Тема 2. ***Физические и геологические основы сейсморазведки***

8 часов, лекции № 3 - №6

Лекция №3 и №4

Сейсмические волны в безграничной среде

Общие понятия

Однородное безграничное пространство - это наиболее простая модель среды, облегчающая рассмотрение основных исходных положений теории распространения сейсмических волн. Для практических целей эта модель среды мало пригодна, поскольку в реальной среде всегда присутствуют ***сейсмические границы***.

Сейсмические волны, распространяющиеся в горных породах, представляют собой колебания, возбуждаемые взрывами и невзрывными источниками. Как физические тела горные породы будем рассматривать в виде непрерывной совокупности отдельных частичек - сплошные среды с макроструктурой. В таком случае процессы, происходящие в горных породах, можно описывать ***законами классической механики.***

Напряжения и деформации

Процесс распространения ***упругих (сейсмических) волн*** в геологической среде это передача малых ***деформаций*** и вызвавших их ***напряжений***.

Деформациями (*от лат****.*** «***deformatic***» - *искажение*) называются любые смещения частичек, вызывающие изменение некоторого ***объема*** среды или его ***формы***.

Деформации в зависимости от свойств тела и величины приложенных сил – могут ***упругими*** и ***неупругими***.

.

Если в результате деформаций произошли необратимые изменения первоначальной структуры среды, то среды и происходящие в них деформации называются ***неупругими***. Если среда полностью восстанавливает свою первоначальную структуру, среды и деформации называются ***упругими***.

Реальные геологические среды можно рассматривать в качестве упругих сред только тогда, когда происходящие в них смещения (следовательно, и деформации) ***очень малые***.

Передача малых деформаций и вызвавших их напряжений в средах происходит в виде ***упругих (сейсмических) волн***.

Прежде чем рассматривать образование и распространение сейсмических волн, необходимо хотя бы кратко остановиться на упругих деформациях и напряжениях.

Упругие деформации.

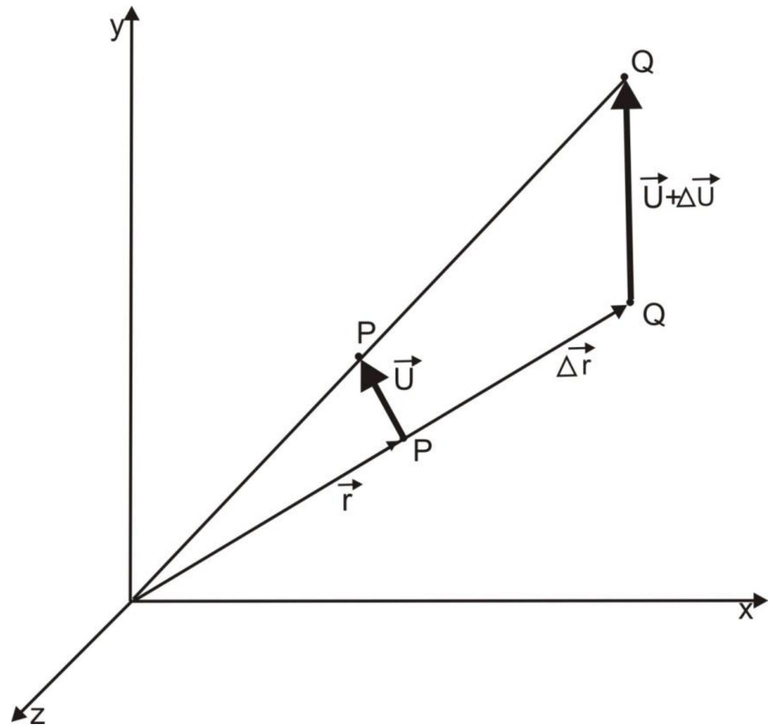


Рис. 2.1. Положение частичек среды в пространстве

При деформации частицы тела смещаются относительно друг друга и исходного положения. Величина и направление перемещений определяются величиной и характером внешних сил и свойствами тела.

Положение частиц тела после деформации можно найти, если известен вектор перемещений *U (x, y, z),* отнесенный к исходному положению частиц.

Величина деформаций зависит от величины и характера внешних напряжений - сил, действующих на единицу площади.

Горные породы ведут себя как упругие тела только при малых деформациях,

Компоненты вектора смещений в точке Q в скалярной форме (разложение Тейлора)

Если смещения очень малые, то можно пренебречь членами, представляющими производные выше первого порядка, и произведениями производных.

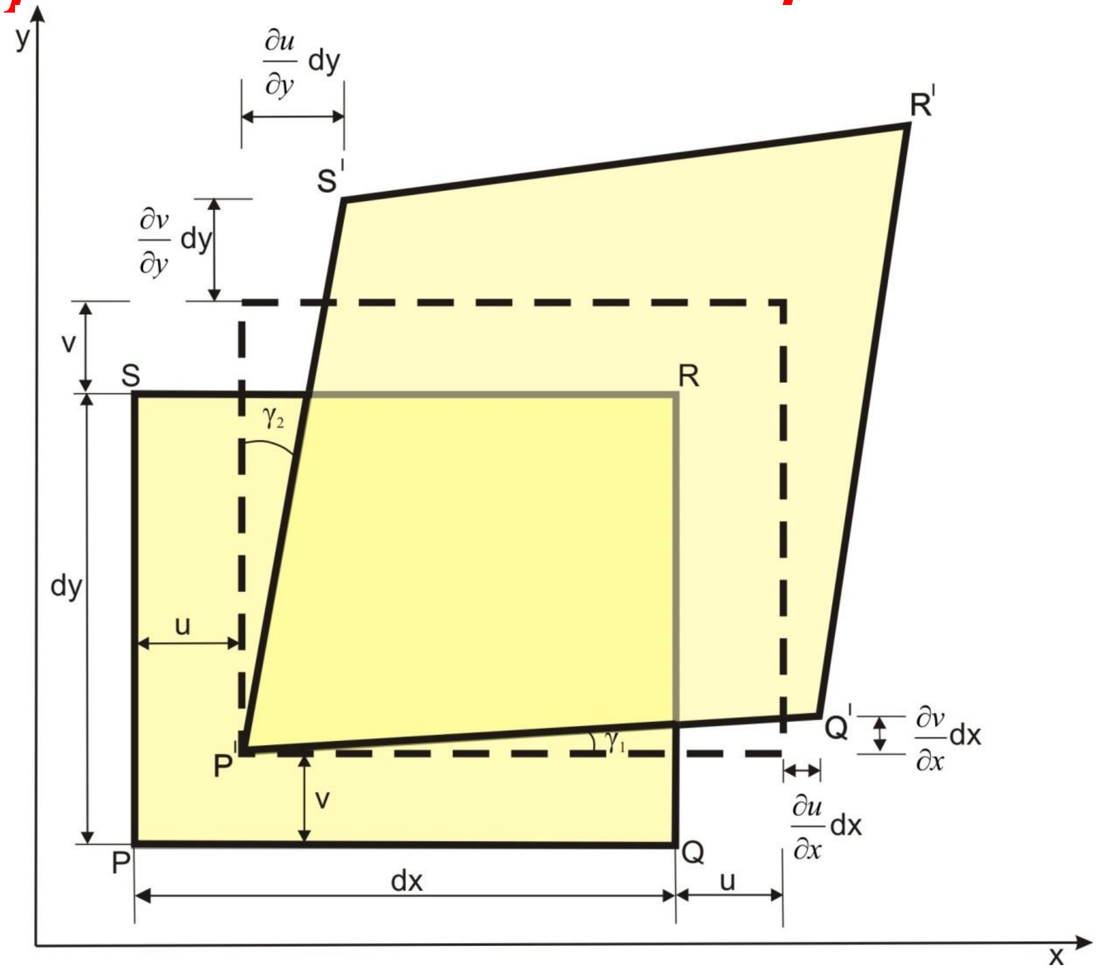
$$f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \ldots$$

$$u + du = u + \frac{\partial u}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial u}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial u}{\partial z}\Delta z,$$

$$v + dv = v + \frac{\partial v}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial v}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial v}{\partial z}\Delta z,$$

$$w + dw = w + \frac{\partial w}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial w}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial w}{\partial z}\Delta z.$$

Рисунок поясняющий смысл 9 входящих в разложение частных производных



После приложения внешних нагрузок малый параллелепипед, мысленно выделенный внутри тела до его деформации, изменит свой объем или форму, или и то, и другое.

