

Конспект лекций по электротехнике

Подготовлен:

Степановым К.С., Беловой Л.В.,
Кралиным А.А., Панковой Н.Г.

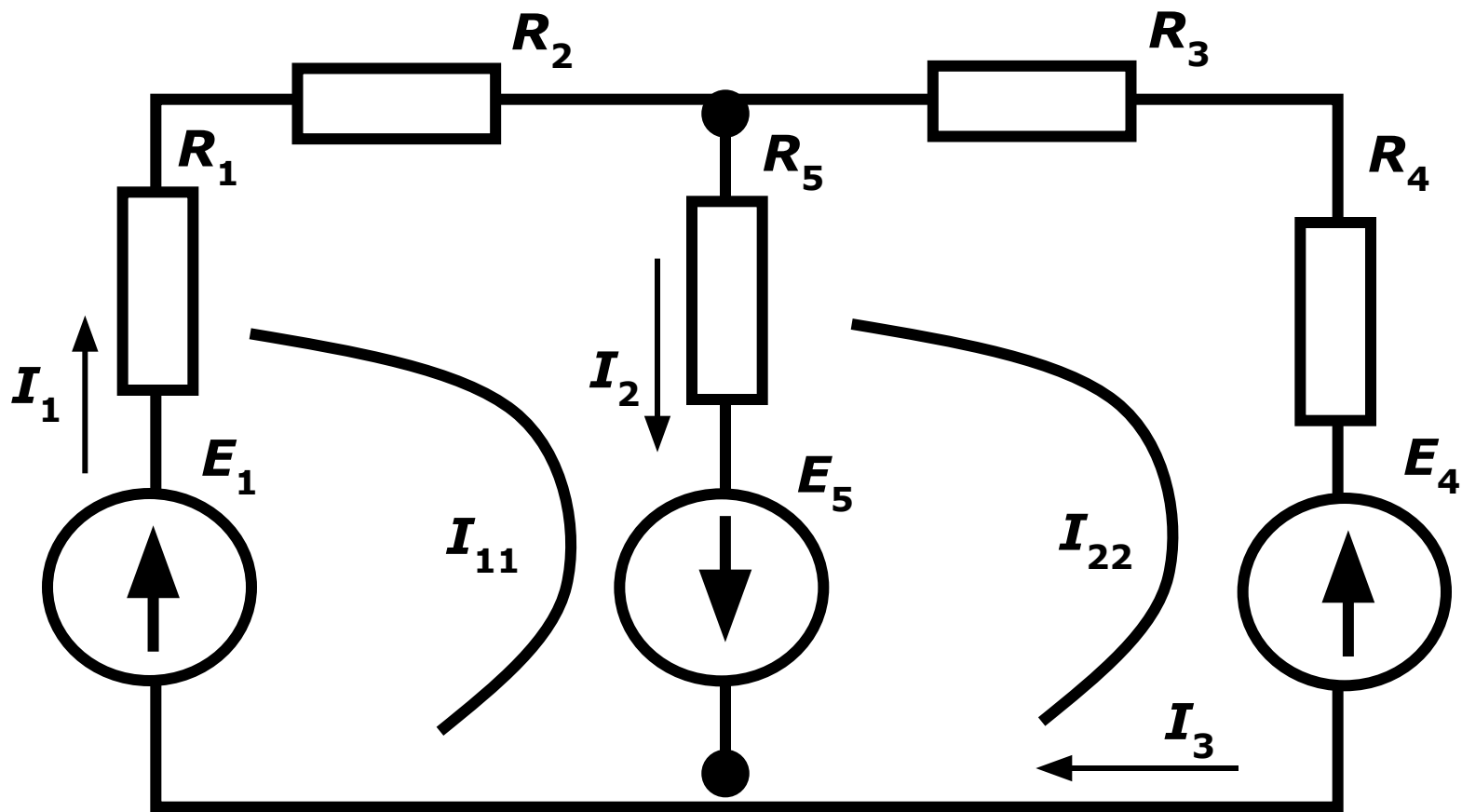
**Кафедра теоретической и общей
электротехники.**

Лекция 5

Методы расчёта электрических цепей

Метод контурных ТОКОВ

**Пусть задана схема, определить
ТОКИ В ВЕТВЯХ.**



Метод контурных токов

- При расчете методом контурных токов полагают, что в каждом независимом контуре схемы течет свой контурный ток. Уравнения составляют относительно контурных токов, после чего через них определяют токи ветвей.

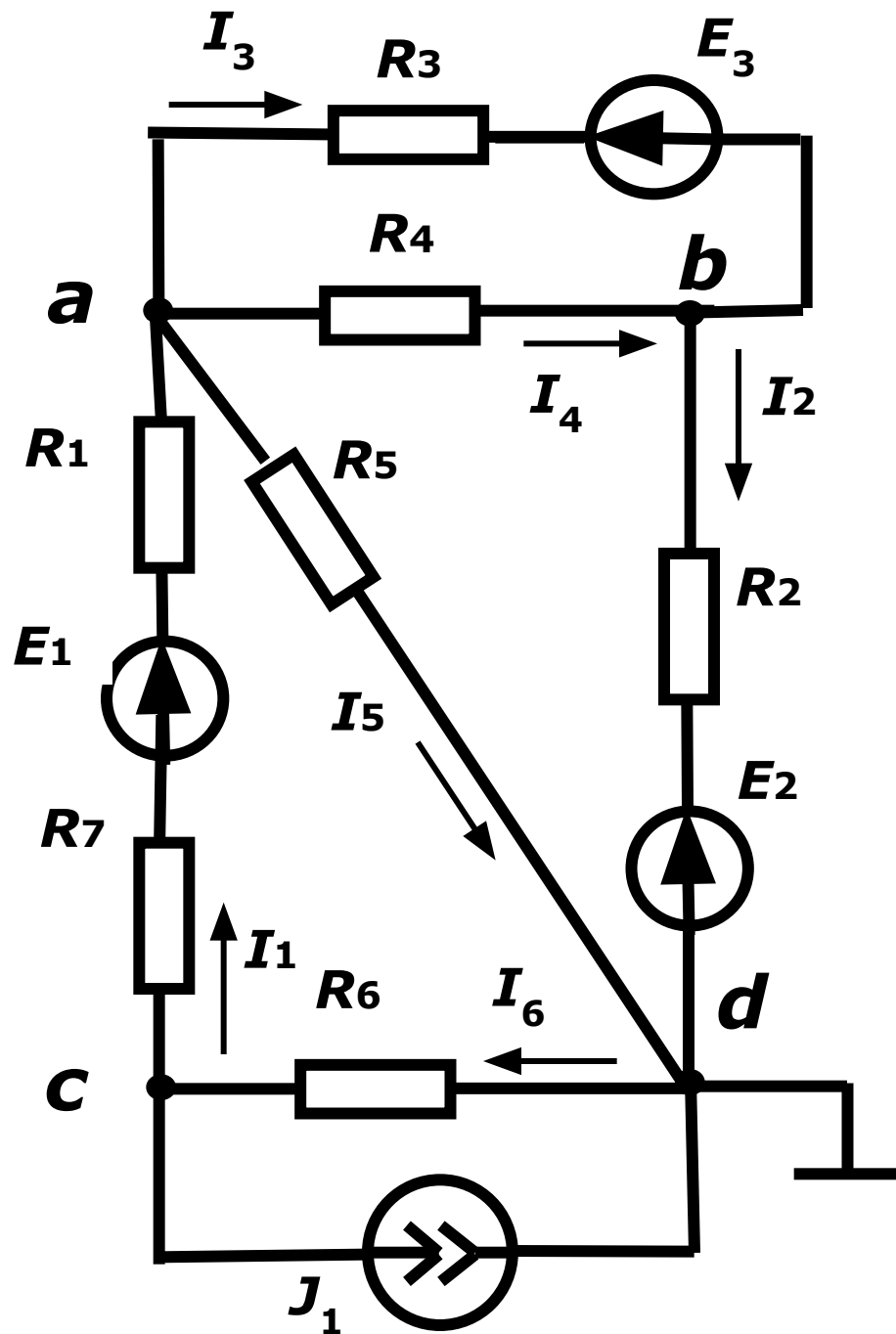
Метод контурных токов

- Уравнение для первого контура
$$(R_1 + R_2)I_{11} + R_5(I_{11} - I_{22}) = E_1 + E_5$$
- Уравнение для второго контура
$$-R_5(I_{11} - I_{22}) + (R_3 + R_4)I_{22} = -E_3 - E_4$$
- Выражения для токов в ветвях
$$I_1 = I_{11}; \quad I_2 = I_{11} - I_{22}; \quad I_3 = I_{22}.$$

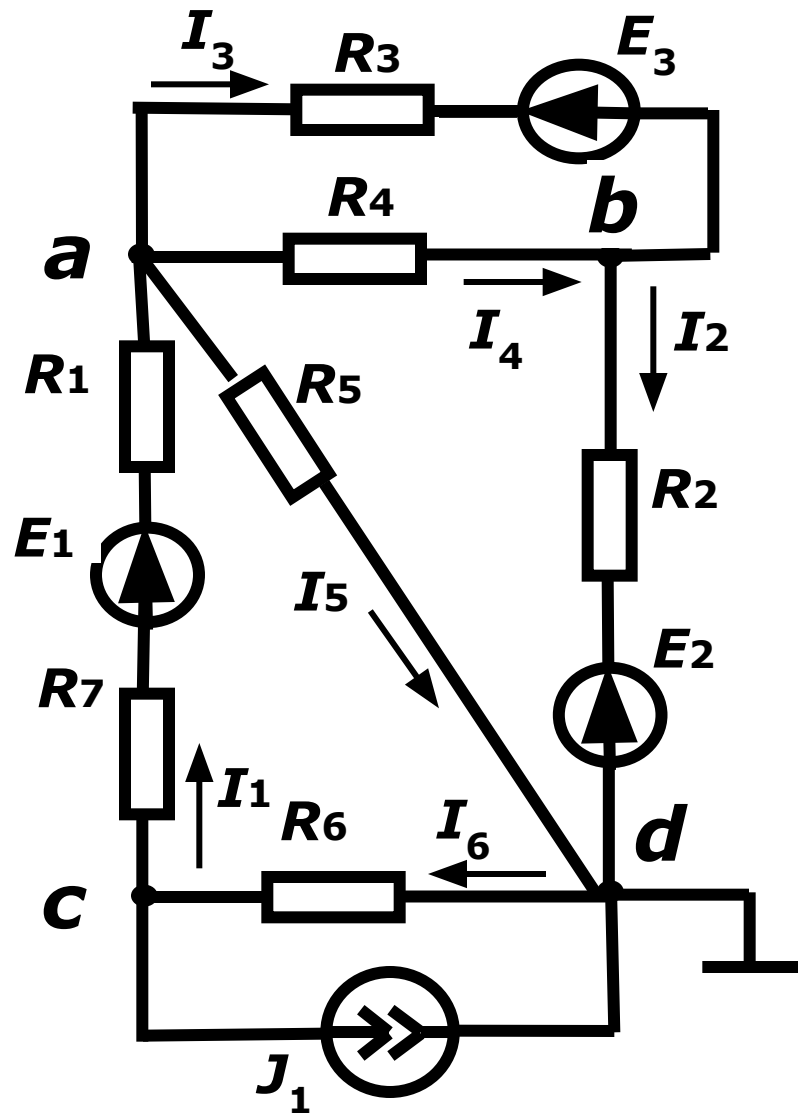
**Метод
узловых
потенциалов**

Метод узловых потенциалов

- Основан на применении 1-го закона Кирхгофа
- Пусть требуется составить уравнения по методу узловых потенциалов для узлов ***a, b, c*** нижеприведённой схемы. Потенциал узла ***d*** приравняем к 0.

