

# **ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

**Князева Анна Георгиевна – д.ф.-м.н.,  
профессор кафедры гнс ИФПМ СО РАН**

# ЛЕКЦИЯ 1

## **Современные высокотемпературные технологии. Источники энергии. Основные характеристики теплообмена. Единицы измерения. Отношение теплообмена к термодинамике. Теплоемкости**

Теория теплообмена или теплопередачи – наука, изучающая процессы переноса тепла в пространстве с неоднородным температурным полем.

Процессы теплообмена возникают между различными телами или отдельными частями одного и того же тела при наличии разности температур

Наука о теплообмене насчитывает уже несколько столетий, но настоящего расцвета она достигла лишь в 20-м веке, найдя широкое применение при решении назревших практических задач техники. Из раздела теоретической физики это учение превратилось в самостоятельную научно-практическую дисциплину

Учение о теплообмене – часть общего учения о теплоте, основы которого были заложены великим русским ученым М.В.Ломоносовым. Целый ряд русских ученых исследовали процессы теплообмена и заложили основы теплопередачи: Г.В.Рихман, Б.Б.Голицин, Терешин С.Я. . Французские ученые Ж.Б.Фурье и С.Д.Пуассон в XIX веке заложили основы математической теории тепла.

Изучением различных вопросов теории теплообмена занимались: Михельсон В.А., Стефан И., Больцман Л., Планк М.

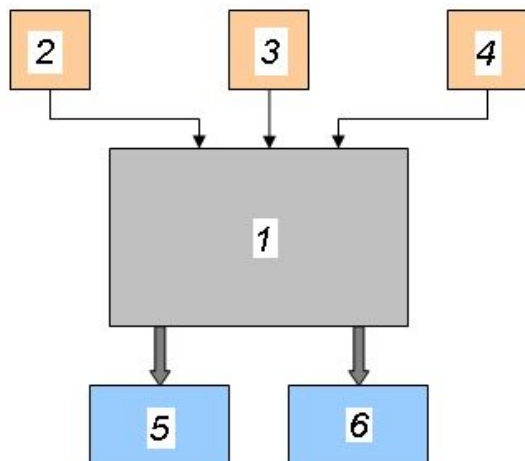
## ПРИМЕРЫ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

- лазерная и электронная технологии (сварка, резка, термическая обработка);
- дуговая сварка; диффузионная пайка; термитная и СВС-сварка;
- плазменные технологии нанесения покрытий и поверхностной обработки;
- ионные технологии;
- кислородная резка;
- совмещенные технологии резки, сварки, наплавки;
- процессы получения тонких пленок и выращивание монокристаллов;
- многие процессы химической и диффузионной обработки поверхностей материалов и др.
- многие технологии получения новых материалов в химической промышленности;
- технологии переработки и сжигания природного топлива;
- различные металлургические процессы.

**Во всех высокотемпературных технологиях** происходит преобразование различных видов энергии в тепловую энергию и (или) ее непосредственное использование для получения, переработки и модификации материалов и их поверхностей

## Особенности высокотемпературных технологий:

- **существенная неравновесность** процессов, связанная с неоднородным распределением температуры и ее изменением во времени;
- **высокие скорости нагрева** и охлаждения различных элементов системы;
- наличие **сложного теплообмена**;
- **существование нескольких различных фаз**; соотношение между которыми изменяется;
- разнообразные **физико-химические явления**, сопутствующие нагреву и охлаждению или лежащие в основе технологии;
- **взаимосвязь** теплофизических и механических **явлений**;
- **изменение свойств в ходе процесса**



Блочная структура технологического процесса. 1 – технологическая камера; 2 – основные энергетические источники; 3 – вспомогательные энергетические источники; 4 – материальные потоки; 5 – готовый продукт; 6. – технологические отходы

# ИСТОЧНИКИ ЭНЕРГИИ I

## Первичные источники энергии

### Невозобновляемые источники энергии

Уголь  
нефть  
природный газ  
сланец  
торф  
ядерное горючее

### Возобновляемые источники энергии

Ветер  
солнце  
водные ресурсы рек  
океаны  
моря  
древесина

## Вторичные источники энергии

Отработанные горючие органические вещества

Городские и промышленные отходы

Горячий отработанный теплоноситель

Отходы сельскохозяйственного производства

## Неисчерпаемые источники энергии

Термальные воды Земли  
вещества и источники термоядерной энергии

# ИСТОЧНИКИ ЭНЕРГИИ II

## Способ передачи тепла

Кондуктивный нагрев  
Конвективный нагрев  
Лучистая энергия

## Механизм преобразования энергии

Теплота трения  
Диссипация кинетической энергии  
Джоулев нагрев  
Диэлектрические потери  
Тепловыделение от химических реакций  
и т.д.

