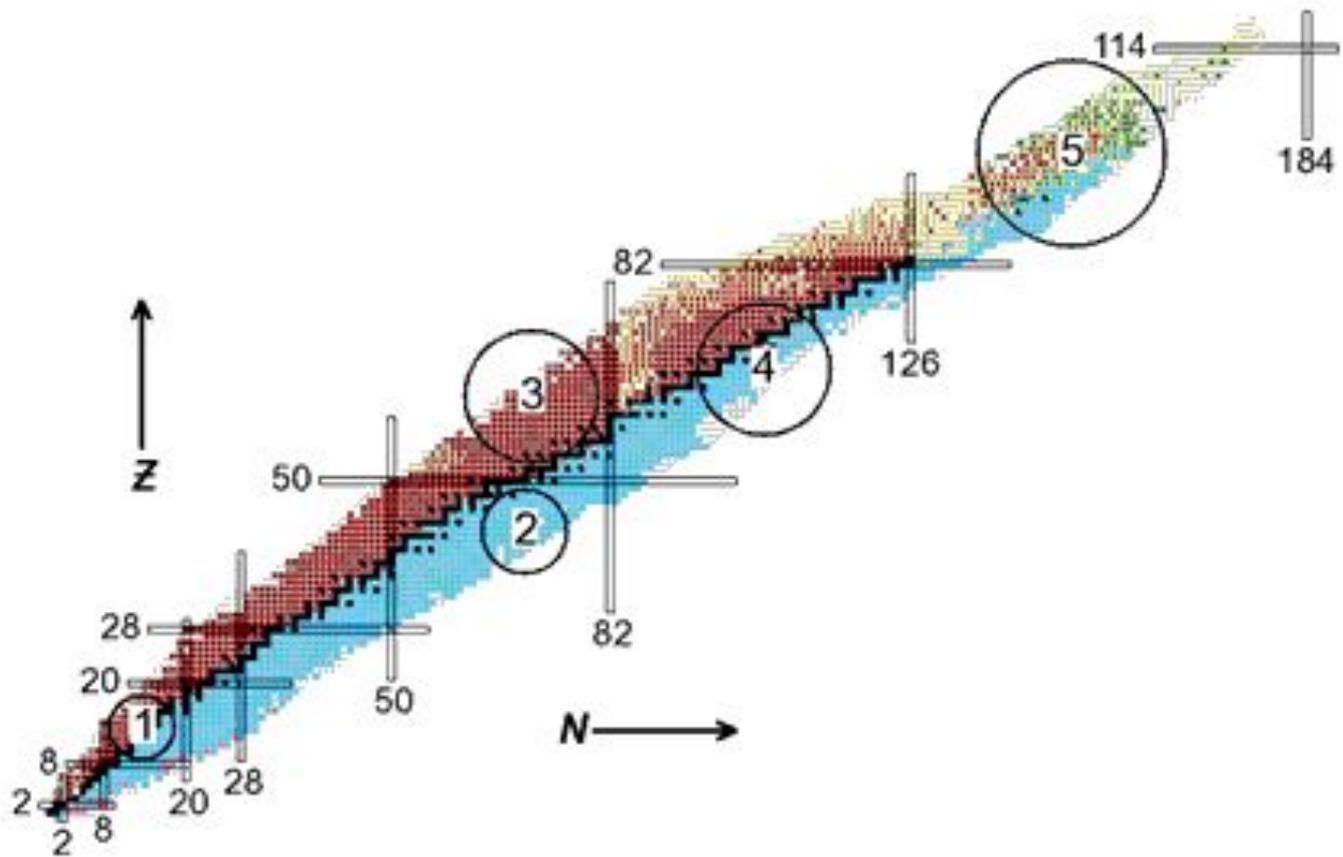
Nucleus	Binding energy (MeV)				Radius <sup>[4,5,6]</sup> (fm) & Deformation <sup>[9]</sup>
$^{40}_{20}\text{Ca}_{20}$ Calcium J(π)=0+ T <sub>1/2</sub> =stable Abundance: 96.94% 16	Experiment [2]	Theory [3]	Sh.corr. [3]	$\langle R^2_{\text{ch}} \rangle^{1/2} = 3.4776 \pm 0.0019$ [4] <a href="#">Charge Distribution</a> [8] β <sub>2</sub> = 0.000 β <sub>3</sub> = β <sub>4</sub> = 0.000 β <sub>6</sub> = 0.000	
<b>Excited States</b> click on a plot to process it	<b>Known and possible Decays</b>			<b>Q-values (keV)</b>	
 <p>more</p> <p>5613.5 keV 4- 670.00 fs</p> <p><del>5248.8 keV 6+</del> <del>430.00 fs</del></p> <p>4491.4 keV 5- 295.00 ps</p> <p>3904.4 keV 2+ 34.00 fs</p> <p>3736.7 keV 3- 47.00 ps</p> <p>3352.6 keV 0+ 2.16 ns</p> <p>0.0 keV 0+ stable</p>				α - decay -7039.75 β <sup>-</sup> - decay -14323.01 β <sup>+</sup> - decay -2332.93 e-capture -1310.93 1p - sep.en. -8328.20 2p - sep.en. -14709.57 1n - sep.en. -15634.98 2n - sep.en. -28930.49 2β <sup>-</sup> - decay -25995.93 β <sup>-</sup> ,n -28744.94 β <sup>-</sup> ,2n -46442.95 β <sup>-</sup> ,d -25923.55 β <sup>-</sup> ,t -36660.08 β <sup>-</sup> ,α -19854.19 β <sup>-</sup> ,n,α -34169.66 EC,p -8893.23 EC,2p -19626.33 EC,α -7749.30	
<b>Metastable States</b>	<b>Radiation energies (keV)</b>		<b>Thermal neutrons</b>	<b>El.-Magn. properties</b> <sup>[7,9,10]</sup>	
			σ (barn) Capture 0.41 Scattering 3.01	$B(E2)_{\uparrow} = 0.0099$ (17) e <sup>2</sup> b <sup>2</sup> β <sub>0</sub> =0.123 (11) Q <sub>0</sub> =0.314 (27) b $B(E3)_{\uparrow} = 0.0184$ (20) e <sup>2</sup> b <sup>3</sup> β <sub>0</sub> =0.411	

