Лекция 5 Физические основы прочности

Деформация поликристаллов

1

1. Роль границ зерен при пластической деформации

Как правило, монокристалл при растяжении легко претерпевает большую степень деформации 3a счет скольжения по одной кристаллографической системе. При этом происходит изменение его ориентировки вследствие поворота решетки, соответствующего величине удлинения кристалла. такой кристалл заменить агрегатом Если произвольно ориентированных кристаллитов, то ситуация резко изменяется. Отдельные зерна уже не находятся под действием одноосной системы напряжений, даже если образец подвергают простому растяжению. Границы между деформируемыми кристаллитами остаются неизмененными, а поскольку каждый кристаллит имеет ориентировку, отличную от ориентировок соседей, это к различию в их поведении, в результате чего приводит соседние зерна налагают ограничения на деформацию друг друга.

описания Для малоугловых границ можно использовать дислокационные модели. Граница наклона образуется при разориентировке решетки относительно оси, нормальной плоскости чертежа и лежащей в плоскости границы (рис. 3.16). Она целиком состоит из краевых дислокаций, необходимых для сохранения непрерывности у внутренней поверхности раздела. Аналогично этому граница кручения может быть образована в результате взаимного поворота двух зерен относительно оси, лежащей в плоскости чертежа и нормальной плоскости границы, а разориентировка, порожденная таким поворотом зерен, может быть представлена в виде ряда винтовых дислокаций Возможна также разориентировка между зернами, образованная комбинацией наклонов и скручиваний; в этом случае дислокационная структура границы представляет собой сетку краевых и винтовых дислокаций. Каждая дислокация в такой структуре обладает упругой энергией, а энергия границы равна сумме энергий составляющих ее дислокаций. Таким образом, энергия границы возрастает с увеличением угла разориентировки θ и равна

Структура малоугловой границы



$E = E0\theta[A-In\theta]$

где Е₀ – параметр, определяющий величину упругого искажения решетки вокруг дислокаций, А – постоянная, зависящая от значения энергии ядра дислокации. Кривая зависимости Е от θ имеет максимум, соответствующий $\theta_m \approx 0.5$ рад (рис. 8.1). Однако дислокационная модель границы зерен становится неприемлемой при значительно меньшей разориентировке. Так уже при θ = 10° на пузырьковой модели нельзя различить отдельные дислокации. Границы с большими углами разориентировки можно описать лишь как узкие области, в которых атомы расположены беспорядочно. Было обнаружено, что болыпеугловые границы захватывают широкие области с «хорошей подгонкой» атомов, разделенные областями с «плохой подгонкой»; картина при этом напоминает рудные жилы. Ширина границы не превышает одного-двух атомных диаметров.



Фиг. 9.1. Изменение энергии границы зерна Е в зависимости от угла разориентировки θ .

 $E = E_0 \theta [A - \ln \theta]$

из одного зерна в другое между дислокациями, образующими границу при их малой разориентировке, но с уменьшением расстояний между такими дислокациями проникновение движущейся дислокации через границу затрудняется. Она становится непреодолимым препятствием уже при достаточно малой разориентировке зерен, и концентрация напряжений, возникающая вследствие образования скоплений дислокаций у границ, обусловливает действие источников дислокаций в соседних зернах.

Влияние границ зерен на прочность кристаллов 1 · Бикристаллы

Предел упругости бикристаллов возрастает почти линейно с увеличением угла между тетрагональными осями образующих образец кристаллов, а экстраполяция этого угла до нуля приводит к значению предела упругости, характерному для монокристалла.

Различие в ориентировке двух составляющих кристаллов было обусловлено их взаимным поворотом вокруг нормали к общей плоскости {111}. С возрастанием угла разориентировки до 30° предел текучести увеличивается с 80 до 130 гс/мм2, а затем постоянным вплоть до максимального остается угла разориентировки 76°. Коэффициент деформационного упрочнения на ранних стадиях деформации постоянен, однако в дальнейшем наклон кривой упрочнения возрастает с увеличением угла разориентировки между кристаллами до 60°. При этом значении угла коэффициент упрочнения в 5 раз больше, чем для монокристалла (рис. 8.2).



Фиг. 9.2. Упрочнение бикристаллов алюминия в зависимости от угла разориентировки [9].