При этом изменится длина его ребер, а прежде прямые углы между соответствующими ребрами станут тупыми или острыми.

Количественной мерой деформации являются относительные удлинения ребер малого параллелепипеда и абсолютное изменение углов относительно 90°.

Выводы по анализу рисунка

1. длина отрезка ***PQ*** возрастает на величину ***(∂u/∂x)dx****,* а ***PS*** - на величину ***(∂v/∂y)dy****,* следовательно, ***∂u/∂x*** и ***∂v/∂y*** представляют собой ***относительные приращения длины*** в направлении соответствующих осей;

2. бесконечно малые углы γ_1 и γ_2 равны соответственно ***∂v/∂x*** и ***∂u/∂y****;*

3. прямой угол уменьшается на величину $(\gamma_1 + \gamma_2) = (\partial v/\partial x + \partial u/\partial y)$; прямоугольник как целое поворачивается по часовой стрелке (на нашем рисунке) на угол $(\gamma_1 - \gamma_2) = (\partial v/\partial x - \partial u/\partial y)$

4. деформация определяется как относительное изменение размеров или формы тела;

5. сумма ***∂v/∂x + ∂u/∂y*** представляет собой величину, на которую уменьшается прямой угол в плоскости ***xy****,* когда к телу приложены напряжения, т.е. она является мерой изменения формы тела;

6. величина $1/2(\partial v/\partial x + \partial u/\partial y)$ обозначаемая символом e_{xy} и называется ***сдвиговой деформацией;***

7. разность ***∂v/∂x - ∂u/∂y****,* которая определяет вращение тела около оси не характеризует изменений размеров или формы и, следовательно, не является деформацией.

Нормальные и сдвиговые деформации

Нормальные деформации: $\boldsymbol{e}_{xx} = \dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\boldsymbol{e}_{yy} = \dfrac{\partial v}{\partial y}$, $\boldsymbol{e}_{zz} = \dfrac{\partial w}{\partial z}$

Сдвиговые деформации

$$[illegible] = [illegible] = \frac{1}{2}\left([illegible] + [illegible]\right)$$

$$[illegible] = [illegible] = \frac{1}{2}\left([illegible] + [illegible]\right)$$

$$[illegible] = [illegible] = \frac{1}{2}\left([illegible] + [illegible]\right)$$

Изменение объема в расчете на единичный объем (или относительное изменение объема) называется ***дилатацией*** и обозначается $\boldsymbol{\theta}$.

Если за исходный объем в недеформированной среде взять прямоугольный параллелепипед с ребрами ***dx, dy*** и ***dz***, то в деформированной среде его размеры будут равны:

dx(1+exx), dy(1+eyy) и ***dz(1+ezz).***

Тогда вычисляя предел отношения разности объемов к первоначальному объему при ***dx, dy*** и ***dz*** стремящихся к ***0*** получим:

$$\text{Дилатация} \ \mathbf{-}\ \boldsymbol{\theta} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \boldsymbol{e_{xx}} + \boldsymbol{e_{yy}} + \boldsymbol{e_{zz}} = \boldsymbol{div}\,\overrightarrow{U}$$

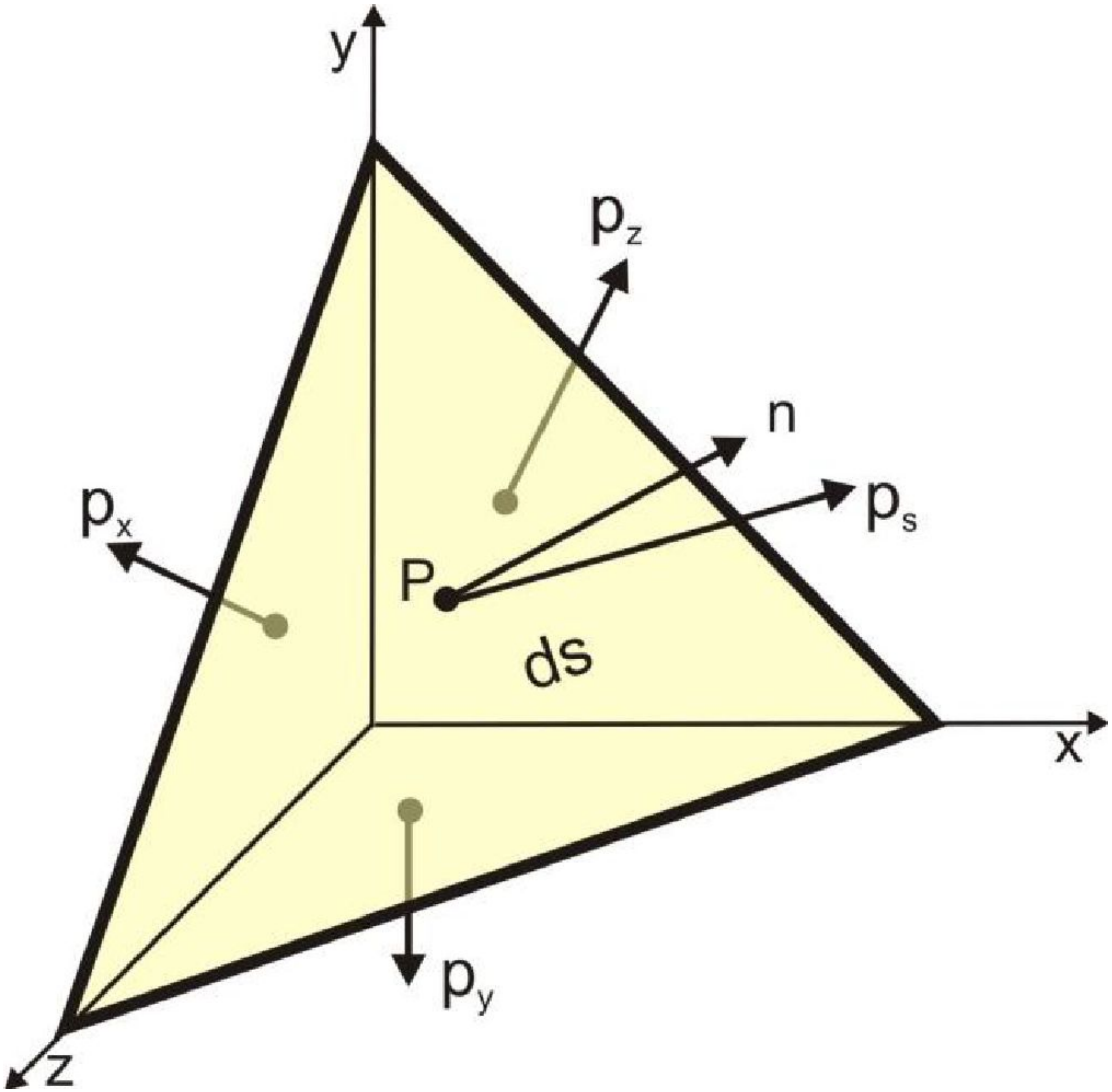
Упругие напряжения

Рассмотрим элементарный объем упругой среды, в котором под действием внешних сил возникли деформации. За элементарный объем примем объем тетраэдра (рис. ниже), построенного так, что площадка в форме треугольника ***Δs***, внутри которого находится точка ***P***, замкнута тремя взаимно перпендикулярными координатными плоскостями ***xOy, xOy, yOz***.

Площадка ***Δs*** выбрана настолько малой, что действующие на ее поверхности силы можно считать постоянными.

Равнодействующую этих сил обозначим ***ΔFs*, **когда ***Δs*** стремится к нулю, предел отношения равнодействующей ***ΔFs*** к площади элементарной площади ***Δs*** стремится к определенной величине, называемой ***напряжением - p_s***.

