

**Мини – учебник  
ФИЗИКА 11 класс  
(профильное обучение)**

**Тема**

**«Геометрическая оптика»**

# Содержание

Геометрическая оптика.

- Закон прямолинейного распространения света
- Закон отражения света. Построение изображений в плоском зеркале
  - Закон преломления света. Показатель преломления
- Явление полного внутреннего отражения от границы двух сред
  - Линза. Фокус линзы
    - Построение изображения в линзе
- Формула тонкой линзы. Увеличение изображения в линзе
  - Оптические приборы. Системы линз
- Примеры решения задач

## Закон прямолинейного распространения света

Описанием, трактовкой, предсказанием явлений, связанных с формированием зрительных образов у человека, занимается раздел физики, называемый оптикой.

В оптике в качестве источника света рассматриваются как непосредственные излучатели света (Солнце, свеча, лампа накаливания, лазер), так и отражатели (Луна, зеркало, освещенное здание и т.д.) (рис. 1).



Рис. 1

В начале XVII в. в физике сформировался раздел, называемый геометрической оптикой, который с помощью прямолинейного хода лучей в однородной среде и их преломления на границах раздела сред описывает принципы формирования изображений на сетчатке глаза или на экране. Еще одним основным понятием геометрической оптики является понятие точечный источник света – источник лучей.

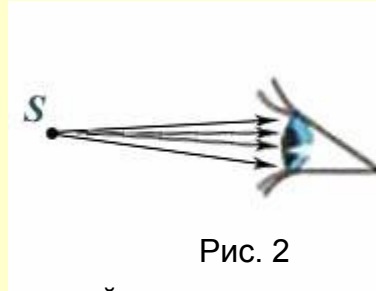


Рис. 2

Понятия точечный источник и луч в геометрической оптике эквивалентны понятиям точка и луч в математике. Геометрическая оптика не касается вопроса о природе света. Считается, что о положении точечного источника света  $S$  человек судит по расположению точки пересечения лучей попадающих в зрачок его глаза (рис. 2). Обобщением такого представления о местоположении источника света является закон прямолинейного распространения света. Он гласит: **в однородной среде свет распространяется прямолинейно.**

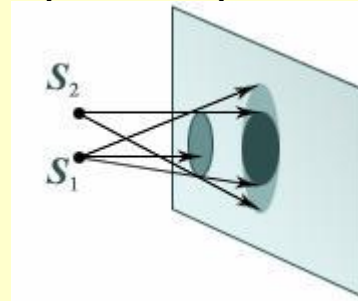


Рис. 3

Чаще всего прямолинейное распространение света мы наблюдаем в воде или в воздухе, которые считаем однородными. Прямолинейность распространения света проявляется в образовании тени от непрозрачного тела, если его освещают точечным источником света. Если тот же предмет освещают двумя точечными источниками света  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 3) или одним протяженным источником, то на экране возникают участки, которые освещены частично и носят название полутени. Примером образования тени и полутени в природе является солнечное затмение.

Воздух и вода могут быть и неоднородными, хотя это может быть незаметно для глаза.

В таких средах возможно наблюдение природного явления как мираж.

Если благодаря свойствам среды, в которой распространяются лучи, или с помощью оптических устройств лучи меняют свое направление, то лучи, выходящие из источника света, могут пересекаться (рис. 4,а) или рассеиваться (рис. 4,б).

Местонахождение изображения точечного источника света  $S_1$  определяют по пересечению двух лучей (рис. 4,а) или по пересечению их продолжений (рис. 4, б).

Каждый луч показывает направление переноса энергии от источника. При пересечении лучей возникает точка, где энергия концентрируется. Если в этом месте поставить экран, то на нем можно наблюдать светящуюся точку, которую называют действительным изображением  $S_1$  точечного источника  $S$  (рис. 4,б).

Если лучи, идущие от источника, рассеялись, то они идут так, что глаз воспринимает их идущими из точки  $S_2$ , которая называется мнимым изображением источника  $S$  (рис. 4,б).



Рис. 4

Реальные источники света имеют конечные размеры. В этом случае их рассматривают как совокупность точечных источников, расположенных друг относительно друга в определенном порядке. Так, с помощью отдельных светящихся лампочек формируется изображение на уличных рекламных щитах.

В геометрической оптике также используется понятие пучок света, или световой пучок, представляющий собой совокупность лучей, заполняющих некоторую область пространства

## Закон отражения света.

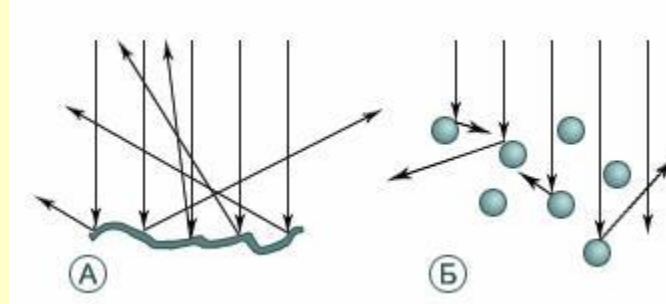
### Построение изображений в плоском зеркале

Среди простейших оптических явлений – поглощение света, его рассеяние, отражение и преломление.

Полное поглощение света поверхностью тела мы воспринимаем как черный цвет поверхности; частичное поглощение света может восприниматься как окрашивание поверхности в определенный цвет, в том числе и в серый.

Отражение света от некоторой поверхности, разделяющей пространство на две части, означает изменение направления переноса энергии света таким образом, что свет

продолжает распространяться в первоначальной среде. Если пучок параллельных лучей падает на неровную поверхность, то направление лучей меняется случайным образом, и говорят о рассеянии света (рис. 5,а).



Явление рассеяния света может наблюдаться и в системе мелких частиц, взвешенных в однородной среде (рис. 5,б).

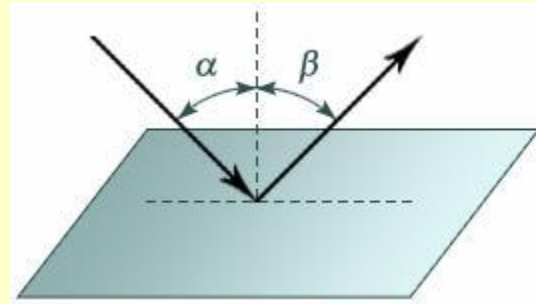


Рис. 6

При отражении пучка света от гладкой поверхности можно обнаружить, что луч падающий и луч отраженный (рис. 6) лежат в одной плоскости с перпендикуляром к границе раздела сред, восстановленным в точке падения. Угол падения  $\alpha$  равен углу отражения  $\beta$ :

$$\alpha = \beta.$$

Это утверждение называют законом отражения света.

Модельная гладкая плоскость, отражающая все падающие на нее лучи, называется плоским зеркалом.

Реальными телами, которые могут быть описаны такой моделью, являются полированный кусок металлической пластины, поверхность жидкой ртути в широком сосуде, полированное плоское стекло, покрытое слоем серебра или алюминия.

Расположим перед зеркалом светящуюся точку  $S$  (рис. 7,а) и проведем из нее два луча:

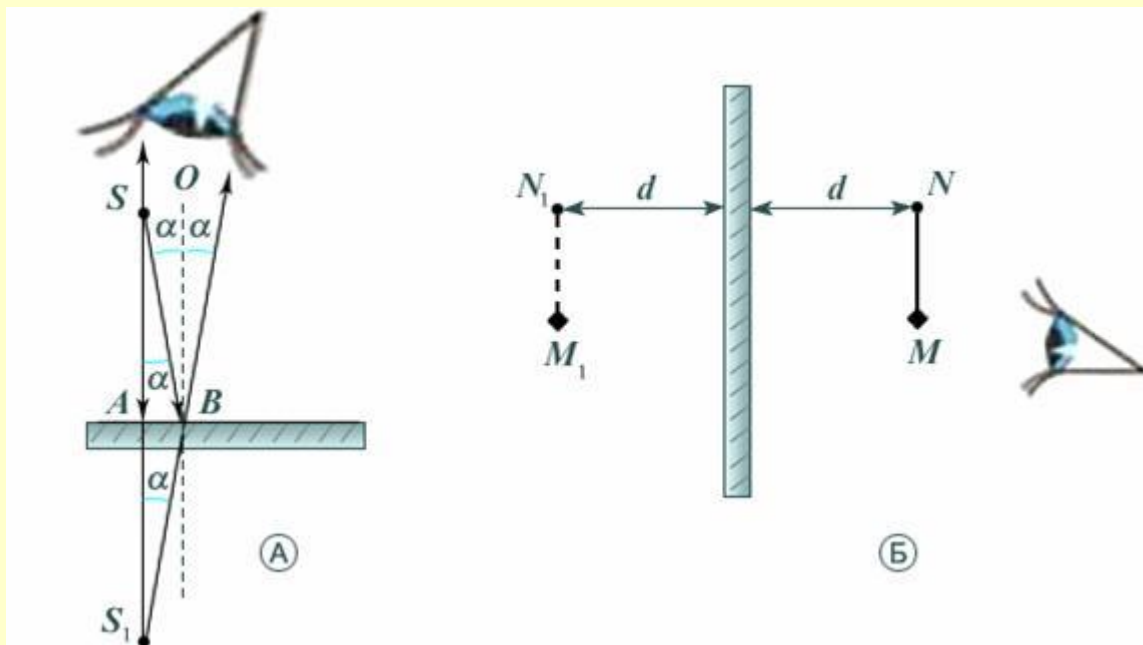


Рис. 7

один – перпендикулярно плоскости зеркала, другой – под произвольным углом  $\alpha$ . Первый отразится перпендикулярно этой плоскости, т.е. «сам в себя», второй – под углом, равным углу падения  $\alpha$ . Продолжение второго луча за плоскость зеркала дает пересечение с продолжением первого луча в точке  $S_1$ , которая является мнимым изображением точки  $S$ . Легко доказать, что  $S_1 A = S A$ , независимо от угла  $\alpha$ . Изображение светящейся точки в плоском зеркале всегда расположено в точке за плоскостью зеркала, лежащей на продолжении перпендикуляра, проведенного из источника света к плоскости зеркала, причем на расстоянии, равном расстоянию от источника света до зеркала. Это изображение формируется всеми лучами, идущими от источника и отражающимися от зеркала, поэтому если закрыть часть плоского зеркала непрозрачной тканью, то изображение будет формироваться всеми остальными лучами.