9

Деформация крупнозернистых агрегатовразличия в деформации

Показано, что при общем удлинении 5% удлинение различных зерен изменяется от 2 до 14%. Отмечено, что имеет место не только большая разница в величине деформации отдельных зерен, но и внутри зерен степень деформации существенно изменяется. Например, часто деформации вблизи границы и в центре зерна значительно различаются; если степень деформации соседнего зерна меньше, чем первого, то деформация первого зерна вблизи границы имеет тенденцию быть меньше, чем в центре. Если же, наоборот, соседнее зерно деформировано больше, то деформация первого зерна вблизи их общей границы обычно больше, чем в центре. Из этого можно сделать следующее важное заключение: деформация не прерывается при переходе через границу зерен, хотя в этой области может существовать резкий градиент ее значения.



Фиг. 9.3. Неоднородность деформации в образцах крупнозернистого алюминия [11] Общая деформация растяжения 5%.

Деформация крупнозернистых агрегатов микроструктура Микроскопическое исследование предварительно деформированных полированных поверхностей крупнозернистых поликристаллических агрегатов, непосредственно показывает, что ситуация сильно отличается от той, которая имеет место при растяжении монокристаллов. Даже при малы деформациях (1 – 5 %) в каждом зерне отчетливо видно действие нескольких систем скольжения (фиг. 8.4). Поэтому приемлемым может быть только сравнение деформациёй монокристалла, имеющего симметричную ориентировку, например [001] или [111], когда одновременно действуют четыре или три системы скольжения. Внутри очень больших зерен после малой деформации вблизи центра зерна можёт быть обнаружена область, где деформация осущёствляется за счет действия лишь одной системы скольжения, которая, однако быстро исчезает при возрастании: степени деформации, влияние зерен ощущается во объеме всем зерна, и границ деформация осуществляется основном B **3a** счет множественного скольжения.



Рис. 8.4. Множественное скольжение в слабо деформированном алюминии (микрофотография. x200 13



Рис. 3. Поликристаллический агрегат: *а* – наблюдение зерен на поверхности металла в металлографическом микроскопе, *б* – схематическое изображение этой картины; штриховка – обозначение кристаллических решеток в зернах Другим следствием локализованной неравномерности скольжения является то, что размер зерна становится весьма важным При достаточно большом размере зерна фактором. сдерживающее влияние границ может не достигать внутренних областей зерен, однако с уменьшением диаметра зерна это сдерживающее влияние охватывает центральные области зерен, способствуя тем самым расширению зоны множественного скольжения. Центральная область крупного зерна мягче, чем мелкого (рис. 8.5), поэтому деформационное упрочнение при деформации мелкозернистого агрегата будет больше, чем при деформации крупнозернистого агрегата.



Теории деформации поликристаллических агрегатов

Разработано несколько теорий, предназначенных для предсказания формы кривой напряжение – деформация поликристаллического агрегата, исходя из поведения монокристалла. Ранее показано, что для монокристалла

$$\tau = \frac{L}{A} \sin \chi \cos \lambda$$

Первоначально предпологалось, что в каждом зерне действует только одна система скольжения, а именно та, в которой касательное напряжение наибольшее. Первым шагом было определение среднего значения фактора ориентировки \overline{m}

$$\tau = \frac{L}{A} \sin \chi \cos \lambda \qquad L/A \qquad \sigma = \tau m$$

$$m = (\sin \chi \cos \lambda) - 1 \qquad \qquad 3 \text{акс} 2.238$$

$$\sigma_{\mathbf{Y}} = \overline{m} \tau_0,$$

$$\sigma_{\mathbf{Y}} = \overline{m} f(\alpha) = \overline{m} f(\overline{m} \varepsilon),$$

$$\sigma d\varepsilon = \sum_{1}^{n} \tau_0 d\alpha \qquad \qquad \text{Тейлор} 3.06$$

$$\frac{\sigma}{\tau_0} = \frac{\sum d\alpha}{d\varepsilon} = m$$

σ = 3.06 т0

Соотношение Тейлора имеется несколько необъясненных расхождений. Например, очень редко удается наблюдать в одном зерне пять действующих систем скольжения: обычно их две или три Частично это можно объяснить тем, что в большинстве исследований наблюдали только поверхности, а не внутренние области материала; тем не менее, когда исследуют внутреннюю структуру,

пользуясь специальными методиками, результаты наблюдений все же не подтверждают теоретические предположения.