Напряжения, приложенные к граням бесконечно малого тетраэдра



Компоненты напряжений

Напряжение на элементарной площадке Δs равно

$$\lim_{\Delta s \to \infty} \frac{\Delta F_s}{\Delta s} = \frac{dF_s}{ds} = p_s$$

Аналогично определим напряжения $\boldsymbol{p_x}$, $\boldsymbol{p_y}$, $\boldsymbol{p_z}$ на гранях тетраэдра, ограниченных плоскостями ***yOz***, ***xOz*** и ***xOy*** соответственно. Каждое из этих напряжений можно разложить на три компоненты по соответствующим координатным осям. Девять скалярных величин (компоненты напряжений) полностью определяют напряжение в окрестностях точки ***P*** и составляют ***тензор напряжений***:

тензор напряжений:

$$\begin{Vmatrix} p_{xx} & p_{xy} & p_{xz} \\ p_{yx} & p_{yy} & p_{yz} \\ p_{zx} & p_{zy} & p_{zz} \end{Vmatrix}$$

В матрице первая буква в индексе определяет грань, перпендикулярную соответствующей оси, а вторая - компоненту напряжения.

Компоненты тензора напряжений, у которых буквы в индексе одинаковые ($\boldsymbol{p_{xx}}$, $\boldsymbol{p_{yy}}$, $\boldsymbol{p_{zz}}$), направлены нормально к соответствующим граням и называются ***нормальными напряжениями***.

Остальные шесть его компонент называются ***касательными напряжениями***, при этом они попарно равны $\boldsymbol{p_{yx} = p_{xy}}$, $\boldsymbol{p_{xz} = p_{zx}}$, $\boldsymbol{p_{yz} = p_{zy}}$,

Закон Гука

Чтобы вычислять деформации при известных напряжениях, мы должны знать зависимость между напряжениями и деформациями.

Когда деформации малы, их связь с напряжениями определяется ***законом Гука***, (***Роберт Гук*** фундаментальные работы по теории упругости - 1678 год.) согласно которому данная деформация прямо пропорциональна обусловившему ее напряжению $\boldsymbol{p = Ce}$, где $\boldsymbol{C}$ матрица коэффициентов пропорциональности.

В общем случае, каждая из шести компонент напряжений (***p_{xx}*, *p_{yy}*, *p_{zz}*, *p_{xy}*, *p_{yz}*, *p_{xz}***) является линейной функцией шести компонент деформаций (***e_{xx}*, *e_{yy}*, *e_{zz}*, *e_{xy}*, *e_{yz}*, *e_{xz}***). Это соответствует шести уравнениям с шестью упругими модулями в каждом уравнении, т.е. ***36 упругим модулям c_{ij}***, причем независимым из них является ***21*** модуль, поскольку для остальных выполняется условие ***$c_{ij} = c_{ji}$***.

Если в среде существует одна плоскость симметрии, то число модулей уменьшается до ***13***.

При трех взаимно перпендикулярных плоскостях симметрии модель среды характеризуется ***10*** модулями (ортотропная модель).

При наличии одной оси симметрии и постоянстве свойств в перпендикулярной к этой оси плоскости среда характеризуется ***5*** модулями и называется ***поперечно-изотропной*** моделью среды.

Среды с 13, 9 и 5 модулями упругости относятся к ***анизотропным моделям.***

В ***изотропной*** среде, т. е. когда свойства не зависят от направления, упругих модулей всего два и уравнения связи между напряжениями и деформациями имеют вид:

$$\begin{cases} p_{xx} = \lambda\theta + 2\mu e_{xx} \\ p_{yy} = \lambda\theta + 2\mu e_{yy} \\ p_{zz} = \lambda\theta + 2\mu e_{zz} \end{cases} \qquad \begin{cases} p_{xy} = \mu e_{xy} \\ p_{xz} = \mu e_{xz} \\ p_{yz} = \mu e_{yz} \end{cases}$$

В приведенном уравнении $\boldsymbol{\theta}$ – дилатация.
Коэффициенты $\boldsymbol{\lambda}$ и $\boldsymbol{\mu}$ – ***модули (коэффициенты упругости) Ламе***.

Упругие константы (модули)

Модули Ламе быть выражены через два других широко

используемых ***модуля***

модуль Юнга E

и ***коэффициент Пуассона σ.***

$$\lambda = \frac{\sigma E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\sigma)}$$

Модулем Юнга E называется коэффициент, который характеризует сопротивление горной породы растяжению или сжатию, например, $\boldsymbol{E = p_{xx}/e_{xx}}$, где $\boldsymbol{p_{xx}}$ - нормальное напряжение, возникающее при растяжении (сжатии); $\boldsymbol{e_{xx}}$ - относительное растяжение (сжатие) по оси *x,* вызванное этим напряжением.

Коэффициент Пуассона равен отношению относительного сжатия к относительному растяжению, например, $\boldsymbol{\sigma = e_{yy}/e_{xx}}$ где $\boldsymbol{e_{xx}}$ - относительное растяжение по оси *x;* e_{yy} - относительное сжатие по оси *y.*

Модуль сдвига μ характеризует сопротивление горной породы изменению формы при деформации, например, $\boldsymbol{\mu = p_{xy}/e_{xy}}$, где $\boldsymbol{p_{xy}}$ - касательное напряжение, направленное вдоль оси *y;* $\mathbf{e_{xy}}$ угол сдвига грани параллелепипеда относительно оси *x*.

Модуль Юнга ***E*** для осадочных пород составляет (0,03 - 9) 10^{-10} н/м^2, для кристаллических пород - (3 - 16)10^{-10} н/м^2; коэффициент Пуассона ***σ*** для осадочных пород равен 0,18 - 0,50, для кристаллических пород 0,19 - 0,38; модуль сдвига ***μ*** составляет примерно половину модуля Юнга.

Упругие волны в изотропных средах

Волны и вызывающие их волновые процессы являются особым видом движения, при котором изменение какой-либо величины или состояния среды передается от одной точки среды к другой с конечной скоростью.

Отличительной особенностью волновых процессов является то, что событие, происходящее в одной точке среды, через некоторое время происходит в другой почти в неизменном виде.

Замечательным свойством волновых процессов является то, что, будучи порождены источником, они начинают существовать автономно, совершенно от него независимо, и протекают и тогда, когда действие источника прекращается. Благодаря этому до нас доходит свет звезды, потухшей миллионы лет тому назад.

Уравнение $p = Ce$ связывающее напряжения и деформации отображает равновесие т.е. статику среды. Если напряжения не уравновешены, то появляются ненулевые производные по пространственным координатам и времени. Среда выводится из статического состояния, что приводит к образованию и распространению упругих волн.

Волны в упругих средах возникают всякий раз, когда на какую-либо, часть тела действует изменяющаяся во времени сила. Деформации и напряжения вблизи источника передаются затем всем частям упругого тела за счет упругих связей между частицами тела.

Передача возмущенного состояния - движения частиц среды - происходит в процессе непрерывного преобразования потенциальной энергии, накапливаемой при деформации, в кинетическую энергию движущихся частиц среды.

Этот процесс имеет односторонний характер — энергия забирается от источника и передается упругому телу, в котором она начинает независимое от источника существование, распространяясь с конечной скоростью во всем объеме этого тела.

Уравнения движения связывают вторую пространственную производную напряжения со второй производной по времени от смещения частиц.

Мы будем изучать эту связь для ***однородной изотропной*** среды.

Волновое уравнение

Распространение упругих (сейсмических) волн описывается линейным дифференциальным ***уравнением динамического равновесия Ламэ:***

$$\frac{\lambda + 2\mu}{\rho} grad\, div \overline{u} + \frac{\mu}{\rho} rot\, rot\, \overline{u} = \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial t^2}$$

где: ***U*** - вектор смещения частиц среды под действием проходящей волны, изменяющийся во времени ***t*** и пространстве ***x, y, z***;

λ и ***μ*** - постоянные Ламэ;

ρ - плотность среды.

Векторное поле смещения частиц среды при упругих колебаниях является суммой двух составляющих – ***потенциальной*** и ***вихревой***. Поэтому существует ***два независимых волновых уравнения***:

$$\nabla^2 \bar{u}_p = \frac{1}{V_p^2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}_p}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \bar{u}_s = \frac{1}{V_s^2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}_s}{\partial t^2}$$

дифференциальный оператор $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$ - лапласиан

Продольные и поперечные волны

В твердой однородной изотропной среде могут независимо распространяться во времени и пространстве два вида упругих возмущений - продольная волна P и поперечная волна S.
(Впервые доказано ***Пуассоном*** в 1828 году, что упругие возмущения в твердых телах могут существовать в виде ***продольных (compressional waves)*** и ***поперечных (shear waves)*** волн, распространяющихся ***независимо*** друг от друга).