$M_1 N_1$ , причем это изображение не только мнимое, но и прямое (не перевернутое) в натуральную величину (не увеличено и не уменьшено). Когда источником отраженного света является человек, рассматривающий себя в зеркале, то возникает желание назвать его перевернутым, однако это не так: голова человека остается сверху, правая рука отражается с той же стороны, где располагается по отношению к глазам сама рука.

## Закон преломления света. Показатель преломления

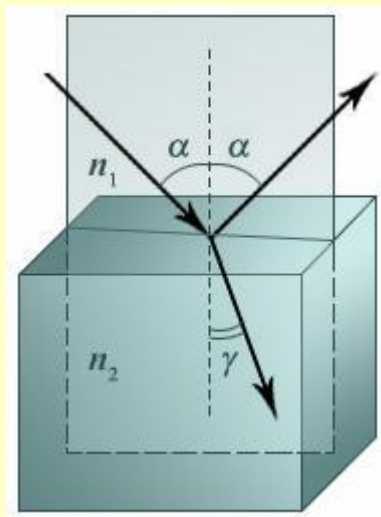


Рис. 8

Ряд веществ, например вода, при падении света на их поверхность отражают лишь малую долю света, но и не поглощают его. Тела, изготовленные из таких веществ, называются прозрачными.

При падении пучка света перпендикулярно границе раздела сред пучок в новой среде не меняет своего направления, а при падении пучка света под некоторым углом к поверхности он изменяет свое направление, т.е. преломляется (рис. 8). При этом оказывается, что луч падающий и луч преломленный лежат в одной плоскости с перпендикуляром к границе раздела двух сред, восстановленным к точке падения. Между углом преломления  $\gamma$  и углом падения  $\alpha$  выполняется следующее соотношение:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \gamma$$

где  $n_1$  и  $n_2$  – абсолютные показатели преломления двух сред. Это утверждение называют законом преломления света.

Абсолютный показатель преломления среды показывает, как будет преломляться луч на границе среда – вакуум. Таким образом, вакуум выступает в качестве некой абсолютной среды, которая используется для характеристики различных других сред. Абсолютный показатель преломления связан со скоростью света в среде и скоростью света в вакууме  $c$ :

$$n = c/v$$



Скорость распространения света в любой среде меньше, чем скорость распространения света в вакууме, поэтому абсолютный показатель преломления любой среды всегда больше единицы. Так, для воздуха он примерно равен 1,0003, для воды – 1,33. Среди известных веществ максимальный абсолютный показатель преломления у алмаза ( $n \approx 2,5$ ). Среда с большим абсолютным показателем преломления называется оптически более плотной средой. Абсолютный показатель преломления вещества является его индивидуальной характеристикой и заносится в справочные таблицы. На рисунке 9 приведен ход лучей через прозрачное тело, называемое плоскопараллельной пластиной.

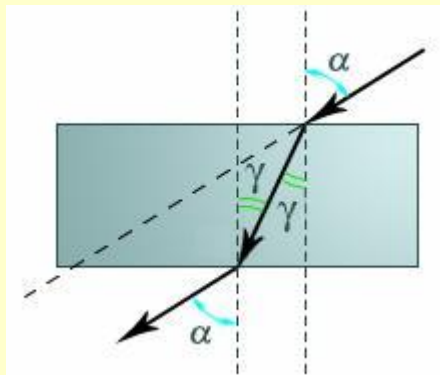


Рис. 9

Соблюдение законов преломления на двух гранях тела из оптически более плотного материала, чем окружающая среда, приводит к сохранению направления распространения луча.

### Явление полного внутреннего отражения от границы двух сред

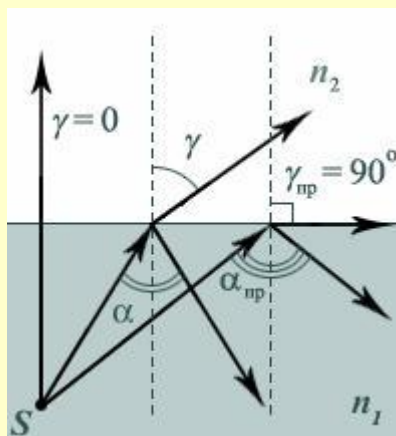


Рис. 10

Если источник света находится в среде с показателем преломления  $n_1$  (рис. 10), то испускаемые им лучи, достигая границы данной среды со средой, характеризуемой показателем преломления  $n_2 < n_1$ , преломляются так, что угол преломления  $\gamma$  больше угла падения  $\acute{\alpha}$ . При этом часть падающего света, как на любой границе раздела, отражается в среду с показателем преломления  $n_1$ . Если значение угла падения  $\acute{\alpha}_{\text{пр}}$  таково, что угол преломления  $\gamma_{\text{пр}} = 90^\circ$ , то свет не выходит в среду с показателем преломления  $n_2 < n_1$ , а полностью отражается в среду, где находится источник. Такое явление называется явлением полного внутреннего отражения, а угол  $\acute{\alpha}_{\text{пр}}$ , соответствующий углу преломления  $\gamma = 90^\circ$ , называется предельным углом полного внутреннего отражения и определяется равенством  $\sin \acute{\alpha}_{\text{пр}} = n_2/n_1$ . Полное внутреннее отражение наблюдается и при всех углах падения  $\acute{\alpha} > \acute{\alpha}_{\text{пр}}$ , что и объясняет название этого угла как предельного.

Для перехода света из воды в воздух. Открыв глаза под водой и рассматривая ее поверхность под углом, большим этого значения, вы не видите предметов над водой, поверхность воды снизу кажется зеркальной. При направлении взгляда из-под воды ближе к вертикали вы можете увидеть все, что расположено над ней. Явление полного внутреннего отражения широко используется в современной компьютерной технике для организации оптоволоконной связи. Ее основу составляет шнур, собранный из тонких стеклянных нитей (волокон), вдоль которых свет распространяется с небольшими потерями из-за его поглощения. Покинуть волокно через боковую поверхность свет не может.

### Линза. Фокус линзы

Линза является одним из величайших изобретений человечества. Линза позволила еще в XVII в., с одной стороны, создать телескоп и разрушить представления о том, что Земля – центр Вселенной, с другой – создать микроскоп и открыть микроорганизмы.

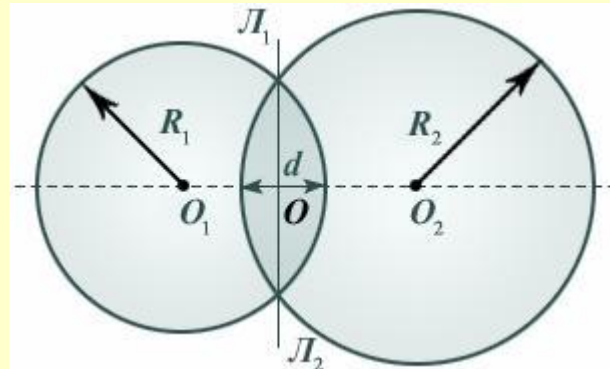


Рис. 11

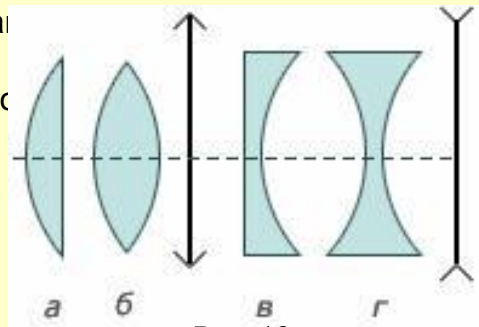
Чаще всего встречается сферическая линза, которая представляет собой однородное прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями (рис. 11). Линия  $O_1 O_2$ , соединяющая центры сфер, ограничивающие поверхность линзы, называется главной оптической осью линзы. Плоскость  $L_1 L_2$ , проходящая через линию пересечения сфер, ограничивающих линзу, называется плоскостью линзы. Плоскость линзы перпендикулярна главной оптической оси линзы. Точка  $O$  пересечения плоскости линзы и ее главной оптической оси называется центром линзы. Отрезок оптической оси, заключенный между сферами, ограничивающими линзу, называется толщиной линзы  $d$ . Линза называется тонкой, если  $d \ll R_1$  и  $d \ll R_2$ , где  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы сфер, ограничивающих линзу. Эти радиусы называются радиусами кривизны поверхностей линзы.

Изучение преломления лучей, прилегающих к оптической оси, на сферических поверхностях, ограничивающих линзу, показывает, что лучи, проходящие через тонкую линзу из стекла в воздухе, обладают рядом свойств, позволяющих построить изображение источников света в этой линзе.

На рисунке 12 представлены простейшие профили стеклянных линз: плоско-выпуклая (рис. 12,а), двояковыпуклая (рис. 12,б),

плоско-вогнутая (рис. 12,в), и двояковогнутая (рис. 12,г). Первые две из них в воздухе являются собирающими линзами,

а вторые две – рассеивающими. Эти названия относятся к тому, как луч, падающий на линзу, отклоняется в сторону оптической оси, а в рассеивающей наоборот



общей линзе луч, преломляясь,

Рис. 12

Лучи, идущие параллельно главной оптической оси, отклоняются за собирающей линзой (рис. 13,а) так, что собираются в точке, называемой фокусом. В рассеивающей линзе лучи, идущие параллельно главной оптической оси, отклоняются так, что в фокусе, находящемся со стороны падающих лучей, собираются их продолжения (рис. 13,б). Расстояние до фокусов с одной и другой стороны тонкой линзы одинаково и не зависит от профиля правой и левой поверхностей линзы.