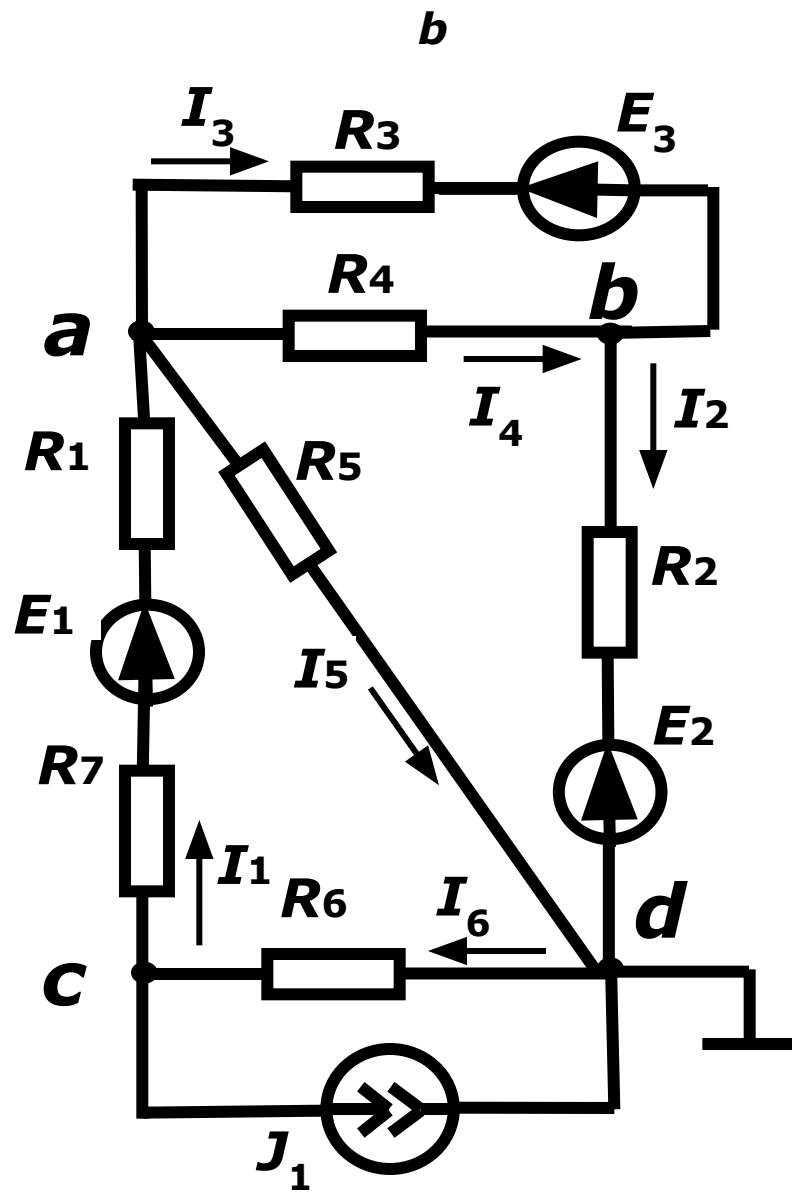


Для узла **a**: - $\phi_a(1/(z_1+z_7) + 1/z_3 + 1/z_4 + +1/z_5) -$
 $-\phi_b(1/z_3 + 1/z_4) - \phi_c(1/(z_1+z_7)) = E_1/(z_1+z_7) +$
 $+ E_3/z_3 = J_a$



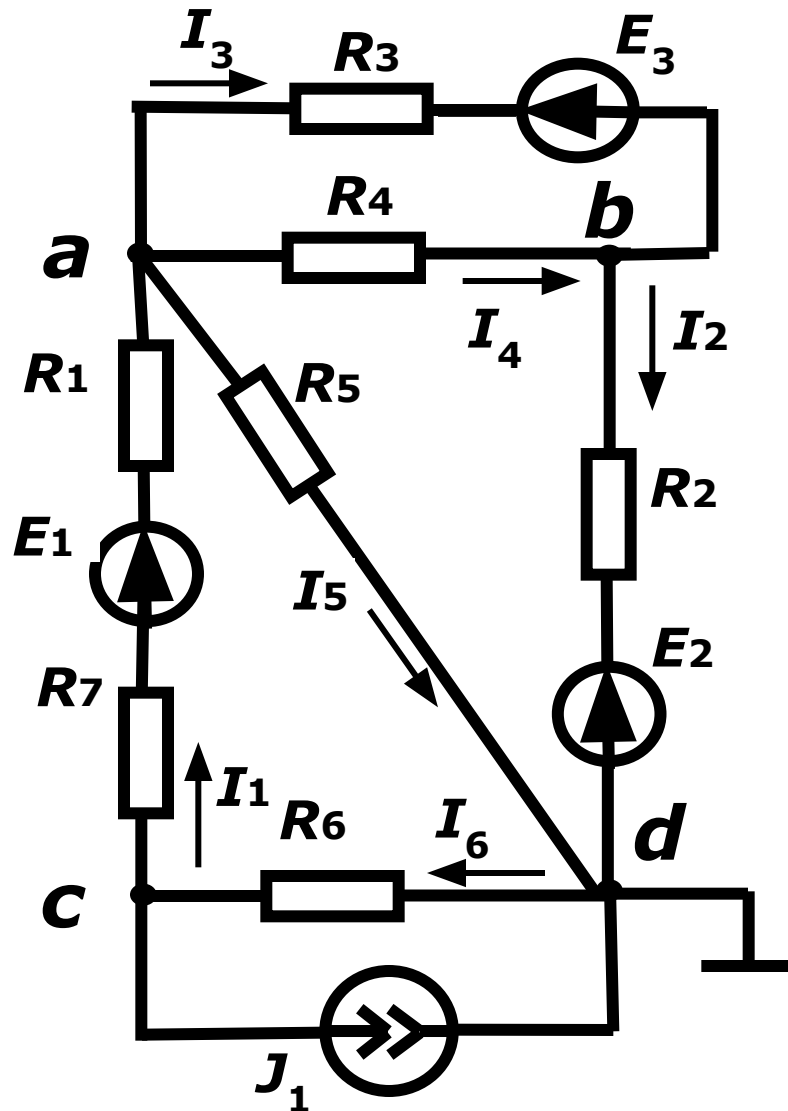
Для узла **b**: -

$$\phi_a(1/z_3+1/z_4)+\phi_b(1/z_3+1/z_4+1/z_2)=E_2/z_2-E_3/z_3=J$$



Для узла c :

$$-\phi_a / (z_1 + z_7) + \phi_c (1 / (z_1 + z_7) + 1 / z_6) = -E_1 / (z_1 + z_7) - J_1 = J_c$$



*В общем виде уравнение для **k**-го узла:*

$$\varphi_k \cdot \sum_l Y_{kl} - \varphi_l \cdot \sum_l Y_{kl} = \sum_l Y_{kl} \cdot E_k + \sum_l J_k$$

$\sum Y_{kl}$ - сумма узловых проводимостей **k**-го узла, представляя собой сумму проводимостей ветвей, подключенных к **k**-му узлу. Это собственная проводимость **k**-го узла.

$\sum J_k$ - алгебраическая сумма источников токов ветвей, подключённых к **k**-му узлу.

$\sum E_k * Y_{kl}$ - алгебраическая сумма произведений **E** ветвей, сходящихся в **k**-м узле на проводимости этих ветвей.

Правило:

Если ЭДС E , или ток источника J направлены к узлу, то в правой части уравнения перед этими слагаемыми ставится знак "+".

Система уравнений для потенциалов узлов будет иметь вид:

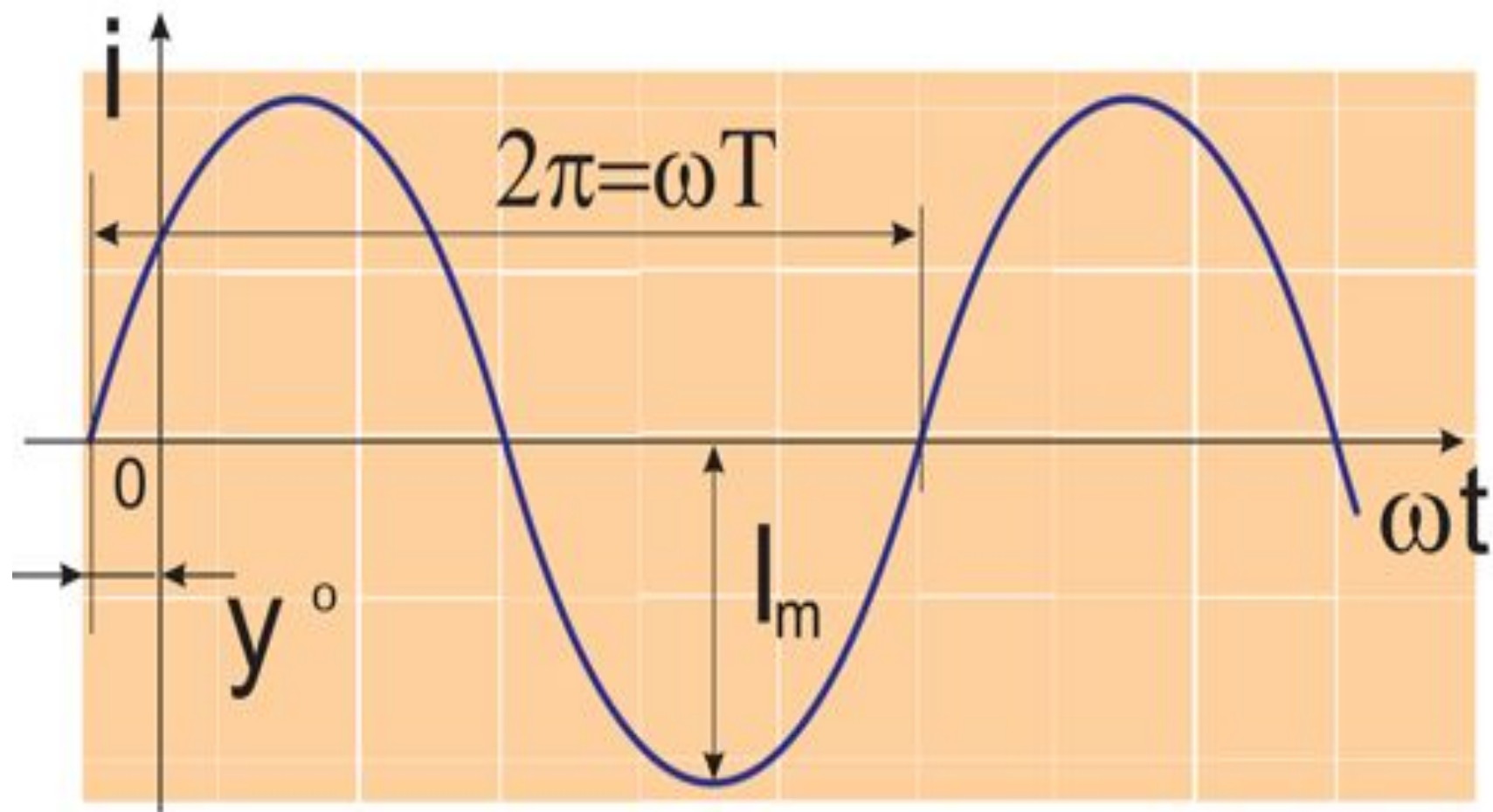
- $\phi_a \cdot Y_{aa} + \phi_b \cdot Y_{ab} - \phi_c \cdot Y_{ac} = J_a$
- $\phi_a \cdot Y_{ba} + \phi_b \cdot Y_{bb} = J_b$
- $\phi_a \cdot Y_{ca} + \phi_c \cdot Y_{cc} = J_c$

Метод узловых потенциалов

- Решая систему относительно потенциалов и тогда токи в ветвях определяться следующим образом:
- $I_1 = (\phi_c - \phi_a + E_1) Y_1 ;$ $I_4 = (\phi_a - \phi_b) Y_4 ;$
 $I_2 = (\phi_b - E_2) Y_2 ;$ $I_5 = Y_5 \phi_a ;$
- $I_3 = (\phi_a - \phi_b - E_3) Y_3 ;$ $I_6 = Y_6 \phi_c .$

Переменный ТОК.