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1-\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1}{(1-2\sigma)}}$$

Продольная волна

Вызвана деформациями объема за счет поступательного движения частиц среды в направлении распространения упругих колебаний. Здесь происходят явления локального сжатия и растяжения вещества без изменения прямоугольной формы его элементарных объемов. Поэтому ***P-волну*** называют также волной сжатия (компрессии).

Схематически характер деформации элементов среды при прохождении ***P-волны***, имеющей форму одного периода синусоиды, показан ниже

Продольные волны распространяются со скоростью ***Vp*** определяемой упругими и плотностными свойствами среды.

Поперечная волна

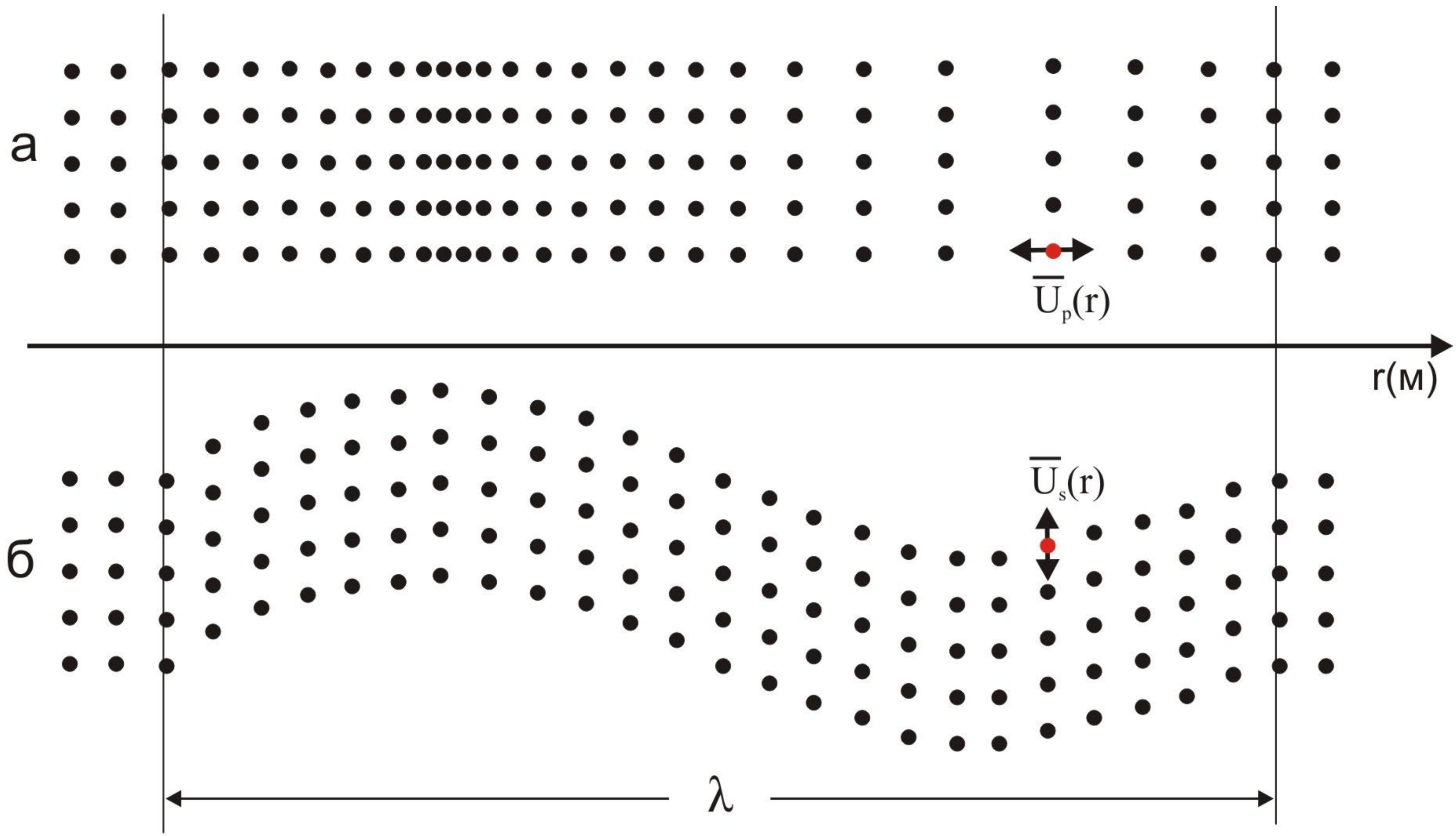
Вызвана деформациями формы, т. е. малыми вращательными движениями (поворотами) частиц среды в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения упругих колебаний.

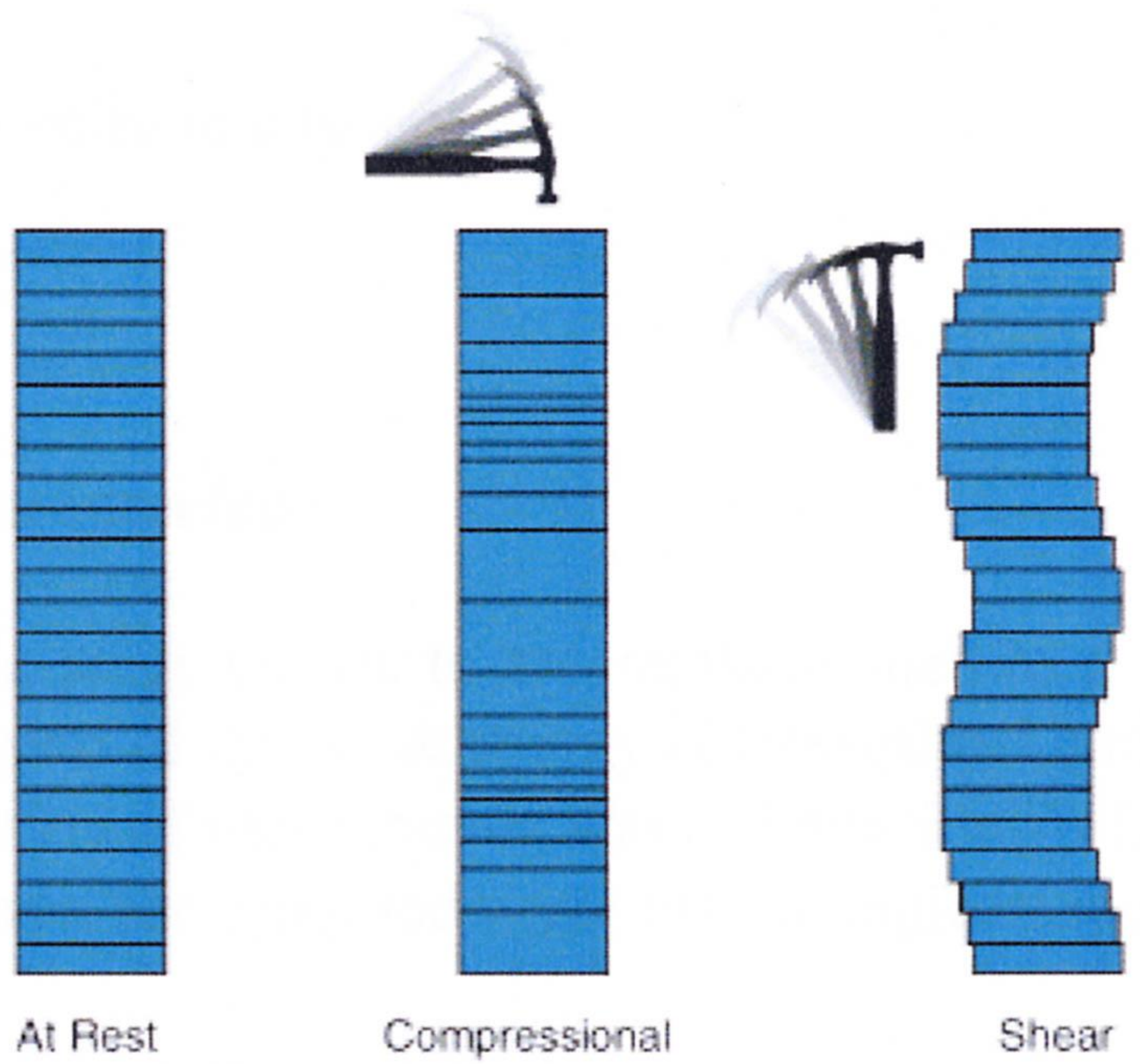
Здесь происходят явления локальной деформации прямоугольных элементов среды без изменения их объемов. Поэтому ***S-волну*** называют также волной сдвига (вращения).