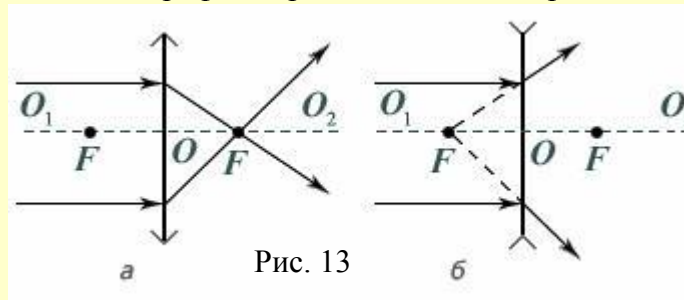


Рис. 13

Луч, идущий через центр линзы (рис. 14,а – собирающая линза, рис. 14,б – рассеивающая линза), не преломляется.

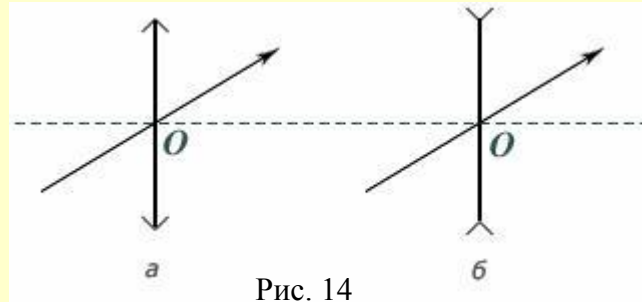


Рис. 14

Лучи, идущие параллельно друг другу, но не параллельно главной оптической оси, пересекаются в точке (побочном фокусе)

на фокальной плоскости, которая проходит через фокус перпендикулярно главной оптической оси (рис. 15,а – собирающая линза, рис. 15,б – рассеивающая линза).

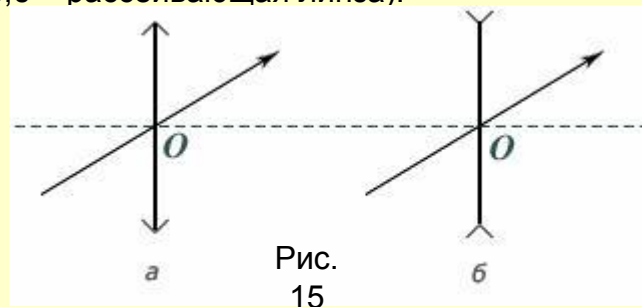


Рис.  
15

Фокусное расстояние  $f$  – расстояние от центра линзы до фокуса – зависит только от показателя преломления  $n$  материала линзы и радиусов кривизны сфер, ограничивающих поверхность линзы: например, для двояковыпуклой собирающей линзы, ограниченной сферами с радиусами  $R_1$  и  $R_2$ ,

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) (n - 1)$$

## Построение изображения в линзе

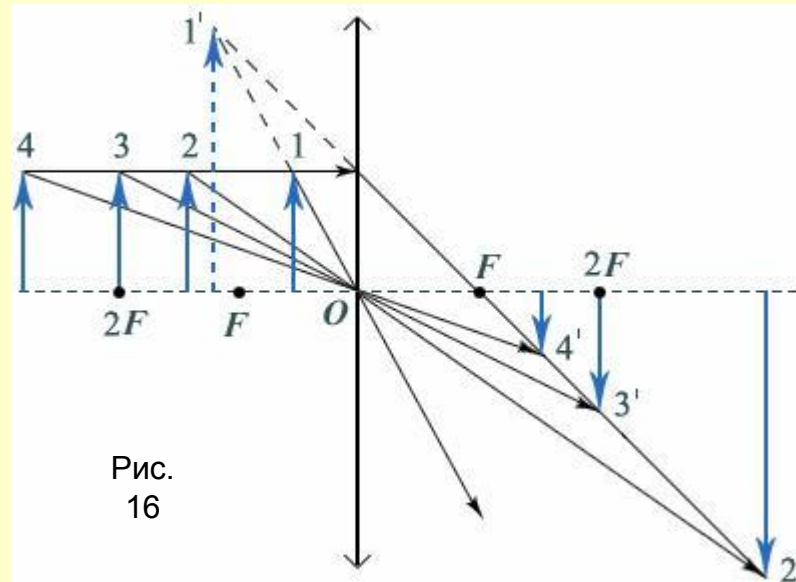


Рис.  
16

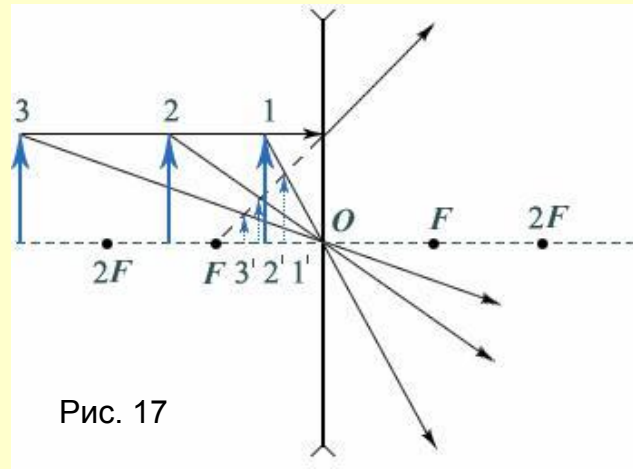
При построении (рис. 16) изображения какой-либо точки (например, кончика стрелки) с помощью собирающей линзы, из этой точки выпускают два луча: параллельно главной оптической оси и через центр  $O$  линзы. В зависимости от расстояния от стрелки до линзы можно получить четыре типа изображения, характеристики которых описаны в таблице 1. При построении изображения отрезка, перпендикулярного главной оптической оси, его изображение оказывается также отрезком, перпендикулярным главной оптической оси.

Таблица 1

Расстояние $a$ от предмета до линзы	Характеристика изображения
$0 < a < F$	Мнимое, увеличенное, прямое
$F < a < 2F$	Действительное, увеличенное, перевернутое
$a = 2F$	Действительное, в натуральную величину, перевернутое
$a > 2F$	Действительное, уменьшенное, перевернутое

В случае рассеивающей линзы изображение предмета может получиться только одного типа – мнимое, уменьшенное, прямое.

В этом легко убедиться, проведя аналогичные построения конца стрелки с помощью двух лучей (рис. 17).



## Формула тонкой линзы. Увеличение изображения в линзе

Рассматривая геометрически ход лучей в тонкой собирающей линзе (рис. 18), можно показать, что расстояние  $a$  от точечного источника до линзы связано с расстоянием  $b$  от линзы до его изображения и фокусным расстоянием  $f$  линзы соотношением.

$$\frac{1}{a} \pm \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Это соотношение и называют формулой тонкой линзы. Знак «-» в ней ставится в случае мнимого изображения.

Величина

$$D = \frac{1}{f}$$

называется оптической силой линзы. Если фокусное расстояние  $f$  выражено в метрах, то оптическая сила линзы  $D$  получается в диоптриях (дптр).

Если рассматривать рассеивающую линзу, то формула тонкой линзы запишется так:  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}$

где  $a$ ,  $b$ ,  $f$  соответствующие расстояния (положительные числа).

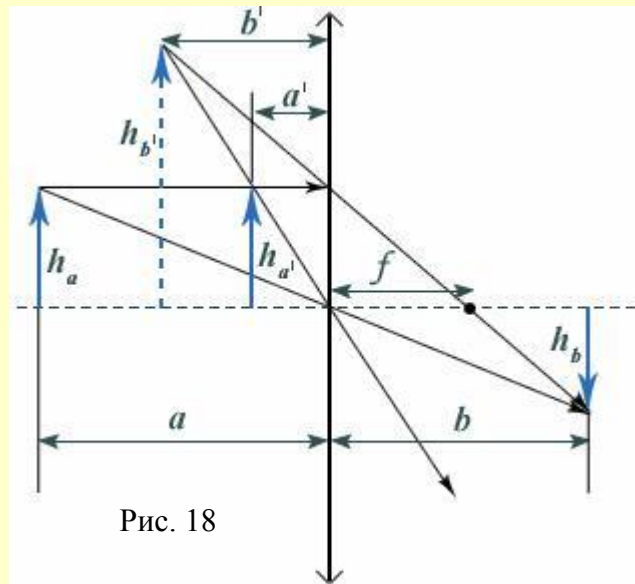


Рис. 18

Оптическая сила рассеивающей линзы считается

$$D = -\frac{1}{f} < 0$$

отрицательной. Расстояние рассеивающей линзы, считают отрицательным.

Формула тонкой линзы и проведенные построения позволяют сделать вывод об отношении линейных размеров протяженного

изображения к линейным размерам протяженного источника. Отношение размера изображения в направлении, перпендикулярном главной оптической оси, к размеру предмета в этом направлении называется линейным увеличением

предмета в тонкой линзе (обозначается буквой  $\Gamma$ ). Для тонкой линзы можно доказать, что при любом типе изображения

линейное увеличение равно:

$$\Gamma = \frac{h_b}{h_a} = \frac{b}{a}$$



где  $a$  и  $b$  – расстояния от предмета до линзы и от изображения до линзы, которые связаны формулой тонкой линзы.

Подчеркнем еще раз, что речь идет только о линейном размере узкого источника, стоящего перпендикулярно главной оптической оси. Например, изображением квадрата, одна из сторон которого направлена вдоль главной оптической оси, в тонкой линзе будет трапеция. Таким образом, увеличение длин разных сторон квадрата может быть совершенно различным.

## Оптические приборы. Системы линз

В таблице 2 приведены примеры использования собирающей и рассеивающей линз в простейших, содержащих одну линзу, оптических приборах.