## ИСТОЧНИКИ ЭНЕРГИИ III

Источники тепла, используемые в ВТП, могут быть

**поверхностными** или **объемными**;  
**непрерывными, импульсными и импульсно-периодическими**;  
**сосредоточенными и распределенными**;  
**неподвижными и движущимися**.

**Поверхностные источники:** технологический электронный луч; лазерное излучение различных длин волн, действующее на металлы; потоки плазмы, генерируемые плазмотронами или другими методами; сварочная дуга; световое излучение широкого спектрального диапазона (например, сфокусированное излучение ксеноновых ламп).

Один и тот же источник при разных пространственно-временных масштабах может быть отнесен к разным типам.

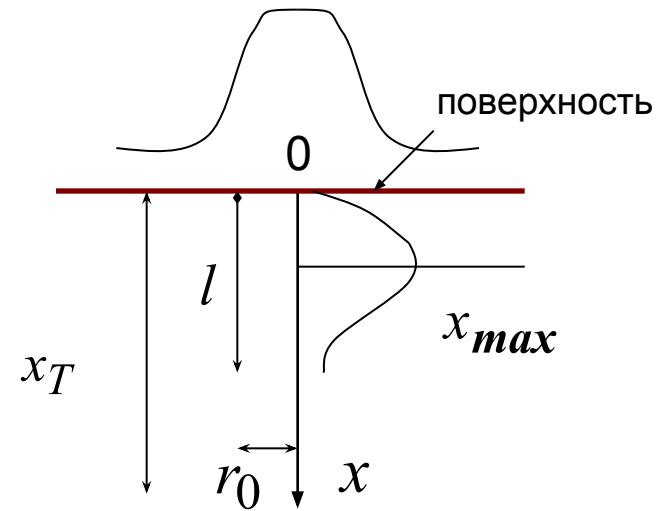
Например, при действии лазерного излучения на некоторые диэлектрики выделение и поглощение энергии происходит не на поверхности, а в объеме вещества. При увеличении мощности электронного луча максимум энерговыделения также смещается в объем материала

Типично для поверхностного источника тепла

$$l \ll x_T$$

$x_T$  — характерный тепловой масштаб

$x_{max}$  — координата максимального тепловыделения



**Традиционные объемные источники теплоты** характеризуются относительно большим временем нагрева до рабочей температуры (от долей секунды до нескольких минут или даже часов). В некоторых ВЧ-плазмотронах выход на рабочий режим может составлять тысячные доли секунды. Мощность объемных источников достигает нескольких сотен киловатт или даже мегаватт, в то же время концентрация энергии обычно невелика по сравнению с так называемыми концентрированными источниками

**Основными областями применения** объемных источников теплоты в ВТП являются плавка металлов, выращивание монокристаллов, получение пленок методом термического испарения в вакууме, химико-термическая обработка материалов и др.



**Пространственно-временные характеристики источников тепла** (распределение энергии по объему или по поверхности, временные параметры) играют существенную роль в ВТП. Наиболее распространенным типом источников являются **гауссовы**, излучение которых распределено по поверхности в соответствии с законом нормального распределения. При разработке ВТП часто ставится задача управления пространственно-временными характеристиками источников для получения оптимального в том или ином смысле ВТП.

Обычно концентрированными источниками энергии называют те, зоны воздействия (пятно нагрева) которых на обрабатываемое тело малы по сравнению с характерными размерами тела.

Из числа концентрированных источников условно выделяют **высококонцентрированные источники энергии (ВКИЭ)**, удельная мощность (плотность мощности) которых на определенном участке превышает  **$10^4$  Вт/см<sup>2</sup>**. К ВКИЭ относят **потоки электронов и ионов**, сфокусированные на поверхности тел, **струи и сгустки** низкотемпературной **плазмы**, генерируемые с помощью специальных устройств – дуговых плазмотронов, взрывных плазменных генераторов, сфокусированное **излучение лазеров** различных типов. Под действием ВКИЭ на участках металлических тел температуру, близкую к температуре плавления, получают за несколько миллисекунд. ВКИЭ могут быть как импульсными (импульсно-периодическими), так и непрерывными. Мощность импульсных ВКИЭ может существенно превышать единицы мегаватт, а непрерывных – достигать мощностей единиц и даже десятков мегаватт.

Источники энергии в современных технологиях :

*Лазерный источник энергии. Лазерные технологии (ЛТ)*

*Поток электронов. Технологический электронный луч (ТЭЛ)*

**Сильноточные пучки заряженных частиц**

*Источники ионов и плазмы. Ионно-плазменные технологии*

**Взаимодействие частиц с веществом**

**Другие виды нагрева**

Наша цель состоит

в изучении теплофизических процессов, происходящих при взаимодействии различных источников энергии с веществом с использованием различных методов

# Роль математического моделирования в разработке современных технологий

Использование технологических процессов такого типа, как лазерная, электронно-лучевая и плазменная технологии приводит к необходимости решать специальные задачи проектирования технологических процессов, составной частью которого является математическое моделирование. Для сложных технологических процессов **математическая модель** является основным инструментом, позволяющим проводить как **предварительные исследования**, так и **оптимизировать разработанную технологию**.