Ниже в плоском сечении схематически показан характер деформации элементов среды при прохождении ***S-волны***, имеющей форму одного периода синусоиды.

Поперечные волны распространяются со скоростью ***Vs***, определяемой упругими и плотностными свойствами среды.

Характер деформаций упругой среды при распространении сейсмической волны: а - продольной P; б - поперечной S




At Rest
Compressional
Shear

Особенности распространения сейсмических волн

1 - Продольная волна всегда распространяется быстрее, чем поперечная в той же среде

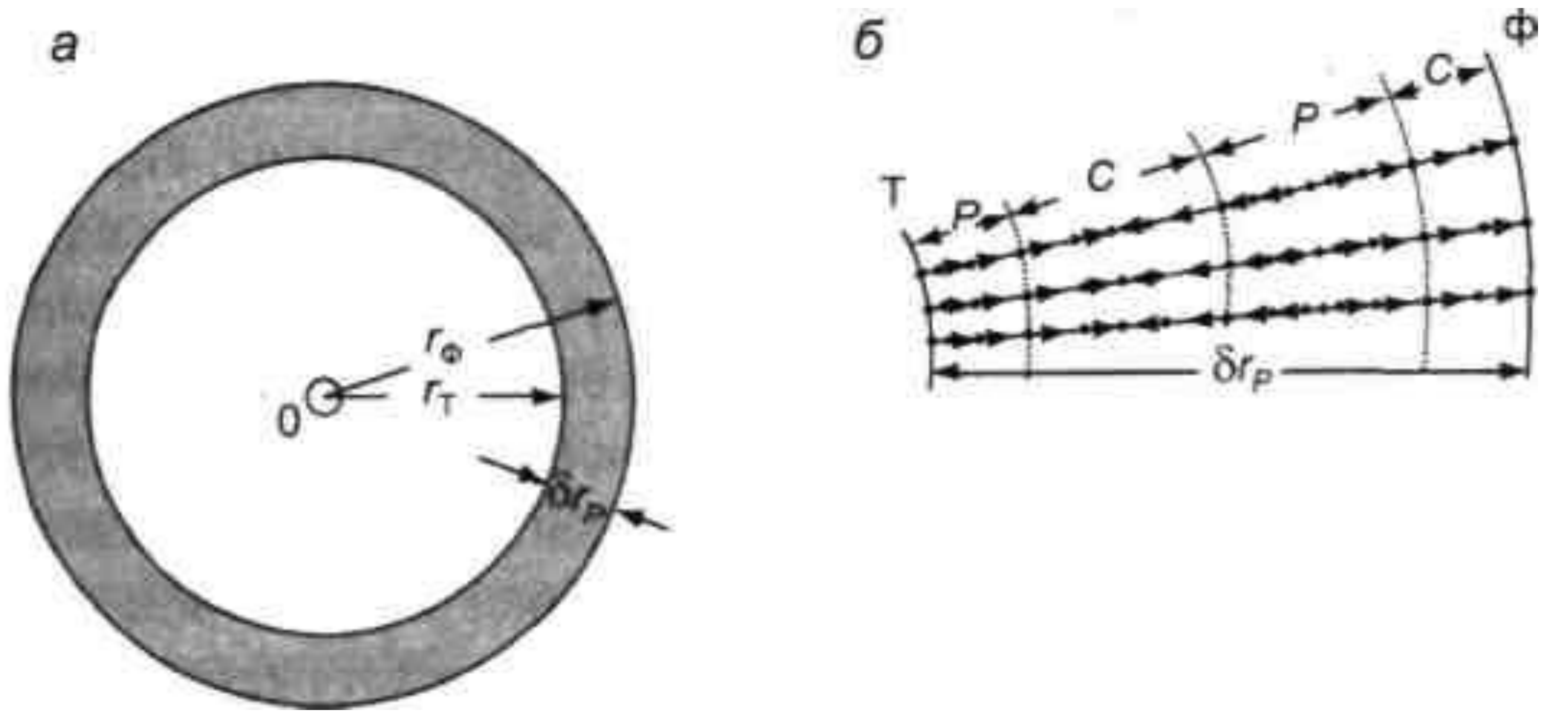
$$\frac{V_p}{V_s} = \sqrt{\frac{2(1-\sigma)}{1-2\sigma}} \geq \sqrt{2} \quad \text{поскольку} \quad \sigma \geq 0.$$

2 - Поперечные волны не распространяются в жидких и газообразных средах

3 - Поперечная волна поляризована
В вертикальной плоскости она называется - ***SV - волной***,
а в горизонтальной - ***SH - волной***.

Сферические продольные волны

Распространение ***сферической продольной волны*** в однородной среде



а – сферический слой; б – характер смещения частиц среды в слое

Импульсный сейсмический источник

Источник начиная с момента времени $t = 0$, излучает в окружающую среду ***сферическую продольную волну P*** длительностью δt_p которая распространяется во все стороны пространства со скоростью V_p.

В любой момент времени $t > \delta t_p$ область существования волны имеет форму сферического слоя постоянной толщины - $\delta r_p = V_p \delta t_p$.

В плоском сечении он изображен выше. Наружная поверхность слоя радиусом $r_Ф = V_p t$ *называется* ***фронтом волны***.

Внутренняя поверхность слоя радиуса $r_T = Vp(t - \delta t)$ *называется* ***тылом волны***.

На удалениях от источника $r > r_Ф$ колебания отсутствуют, поскольку волна туда еще не дошла; на удалениях от источника $r < r_Ф$ колебания отсутствуют, поскольку волна там уже прошла.

Линии, ортогональные поверхностям фронта (тыла) и указывающие направление распространения энергии упругих колебаний, называются ***лучами.*** В данном случае они радиально расходятся из центра источника.

Смещения частиц в изотропной среде при прохождении ***продольной волны*** всегда направлены вдоль лучей, т. е. эта волна является ***линейно поляризованной.***

Идеальный излучатель продольных волн - пульсирующая сфера

Ввиду сферической симметрии источника ***поле смещений $U_p(r, t)$*** в окружающей среде зависит только от расстояния ***r*** точки наблюдения от центра ***0*** сферической полости очага.

В области, называемой ***дальней зоной источника***, где обычно и проводятся сейсморазведочные наблюдения, величина смещения частиц среды описывается простой зависимостью:

$$U_p = a_p(r,t) f(t - \frac{r}{V_p}) \quad = \quad \frac{a_{p0}}{r} f(t - \frac{r}{V_p}),$$

Где ***f(t) -*** *форма колебаний, зависящая от характера действующей в источнике силы, размеров очага и упругих свойств среды;*

$a_p(r, t)$ - *амплитуда колебаний;*

$a_{p0} = c_p R/\gamma_p$ *- исходная амплитуда колебаний. Она пропорциональна, с некоторым коэффициентом* ***c_P****, радиусу очага* ***R*** *и обратно пропорциональна* ***акустической жесткости среды γ_p, - произведению плотности среды на скорость*** *волны в ней:*

$$\gamma_P = V_p \rho_p.$$

Геометрическое расхождение фронта волны

Амплитуда сейсмических колебаний убывает по мере удаления от источника, хотя в ***абсолютно упругой среде*** отсутствуют потери упругой энергии. Это явление объясняется ***геометрическим расхождением фронта волны*** в процессе ее распространения.

При отсутствие потерь, полная энергия ***E*** возбужденных источником колебаний остается неизменной.

В процессе распространения волны, ***плотность энергии - J(r)*** колебаний в сферическом слое постепенно ***снижается***.

