

Кинетическая энергия механической системы

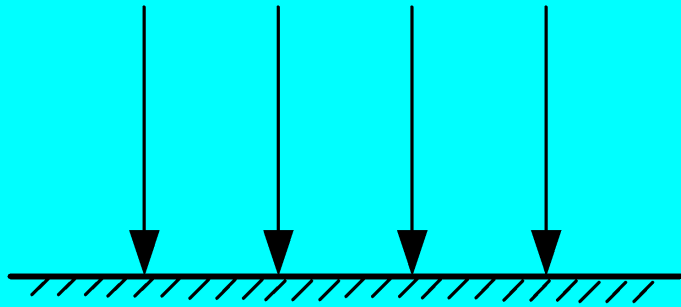
$$dA = F dr = m \frac{dv}{dt} dr = m v dv$$

$$A = \int_1^2 m v dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \Delta E_k$$

Теорема о кинетической энергии для системы: при переходе системы частиц из произвольного начального в произвольное конечное положение работа A всех приложенных к частицам сил равна приращению кинетической энергии системы

Потенциальная энергия механической системы

Силовое поле



Силловые линии однородного поля тяжести

Силовое поле

Стационарное силовое поле

Консервативное (потенциальное) поле

Напряженность

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{m}$$

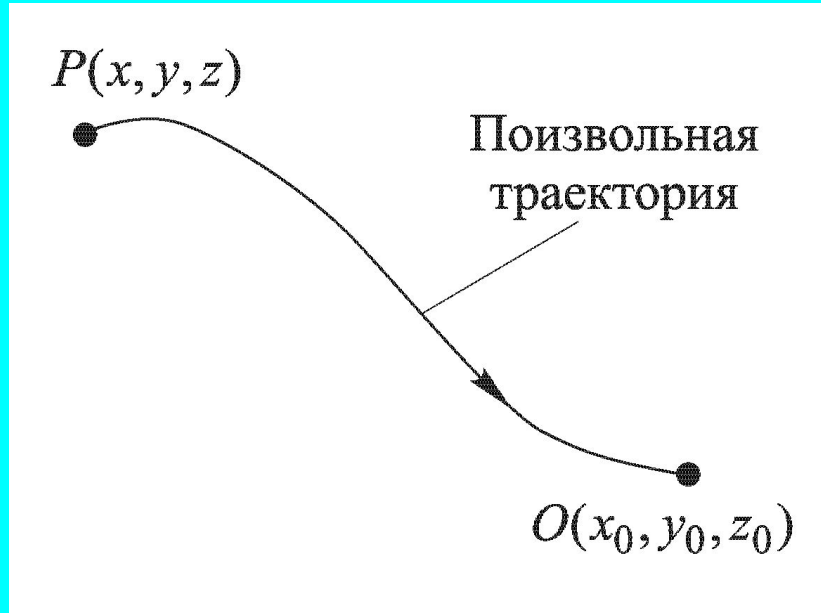
$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad E = \frac{F}{m_1} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2 m_1} = \gamma \frac{m_2}{r^2}$$

$$E_3 = \gamma \frac{M_3}{R_3^2}$$

$$F = mg \quad E_3 = \frac{mg}{m} = g \quad g = \gamma \frac{M_3}{R_3^2}$$

Потенциальная энергия механической системы

Потенциальное поле сил.



$$E_p = A_{OP} = \int_P^O \vec{F} d\vec{r}$$

Потенциальная энергия — функция состояния системы.