Математическое моделирование в области современных технологий включает

- исследование и разработку физических и математических моделей технологических процессов;
- разработку аналитических и численных методов решения нелинейных теплофизических задач, соответствующих моделям разных технологий;
- получение инженерных соотношений для описания температурных и концентрационных полей в процессах обработки материалов;
- исследование и разработку методов решения обратных задач (в том числе, теплообмена) как средства проектирования технологических процессов;
- изучение сопряженных и связанных задач для получения более полной информации о тепло- и массопереносе в процессах обработки материалов, нахождение условий оптимизации технологических процессов и методов их реализации;
- нахождение условий контроля, управления и регулирования технологических процессов.

**Вычислительный эксперимент (ВЭ)** используется как во время предварительного анализа технологического процесса (при идентификации параметров модели – как составная часть решения обратных задач, при проверке адекватности и при исследовании технологического процесса), так и в ходе синтеза технологических процессов – для проверки и сравнения проектных решений. Это – составная часть математического моделирования.

Решение современных научно-технических задач, отличающихся чрезвычайно сложным математическим описанием, традиционными методами становится затруднительным, а в некоторых случаях вообще невозможным.

### ВЭ имеет и некоторые, присущие только ему, особенности

Во-первых, оказывается возможным проведение «эксперимента» в достаточно широком диапазоне значений параметров процесса и установки без модификации существующих установок или разработки новых. Благодаря этому возможно проведение большой серии экспериментов за сравнительно небольшое время.

Во-вторых, появляется возможность управлять детальностью анализа процесса, что особенно важно при малых размерах области протекания процесса и его малой длительности, характерных для лазерной и плазменной технологий.

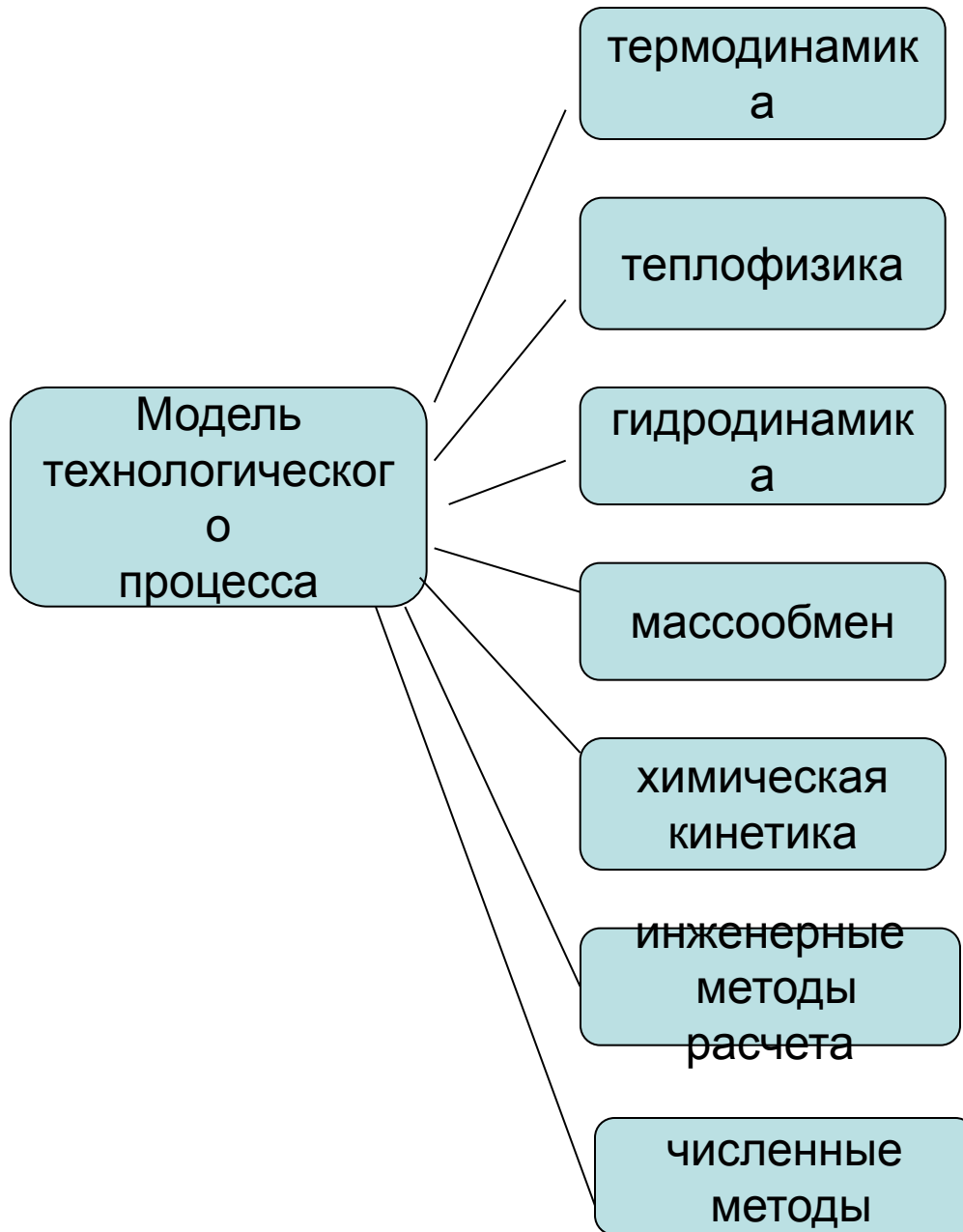
В-третьих, изучаемые физические процессы часто имеют исключительно сложный характер из-за комплексного воздействия разных физических явлений. ВЭ позволяет изучать влияние каждого явления в отдельности.