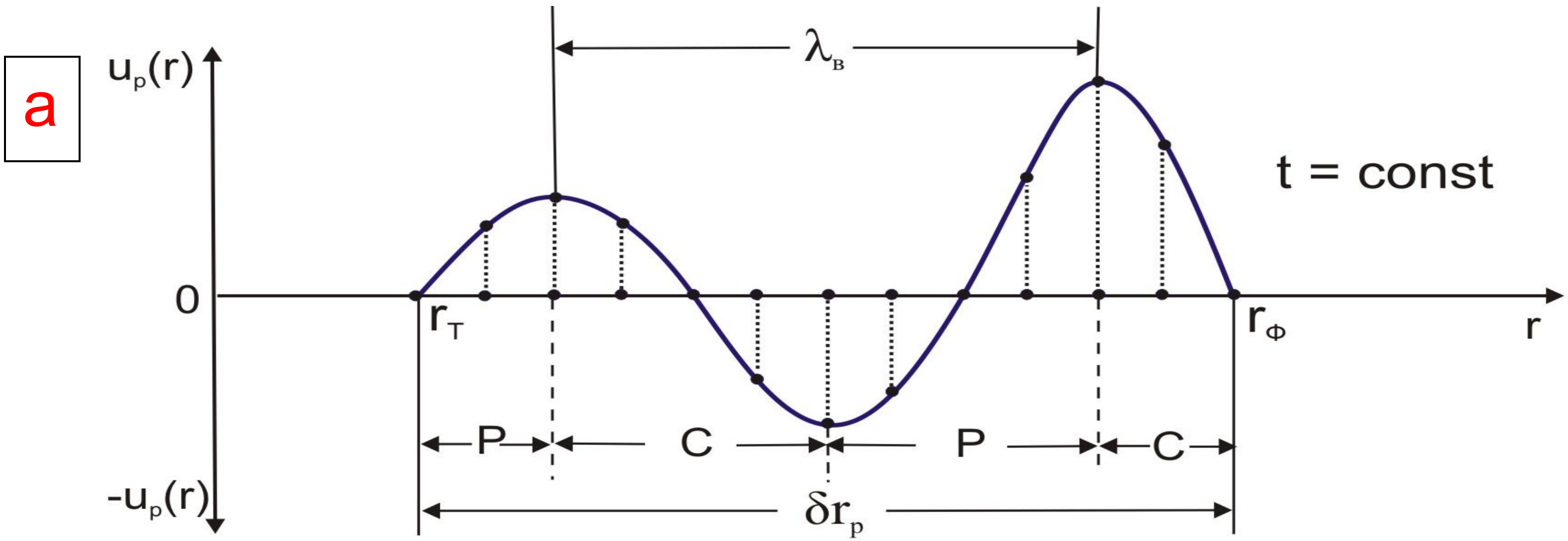
Объем W сферического слоя постоянной толщины dr_p возрастает прямо пропорционально квадрату расстояния – r^2 от источника: $W(r) = 4\pi r^2 \delta r_p$.

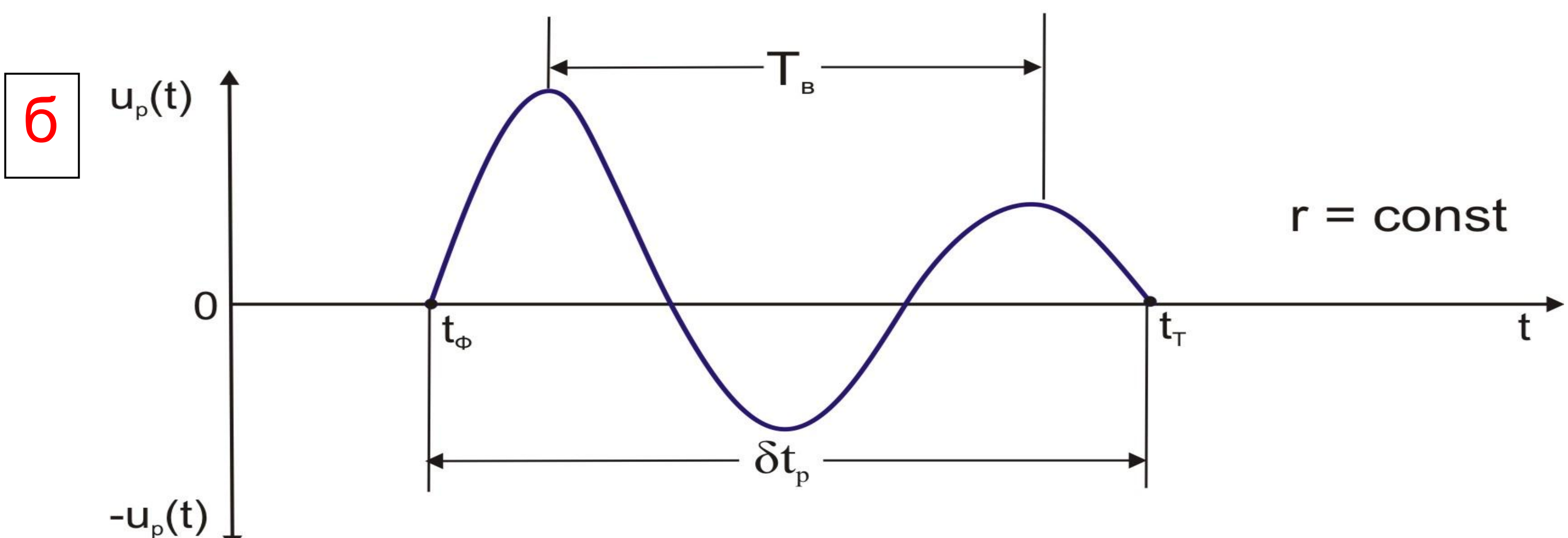
Плотность энергии $J(r) = E/W(r)$ убывает как $1/r^2$

Амплитуда упругих колебаний $a(r)$ уменьшается с расстоянием как $1/r$

Изображение продольной волны:

Волновой процесс изображают в пространстве или во времени с помощью графиков профиля волны (а) или записи волны (б)





Профиль волны – $u_p(r)$

показывает для фиксированного момента времени (t = const) зависимость величины смещения частиц среды от их расстояния до источника

Это - как бы мгновенная фотография волнового процесса (**рис. а**). Расстояние между соседними одноименными экстремумами профиля (максимумами или минимумами) называют ***видимой (преобладающей) длиной волны*** - $\lambda_в$.

Каждый экстремум ***P***-волны служит границей между соседними зонами сжатия и растяжения.

Характерные точки профиля волны (экстремумы, нули) называют ее фазами. Поверхность, проходящая в пространстве через определенную фазу волны, носит название ***изофазовой***.

Множество изофазовых поверхностей образует семейство концентрических сфер различных радиусов, в зависимости от удаления конкретной фазы волны от источника.

Расстояние $\delta p = r_ф - r_m$ есть ***протяженность колебаний***.

Запись волны (трасса) $u_p(t)$

показывает для фиксированной точки (r = const) , зависимость величины ее смещения от времени

Это - развертка во времени колебаний одной частицы среды ***(рис. б)***. Интервал времени между соседними одноименными фазами колебаний (максимумами или минимумами) называют ***видимым (преобладающим) периодом волны - $T_в$***.

Обратная величина $f_в = 1/T_в$ - это ***видимая (преобладающая) частота*** колебаний. Как и для профиля волны, ***характерные точки ее записи (экстремумы, нули) называют фазами волны***.

Момент $t_Ф$ начала колебаний в точке наблюдения является временем вступления (фронта) волны, а момент $t_Т$ - временем прекращения (тыла) колебаний. Интервал времени $\delta t_p = t_T - t_Ф$ есть ***длительность колебаний***.

Определения ***«видимый»*** или ***«преобладающий»***, которые приданы волновым параметрам (длине волны, периоду и частоте) весьма существенны. Эти параметры характеризуют колебательные процессы, не являющиеся истинно периодическими и гармоническими

Плоские волны

Будучи ***математической абстракцией***, это понятие, тем не менее, играет важную роль в теории и практике сейсморазведки. На больших удалениях от любого сферического источника кривизна фронта волны становится незначительной, и его поверхность практически вырождается в плоскость.