**Таблица 2**

Пример использования линзы	Тип линзы. Расстояние <b>a</b> от источника до линзы и расстояние <b>b</b> от линзы до изображения
<p style="text-align: center;"><b>Лупа</b></p> 	<p><b>Собирающая: <math>0 &lt; a &lt; f</math>, <math>b &gt; a</math></b> <b>Обычно <math>b = d \gg 25</math> см – расстояние наилучшего видения.</b> <b>Изображение мнимое</b></p>
<p style="text-align: center;"><b>Проекционный аппарат</b></p> 	<p><b>Собирающая: <math>f &lt; a &lt; 2f</math>, <math>b &gt; 2f</math>, <math>b \gg a</math>.</b> <b>Изображение действительное</b></p>



### Фотоаппарат, видеокамера



**Собирающая:  $a > 2f$ ,  $f < b < 2f$ .**  
**В режиме макросъемки возможно  $f < a < 2f$ .**  
**Изображение действительное**

### Дверной глазок



**Рассеивающая:  $a > 2|f|$ .**  
**Изображение мнимое**

### Глаз



**Собирающая:  $a > 2f$ ,**  
 **$f < b < 2f$ .**  
**Изображение действительное**

Когда мы пользуемся лупой для чтения мелкого шрифта в книге, мы видим изображение за линзой, т.е. с той стороны, где находятся буквы-источники изображения. При этом изображение букв мнимое, прямое и увеличенное. В фотоаппарате, видеокамере, проекционном аппарате необходимо получить действительное изображение. В фотоаппарате или видеокамере собирающаяся в каждой точке изображения энергия света должна вызвать химическую реакцию или электронный сигнал.

Ясно, что в кадре фотопленки, размер которого равен нескольким сантиметрам, обычно получают уменьшенное изображение фотографируемых предметов, расположенных на больших расстояниях от линзы (хотя с помощью фотоаппарата получают и увеличенные фотографии насекомых).

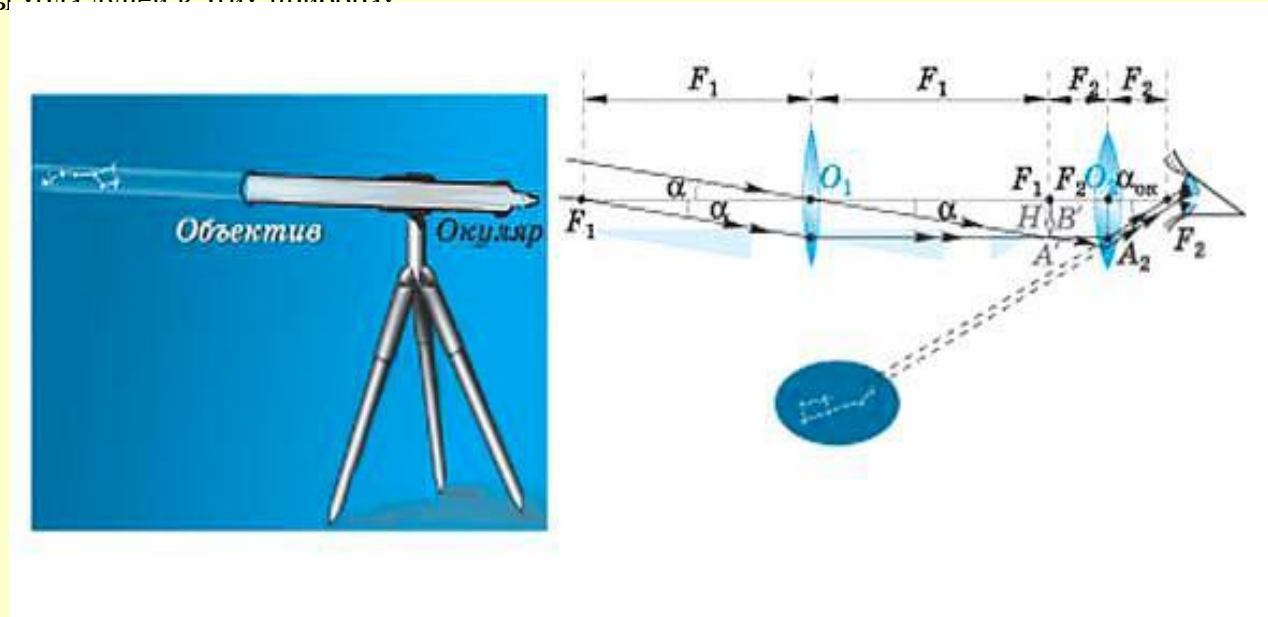
В кинопроекторе свет попадает на точки экрана, создавая изображение кадра кинопленки на киноэкране. С помощью кинопроектора получают изображение маленького кадра кинопленки на большом экране кинотеатра. Для этого сам кадр располагают близко к фокусу линзы проектора.

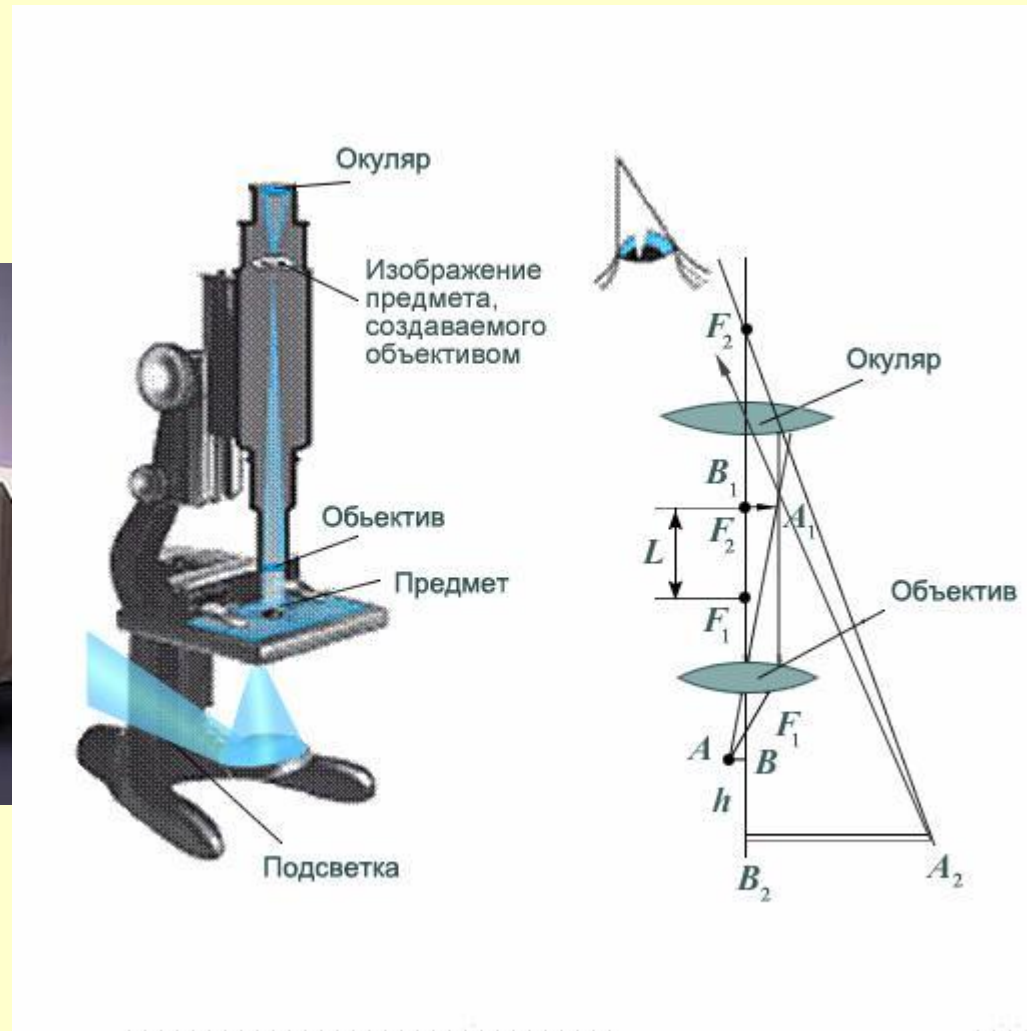
Простейшая схема глаза содержит только одну собирающую линзу – хрусталик. За счет изменения его формы на сетчатке – экране – получается действительное уменьшенное изображение удаленных и близких предметов.

Взглянув в дверной глазок на непрошенного гостя, мы видим его прямое уменьшенное, мнимое изображение.

В реальных оптических системах обычно используют систему линз, изображение в которых получают построением хода луча в первой линзе, а затем во второй и т.д.

На рисунке приведены фотографии школьного телескопа и современного оптического микроскопа с вмонтированной цифровой видеокамерой, а также схемы хода лучей в этих приборах.

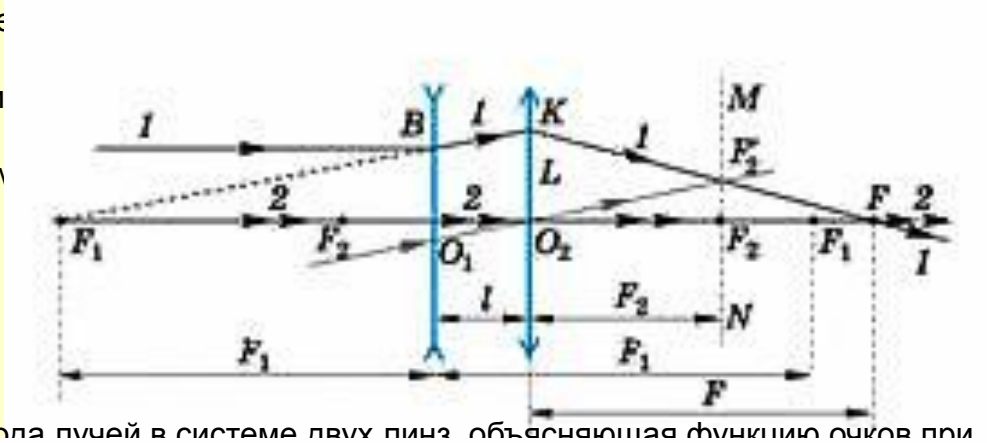




Человеческий глаз представляет собой сложную оптическую систему из трех линз, образованных жидкостью между роговицей и хрусталиком, прозрачным хрящом самого хрусталика и желеобразным стекловидным телом глазного яблока.