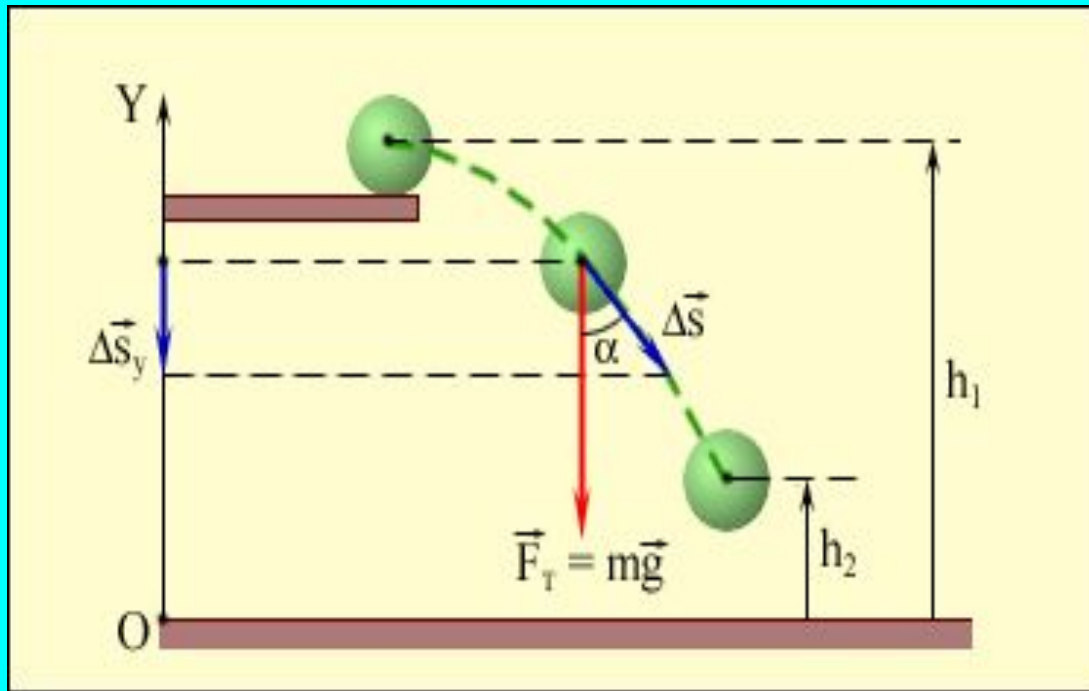
Свойства потенциальной энергии

1 $E_p = E(x, y, z)$

2 $A_{12} = E_{p1} - E_{p2}$

3. Потенциальная энергия частицы определена с точностью до произвольной постоянной величины.

Потенциальная энергия механической системы



$$\Delta A = F_T \Delta s \cos \alpha = \\ = -mg \Delta s$$

$$A = -mg(h_2 - h_1) = -(mgh_2 - mgh_1)$$

$$A = -(E_{p2} - E_{p1}) \quad E_p = mgh$$

Потенциальная энергия механической системы

$$E_p = -\gamma \frac{mM}{r}$$

Потенциальная энергия тела в гравитационном поле.

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

Потенциальная энергия тела в поле упругой силы

Связь потенциальной энергии и силы поля

Потенциал поля в данной точке поля

$$\varphi = \frac{E_p}{m}$$

$$E_p = E(x, y, z) - E(0) = A_{12} = -\int_1^2 \vec{F}(x, y, z) d\vec{r}$$

$$E_p = A_{12} = -\int_{h_1}^{h_2} \vec{F} d\vec{r} = -\int_{h_1}^{h_2} mg dh = -mg\Delta h$$

Связь потенциальной энергии и силы поля

$$F(x, y, z) \quad E(x, y, z)$$

$$dE_p = -(F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} \quad F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y} \quad F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial z}$$

$$\vec{F}(x, y, z) = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = -\left(\frac{\partial E_p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial z} \vec{k} \right)$$

$$\vec{F}(x, y, z) = -\text{grad} E_p$$

$$\text{Т.К. } \vec{E} = \frac{\vec{F}(x, y, z)}{m}$$

$$\text{Т.О. } \vec{E}(x, y, z) = -\text{grad} \varphi$$

Связь потенциальной энергии и силы поля

пример

$$E_p = -3xy$$

$$F_x = -\frac{dE_p}{dx} = 3y$$

$$F_y = -\frac{dE_p}{dy} = 3x$$

$$F_z = -\frac{dE_p}{dz} = 0$$

тогда

$$\vec{F} = 3y\vec{i} + 3x\vec{j}$$

Закон сохранения энергии

Полная механическая энергия системы

$$E = E_k + E$$

Закон сохранения механической энергии: в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы полная механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со временем.

Энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой.

Соударения

Удар (соударение) — столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время.

Центральный удар — при котором тела до удара движутся по прямой, проходящей через их центры масс.

Абсолютно упругий удар — столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию. *законы сохранения импульса и сохранения механической энергии выполняются.*

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Абсолютно неупругий удар — столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое тело.

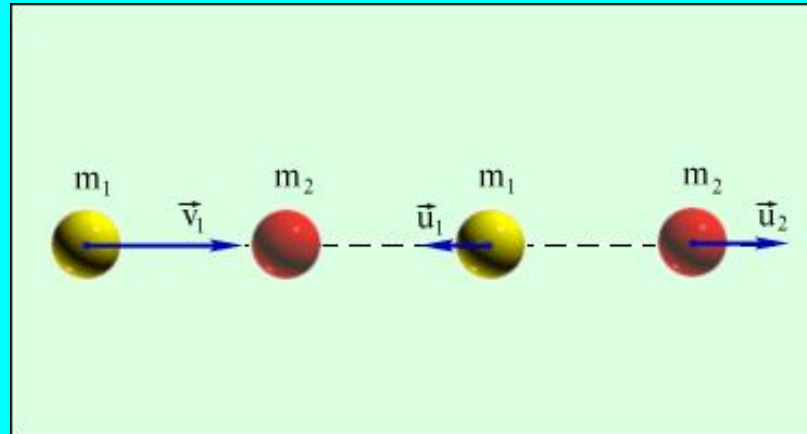
$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

Не выполняется закон сохранения механической энергии: вследствие деформации часть кинетической энергии переходит во внутреннюю энергию тел (разогрев).

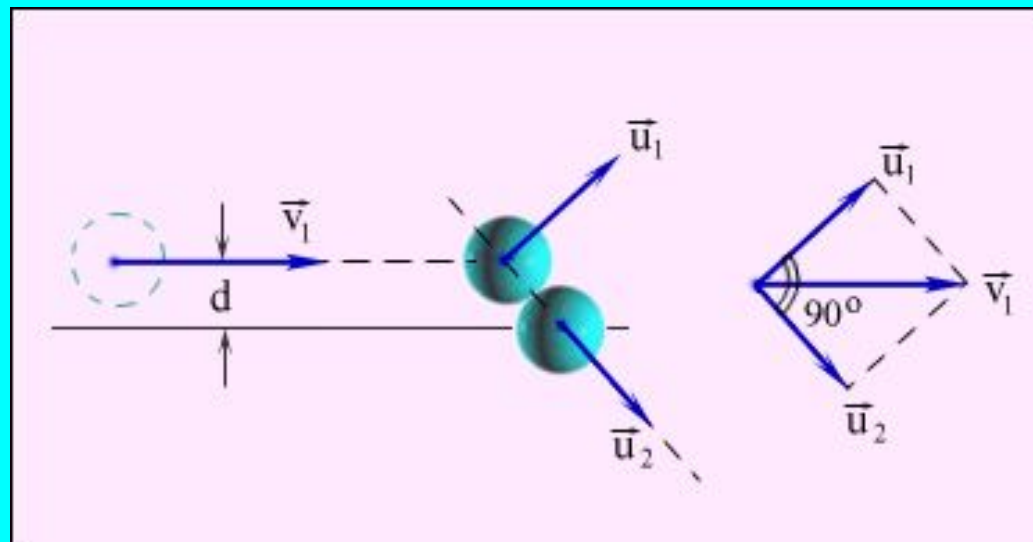
$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\Delta K = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2.$$

Соударения



Абсолютно упругий центральный удар шаров



Нецентральное упругое соударение шаров одинаковой массы.
 d – прицельное расстояние