В такой ***плоской волне*** амплитуда колебаний не изменяется с расстоянием, поскольку геометрическое расхождение несущественно. Поэтому смещение частиц среды, расположенных вдоль некоторого луча плоской волны, имеющей форму колебаний $f(t)$, описывается соотношением:

$$u(r) = a_0 f\left(t + \frac{r}{v}\right)$$

где a_0 - амплитуда колебаний, v - скорость распространения волны.

Формула справедлива как для продольной ($V = V_P$), так и для поперечной ($V = V_s$) волны.

При этом в ***P*** - волне смещения направлены вдоль луча, а в ***S*** -волне - перпендикулярно к нему.

Если интенсивность и форма колебаний плоской волны неизменны во времени и пространстве, то она называется ***плоской однородной волной*** и представляет собой самую простую модель упругих колебаний.

Основные принципы (постулаты) теории распространения сейсмических волн

Фундаментальной основой теории распространения упругих волн служит интеграл Кирхгофа.

Он определяет поле смещений ***u****(x, y, z)* во внешнем по отношению к источникам однородном пространстве при известном распределении величин смещений и их производных на некоторой замкнутой поверхности ***Q*** окружающей источники:

$$u(x,y,z,t)=\frac{1}{4\pi}\int_Q\left\{[u]\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)-\frac{1}{r}\left[\frac{\partial u}{\partial n}\right]-\frac{1}{vr}\frac{\partial r}{\partial n}\left[\frac{\partial u}{\partial r}\right]\right\}dQ$$

где ***r*** - расстояние от точки наблюдения ***C****(x, y, z)* до точек поверхности ***Q***, по которой ведется интегрирование; ***v*** - скорость упругой волны; ***n*** - направление внутренней нормали к этой поверхности; величины заключенные в квадратные скобки, взяты для опережающих моментов времени ***t' = t – r/v***.

Интеграл Кирхгофа выражает дифракционную природу сейсмического поля: смещение, наблюдаемое в точке ***C***, является суперпозицией множества колебаний, приходящих к ней от всех элементарных источников на поверхности ***Q***. Результативное смещение в точке зависит от распределения на этой поверхности не только самих смещений, но также их ***производных по времени и по нормали к поверхности***. Наложение колебаний, одновременно приходящих в точку ***C***, может происходить в одинаковых или противоположных фазах, соответственно усиливая или ослабляя друг друга.

Принцип Гюйгенса-Френеля

Интеграл Кирхгофа является аналитическим выражением дифракционного ***принципа Гюйгенса-Френеля* - *точки среды, которых достигла сейсмическая волна, становятся элементарными источниками вторичных волн, излучаемых в окружающее пространство.***

Непрерывное развитие этого процесса рассматривается как механизм распространения упругой энергии.

Гюйгенсом была изучена кинематическая сторона данного явления,

Френель дополнил ее оценками динамики волнового процесса.

Принцип Гюйгенса

Используется для определения положения фронта волн в разные моменты времени.

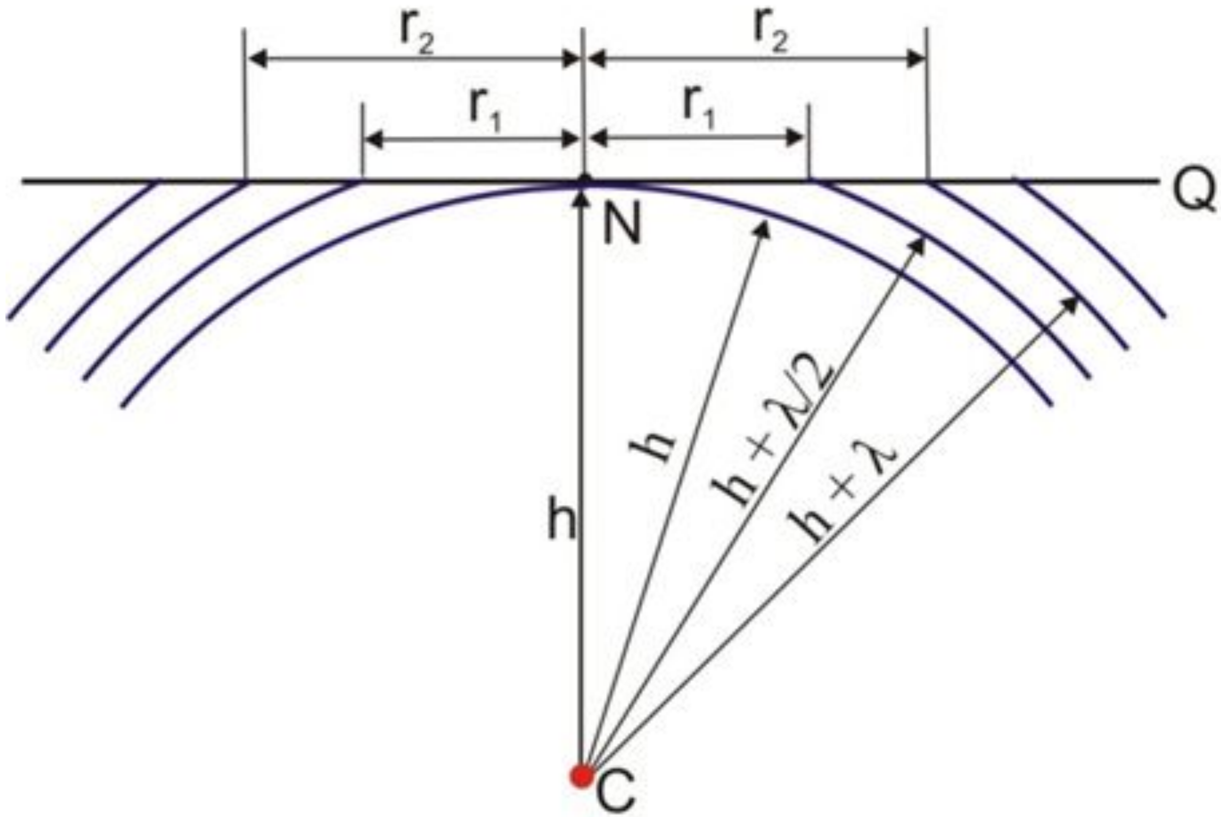
Пусть в момент $\boldsymbol{t_1}$ фронт волны есть поверхность $\boldsymbol{Q_1}$, положение фронта $\boldsymbol{Q_2}$ в последующий момент $\boldsymbol{t_2 = t_1 + \delta t}$ находят, рассматривая точки поверхности $\boldsymbol{Q_1}$ как элементарные вторичные источники колебаний, начинающие измучить в момент $\boldsymbol{t_1}$.

К моменту $\boldsymbol{t_2}$ вторичные волны будут иметь сферические фронты радиусом $\boldsymbol{\delta r = \delta t * v}$.

Огибающая их поверхность - $\boldsymbol{Q_2}$, расположенная от источников дальше, чем исходная, определит положение фронта волны в последующий момент $\boldsymbol{t_2}$.

Другая огибающая поверхность - $\boldsymbol{Q_0}$, находящаяся ближе к источникам, показывает положение фронта в предыдущий момент времени.

Зоны Френеля - плоские волны



Пусть фазовая поверхность плоской монохроматической волны длиной λ в некоторой момент времени совпадает с бесконечной плоскостью Q.

Требуется найти поле в точке C, расположенной на расстоянии h от плоскости Q. Проведем из C сферы радиусами $h + \lambda/2$, $h + \lambda$, $h + 3\lambda/2$, … $h + m\lambda/2$, которые пересекут плоскость Q по концентрическим окружностям с центром в точке N.

Каждая пара соседних окружностей выделяет на плоскости кольцо, называемое ***зоной Френеля***. Круг, включающий точку N называют первой зоной, соседнее с ним кольцо - второй зоной и т. д.

В соответствии с формулой (***интеграл Кирхгофа***) следует произвести суммирование значений функции u и ее производных вдоль поверхности Q, которое можно заменить сложением колебаний, вычисленных для каждой ***зоны Френеля***.