Если форма хрусталика по тем или иным причинам не может измениться так, чтобы сформировать четкое изображение на сетчатке, то для коррекции зрения используют очки или контактные линзы. На рисунках показан принцип построения хода

лучей в системе линз, моделирующей близорукость (миопию) и дальнозоркость (гиперметропию).



аблик дает изображение  
ражение

Схема хода лучей в системе двух линз, объясняющая функцию очков при близорукости

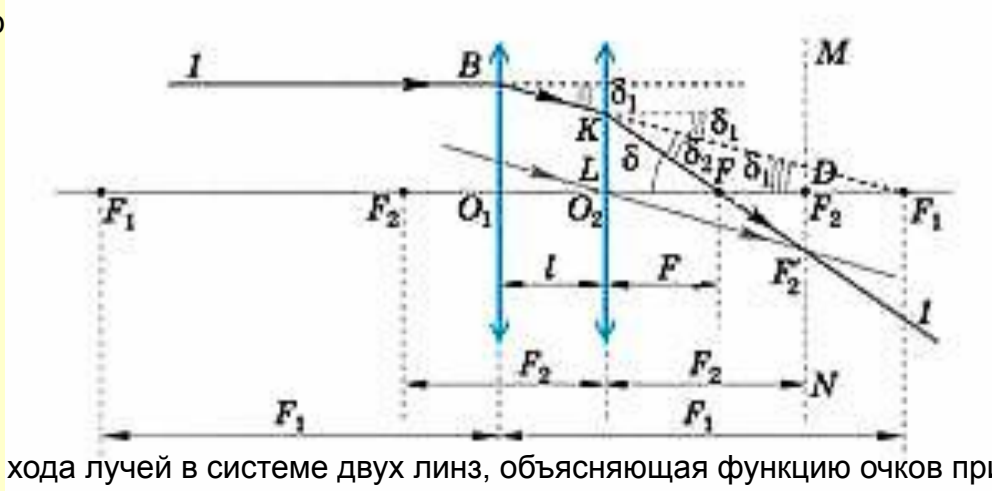


Схема хода лучей в системе двух линз, объясняющая функцию очков при дальнозоркости

В упрощенной модели, когда считается, что оптическая система глаза состоит из одного хрусталика, а линза очков вплотную прижимается к глазу, можно считать, что оптическая система «очки–глаз» имеет оптическую силу  $D = D_{\text{глаза}} + D_{\text{очков}}$ , так как это соотношение верно для двух линз, прижатых друг к другу.

## Сборник задач

Определить углы преломления лучей 1, 2, 3 при переходе их из среды с показателем преломления  $n_1 = 1,5183$  в воздух ( $n_2 = 1$ ), если для этих лучей  $e_1 = 00$ ,  $e_2 = 200$ ,  $e_3 = 350$ .

Определить также  $e_4$ , если  $e'_4 = 900$ .

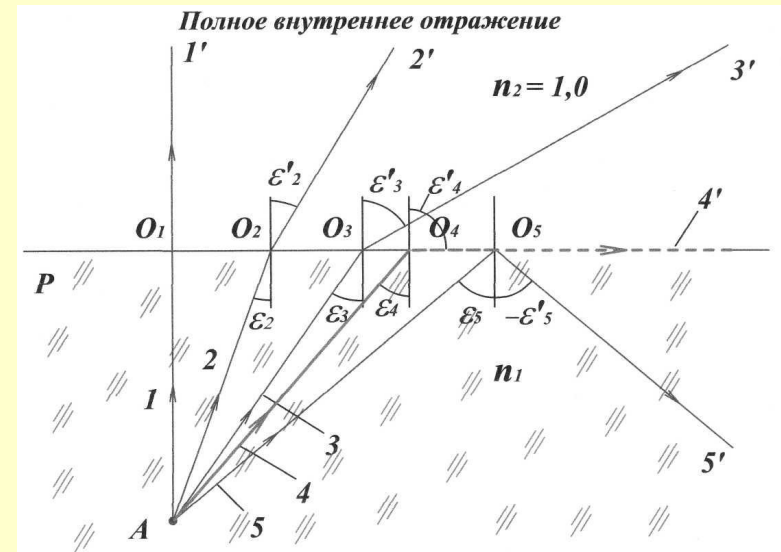
Решение

В соответствии с законом преломления, при  $n = 1 \sin e' = n/e$

Отсюда, для лучей  $AO_1$ ,  $AO_2$  и  $AO_3$  получим  $e'_1 = 00$ ,  $e'_2 = 31017'$ ,  $e'_3 = 60034'$ .

Если угол преломления  $e'_4 = 900$ , т.е. преломленный луч скользит вдоль поверхности раздела двух сред, то угол падения будет (луч 4)  $\sin e_4 = \sin e'_4 / n_1 = 0,65863$ ;  
 $e_4 = 41012'$ .

При увеличении угла падения преломления не происходит, и лучи света отражаются в ту же самую среду (см. луч 5). Угол  $e_4$  является предельным углом полного внутреннего отражения



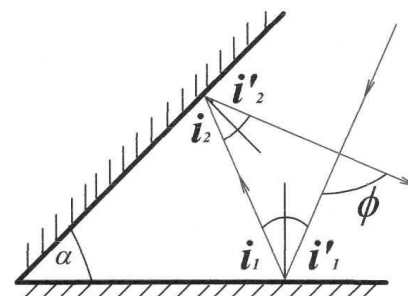
Два зеркала наклонены друг к другу и образуют двугранный угол  $\alpha$ . На них падает луч, лежащий в плоскости, перпендикулярной к ребру угла. Найти, на какой угол повернется отраженный луч после отражения от обоих зеркал.

Угол поворота отраженного луча относительно падающего обозначим  $f$ .

Из законов отражения  $i_1 = i'_1$ ;  $i_2 = i'_2$ . Из геометрических соображений

видно, что  $\alpha = i_1 + i_2$ . Угол  $f$  - внешний угол треугольника, причем  $f = 2i_1 + 2i_2 = 2(i_1 + i_2)$ . Следовательно,  $f = 2\alpha$  и не зависит от угла падения луча.

Угол поворота отраженного луча в уголкового отражателе



Вертикальный колышек высотой  $h = 1$  м, поставленный вблизи уличного фонаря, отбрасывает тень длиной  $l_1 = 0,8$  м. Если перенести колышек на  $d = 1$  м дальше от фонаря (в той же плоскости), то он отбрасывает тень длиной  $l_2 = 1,25$  м. На какой высоте  $H$  подвешен фонарь?

### РЕШЕНИЕ

Обозначив расстояния от колышка до столба в первом случае  $x$ , можно из подобия треугольников  $OAB$  и  $CDB$  написать:

$$H/h = (x + l_2)/l_1,$$

а из подобия треугольников  $OAB_1$  и  $C_1D_1B_1$  -

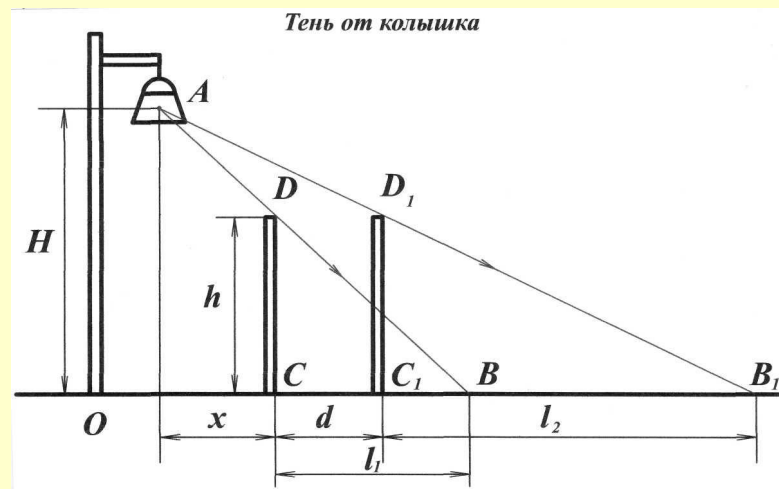
$$H/h = (x + d + l_2)/l_2.$$

Исключая из этих уравнений  $x$ , найдем

$$H = h(d + l_2 - l_1)/(l_2 - l_1).$$

Отсюда,  $H = 3,2$  м.

Тень от колышка

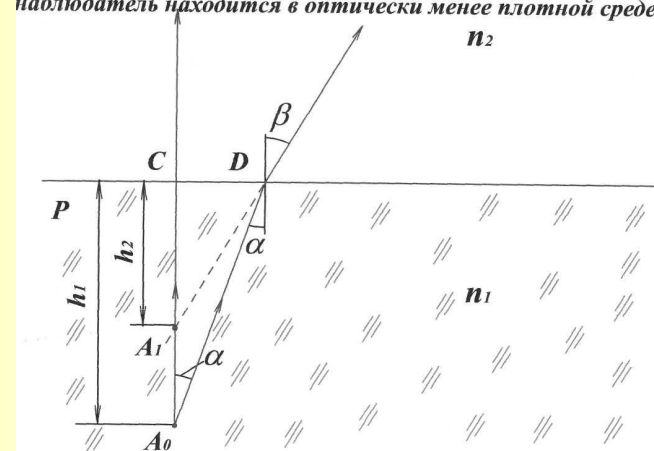




Светящуюся точку, находящуюся в среде с показателем преломления  $n_1$ , рассматривают невооруженным глазом из среды с показателем преломления  $n_2$ . Каково будет кажущееся расстояние точки от границы раздела сред, если точка находится от этой границы на расстоянии  $h_1$ , а глаз расположен так, что в него попадают лучи, падающие на границу раздела под небольшими углами? Наблюдатель находится в оптически менее плотной

среде ( $n_1 > n_2$ ).  
 Выберем из пучка лучей, попадающих в глаз наблюдателя, два луча  $AC$  и  $A_0D$ . Первый луч падает перпендикулярно границе раздела сред и идет во вторую среду не преломляясь. Второй луч, переходя во вторую оптически менее плотную среду, отклоняется от своего начального направления. Лучи, вышедшие из точки  $A_0$ , кажутся наблюдателю выходящими из точки  $A_1$ , являющейся мнимым изображением точки

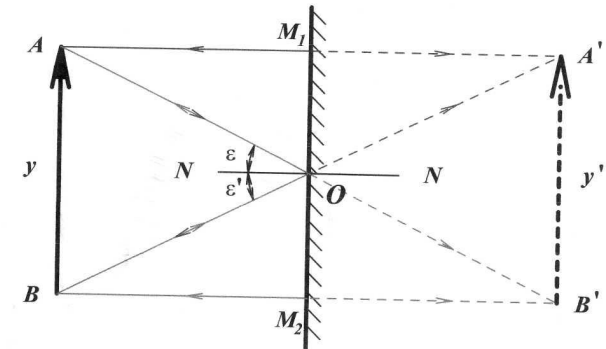
Кажущееся расстояние точки от границы раздела сред: наблюдатель находится в оптически менее плотной среде.