Синусоидальный ток



Синусоидальный ток

I_m - амплитудное значение тока

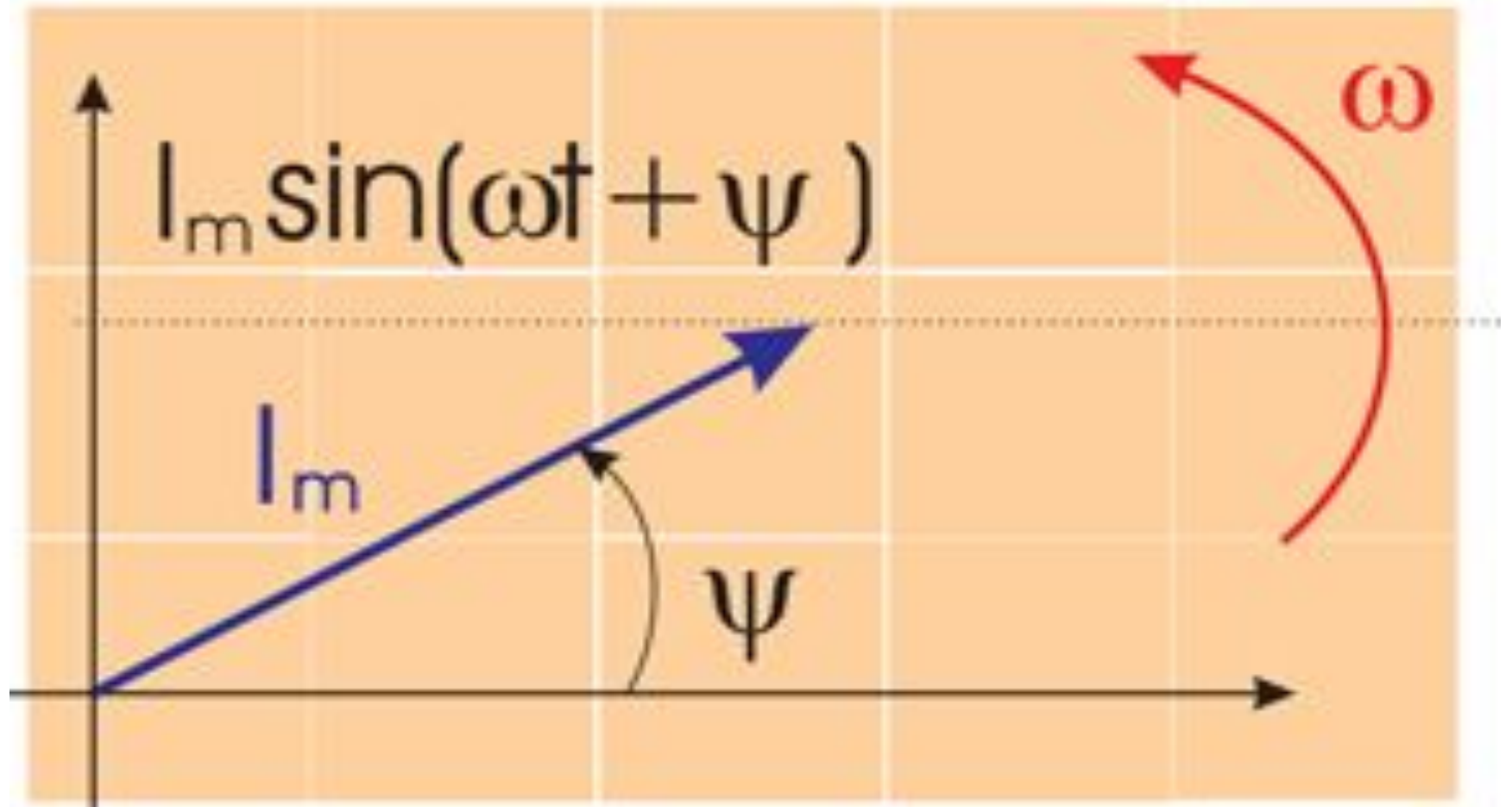
T, c - период синусоиды

$1/T = f, \Gamma_{ц}$ - циклическая частота

$\omega = 2\pi f, 1/c$ - круговая частота

$\Psi, \Gamma_{рад(рад)}$ - начальная фаза

„ Представление синусоиды вращающимся вектором



ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

- Переменным током называется ток, величина и направление которого изменяются во времени.
- Мгновенное значение переменного тока определяется выражением:

$$i(t) = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_i\right) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

- Действующим значением переменного тока называется среднеквадратичное значение тока за период

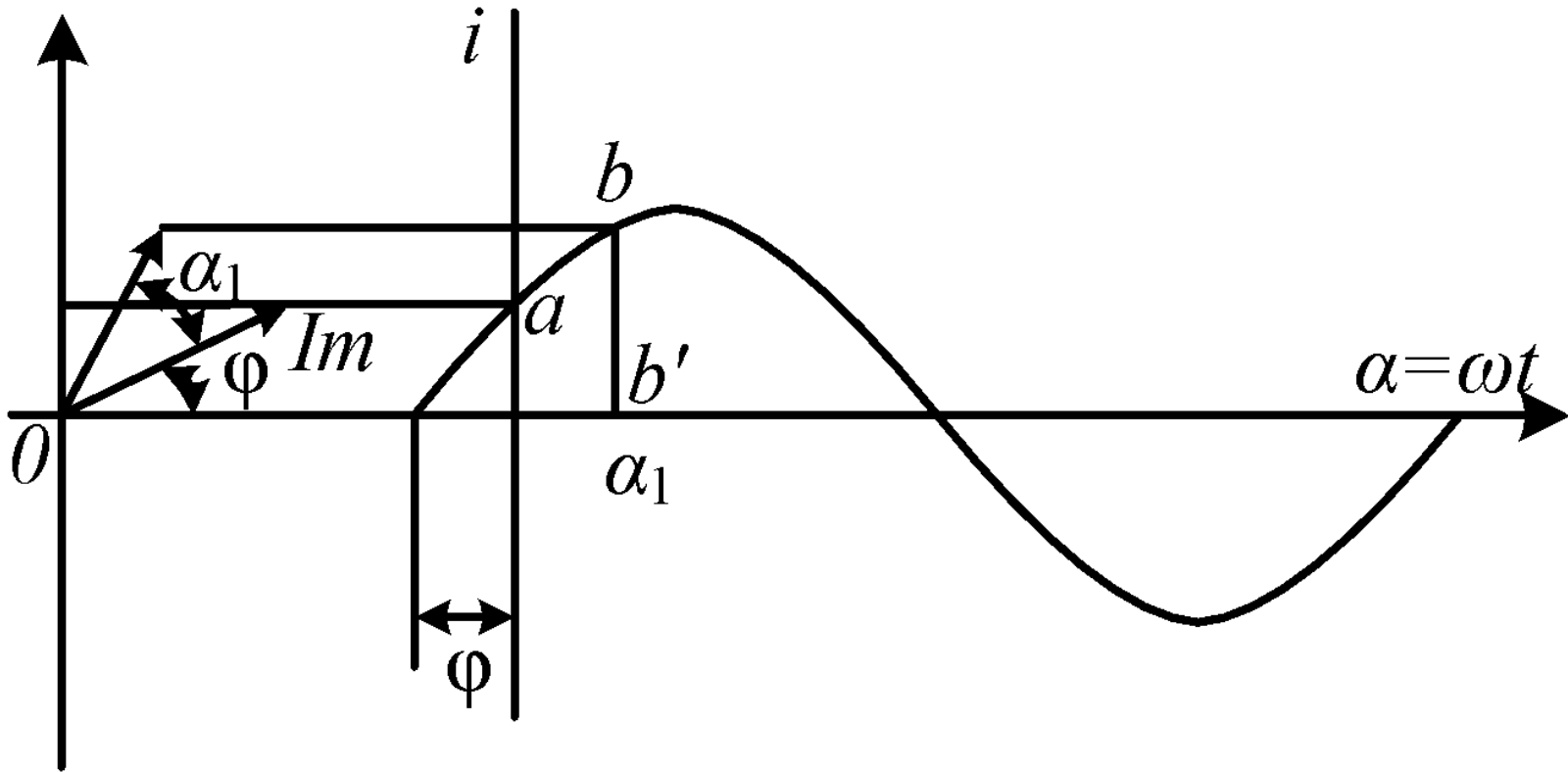
Действующее значение переменного тока

Измеряют приборы электромагнитной системы

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

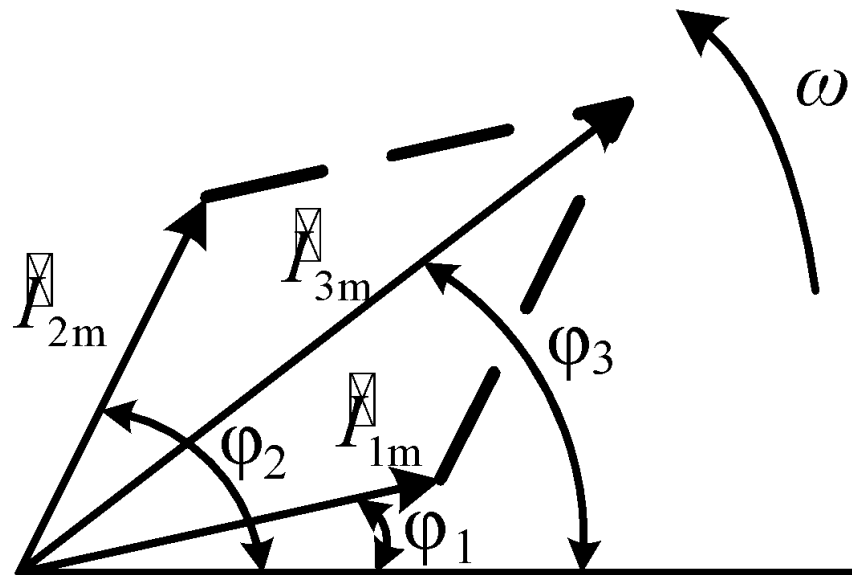
ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

- Начальная фаза φ и текущая - α_1 поясняются следующим рисунком



ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

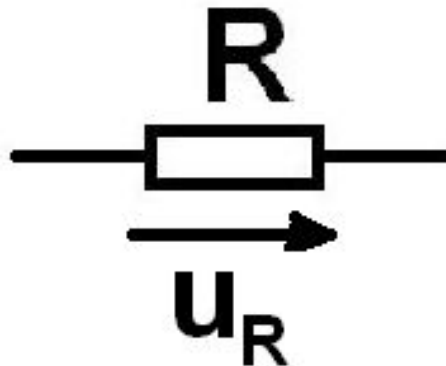
- Переменный ток можно изобразить в виде вектора на комплексной плоскости.
- Векторная диаграмма - это совокупность векторов, изображающих синусоидальные напряжения, токи и ЭДС одинаковой частоты.



