

Емкость

1. Найти емкость земного шара. Считать радиус земного шара $R=6400$ км. На сколько изменится потенциал земного шара, если ему сообщить заряд $q=1$ Кл?

Дано:

$$R_{\text{ш}} = 6400$$

$$q = 1$$

$C = ?$

$\Delta\phi = ?$

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$C = \frac{q}{|\Delta\phi|},$$

$$|\Delta\phi| = \frac{q}{C}$$

Ответ: $C=710$ мкФ; $\Delta\phi=1400$ В.

2.(9.79) Восемь заряженных шарообразных водяных капель радиусом $r=1\text{мм}$ и зарядом $q=0,1\text{ нКл}$ сливаются в одну общую каплю. Найти потенциал образовавшейся шаровой капли.

Дано:

$$R=1\text{мм}$$

$$q=0,1\text{ нКл}$$

$$n=8$$

$$\phi=?$$

$$|\Delta\varphi| = \frac{q}{C}$$

$$V_1 = V$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$n \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R_1^3$$

$$|\Delta\varphi_1| = \frac{nq}{C_1}$$

$$nR^3 = R_1^3$$

$$C_1 = 4\pi\epsilon_0 R_1$$

$$\sqrt[3]{n}R = R_1$$

$$|\Delta\varphi_1| = \frac{nq}{\sqrt[3]{n} \cdot 4\pi\epsilon_0 R} = \sqrt[3]{n^2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

Ответ: $\phi=3,6$

кВ

3.(9.92) Радиус центральной жилы коаксиального кабеля $r=1,5$ см, радиус оболочки $R=3,5$ см. Между центральной жилой и оболочкой приложена разность потенциалов $\Delta\phi=2,3$ кВ. Найти напряженность E электрического поля на расстоянии $d=2$ см от оси кабеля.

Дано:

$$r=1,5\text{см}$$

$$R=3,5\text{см}$$

$$\Delta\phi=2,3\text{ кВ}$$

$$d=2\text{м}$$

$$E=?$$

$$\Delta\phi = \int_r^R E dr = \int_r^R \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R}{r}$$

$$\tau = 2\pi\epsilon_0 \Delta\phi \ln \frac{r}{R}$$

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 d} \quad E = \frac{2\pi\epsilon_0 \Delta\phi \ln \frac{r}{R}}{2\pi\epsilon_0 d}$$

Ответ: $E=136$ кВ/м

4.(9.93) Вакуумный цилиндрический конденсатор имеет радиус внутреннего цилиндра $r=1,5$ см, радиус внешнего цилиндра $R=3,5$ см. Между цилиндрами приложена разность потенциалов $\Delta\phi=2,3$ кВ. Какую скорость u получит электрон под действием поля этого конденсатора, перемещаясь без начальной скорости с расстояния $r_1=2,5$ см до расстояния $r_2=2$ см от оси цилиндра?

$$\Delta\phi = \int_r^R E dr = \int_r^R \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R}{r}$$

$$\frac{2q}{m} \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{R}{r}} \Delta\phi = u^2$$

$$\Delta\phi_1 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$\frac{\Delta\phi_1}{\Delta\phi} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{R}{r}}$$

$$q\Delta\phi_1 = q \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{R}{r}} \Delta\phi = \frac{m u^2}{2}$$

$$\sqrt{\frac{2q}{m} \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{R}{r}} \Delta\phi} = u$$

Ответ: $u=1,46 \cdot 10^7$ м/с.

5. Каким будет потенциал шара радиусом $r=3$ см, если:
 а) сообщить ему заряд $q=1$ нКл; б) окружить его
 концентрической металлической сферой радиусом $R=4$ см,
 соединенной с землей?

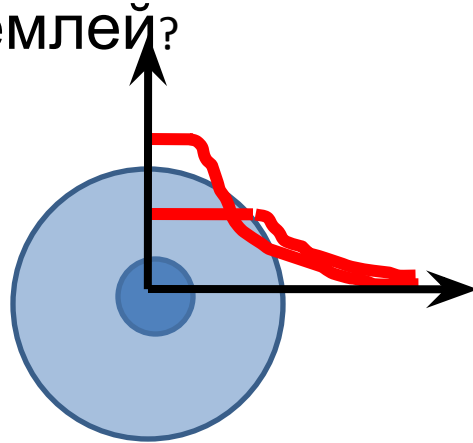
Дано:

$$r=3\text{ см}$$

$$R=4\text{ см}$$

$$q=1\text{ нКл}$$

$$\phi'=?$$



$$\varphi(R) - \varphi_1(R) = 0$$

$$\varphi_1(R) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

$$\varphi(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

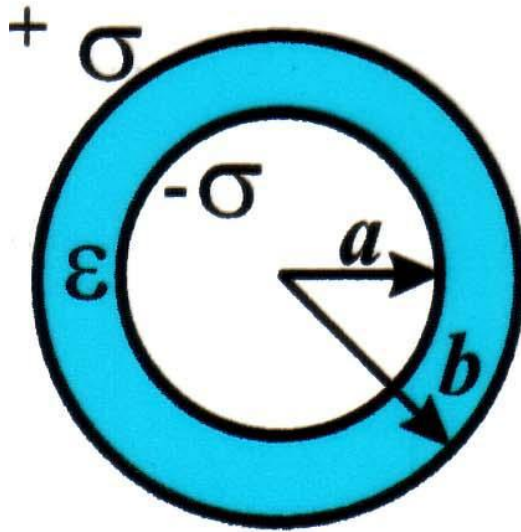
$$\varphi(r) = \frac{q}{C} \quad C = 4\pi\epsilon_0 r$$

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\varphi'(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R}$$

Ответ: а) $\phi=300$ В; б) $\phi=75$ В

Шаровой конденсатор



$$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

При $b \gg a$: $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 a$

При $a \approx b \rightarrow ab \approx a^2$:

$$C \approx 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{a^2}{b-a} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$$

6. Радиус внутреннего шара воздушного сферического конденсатора $r=1$ см, радиус внешнего шара $R=4$ см. Между шарами приложена разность потенциалов $\Delta\phi=3$ кВ. Найти напряженность E электрического поля на расстоянии $r_1=3$ см от центра шаров.

Дано:

$$r=1\text{ см}$$

$$R=4\text{ см}$$

$$\Delta\phi=3\text{ кВ}$$

$$r_1=3\text{ см}$$

$$E=?$$

$$\Delta\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$q = \frac{\Delta\phi}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R}}$$

$$E(r_1) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$$

$$E(r_1) = \frac{\Delta\phi}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$$

Ответ: $E=44,4$ кВ/м.

7. Два конденсатора зарядили до разности потенциалов $U_1=300$ В и $U_2=100$ В и соединили между собой одноименными обкладками. Измеренная при этом разность потенциалов между обкладками конденсаторов оказалась равна 250 В. Найти отношение емкостей C_1/C_2 .

Дано:

$$U_1=100 \text{ В}$$

$$U_2=300 \text{ В}$$

$$U=250 \text{ В}$$

$$C_1/C_2=?$$

$$U_1^1 = U_2^1 = U$$

$$C_1 U_1 = q_1$$

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} \quad U_2 = \frac{q_2}{C_2}$$

$$C_2 U_2 = q_2$$

$$C = C_1 + C_2$$

$$U = \frac{q_1 + q_2}{C}$$

$$U = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2}$$

$$U(C_1 + C_2) = C_1 U_1 + C_2 U_2 \quad U\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) = U_1 + \frac{C_2}{C_1} U_2$$

$$U - U_1 = \frac{C_2}{C_1} (U_2 - U) \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{U - U_2}{U_1 - U} \quad \text{Ответ: } C_1/C_2=3.$$

8.(9.109) Два металлических шарика первый с зарядом $q_1=10$ нКл и радиусом $r=3$ см и второй с потенциалом $\phi=9$ кВ и радиусом $R=2$ см соединили проволочкой, емкостью которой можно пренебречь. Найти: а) потенциал ϕ_1 первого шарика до разряда; б) заряд q_2 второго шарика до разряда; в) энергии W_1, W_2 каждого шарика до разряда; г) заряд и потенциал первого шарика после разряда; д) заряд и потенциал второго шарика после разряда; е) энергию W соединенных проводником шариков; ж) работу A разряда.

Дано:

$$q_1 = 10 \text{ нКл}$$

$$R_1 = 3 \text{ см}$$

$$R_2 = 2 \text{ см}$$

$$\phi_2 = 9 \text{ кВ}$$

$$\phi_1 = ?$$

$$q_2 = ?$$

$$W_1, W_2 = ?$$

$$W, A = ?$$

$$\phi_1^1 = ? \quad q_1^1 = ?$$

$$\phi_2^1 = ? \quad q_2^1 = ?$$

$$\phi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} = \frac{q_1^2}{8\pi\epsilon_0 R_1}$$

$$q_2 = \frac{\phi_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$W_2 = \frac{q_2^2}{2C_2} = \frac{q_2^2}{8\pi\epsilon_0 R_2}$$