**Построить изображение отрезка - предмета АВ, расположенного перед плоским зеркалом**  
**Решение**

предмета два луча:  $AM_1$ , падающий перпендикулярно к зеркалу, и  $AO$ , образующий с нормалью  $NN$  угол  $\epsilon$ . При этом точку  $O$  выберем так, чтобы  $M_1O = M_1M_2/2 = AB/2$ . После отражения от зеркала луч  $AM_1$  пойдет в обратном направлении  $M_1A$ , а луч  $AO$  отразится под углом  $\epsilon'$  и пройдет через точку  $B$ . Продолжения лучей  $M_1A$  и  $OB$  пересекутся в точке  $A'$ . Аналогично получается изображение точки  $B$ . Изображение предмета  $A'B'$  является мнимым (т.к. образовано продолжениями лучей), равным предмету  $AB$ .

Построение изображения предмета в плоском зеркале.



Длинная очень тонкая нить-световод изготовлена из прозрачного материала с показателем преломления  $n$ .

Один из концов нити прижат к источнику рассеянного света  $S$ . Другой конец нити размещен на расстоянии  $L$  от экрана. Найти диаметр  $D$  светового пятна на экране. Считать, что диаметр световода  $d \ll D$ .

## РЕШЕНИЕ

На левый торец световода попадают лучи разного направления, однако пройдут световод только те лучи, которые падают на его боковую поверхность под углом  $f$ , превышающем угол полного отражения. Остальные лучи при каждом отражении будут терять энергию вследствие преломления и до конца световода не дойдут. На экране будет наблюдаться круглое освещенное пятно, границы которого определяются лучами, идущими внутри световода под предельным углом полного отражения  $f$  и выходящими из торца световода у боковой поверхности. Эти лучи после преломления покинут световод под углом  $g$  по отношению к торцевой плоскости. Лучи, идущие внутри световода под углом больше  $f$ , при выходе из световода будут иметь угол преломления меньше  $g$ , т.е. они будут создавать освещение экрана внутри пятна.

Закон преломления для лучей, образующих границу пятна, запишется как

$$\sin g = n \sin a.$$

В свою очередь,

$$\sin a = \cos f = (n^2 - 1)^{0,5} / n.$$

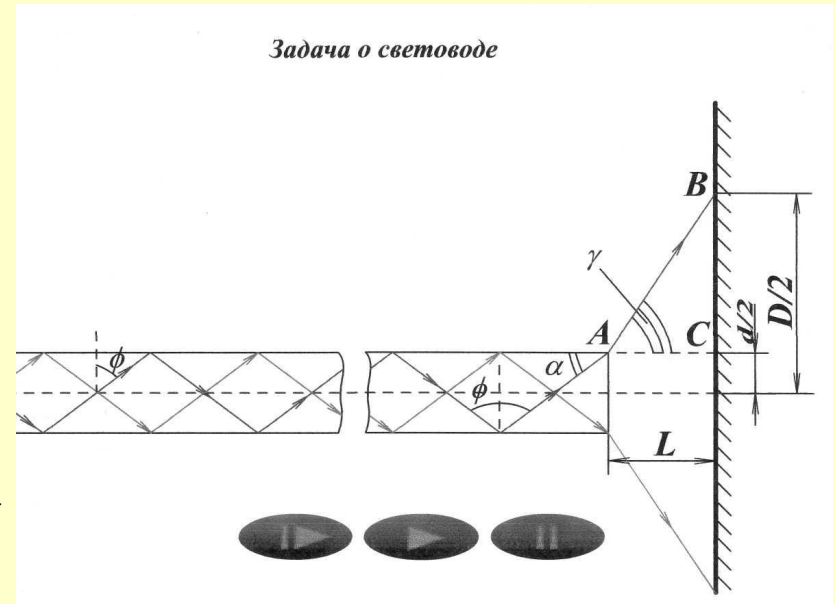
Значит,

$$g = \arcsin (n^2 - 1)^{0,5}.$$

Из треугольника  $ABC$  имеем  $D - d/2 = L \operatorname{tg} g$ .

Но поскольку  $d \ll D$ , то можно записать, что

$$D = 2L \operatorname{tg}(\arcsin (n^2 - 1)^{0,5}).$$





Сколько изображений получается от светящейся точки, находящейся между двумя плоскими

зеркалами, расположенными под углом  $45^\circ$  друг к другу?

Если между зеркалами 1 и 2 поместить светящуюся точку  $A_0$ , выходящие из нее лучи будут попадать на зеркала, многократно отражаться от них расходящимися пучками, давая всякий раз на своем продолжении мнимые изображения.

Для решения можно ограничиться схематическим построением, учитывая то, что мнимое изображение, даваемое одним зеркалом, можно считать предметом для второго.

Рассмотрим пучок лучей, падающих из точки  $A_0$  на зеркало 1. После отражения он идет к зеркалу 2 так, как если бы выходил из точки  $A_1$ , являющейся изображением предмета  $A_0$  в первом зеркале. Кроме отраженного пучка, на второе зеркало падает пучок лучей, выходящих непосредственно из  $A_0$ . Оба эти пучка отражаются так, что на их продолжении получатся точки  $A_2$  и  $A_3$ , которые являются изображением точек  $A_0$  и  $A_1$  в зеркале 2.

Лучи, отраженные от второго зеркала, вновь попадают на первое, отражаются от него, давая изображения  $A_4$  и  $A_5$ , для которых предметами являлись точки  $A_2$  и  $A_3$ . Для наглядности и удобства построений плоскости зеркал на чертеже продолжены за линию их пересечения. Точки  $A_4$  и  $A_5$  можно рассматривать как предмет для второго зеркала. Их изображениями в этом зеркале служат

симметричные точки  $A_6$  и  $A_7$ , находящиеся по другую сторону зеркала 2. Нетрудно заметить, что при расположении зеркал под углом  $45^\circ$  друг к другу полученные изображения будут последними. Отраженные от второго зеркала лучи, на продолжении которых получаются точки  $A_6$  и  $A_7$ , идут таким образом, что при своем отражении дают изображения, совпадающие с ранее

полученными. Всего в зеркалах, установленных под углом  $45^\circ$  друг к другу, получается семь изображений. Точка  $A_0$  и все ее изображения расположены по кругу радиусом  $OA_0$  с центром в точке пересечения зеркал  $O$ . В этом легко убедиться, доказав равенства  $OA_0 = OA_1 = \dots = OA_n$ .

На основании проведенных построений, обобщая полученный результат на случай, когда зеркала поставлены друг к другу под углом  $\alpha$  ( $\alpha$  есть целый делитель 3600), формулу для числа изображений предмета, помещенного между зеркалами, можно записать так:

$$n = 3600 / \alpha - 1$$

Для  $\alpha = 45^\circ$  формула дает:

$$n = 3600 / 45 - 1 = 7$$

При  $\alpha = 180^\circ$ , когда зеркала развернуты и фактически представляют одно зеркало,  $n = 1$ . Если  $\alpha = 0^\circ$

Построение изображений в угловом отражателе

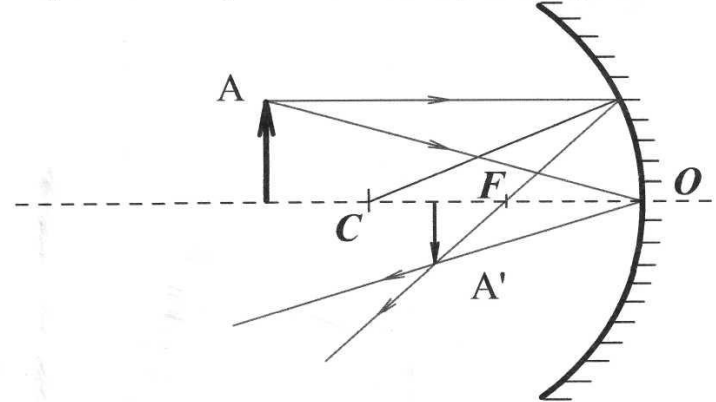


Построить изображение отрезка - предмета АВ, расположенного перед вогнутым зеркалом,  
так что расстояние от предмета до зеркала  $d > 2F$ .

РЕШЕНИЕ

Предмет находится за оптическим центром вогнутого зеркала: изображение действительное, перевернутое, уменьшенное. F - фокус зеркала, С - его оптический центр

*Построение изображения в вогнутом зеркале:  $d > 2F$*



Диаметр отверстия выпуклого сферического зеркала радиусом R равен D. С какого минимального расстояния человек может видеть себя во весь рост, если его рост равен H?