# Деформация ядер

Деформированные ядра – ядра, форма которых в основном состоянии отличается от сферически-симметричной. Деформированные ядра имеют квадрупольные моменты  $Q$ , значительно большие предсказываемых одночастичной оболочечной моделью ядра. Известно пять областей массовых чисел  $A$ , в которых вблизи долины стабильности (Рис. 2) располагаются деформированные атомные ядра:



- 1)  $19 \leq A \leq 25$  – изотопы Mg, Al;
- 2)  $96 \leq A \leq 116$  – нейтроноизбыточные изотопы Zr, Mo, Ru, Pd;
- 3)  $120 \leq A \leq 170$  – нейтронодефицитные изотопы Xe, Ba;
- 4)  $150 \leq A \leq 170$  – ядра редкоземельных элементов Sm, Gd, Dy, Er, Yb, Hb, W, Os;
- 5)  $A > 220$  – ядра актинидов.



**Рис. 2. N-Z диаграмма атомных ядер (см. также Рис. 6) с указанием областей деформированных ядер, расположенных вблизи долины стабильности [4]**

# Вращательные состояния

По мере удаления от заполненных оболочек минимум потенциальной энергии ядра может соответствовать деформированному состоянию ядра. У несферического ядра изменяются одночастичные уровни, изменяется частота колебаний, появляются вращательные степени свободы. Энергия вращательных состояний четно-четных деформированных аксиально-симметричных ядер описывается соотношением

$$E = \hbar^2 J(J + 1) / 2\mathcal{E}$$

где  $\mathcal{E}$  – момент инерции ядра,  $J$  – спин ядра (рис. 5).