Активное сопротивление на переменном токе

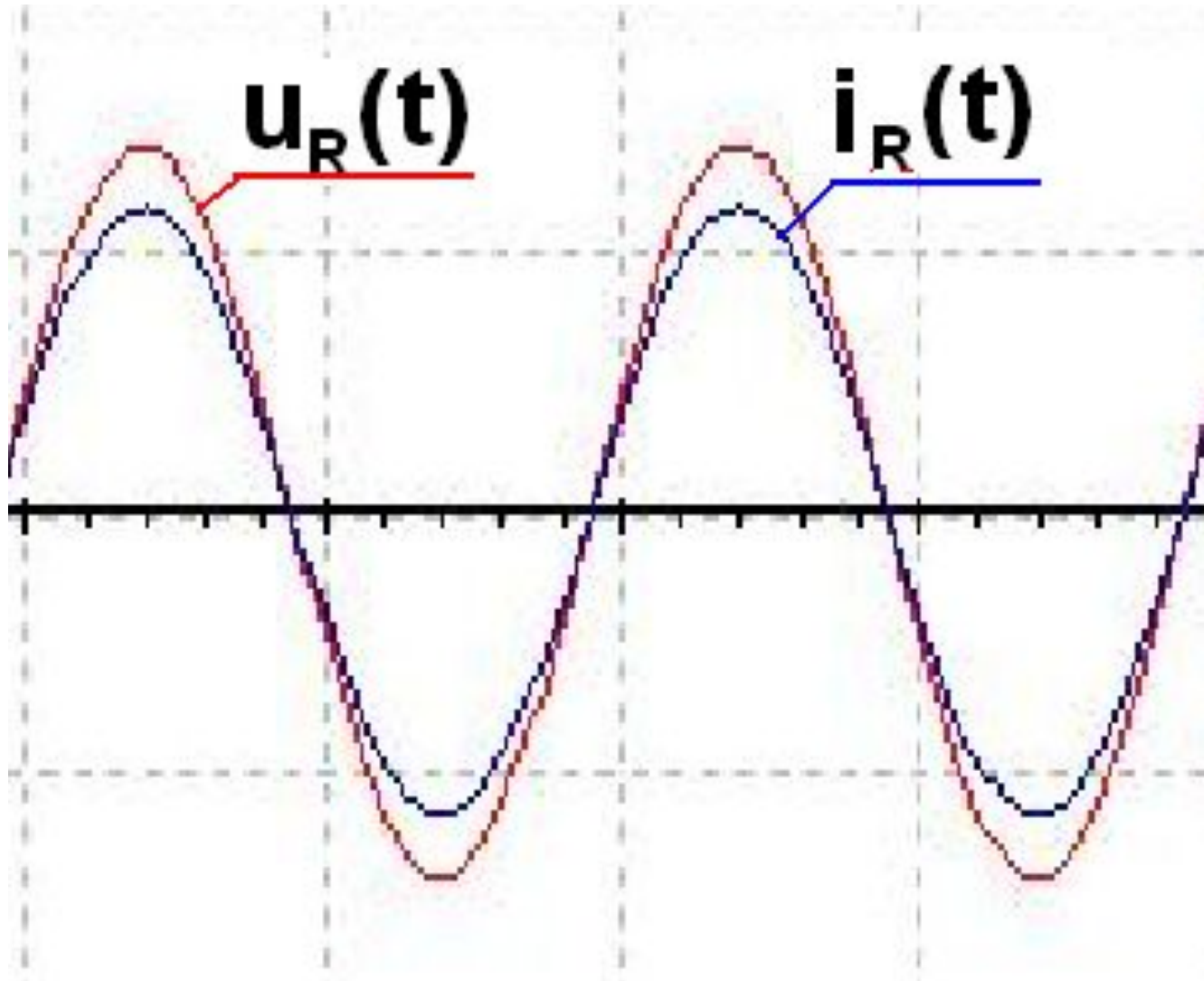
- Пусть по активному сопротивлению протекает ток $i(t) = I_m \sin \omega t$.
- По закону Ома падение напряжения на R равно $u(t) = R \cdot i(t) = R \cdot I_m \sin \omega t = U_m R \sin \omega t$ Мгновенная мощность

$$p_R(t) = i(t) \cdot u(t) = I_m \sin \omega t \cdot U_m \sin \omega t = \frac{I_m \cdot U_m}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

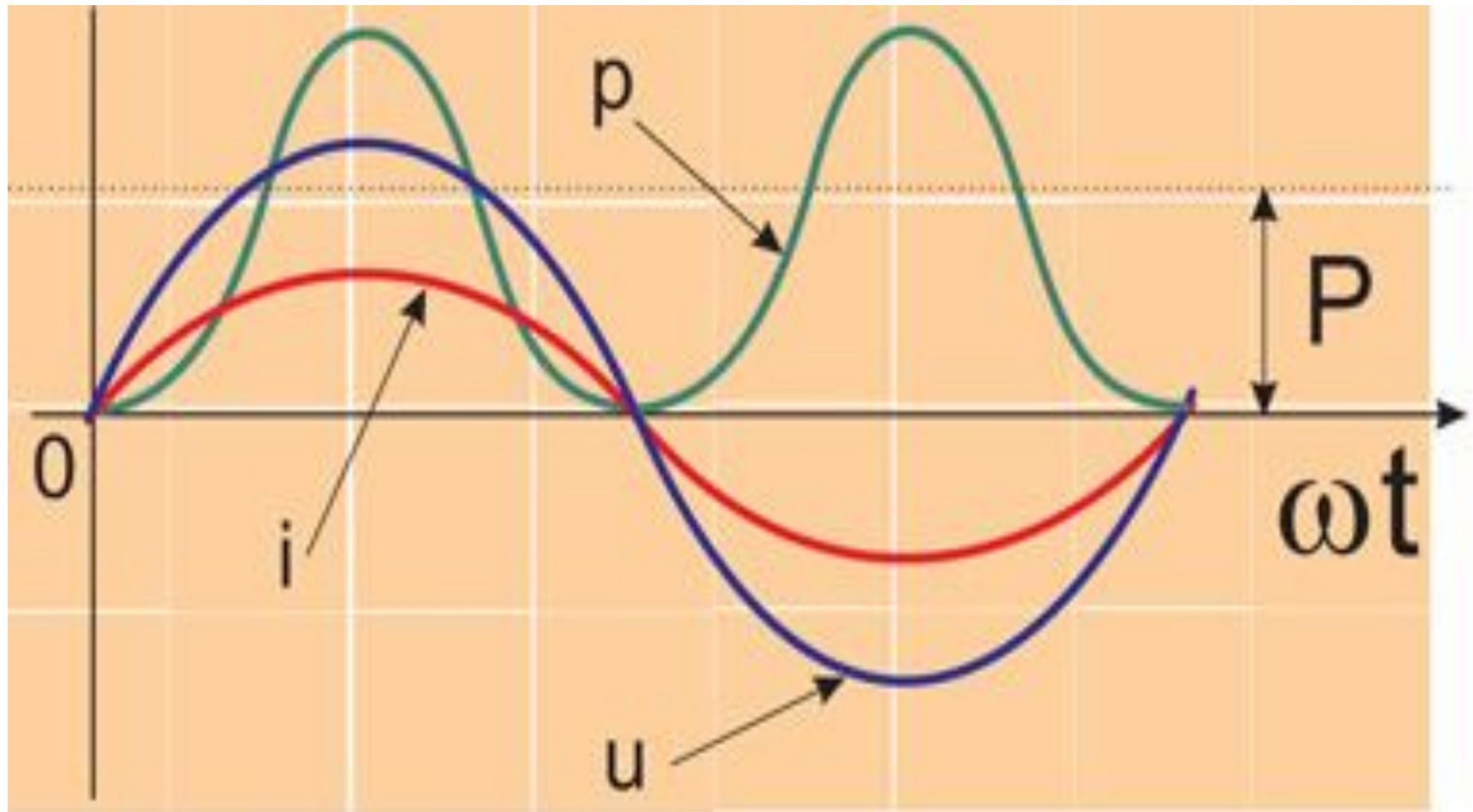


Активное сопротивление на переменном токе

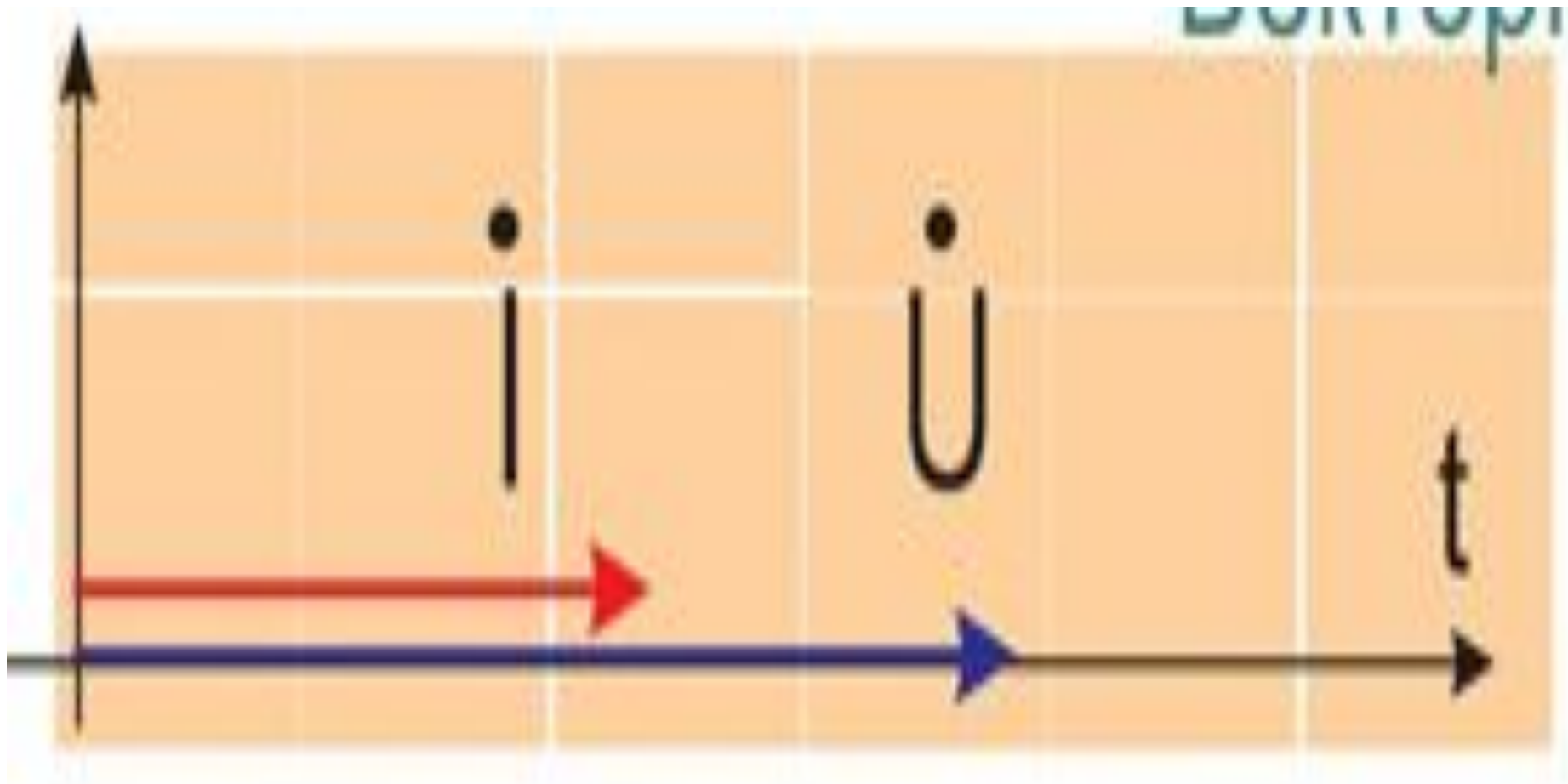
- Осциллограммы тока напряжения



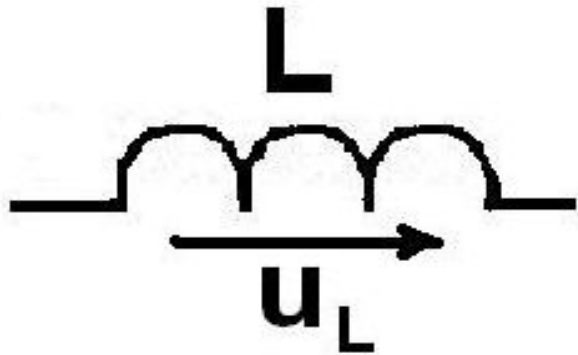
Временные диаграммы при активном сопротивлении