Кроме того, теория Тейлора предсказывает механизм поворота зерен в процессе деформации, обусловливающий возникновение текстуры. Предсказываемые текстуры не соответствуют тем, которые были обнаружены экспериментально. Расхождения, повидимому, являются следствием неоднородностей, наблюдаемых в зернах в процессе деформации.



Рис. 8.6. Экспериментальная и теоретическая кривые напряжение

— деформация поликристаллических *тел.* 20

Деформация поликристаллических металлов с гранецентрированной кубической решеткой

Типичную кривую напряжение – деформация поликристаллического металла с гранецентрированной кубической решеткой обычно описывают как параболу, и время от времени предлагаются различные зависимости, имеющие целью дать приближенное описание таких кривых в общем виде.

Приведем типичное соотношение

 $\sigma = \sigma 0 + A \varepsilon^n$

(8.8)

здесь σ_0 – предел упругости, *А* – постоянная. Однако для некоторых металлов показатель *n*, изменяется в зависимости от степени деформации.

Жауль разделил кривую напряжение – деформация на три участка (три стадии упрочнения) (рис. 8.7), которые были обнаружены, например, при деформировании алюминия чистоты 88,88% при температуре 77 К. 21



-

Фиг. 9.7. Кривая напряжение — деформация поликристаллического алюминия при 77 🗜

$$\sigma = \sigma_0 + A\epsilon^n$$

Жауль
 $\sigma = \sigma_0 + A\epsilon^n$ $\epsilon = \epsilon_1$
 $\sigma = \sigma_0' + P\epsilon$ ϵ_2
 $\sigma = \sigma_0'' + B\epsilon^m$ после ϵ_2

Роль энергии дефекта упаковки

На рис. 8.8 представлены кривые деформации при 77 К серебра и серии сплавов серебро – галлий с одним и тем же размером зерна. Напряжение σ2 перемещается к более высоким значениям с понижением энергии дефекта упаковки твердых растворов. Значения энергии дефекта упаковки, определенные по расщеплению узлов, представлены на рис. 8.9а.

Результаты показывают, что, как и в случае монокристаллов, на кривых напряжение – деформация при повышенных температурах преобладает третья стадия.

На этой стадии дислокации, прежде блокированные препятствиями на своих плоскостях скольжения, оказываются способными к поперечному скольжению в результате совместного влияния напряжения и термической активации, и, таким образом, становится возможной дальнейшая пластическая деформация с уменьшением коэффициента деформационного упрочнения.



Рис. 8.8. Кривые напряжение – деформация твердого раствора серебро – 6 ат.% олова при различных температурах. Стрелками показано напряжение σ2 в конце втоβбй стадии



Фиг. 9.9а. Энергия дефекта упаковки сплавов Ag — Ga [28].

Влияние размера зерен

Уже на ранних стадиях деформации границы зерен препятствуют движению дислокаций, в результате чего вместо легкого скольжения, характерного для монокристаллов, имеет место первичное параболическое упрочнение. Кроме того, так называемый фактор сложности приводит к возникновению в большинстве зерен множественного скольжения, которое было обнаружено при изучении структуры уже при малых деформациях. Множественное скольжение необходимо, чтобы обеспечить изменение формы зерен, сохраняя при этом непрерывность при переходе границы. Другой аспект фактора сложности состоит в том, что напряженное состояние даже в пределах одного зерна далеко не однородно и зависит от поведения ряда соседних зерен. В общем случае эти эффекты, вероятно, более важны для мелких зерен, тогда как более крупные зерна ближе по своему поведению к монокристаллам.

$$\sigma_y = \sigma_i + k_y d^{-n}$$

Зависимость начального напряжения течения оу или последующего напряжения течения of от размера зерен подчиняется соотношению Холла – Петча

$$\sigma_y = \sigma_i + k_y d^{-n}$$

8.13)

где *d* – диаметр зерна, *о*і – напряжение трения, ky – постоянная, связанная с распространением деформации через границы зерен.

Показатель n, обычно равный 0,5 для металлов с объемноцентрированной кубической решеткой, не может быть столь четко определен для металлов и сплавов с гранецентрированной кубической решеткой.



Фиг. 9.10. Влияние размера зерен на предел упругости алюминия чистоты 99,99% при комнатной температуре [3].