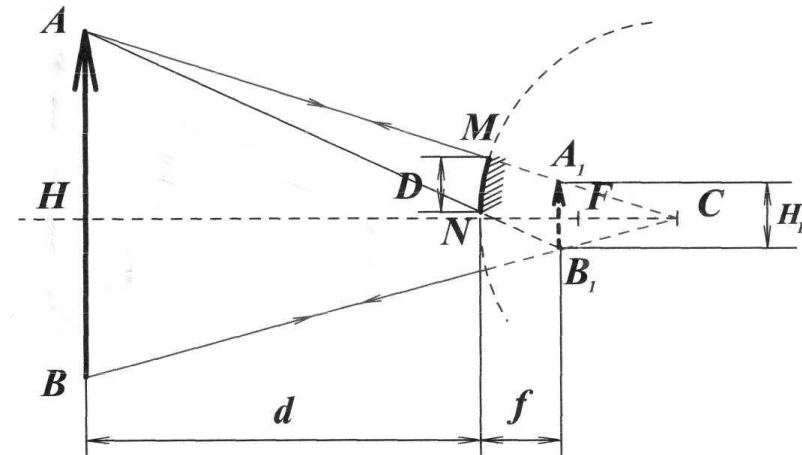
РЕШЕНИЕ

Чтобы в зеркале минимальных размеров было видно изображение предмета АВ, нужно, чтобы в глаз наблюдателя попадали лучи, дающие изображение его концов А1 и В1. Допустим, что человек (предмет АВ высотой H) находится перед выпуклым зеркалом радиусом R и диаметром отверстия D на таком расстоянии d, что из точки А, где находится глаз, он видит себя во весь рост. Тогда мнимое изображение А1В1 человека высотой H1 должно быть расположено от зеркала на таком расстоянии f, чтобы точки А, М, А1 и А, N, В1 лежали на прямых линиях. На построении зеркало настроено, так как любой луч, выходящий из А, после отражения попадает своим продолжением в А1. Можно записать основные уравнения для выпуклого зеркала, учитывая знаки отрезков:

$$-1/F = 1/d - 1/f \text{ и } H_1/H = f/d.$$

Дополнительное уравнение составляем исходя из того, что треугольники AA1B1 и AMN подобны. (Малой кривизной зеркала MN пренебрегаем.) Поскольку высоты в этих треугольниках равны соответственно d и d + f, то  $D/H_1 = d/(d + f)$ . Решая уравнения относительно d, находим  $d = F(H - 2D)/D$

*Маленькое сферическое зеркало*



Полуцилиндрическое зеркало, поперечное сечение которого представляет собой полуокружность, поместили в широкий пучок света, параллельный оптической оси зеркала. Найти наибольший угол между лучами в отраженном от зеркала пучке света (угол расхождения).

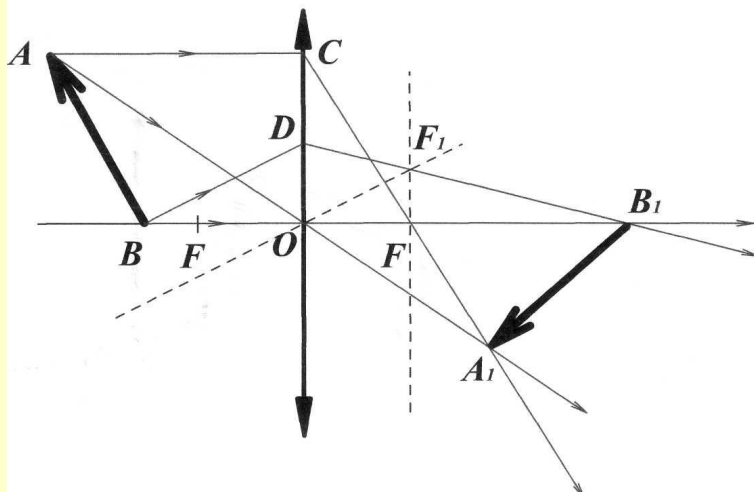
РЕШЕНИЕ

Найдем среди лучей, падающих на зеркало, такой луч EA, который после отражения прошел бы через крайнюю точку B зеркала. По закону отражения  $\angle POAB = \angle POAE = \alpha$  и  $\angle POBA = \angle POAB = \alpha$ , так как треугольник OAB - равнобедренный. Поэтому искомый угол расхождения лучей равен удвоенному углу OCB и равен  $2(90^\circ - \alpha)$ . Проведем отрезок CD, перпендикулярный AO. Тогда  $OC = r/(2 \cos \alpha)$  (причем  $\angle PAOC = \angle PEAO = \alpha$  как накрест лежащие;  $AD = DO = r/2$ ).  $OC/OB = \tan \alpha = 1/(2 \cos \alpha)$ , откуда  $\sin \alpha = 0,5$ ,  $\alpha = 30^\circ$ . Искомый угол  $2(90^\circ - \alpha) = 120^\circ$ .

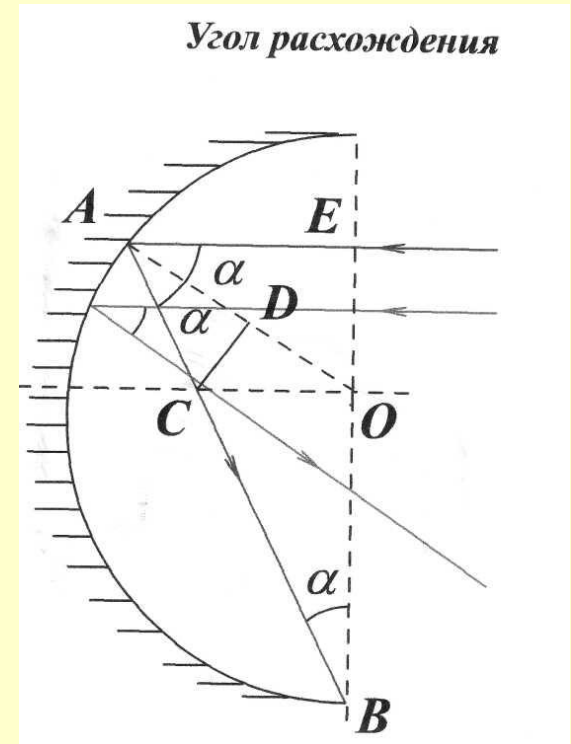
**Построить изображение в собирающей линзе плоского предмета AB, наклоненного к главной оптической оси.**

РЕШЕНИЕ

*Предмет AB расположен под углом к главной оптической оси*



Сначала строим изображение  $A_1$  точки A, взяв два луча, исходящих из этой точки: луч AC, идущий параллельно оптической оси, и луч AO, идущий через оптический центр. После преломления линзой эти лучи пересекаются в точке  $A_1$ , являющейся изображением точки A. Затем строим ход двух исходящих из точки B лучей: BO, идущего вдоль главной оптической оси, и BD, направленного под некоторым углом к ней. Получаем изображение  $A_1B_1$ .



Снизу на линзу направлен узкий параллельный пучок света. Пучок распространяется вдоль главной оптической оси.

Найти расстояние от линзы, на котором соберутся лучи света. Фокусное расстояние линзы в воде равно  $F$ , причем  $F > h$ . Показатель преломления воды равен  $n$ . Считать, что углы между лучами и главной оптической осью малы.

**РЕШЕНИЕ**

Полая двояковогнутая линза находится в оптически более плотной среде, следовательно, линза должна быть собирающей. Параллельный пучок, падающий на нее должен был бы собраться в фокусе  $F$ , но, преломляясь на границе раздела  $AB$ , он попадет в точку  $F'$ . Угол падения равен  $\alpha$ , угол преломления равен  $\beta$ :

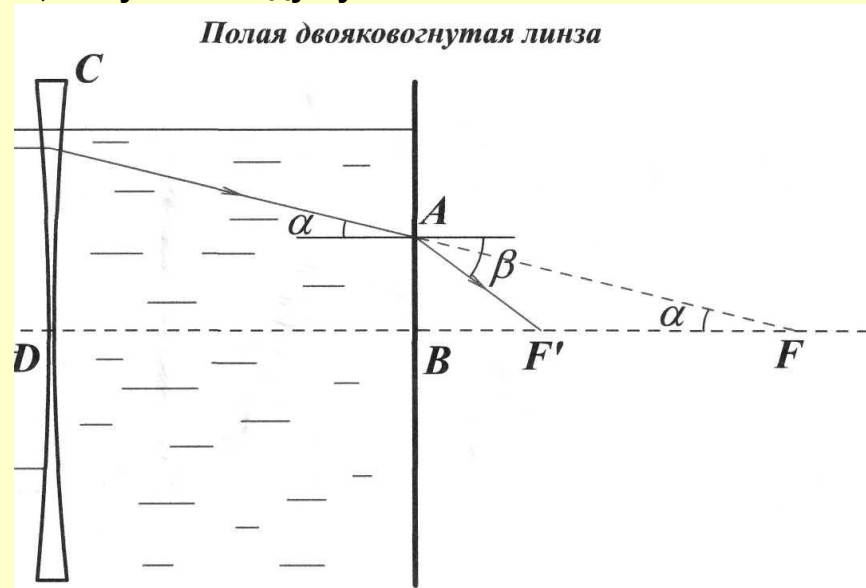
$$\sin \alpha / \sin \beta = 1/n,$$

$$\operatorname{tg} \alpha = AB/BF, \operatorname{tg} \beta = AB/BF',$$

$$BF/BF' = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \beta \approx 1/n,$$

$$BF' = (F - h)/n.$$

Искомое расстояние



При фотографировании удаленного объекта перед фотоаппаратом на тройном фокусном расстоянии объектива

поместили тонкую линейку длины  $2l$ . Плоскость линейки перпендикулярна оптической оси фотоаппарата.