# Рис. 5. Вращательный спектр сильно деформированного ядра $^{170}\text{Hf}$

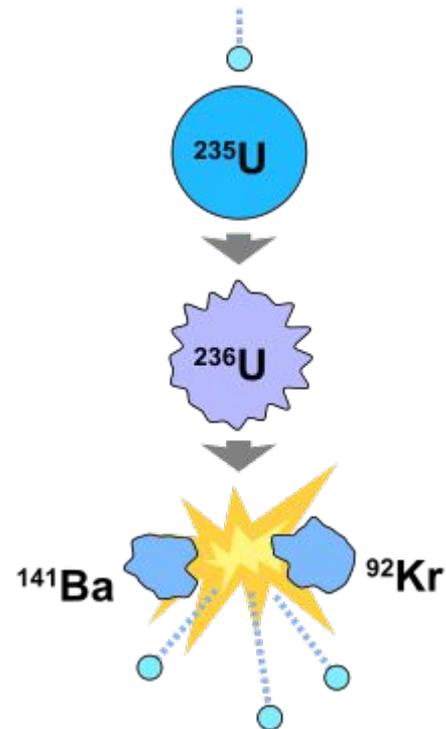
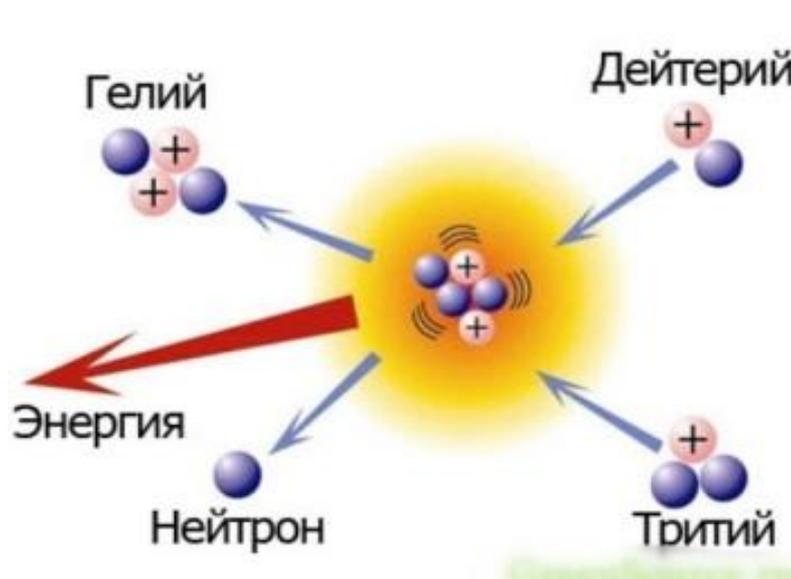
$J^\pi$	$E^*$ , кэВ	$E_{\text{теор}}$
$(20^+)$ — — — — —	(4413.6)	7000
$18^+$ —————	3761.6	5700
$16^+$ —————	3147.3	4500
$14^+$ —————	2563.6	3500
$12^+$ —————	2013.3	2600
$10^+$ —————	1503.3	1800
$8^+$ —————	1041.3	1200
$6^+$ —————	641.1	700
$4^+$ —————	320.6	330
$2^+$ —————	100.0	
$0^+$ —————	0	

$$E = \hbar^2 J(J + 1) / 2\mathcal{E}$$

# 2 способа получения ЯЭ

1. Синтез (слияние) легких ядер

2. Деление тяжелых ядер



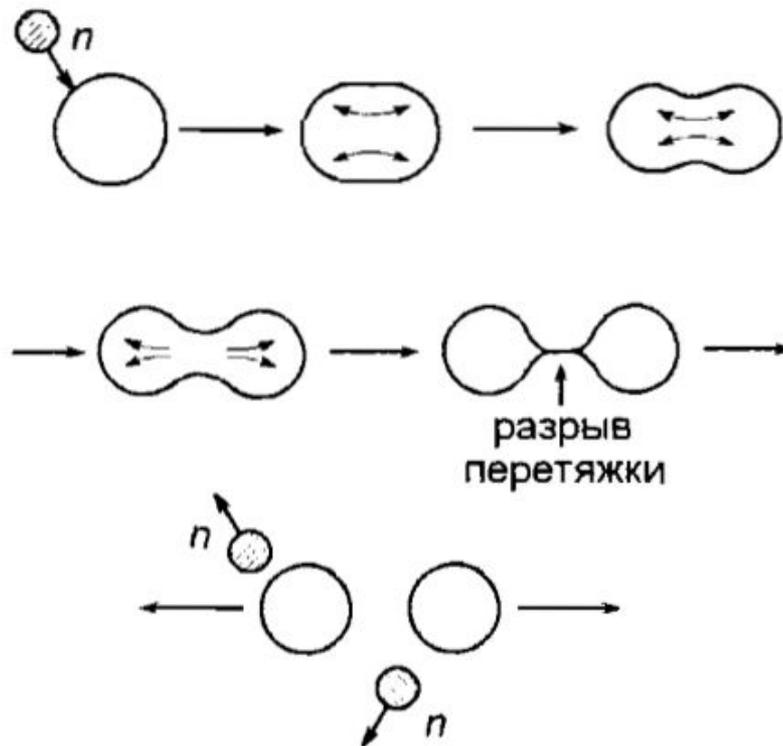


Рис. 8.4. Стадии процесса деления ядра после захвата нейтрона

Изменение энергии определяется изменением суммы поверхностной и кулоновской энергии  $E_{\text{пов}} + E_{\text{кул}}$  начального ядра и осколков деления.

# Список литературы:

1. Д.В. Сивухин, Общий курс физики. В 5 т. Том V. Атомная и ядерная физика.
2. Б.С. Ишханов, И.М. Капитонов, Н.П. Юдин, Частицы и атомные ядра.
3. Ю.М. Широков, Н.П. Юдин, Ядерная физика.
4. Капельная модель // Б.С. Ишханов, И.М. Капитонов, В.Н. Орлин, „Модели атомных ядер“ — Ядерная физика в Интернете
5. <http://nuclphys.sinp.msu.ru/enc/e030.htm> «Nuclei excited states».