Деформация поликристаллических металлов с объемноцентрированной кубической решеткой

Многие металлы с объемноцентрированной кубической решеткой в поликристаллическом состоянии имеют ярко выраженный зуб текучести, если размер зерна достаточно мал, в отличие от металлов с гранецентрированнонг кубической решеткой. Известно, что зуб текучести является следствием присутствия в малых концентрациях внедренных примесных атомов, таких, как углерод, азот, кислород. Эти явления для железа и других металлов; с о. ц. к. решеткой описаны ниже, так характерны для нормального поведения как ОНИ таких сначала мы рассмотрим форму кривой металлов, HO напряжение – деформация в случае практического отсутствия внедренных примесных атомов.

Кривые напряжение–деформация чистых металлов с объемноцентрированной кубической решеткой

Напряжение текучести поликристаллического железа зонной очистки очень чувствительно к температуре (рис. 8.13) в интервале температур 4,2 - 288 К; это влияние является доминирующим и для кривых напряжение -деформация. Степень деформационного упрочнения при температурах 288 и 77 К сравнима по величине и соответствует низкому уровню. Это свойство сохраняется и при более низких температурах, но оно затушевывается сильной зубчатостью кривой напряжение деформация, развивающейся вследствие того, что вблизи 4 К преобладающим механизмом деформации становится двойникование.



Фиг. 9.13. Кривые напряжение — деформация железа зонной очистки, полученные при различных температурах [66].

Явления, связанные с пределом текучести, в поликристаллическом железе

Поскольку выявление верхнего предела текучести весьма сложно и связано с рядом факторов, отражающих технику испытаний, таких, как размеры и форма образцов, совпадение оси приложенной нагрузки с осью образца, более надежной величиной обычно считают нижний предел текучести, соответствующий напряжению, которое необходимо для распространения полос Людерса через образец.

Поликристаллическое железо обнаруживает деформационное старение, аналогичное по характеру старению в монокристалле. По мере повышения температуры испытания зуб и площадка текучести сменяются зубчатой кривой напряжение – деформация; это явление иногда называют явлением Портевена — Ле-Шателье (см. рис. 11).



Фиг. 9.14. Большой зуб текучести у мягкой стали ($\sigma_T^{\text{верхн}} = 51 \text{ кгс/мм}^2$, $\sigma_T^{\text{нижн}} = 26 \text{ кгс/мм}^2$) [30].

Влияние размера зерен

В общем случае размер зерен оказывает заметное влияние на явления, связанные с пределом текучести. Это влияние представлено на рис. 8.15, который показывает изменения формы кривой напряжение – деформации для поликристаллического железа в широком интервале размеров зерен.

При уменьшении размера зерен вся кривая смещается в область более высоких напряжений; при этом значения как верхнего, так и нижнего пределов текучести также возрастают. С уменьшением размера зерен увеличивается также протяженность площадки текучести. Установлено, что соотношение Холла – Петча (8.13) применимо для описания зависимости между нижним пределом текучести оТнижн и размером зерен d, причем в координатах $\sigma_{T}^{HижH}$ (d^{-1/2}) эта зависимость изображается прямой линией. На рис. 8.14 приведены некоторые данные для железа.



Фиг. 9.15. Влияние размера зерен на характер кривых напряжение — деформация обезуглероженного железа армко [3].



- ¹²

Фиг. 9.16. Зависимость нижнего предела текучести железа от размера зерен [67].

Первый член в правой части (8.13) оі. определяемый как напряжение трения, значение которого не зависит от размера зерен d, получается графически, как отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат (рис. 8.14). Этот член представляет собой напряжение, необходимое для перемещения неблокированных дислокаций в плоскостях скольжения монокристаллов. Второй член относится к блокированным дислокациям; он имеет более существенное значение для мелкозернистых материалов. Для вывода такого соотношения используют обычную модель дислокаций, исходящих из находящегося внутри зерна источника и скапливающихся на границах зерна. Очевидно, количество дислокаций в скоплении зависит непосредственно от длины свободного пробега дислокации, которая определяется размером зерна.



6

риг. 9.19. Кривые напряжение — деформация четырех твердых растворов на основе меди с одним и тем же отношением e/a (≈1,082) [42].