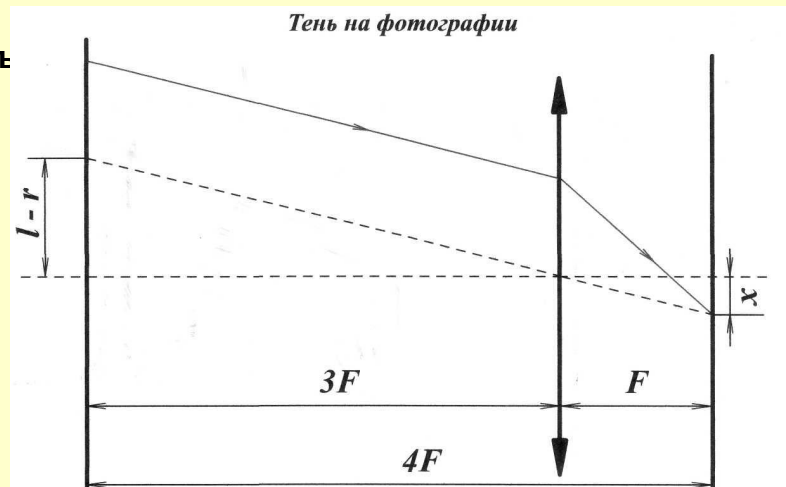
Объектив - тонкая линза диаметра  $2r < 2l$ . Найти длину тени на пленке, т.е. размер области, в которой линейкой

будут затенены все лучи, исходящие от фотографируемого объекта

**РЕШЕНИЕ**

Построим изображения тени, учитывая, что пленка в фотоаппарате расположена в фокальной плоскости. Из построения следует, что

$$x = (l - r)/3.$$



Наблюдатель с нормальным зрением рассматривает Луну в телескоп, объектив и окуляр которого имеют фокусные расстояния, соответственно равные  $F_{об} = 2$  см и  $F_{ок} = 5$  см. На сколько нужно раздвинуть трубу, чтобы получить изображение Луны на экране на расстоянии  $f'_2 = 25$  см от окуляра? Какова будет при этом величина изображения Луны, если невооруженным глазом ее видно под углом  $\alpha = 30^\circ$ ?

### РЕШЕНИЕ

Для построения промежуточного изображения удаленных предметов в зрительных трубах достаточно использовать лишь луч, проходящий через оптический центр объектива, учитывая, что положение в этом случае всегда известно - практически оно лежит в его фокальной плоскости. Промежуточное изображение, даваемое объективом, можно рассматривать как предмет для окуляра, поскольку от этого изображения, например от точки  $A_1$ , лучи идут на вторую линзу расходящимся пучком, как если бы они выходили из действительного источника.

Для проецирования изображения Луны на экран линзу окуляра нужно сместить от промежуточного изображения  $A_1B_1$  так, чтобы оно попало между фокусом и двойным фокусом окуляра. Если резкое изображение  $A_2B_2$  проецируется на экран, отстоящий от линзы  $L_2$  на расстоянии  $f'_2$ , окуляр нужно отодвинуть от объектива настолько, чтобы предмет  $A_1B_1$  находился от линзы  $L_2$  на расстоянии  $d'_2$ , удовлетворяющем уравнению  $1/F_{ок} = 1/d'_2 + 1/f'_2$ .

Как видно из чертежа, окуляр для этого необходимо передвинуть вправо от начального положения на расстояние

$$x = d'_2 - d_2$$

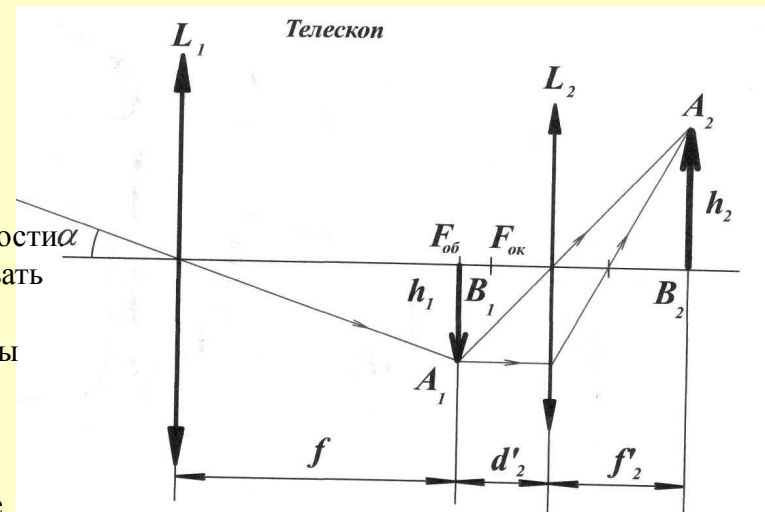
Линейные размеры изображения Луны на экране можно определить из формулы увеличения линзы, зная угол  $\alpha$ , под которым Луну видно невооруженным глазом, и фокусное расстояние объектива  $F_{об}$ :

$$h_2 = h_1 * f'_2 / d'_2$$

Но  $h_1 = F_{об} * \text{tg } \alpha$  (поскольку угол  $\alpha$  очень мал), поэтому можно записать:

$$h_2 @ F_{об} * \alpha * f'_2 / d'_2.$$

Решая уравнения относительно  $d_2$  и  $d'_2$ , получим:  $d_2 = f_2 * F_{ок} / (f_2 + F_{ок})$ ;  $d'_2 = f'_2 * F_{ок} / (f'_2 + F_{ок})$ , откуда  $h_2 = 7$  см.



Зритель с нормальным зрением смотрит через театральный бинокль на сцену, находящуюся от него на значительном расстоянии. Оптическая сила объектива  $1/F_{об} = 5$  дптр, окуляра  $1/F_{ок} = -25$  дптр. На каком расстоянии должны быть расположены объектив и окуляр бинокля, чтобы зритель четко видел сцену?

### РЕШЕНИЕ

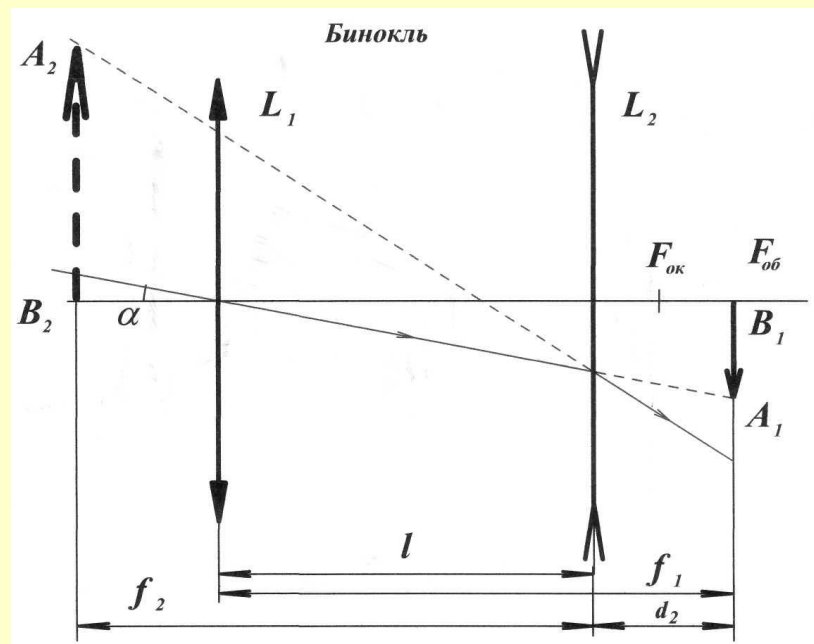
Чтобы зритель с нормальным зрением хорошо видел в театральном бинокле сцену, необходимо, чтобы окончательное изображение предмета получалось на расстоянии наилучшего зрения. Так как сцена находится на очень большом расстоянии от зрителя ( $d_1 \gg F_{об}$ ), то изображение  $A_1B_1$ , даваемое объективом  $L_1$ , получается на ничтожно малом расстоянии от фокальной плоскости линзы ( $f_1 @ F_{об}$ ).

$A_1B_1$  можно рассматривать как мнимый предмет для окуляра, отстоящий от него на расстоянии  $d_2 = F_{об} - l_1$ . После преломления в окуляре лучи, идущие в точку  $A_1$ , пойдут расходящимся пучком и на своем продолжении дадут окончательное мнимое изображение  $A_2$ .

Расстояние  $d_2$ , а следовательно, и расстояние  $l_1$  должны быть при этом подобраны так, чтобы изображение сцены  $A_2B_2$  получалось в окуляре на расстоянии  $f_2 = 25$  см.

Изображение мнимого предмета  $A_1B_1$  в окуляре является мнимым, поэтому формула рассеивающей линзы для этого случая дает  $1/F_{ок} = -1/d_2 - 1/f_2$ ,

откуда  $d_2 = f_2 * F_{ок} / (f_2 - F_{ок}) = 4,76$  см;  $l_1 = F_{об} - d_2 = 15,24$  см.



Оптическая система состоит из двух собирающих линз 1 и 2 с фокусными расстояниями  $F_1 = 10$  см и  $F_2 = 5$  см, находящихся на расстоянии  $L = 35$  см друг от друга. Предмет находится на расстоянии  $d_1 = 25$  см от первой линзы.

Определить, где находится изображение, полученное в результате действия такой системы. Каково же изображение, даваемое такой системой?

## РЕШЕНИЕ

Из формулы линзы находим:

$$f_1 = F_1 d_1 / (d_1 - F_1) = 16,33 \text{ см.}$$

Увеличение, даваемое линзой:

$$k_1 = f_1 / d_1 = 0,66 \text{ или } A_1 B_1 = 0,66 \text{ см.}$$

Из рисунка ясно, что:

$$d_2 = L - f_1 = 18,33 \text{ см.}$$

Согласно формуле линзы:

$$f_2 = F_2 d_2 / (d_2 - F_2) = 6,875 \text{ см,}$$

значит:

$$k_2 = f_2 / d_2 = 0,375,$$

т.е.

$$A_2 B_2 = 0,375 A_1 B_1 = 0,25 AB.$$

Иными словами, увеличение системы

$$k = A_2 B_2 / AB = k_1 k_2 = 0,25.$$