Принятое правило выделения зон приводит к тому, что колебания, возбуждаемые соседними зонами, в точке C имеют противоположные фазы и взаимно компенсируют друг друга. Вследствие этого наблюдаемое в точке C волновое поле можно рассматривать как результат воздействия только элементарных источников, расположенных во ***внутренней половине первой зоны***. При выполнении условия $\lambda \ll h$ радиус ***m-й*** зоны Френеля равен:

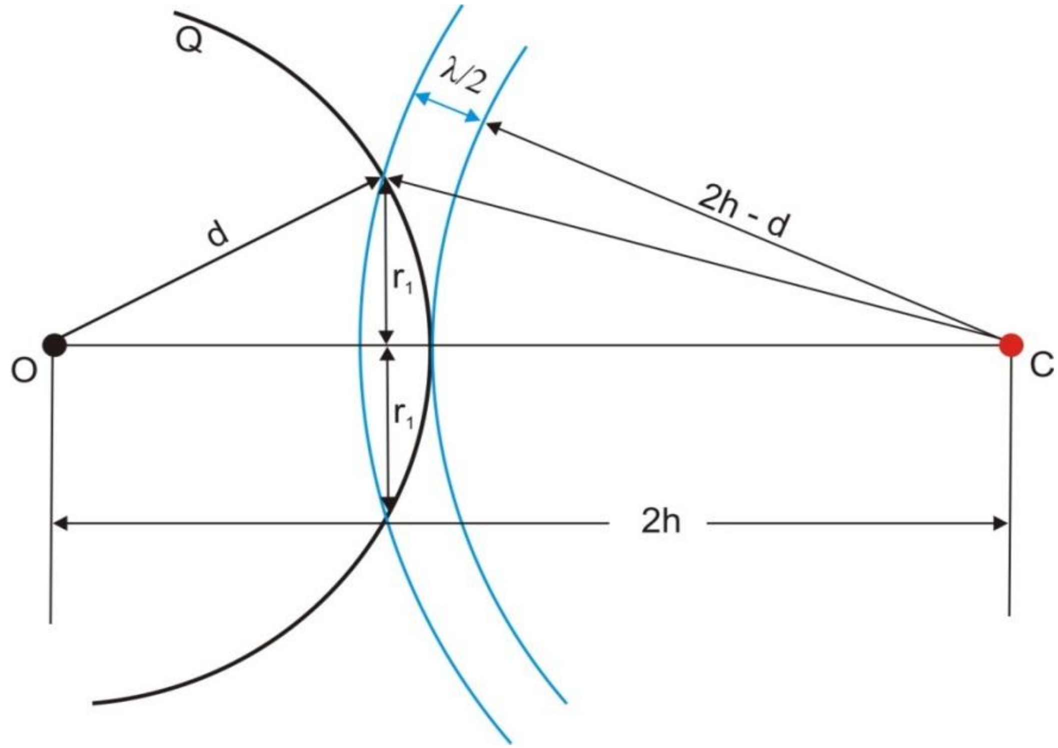
$$r_m = \sqrt{m \cdot h \cdot \lambda}$$

Половину площади первой зоны Френеля ($m = 1$) для плоской волны составляет *эффективная область в форме круга радиуса* $r_{эф}^{пл}$:

$$r_{эф}^{пл} = \sqrt{\frac{1}{2}\lambda h}$$

Смысл формулы таков: упругие колебания, достигающие точки наблюдения, практически определяются той областью волнового поля, которая ранее существовала на уровне плоскости в пределах круга радиуса $r_{эф}^{пл}$.

Зоны Френеля - сферические волны



Радиус ***эффективной области на поверхности фронта сферической волны*** при его удалении от источника на расстояние ***d*** составляет

$$\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{эф}}^{\boldsymbol{сф}} = \frac{1}{2}\sqrt{\lambda\frac{d(2h+d)}{h}}$$

Каждая пара соседних окружностей выделяет на плоскости кольцо, называемое ***зоной Френеля***. Круг, включающий точку ***N*** называют первой зоной, соседнее с ним кольцо - второй зоной и т. д.

В соответствии с формулой (***интеграл Кирхгофа***) следует произвести суммирование значений функции ***u*** и ее производных вдоль поверхности ***Q***, которое можно заменить сложением колебаний, вычисленных для каждой ***зоны Френеля***.

Принятое правило выделения зон приводит к тому, что колебания, возбуждаемые соседними зонами, в точке ***C*** имеют противоположные фазы и взаимно компенсируют друг друга. Вследствие этого наблюдаемое в точке ***C*** волновое поле можно рассматривать как результат воздействия только элементарных источников, расположенных во ***внутренней половине первой зоны***. При выполнении условия $\lambda \ll h$ радиус ***m-й*** зоны Френеля равен:

$$r_m = \sqrt{m \cdot h \cdot \lambda}$$

Половину площади первой зоны Френеля $(m = 1)$ для плоской волны составляет *эффективная область в форме круга радиуса* $\mathbf{r}_{эф}^{пл}$:

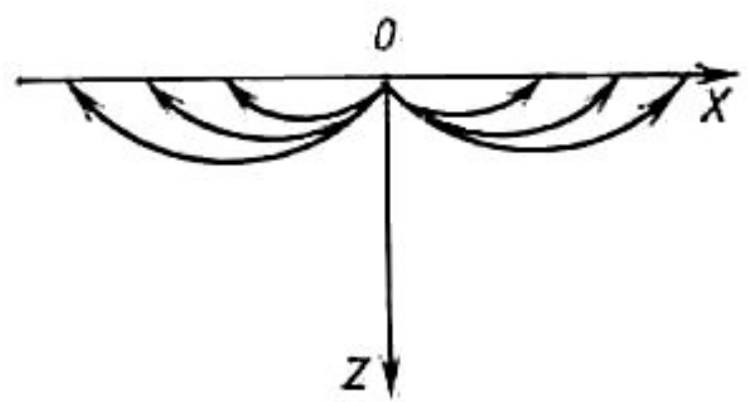
Принцип Ферма

Принцип Ферма в его простейшей форме заключается в том, что ***время пробега волны вдоль луча является наименьшим по сравнению с временем пробега вдоль любого другого пути.***

Форма лучей определяется формой ***изофазовых поверхностей***, поскольку эти элементы волнового поля ортогональны друг другу.

Лучи можно рассматривать как направления, вдоль которых в среде распространяется энергия упругой волны.

Если скорость в среде постоянна, то лучи прямые линии. Если же среда неоднородна, то лучи становятся криволинейными. Явление распространения возмущения по криволинейным траекториям называют ***рефракцией волн***. В сейсморазведке рефракция обеспечивает выход лучей к земной поверхности и тогда, когда источник возбуждения расположен на той же поверхности или вблизи нее, и тем самым создает условия для изучения распределения скорости в толще пород.



Геометрическая сейсмика

Геометрическая сейсмика - метод описания волновых процессов, исходящий из представления, что сейсмическая энергия при распространении волны не выходит за пределы лучевой трубки.

Термин ***Геометрическая сейсмика*** введен по аналогии с ***Геометрической оптикой***, отличия в длинах волн – в ***сейсмике*** это десятки и сотни метров, в ***оптике*** это ***ангстремы*** (*в честь шведского физика и астронома Андерса Ангстрема)* **-** расстояния равные 10^{-10} м

Лучевой способ оценки интенсивности колебаний справедлив и для неоднородных сред при некоторых ограничивающих условиях - ***длина волны λ*** должна быть мала по сравнению с расстояниями, на которых заметно изменяются свойства среды, и по сравнению с радиусом кривизны изофазовых поверхностей.

Асимптотически (при $\lambda \to 0$) волновое уравнение разделяется на два уравнения:

$$grad^2 t = \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)^2$$

$$\ldots^2 \ldots + 2\ldots, \ldots = 0$$

t = t(x, y, z) - время распространения фазовой поверхности волны в направлении луча,

V(x,y,z) - скорость распространения волны в пространстве,

A(x,y,z) - функция распределения изоамплитудных поверхностей волны,

Из первого уравнения можно определить положение фронта полны, т. е. ее кинематические параметры. Это - ***уравнение Гамильтона***, называемое ***уравнением эйконала, уравнением поля времен***, (eicon греч. изображение).

Из второго уравнения можно найти распределение интенсивности волны ***A (x,y,z),*** т. е. ее динамические параметры.