Система из двух пластичных фаз

Поведение сплава, состоящего из двух пластичных фаз, очень приблизительно можно оценить, если допустить, что деформация постоянна во всех областях, занятых каждой фазой. В этом случае соответствующие напряжения σ1 и σ2 должны быть различны, а среднее напряжение *а* можно представить в виде

 $\sigma = f_1 \sigma_1, + f_2 \sigma_2,,$ (8.15) где f_1 и f_2 – объемные доли двух фаз. На рис. 8.20. *а* графически представлено это соотношение; штриховая линия, соответствующая содержанию по 50% каждой фалы, вычислена по кривым напряжение – деформация, соответствующим чистым фазам. С другой стороны, можно предположить, что обе фазы испытывают воздействие одного и того же напряжения оt, что приводит к различным деформациям ɛ1 и ɛ2. Тогда средняя деформац

 $\varepsilon = f_1 \varepsilon_1 + f_2 \varepsilon_2.$ (8.16) Так же, как выше, возьмем две кривые напряжение – деформация, соответствующие чистым фазам, и по ним построим кривую, соответствующую 50% объемного содержания каждой фазы (рис. 8.20, б). В данном случае напряжение течения не является линейной функцией f. Однако эта модель также неверна, так как она допускает разрыв деформации на границе раздела двух фаз, а эксперименты показывают, что в действительности его не существует.



Фиг. 9.23. Деформация двухфазных сплавов [50]. а — обе фазы имеют одинаковую деформацию; б — на обе фазы действует одинаковое напряжение

$$\sigma = f_1 \sigma_1 + f_2 \sigma_2, \qquad \varepsilon = f_1 \varepsilon_1 + f_2 \varepsilon_2.$$

Система из пластичной и хрупкой фаз

Трудно дать определение хрупкой фазы, так как во многих случаях хрупкая, по-видимому, фаза, сильно деформируется в соответствующих условиях, например цементит в сталях. Форма распределения хрупкой фазы имеет большое значение: если она образует непрерывную прослойку по границам зерен, то имеет место чрезвычайно высокая хрупкость (например, висмут в меди). Наоборот, если хрупкая фаза сфероидизирована в результате высокой поверхностной энергии границы раздела фаз, то сплав не только пластичен, но и обладает повышенной прочностью.

Для термически обработанных сталей, где частицы карбидов сфероидизированы, предел текучести обратно пропорционален логарифму средней протяженности ферритной зоны (рис. 8.21). Эта зависимость нарушается лишь при очень больших средних протяженностях ферритной зоны.



Фиг. 9.24. Влияние дисперсных выделений цементита на предел текучести сталей [70]. 1 — сталь, содержащая сфероидизированные выделения; 2 — феррит — перлит; 3 — железо; 4 — железо высокой чистоты. По оси абсцисс отложен логарифм среднего расстояния между частицами выделений цементита (в ангстремах).

- В поспелние голы были сделаны попытки использовать высокую прочность таких волокон, помещая их в более пластичную матрицу, с целью получить новые материалы с ценными свойствами, сохраняющимися в широком интервале температур. Волокна располагаются вдоль оси стержня и не препятствуют начальной деформации матрицы; при этом нагрузка передается волокнам, которые могут нагружаться почти до разрушения.
- Выращивание металлических нитевидных кристаллов можно осуществлять многими методами, Ниже перечислены четыре основных метода выращивания нитевидных кристаллов. На плакированных подложках.
- Конденсацией из паров.
- Восстановлением из солей.
- Электролизом и выращиванием из растворов.

Al2O3 и SiO2, было подвергнуто деформации растяжения и обнаружило способность упруго деформироваться на 2 – 5%. т. е. намного больше, чем обычные материалы в форме монокристаллов пли поликристаллов.

Типичные кривые напряжение – деформация для нитевидных кристаллов меди и железа показаны на рис. 8.22, причем для железа отклонение от упругой деформации имеет место при удлинении, превышающем 2%. Прочность нитевидных кристаллов железа с ориентировкой [1111 приближается к 1200 кгс/мм².

Прочность нитевидных кристаллов сильно зависит от их размеров, поэтому чтобы получить значительное повышение прочности по сравнению с <u>обычным</u> материалом, нужно брать нитевидные кристаллы диаметром менее 10 мкм. Рис. 8.23 иллюстрирует эту зависимость на примере нитевидных кристаллов железа.