Векторные диаграммы при активном сопротивлении



Индуктивное сопротивление на переменном токе



$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt}$$

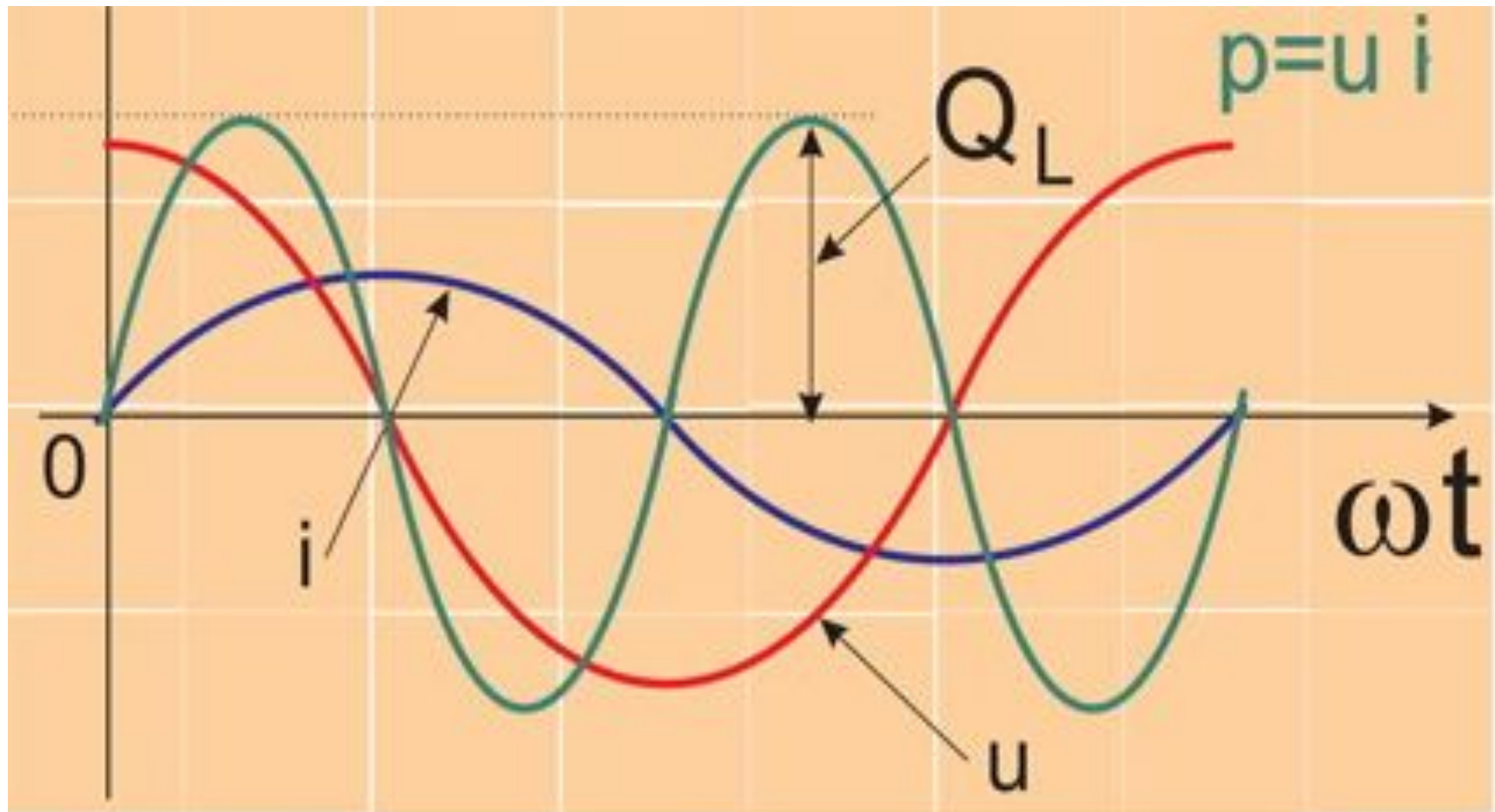
Возьмём первую производную от синусоидальной функции тока и получим

$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \cdot di(t)/dt = L \cdot \omega I_m \cos \omega t = X_L I_m \cos \omega t \\ &= U_m \sin(\omega t + \pi/2) \end{aligned}$$

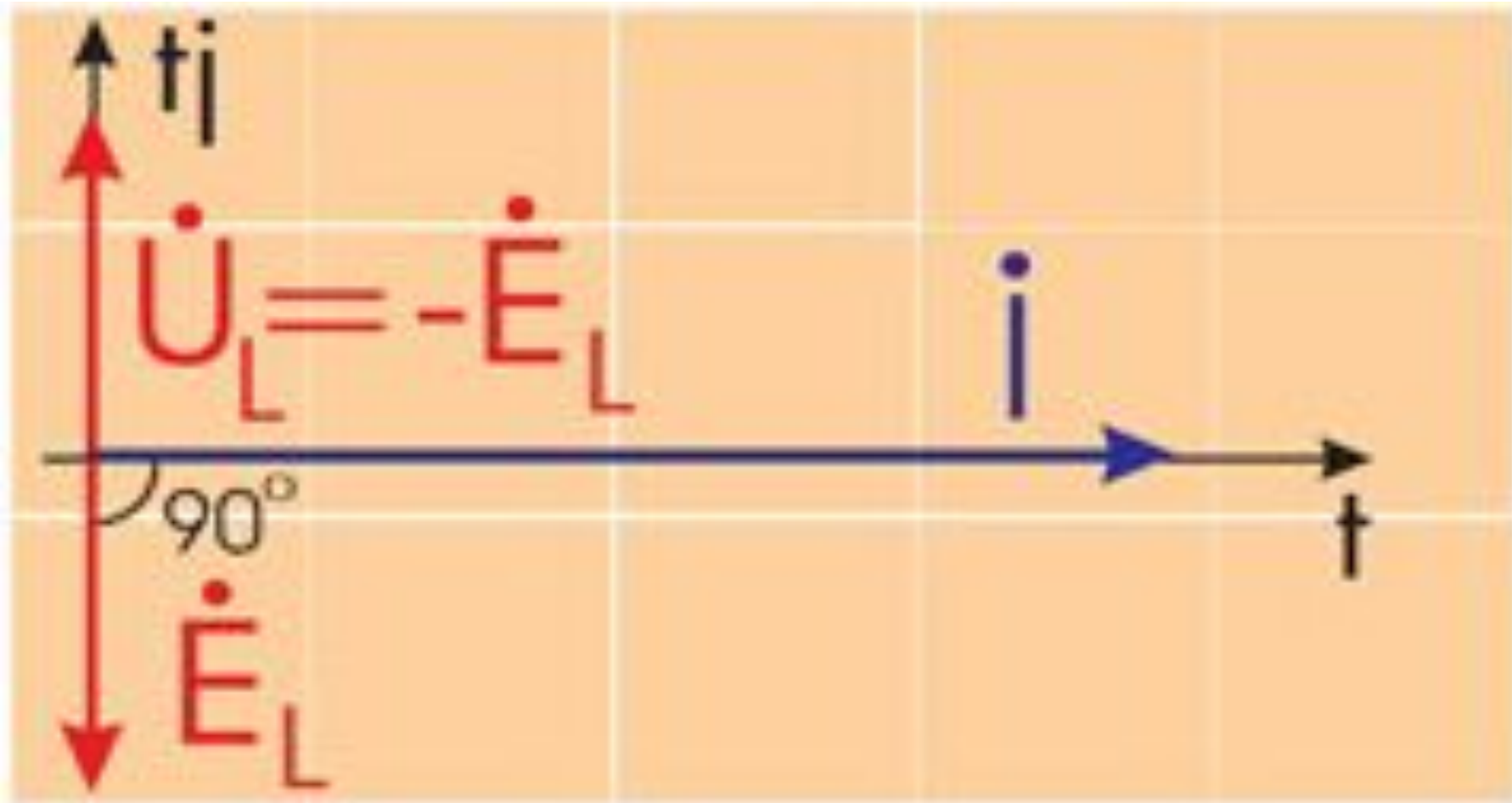
Мгновенная мощность на индуктивности

$$\begin{aligned} p_L(t) &= i(t) \cdot u(t) = I_m \sin \omega t \cdot U_m \sin(\omega t + \pi/2) = \\ &= (I_m U_m / 2) \sin 2\omega t \end{aligned}$$

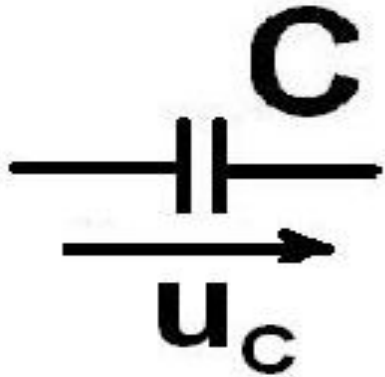
Временные диаграммы при индуктивном сопротивлении