8.(9.109) Два металлических шарика первый с зарядом $q_1=10$ нКл и радиусом $r=3$ см и второй с потенциалом $\phi=9$ кВ и радиусом $R=2$ см соединили проволочкой, емкостью которой можно пренебречь. Найти: а) потенциал ϕ_1 первого шарика до разряда; б) заряд q_2 второго шарика до разряда; в) энергии W_1, W_2 каждого шарика до разряда; г) заряд и потенциал первого шарика после разряда; д) заряд и потенциал второго шарика после разряда; е) энергию W соединенных проводником шариков; ж) работу A разряда.

$$\varphi_1^1 = \varphi_2^1 = \varphi$$

$$\varphi = \frac{q_1 + q_2}{C}$$

$$C = C_1 + C_2 = 4\pi\varepsilon_0(R_1 + R_2)$$

$$\varphi = \frac{q_1 + \frac{\varphi_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}}{4\pi\varepsilon_0(R_1 + R_2)}$$

8.(9.109) Два металлических шарика первый с зарядом $q_1=10$ нКл и радиусом $r=3$ см и второй с потенциалом $\phi=9$ кВ и радиусом $R=2$ см соединили проволочкой, емкостью которой можно пренебречь. Найти: а) потенциал ϕ_1 первого шарика до разряда; б) заряд q_2 второго шарика до разряда; в) энергии W_1, W_2 каждого шарика до разряда; г) заряд и потенциал первого шарика после разряда; д) заряд и потенциал второго шарика после разряда; е) энергию W соединенных проводником шариков; ж) работу A разряда.

$$q_2^1 = \frac{\phi}{4\pi\epsilon_0 R_2} \qquad q_1^1 = \frac{\phi}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

$$q_2^1 + q_1^1 = q_2 + q_1 \qquad W = \frac{(q_2^1 + q_1^1)^2}{2C} = \frac{(q_2 + q_1)^2}{8\pi\epsilon_0(R_2 + R_1)}$$

$$A = W_1 + W_2 - W = \frac{q_1^2}{8\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q_2^2}{8\pi\epsilon_0 R_2} - \frac{(q_2 + q_1)^2}{8\pi\epsilon_0(R_2 + R_1)}$$

Ответ: а) $\phi_1=3$ кВ; б) $q_2=20$ нКл; в) $W_1=15$ мкДж, $W_2=90$ мкДж; г) $=18$ нКл, $=5,4$ кВ; д) $=12$ нКл, $=5,4$ кВ; е) $W=81$ мкДж; ж) $A=24$ мкДж.

9. Заряженный шар А радиусом $R_1=2$ см приводится в соприкосновение с незаряженным шаром В, радиус которого $R_2=3$ см. После того как шары разъединили, энергия шара В оказалась равной 0,4 Дж. Какой заряд q был на шаре А до соприкосновения с шаром В?

Дано:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi \quad \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \quad \frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2}$$

$$R_1=2\text{см} \quad q = q_2 + q_1$$

$$R_2=3\text{см}$$

$q=?$

$W = 0,4$

Дж

$q=?$

$$W_2 = \frac{q_2^2}{2C_2} = \frac{q_2^2}{8\pi\epsilon_0 R_2} \quad q_1 = \frac{q_2}{R_2} R_1$$

$$q_2 = \sqrt{W_2 8\pi\epsilon_0 R_2} \quad q_1 = \frac{R_1}{R_2} \sqrt{W_2 8\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$q = \frac{R_1}{R_2} \sqrt{W_2 8\pi\epsilon_0 R_2} + \sqrt{W_2 8\pi\epsilon_0 R_2} = \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) \sqrt{W_2 8\pi\epsilon_0 R_2}$$

Ответ: $q=2,7$ мкКл.

10. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора равна $S=0,01 \text{ м}^2$, расстояние между ними $d=2 \text{ см}$. К пластинам приложена разность потенциалов $\Delta\phi=3 \text{ кВ}$. Какова будет напряженность E поля конденсатора, если, не отключая источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния $b=5 \text{ см}$? Найти энергии W_1, W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин.

Дано:

$$S=0,01 \text{ м}^2$$

$$d=2 \text{ см}$$

$$\Delta\phi=3 \text{ кВ}$$

$$b=2 \text{ см}$$

$$W_1 = ?$$

$$W_2 = ?$$

$$E = \frac{\Delta\phi}{b} \quad C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{b}$$

$$W_2 = \frac{q_2^2}{2C_2} = \frac{C_2 (\Delta\phi)^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S (\Delta\phi)^2}{b \cdot 2}$$

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} = \frac{C_1 (\Delta\phi)^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S (\Delta\phi)^2}{d \cdot 2}$$

Ответ: $E=60 \text{ кВ/м}$; $W_1=20 \text{ мкДж}$; $W_2=8 \text{ мкДж}$.