Рис. 8.22. Кривые напряжение – деформация нитевидных кристаллов меди и железа. 1 – увеличивающая деформация; 2 – уменьшающаяся деформация

Свойства нитевидных кристаллов

Материал	Модуль Юнга, 10 ⁴ кгс/мм ²	Предел прочности на растяжение, 10 ⁴ кгс/мм ²	Материал	Модуль Юнга, 10 ⁴ кгс/мм ²	Предел прочности на растяжение, 10 ⁴ кгс/мм ²
Al ₂ O ₃	5,35	0,16	SiO ₂ (на воздухе)	0,74	0,11
Fe	1,97	0,13	Асбест	1,90	0,06
SiC	7,03	0,22	Натриевое стекло	0,69	0,035



Фиг. 9.26. Прочность нитевидных кристаллов железа в зависимости от их диаметра [71].

Упрочнение волокнами

Упрочнение волокнами имеет место, когда тонкие волокна ориентированы определенным образом в пластичной матрице. идеальном случае нитевидные кристаллы благодаря их B прочности лучше всего подходят для применения в подобных целях; однако малые размеры затрудняют их использование, поэтому упрочняют часто тонкой тянутой поликристаллической проволокой, прочность которой много ниже прочности нитевидных кристаллов. Тем не менее прочность на растяжение в пределах (0,2 - 0,35) 103 кгс/мм2 для подобных материалов не является редкостью. Был проведен ряд исследований на меди и серебре, упрочненных тонкими нитями вольфрама, а так/ко на алюминии, упрочненном нитями нержавеющей стали. Эти исследования дают ОСНОВНУЮ информацию о механических свойствах подобных материалов. На кривых напряжение - деформация имеются следующие четыре стадии:



Ф и г. 9.27. Кривые напряжение — деформация композитного материала — меди, армированной вольфрамовой проволокой [62].

1.Упругая деформация волокон и матрицы продолжается вплоть до нормального предела упругости матрицы.

2. Матрица начинает деформироваться пластически, тогда как деформация волокон остается еще упругой.

3. Пластическая деформация матрицы и волокон.

4. Разрушение волокон, за которым следует полное разрушение образца.

Из всех четырех стадий вторая стадия имеет наибольшее значение и занимает большой участок на кривых напряжение – деформация (рис. 8.24).

На первой стадии деформация полностью упругая, и модуль Юнга для материала E_c определяется выражением $E_c = E_f V_f + E_m V_{m'}$ (8.17) где индексы *f* и *m* обозначают волокна и матрицу соответственно, *V* – объемная доля.

Однако на второи стадии *E_m* заменяется наклоном кривои напряжение — деформации для матрицы при деформации ε, т. е.

$$E_c = E_f V_f + \left(\frac{d\sigma_m}{d\varepsilon_m}\right) V_m$$

Поскольку это область пластической деформации, наклон кривой намного меньше, чем *Em* (приближенно *Em*/100); таким образом, второй член достаточно мал, поэтому можно принять

$$Ec \approx E_f V_f$$
 (8.18)

Предел прочности на растяжение материала ос определяется выражением

$$\sigma_{c} = \sigma_{f}V_{f} + \sigma_{m}'(1 - V_{f})$$
(8.20)

где of – предел прочности на растяжение волокон, o'm – напряжение, действующее на матрицу, когда волокна достигли предельной деформации при растяжении.

Таким образом, предел прочности на растяжение материала прямо пропорционален объемной доле волокон; эта зависимость подтверждается результатами экспериментов на меди, упрочненной волокнами вольфорама (рис. 8.28)



Фиг. 9.28. Зависимость предела прочности меди, армированной вольфрамовой проволокой, от объемной доли вольфрамовых волокон [62].

Значения V_{кр} для волокон в металлической матрице

Мотрино	Свойства матрицы кгс/м ²		V _{кp}				
матрица		σ_{μ}	$σ_f = 0, 7 \cdot 10^2$ κΓC/M ²	$σ_f = 1,75 \cdot 10^2$ κΓC/M ²	$σ_f = 3,5 \cdot 10^2$ κΓC/M ²	$σ_f = 0, 7 \cdot 10^3$ κΓC/M ²	
Алюминий	2,8	8,4	8,34	3,25	1,61	0,80	
Медь	4,2	21,0	25,52	9,83	4,86	2,41	
Никель	6,3	31,5	39,56	14,95	7,33	3,63	
Нержавеющая сталь 18-8	17,5	45,5	53,41	17,80	8,42	4,10	