Векторные диаграммы при индуктивном сопротивлении



Ёмкостное сопротивление на переменном токе



$$u = \frac{1}{C} \int i dt$$

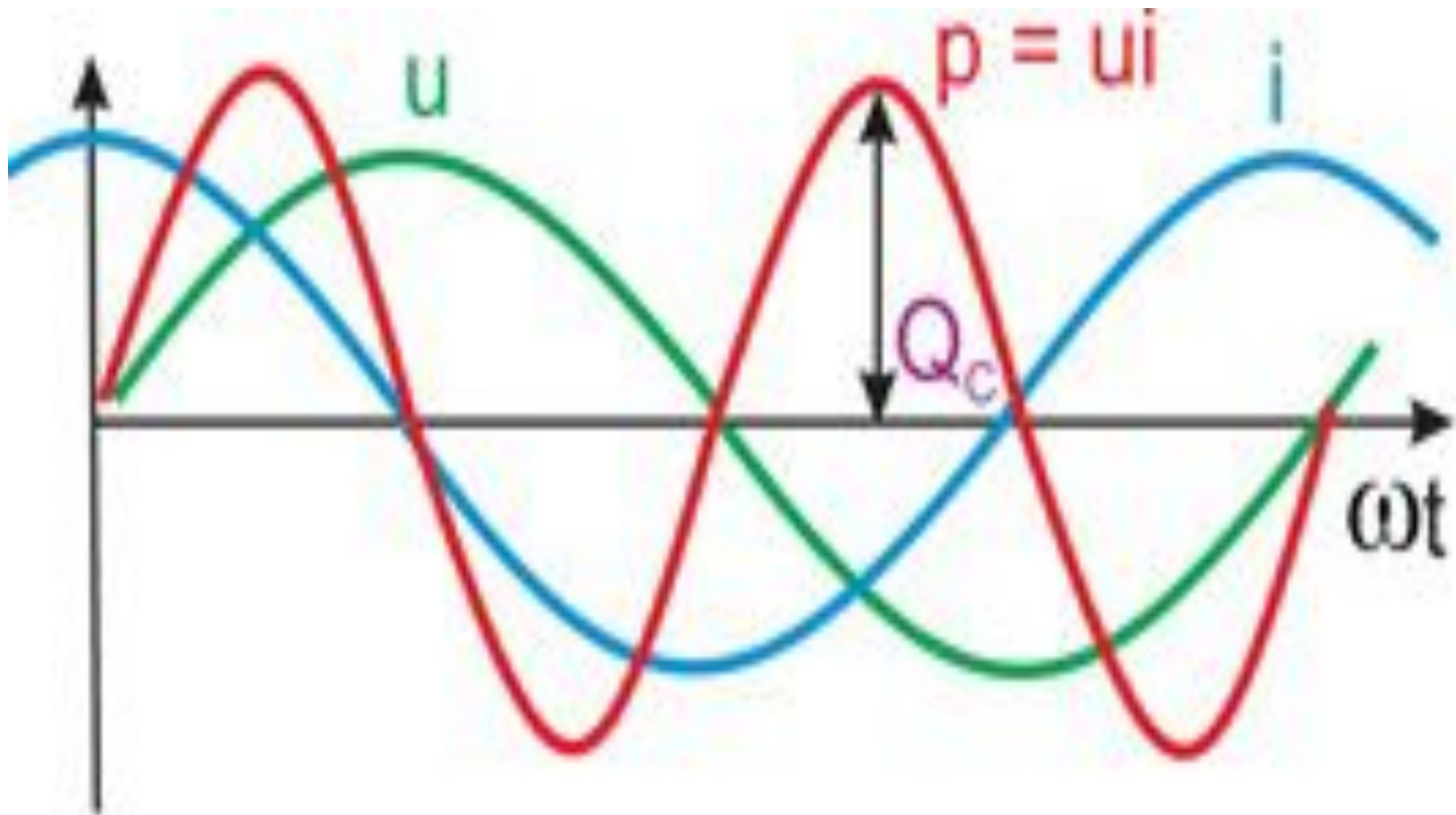
Возьмем интеграл от синусоидальной функции тока и получим

$$\begin{aligned} u(t) &= 1/c \int i(t) dt = 1/\omega c \cdot I_m(-\cos \omega t) \\ &= X_c I_m \sin(\omega t - \pi/2) = U_m \sin(\omega t - \pi/2) \end{aligned}$$

Мгновенная мощность на ёмкости

$$p_c(t) = I_m U_m / 2 (-\sin 2\omega t)$$

Временные диаграммы при ёмкостном сопротивлении



Векторные диаграммы при ёмкостном сопротивлении



Символический метод анализа линейных цепей на синусоидальном токе

- Есть две основные формы записи комплексных чисел

- Показательная $\mathbb{C} = ce^{j\varphi}$

- Алгебраическая $\mathbb{C} = a + jb$

Символический метод анализа

- С помощью формулы Эйлера можно перейти от показательной формы записи комплексного числа к алгебраической:

$$ce^{j\varphi} = c \cdot \cos \varphi + jc \sin \varphi = a + jb$$

$$a = c \cdot \cos \varphi$$

$$b = c \sin \varphi$$

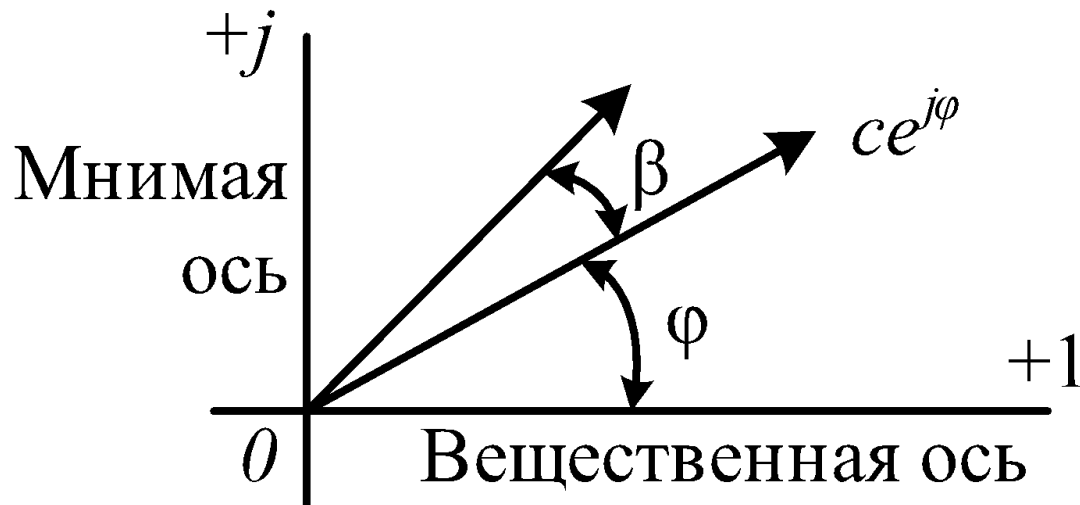
Символический метод анализа

- От алгебраической формы записи переходят к показательной форме с помощью формул

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$

Символический метод анализа

- Комплексное число может быть представлено в виде радиус - вектора на комплексной плоскости с длиной, равной модулю c , расположенного в начальный момент времени под углом φ относительно вещественной оси



Символический метод анализа

- Два комплексных числа, имеющие равные модули и равные, но противоположные по знаку аргументы, называют комплексно сопряжёнными числами. Если исходное комплексное число, $C = a_1 + jb_2 = ce^{+j\psi}$ то комплексно сопряжённым числом будет

$$C^* = a_1 - jb_2 = ce^{-j\psi}$$

Свойства комплексно сопряжённых чисел

$$\operatorname{Re}(c) = (c + c^*)/2$$

$$\operatorname{Im}(c) = (c - c^*)/2j.$$

$$c \cdot c^* = |c|^2$$

Операции в комплексными числами

- При сложении и вычитании комплексных чисел используют алгебраическую форму записи.
- При умножении и делении комплексных чисел используют показательную форму записи.
- Пример: сложение

$$\mathbb{C}_1 = a_1 + jb_1 \quad \mathbb{C}_2 = a_2 + jb_2$$

Их сумма

$$\mathbb{C}_{\dot{Y}} = a_1 + a_2 + jb_1 + jb_2$$

Операции в комплексными числами

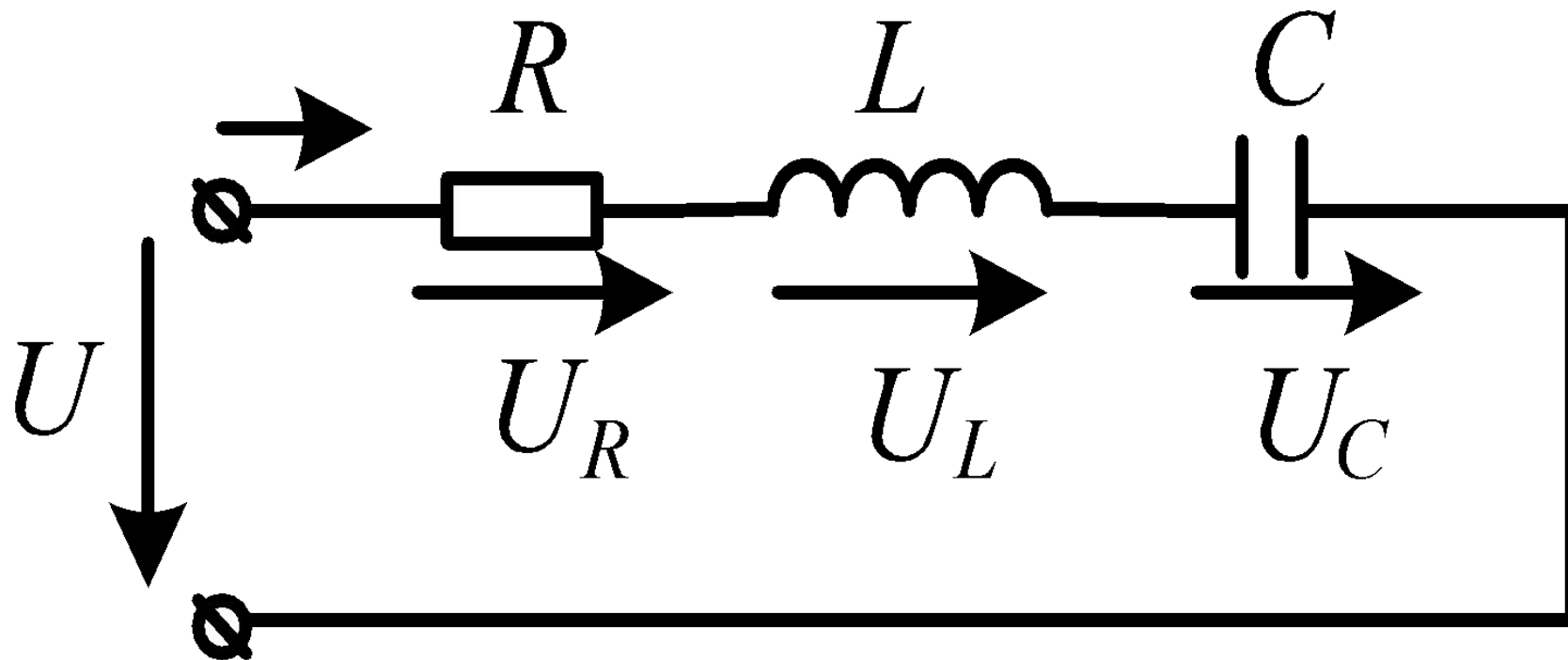
- Умножение

$$\mathbb{C}_1 = c_1 e^{j\varphi_1} \quad \mathbb{C}_2 = c_2 e^{j\varphi_2}$$

$$\mathbb{C}_1 \cdot \mathbb{C}_2 = c_1 \cdot c_2 e^{j\varphi_1 + \varphi_2}$$

Последовательное соединение RLC элементов

- Пусть дана такая цепь



Последовательное соединение RLC элементов

- Второй закон Кирхгофа в комплексной форме для этой цепи

$$U_m = \left(R I_m + X_L I_m e^{j90^\circ} + X_C I_m e^{-j90^\circ} \right).$$

Полное сопротивление

$$Z = \frac{U}{I} = R + j(X_L - X_C)$$

Последовательное соединение RLC элементов

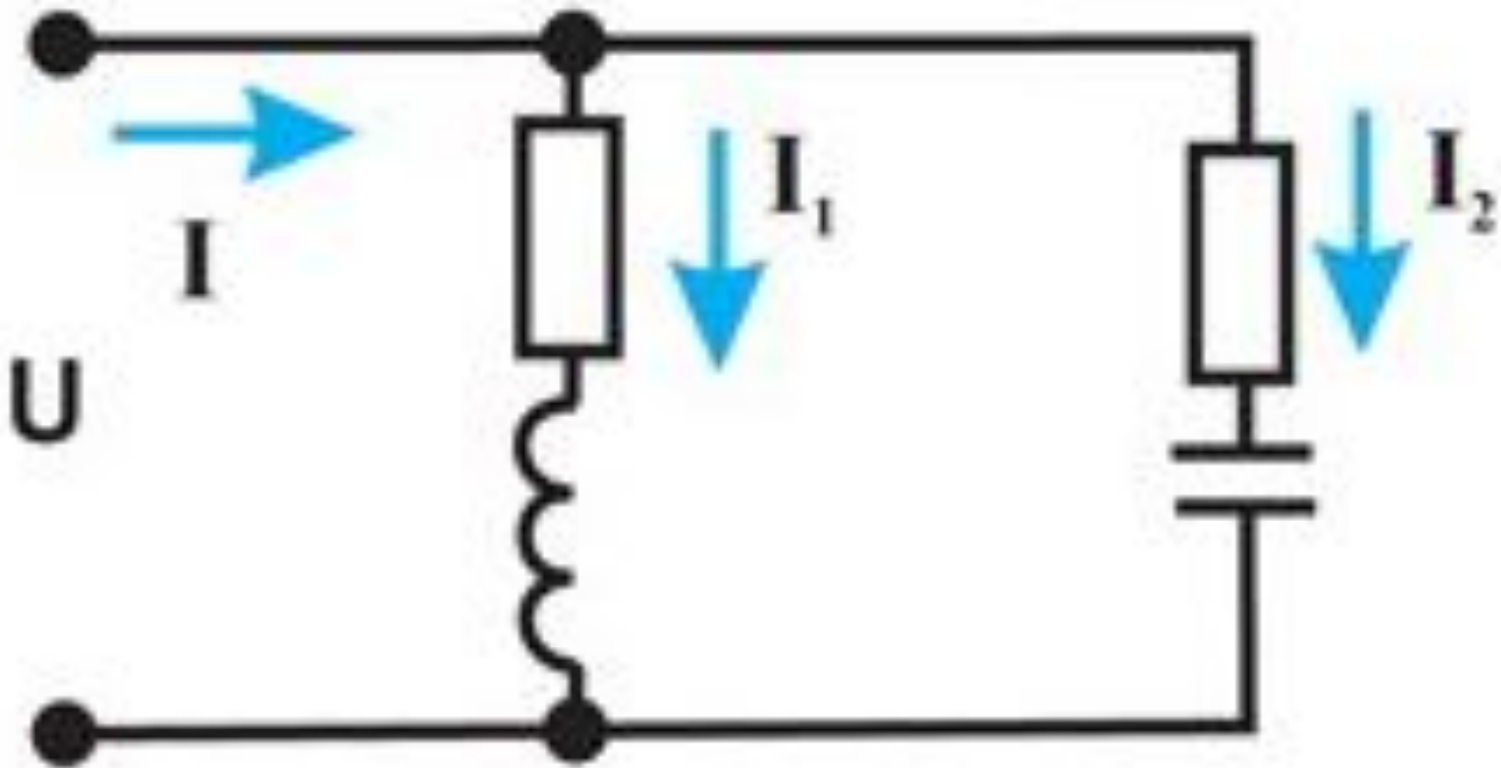
- Условие резонанса напряжений

$$X_L = X_C; \quad \omega_L = 1/\omega_C$$

Резонансная частота

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$$

Параллельное соединение RLC элементов



Параллельное соединение RLC элементов

- При параллельном соединении складывают проводимости

$$Y = \frac{1}{ze^{j\varphi}} = ye^{-j\varphi} = y \cos \varphi - jy \sin \varphi = g - jb,$$

$$g = \frac{R}{R^2 + X^2}, \quad b = \frac{X}{R^2 + X^2},$$

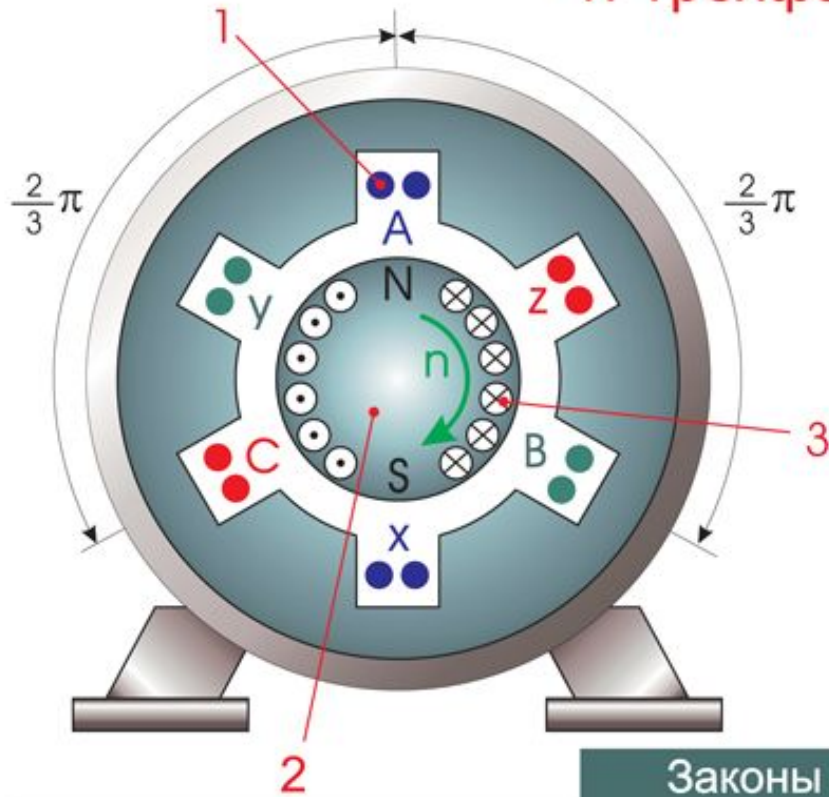
Параллельное соединение RLC элементов

- Условие резонанса $b_L = b_C$
- Резонансная частота

$$\omega_{\delta} = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_1^2}{\frac{L}{C} - R_2^2}} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

• ТРЁХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

1. Трехфазные генераторы



Условные обозначения:
 1 - трехфазная обмотка статора
 2 - сердечник ротора
 3 - обмотка возбуждения

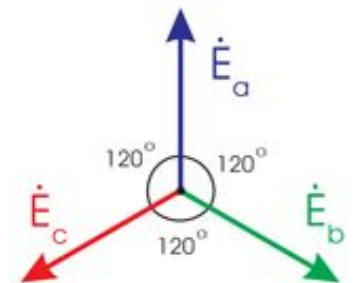
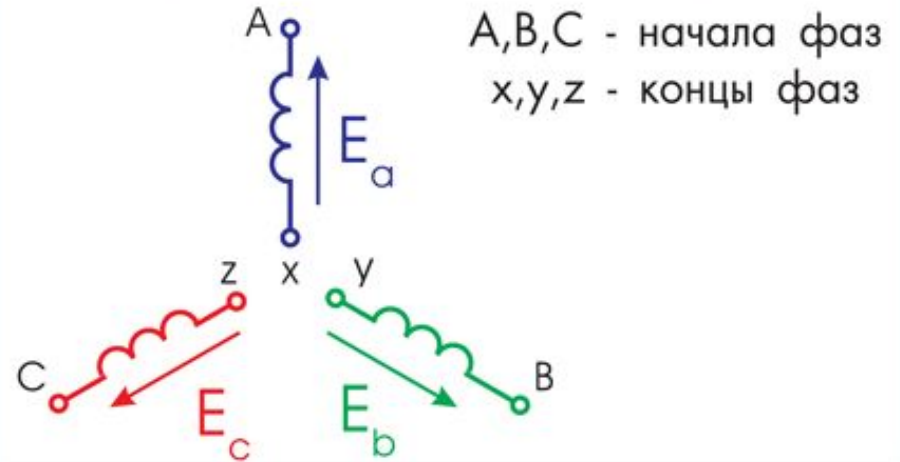
Законы изменения ЭДС при прямом порядке чередования фаз

$$e_a = E_m \sin \omega t$$

$$e_b = E_m \sin (\omega t - 120^\circ)$$

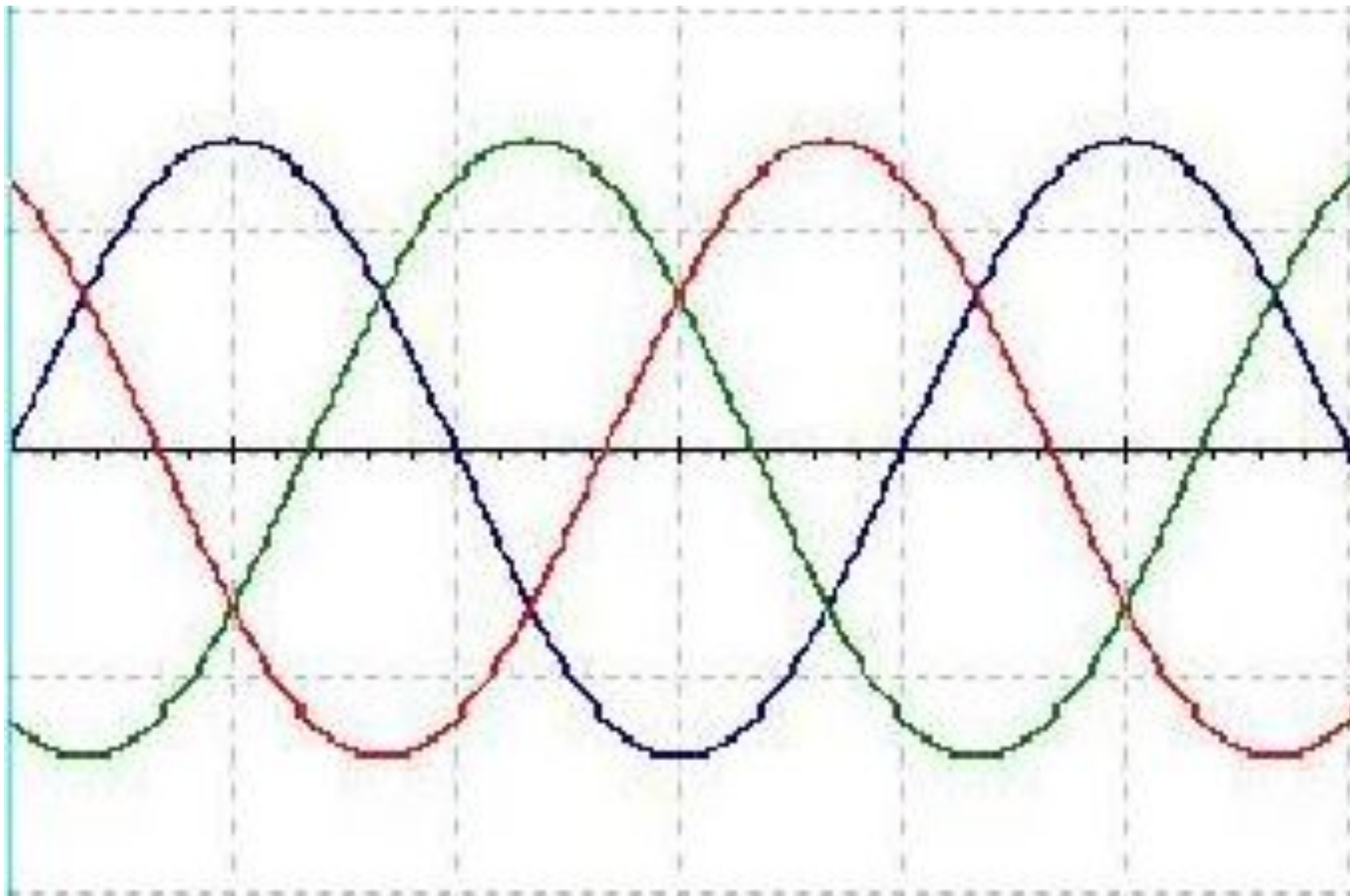
$$e_c = E_m \sin (\omega t - 240^\circ)$$