Польза от присутствия волокон достигается лишь в том случае, если прочность материала больше, чем предел прочности матрицы на растяжение σ_{μ} , т. е.

$$\sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m' (1 - V_f) > \sigma_{u'}$$

(8.21)

откуда можно получить критическое значение объемной доли волокон Vкр, которое является минимальным:

$$V_{\kappa p} = \frac{\sigma_u - \sigma'_m}{\sigma_f - \sigma'_m} \approx \frac{\sigma_u}{\sigma_f}$$

Типичные значения *VKP* приведены в табл. 8.4, из которой видно, что для более прочной матрицы, такой, как никель и нержавеющая сталь, критическое значение объемной доли волокон находится в пределах от 8,4 до 53,4 в зависимости от достижимых значений прочности волокон (0,7–3,5) 102 кгс/мм2. До сих пор мы принимали, что волокна непрерывны от одного конца образца до другого; однако на практике это не всегда возможно. Поэтому нужно учитывать влияние длины волокон. В общем случае, если длина волокон превышает некоторое критическое значение *IC*, свойства материала можно описывать соотношениями, приведенными выше; однако общая формула имеет вид

$$\sigma_c = \sigma_f V_f \left[1 - (1 - \beta) \frac{l_c}{l} \right] + \sigma'_m (1 - V_f)$$

где I – действительная длина волокон, β – постоянная, приближенно равная 0,5.

Упрочнение более короткими прерывистыми волокнами, описываемое формулой (8.22), всегда меньше, чем упрочнение непрерывными волокнами, однако было показано, что если lc/l >5, то различие не превышает 20%. Из соотношений (8.21) и (8.22) можно вывести следующую зависимость, позволяющую определять отношение значений прочности для возрастающих значений lc/l:

$$\frac{\sigma_{c}(npepывныe_волокна)}{\sigma_{c}(нepывныe_волокна)} = 1 - \frac{1}{\frac{2l}{l_{c}} \left[1 + \frac{\sigma'_{m}}{\sigma_{f}} \left(\frac{1}{V_{f}} - 1\right)\right]} = 1 - \frac{l}{2l_{c}}$$

для V_f=1

На практике важное значение имеет отношение *lc/d*, где *d* – диаметр волокна; оно определяется как

$$\frac{l_c}{d} = \frac{\sigma_f}{2\tau}$$

где т – предел текучести на сдвиг матрицы. Это выражение определяет значение отношения длины волокна к его диаметру, выше которого волокно разрывается раньше, чем деформируется окружающая его матрица. Если оf велико, например 700 кгс/мм2, а т *т* = 7 кгс/мм2, *mo lc/d* ≈ 50. Такое значение отношения легко достижимо для большинства волокон; фактически нетрудно получить волокна с отношением *lc/d* в пределах 100 – 500.

$$E_{c} = E_{f}V_{f} + E_{m}V_{m}$$

$$E_{c} = E_{f}V_{f} + \left(\frac{d\sigma_{m}}{d\varepsilon_{m}}\right)V_{m}$$

$$E_{c} \approx E_{f}V_{f}$$

$$\sigma_{c} = \sigma_{f}V_{f} + \sigma_{m}'(1 - V_{f})$$

$$\sigma_{c} = \sigma_{f}V_{f} + \sigma_{m}'(1 - V_{f}) >$$

$$\sigma_{u}$$

$$V_{\kappa p} = \frac{\sigma_{u} - \sigma'_{m}}{\sigma_{f} - \sigma'_{m}} \approx \frac{\sigma_{u}}{\sigma_{f}}$$

$$\sigma_{c} = \sigma_{f}V_{f} \left[1 - (1 - \beta)\frac{l_{c}}{l}\right] + \sigma'_{m}(1 - V_{f})$$

$$Ic/l > 5$$

$$\frac{\sigma_c(npepывныe_волокна)}{\sigma_c(nepывныe_волокна)} = 1 - \frac{1}{\frac{2l}{l_c} \left[1 + \frac{\sigma'_m}{\sigma_f} \left(\frac{1}{V_f} - 1\right)\right]} = 1 - \frac{l}{2l_c}$$

 $\frac{l_c}{d} = \frac{\sigma_f}{2\tau}$