Условное обозначение трехфазной обмотки статора

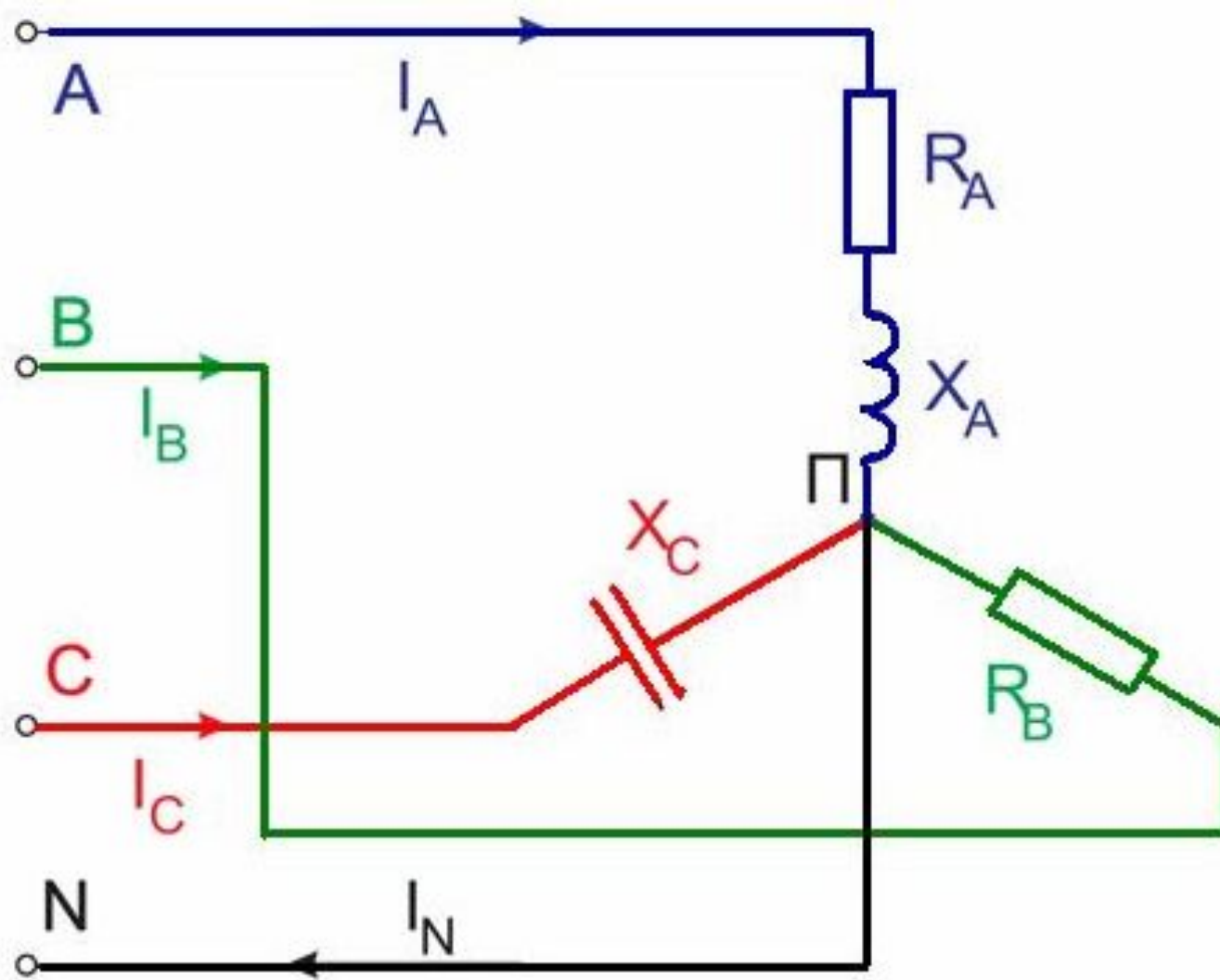


Векторная диаграмма ЭДС генератора

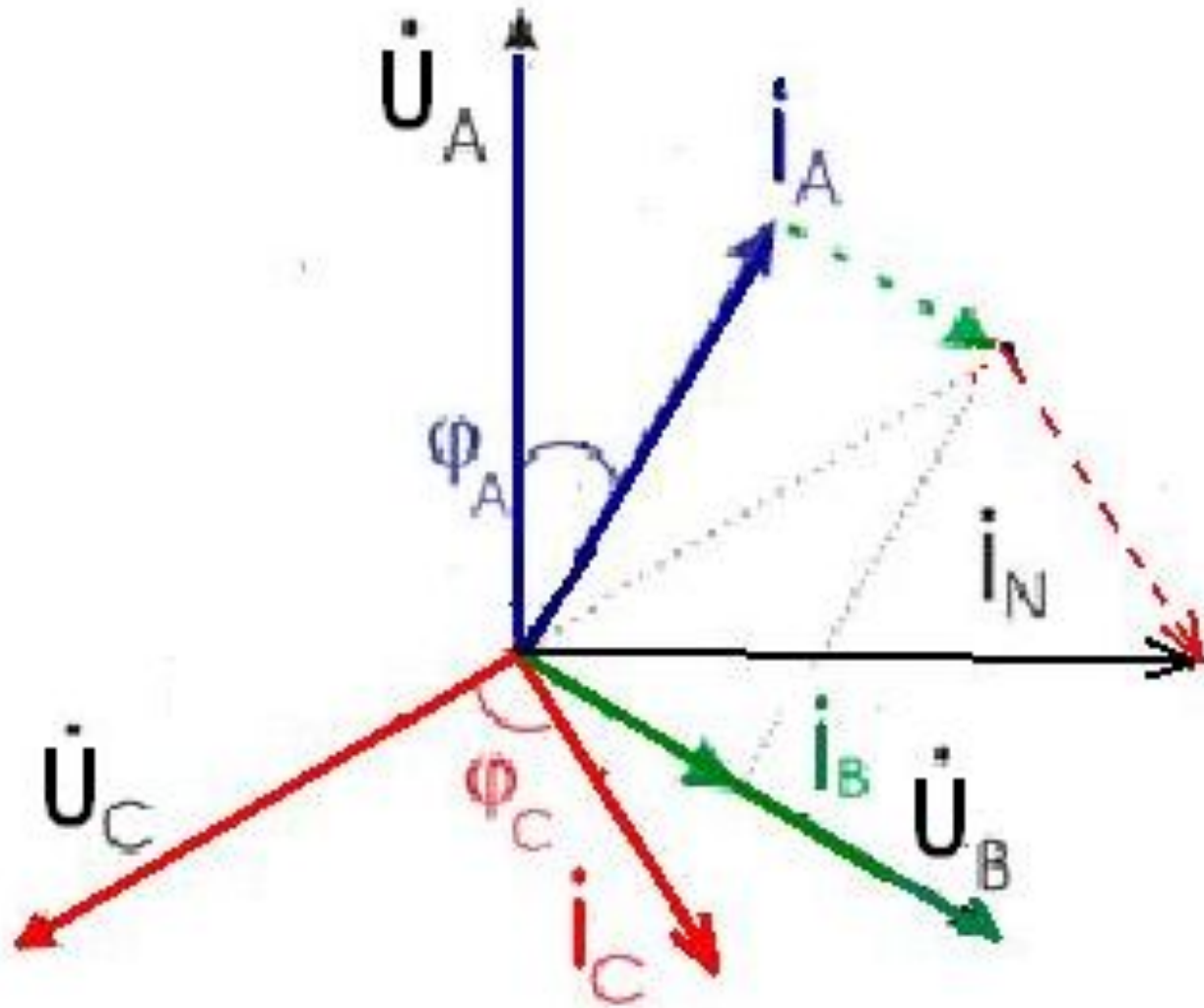
Трёхфазные осциллограммы



Трёхфазные цепи



Трёхфазные цепи

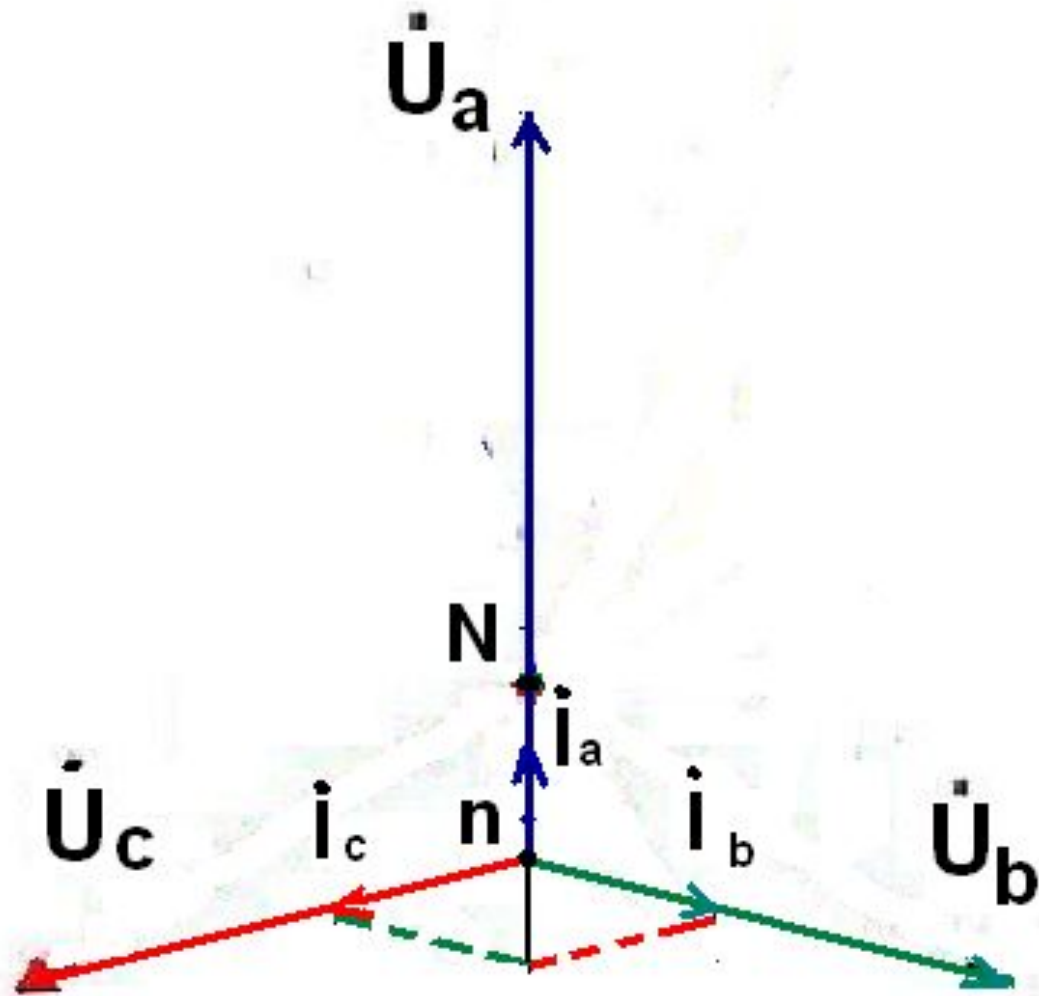


Трёхфазные цепи

- Если в нейтрального провода не будет, или в нем будет будет сопротивление \underline{Z} , то появится
- Напряжение смещения нейтрали:
где $\underline{Y}=1/\underline{Z}$, U_a, U_b, U_c -фазные напряжения

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_{nN}}$$

Трёхфазные цепи



Литература

- Алтунин Б.Ю., Кралин А.А. Электротехника и электроника. Ч.1. Н.Н.: Издательство НГТУ 2007г.
- Веселовский О.Н., Шнейберг Я.А. Очерки по истории электротехники. М.: Издательство МЭИ 1993г.
- Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника. М.: Высшая школа 2002г.

Благодарю за внимание