В-четвертых, в случае зависимости физического процесса от большого числа параметров, влияние каждого из них также можно исследовать в отдельности.

В-пятых, возможно проведение большого числа экспериментов без модификации установки на основе банка моделей физических процессов.

В-шестых, ВЭ позволяет определить причины несоответствия результатов натурального эксперимента теоретическим (аналитическим) прогнозам посредством многократного «проигрывания процесса» для различных условий его проведения.

Таким образом, математическое моделирование, в том числе ВЭ, являются в исключительно целесообразными.



## Количественные характеристики переноса теплоты

Ясно, что определяющую роль в высокотемпературных технологических процессах играют явления, связанные с переносом тепла и массы, поэтому для направленного формирования зон обработки и оптимального управления вводом энергии в вещество необходимо знать их пространственно-временные характеристики

Интенсивность переноса теплоты характеризуется плотностью теплового потока, т.е. количеством теплоты, передаваемой в единицу времени через единичную площадь поверхности. Эта величина измеряется в **Вт/см<sup>2</sup>** или **Дж/(см<sup>2</sup>с)**

$q$

Количество теплоты, передаваемое в единицу времени через произвольную поверхность  $F$ , в теории теплообмена принято называть мощностью теплового потока или просто тепловым потоком. Единицей ее измерения служит **Дж/с** или **Вт**

$Q$

Количество теплоты, передаваемое за произвольный промежуток времени  $\tau$  через произвольную поверхность  $F$  (энергия)

$Q_\tau$

$$q = Q/F = Q_\tau/(F\tau)$$

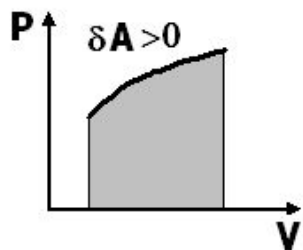
14 (1)

**Работа** определяется произведением действующей силы на путь ее действия. Так работа против сил внешнего давления есть работа расширения

$$\delta A = p \int_F dF dn \quad \text{или} \quad \delta A = pdV, \quad \text{Дж} \quad (3)$$

*теплота и работа – два вида реакции системы на внешнее воздействие*

если  $dV < 0$  - работа совершается над телом



а

тело расширяется



б

тело сжимается

В термодинамике для исследования равновесных процессов широко используют диаграмму, в которой осью абсцисс служит удельный объем. Состояние тела на этой диаграмме изображается точкой

*теплота и работа – энергетические характеристики процессов теплового и механического взаимодействия системы с окружающей средой.*

## Примеры других элементарных работ ТС

Работа расширения:

$$\delta A = pdV;$$

Работа сил поверхностного натяжения

$$\delta A = -\sigma d\Sigma$$

$\sigma$  - поверхностное натяжение

Элементарная работа электрического поля (для диэлектрика)

$$\delta A = -\frac{1}{4\pi} \mathbf{E}d\mathbf{D}$$

$\mathbf{D}$  - вектор электрической индукции

Работа поляризации диэлектрика (без работы возбуждения поля в вакууме)

$$\delta A_p = \delta A - d\left(-\frac{\mathbf{E}^2}{8\pi}\right) = -\mathbf{E}d\mathbf{P}$$

$\mathbf{P}$  - вектор поляризации

Элементарная работа при изменении напряженности магнитного поля

$$\delta A = -\frac{1}{4\pi} \mathbf{H}d\mathbf{B}$$

Работа намагничивания (без работы по намагничиванию вакуума)

$$\delta A_j = \delta A - d\left(-\frac{\mathbf{H}^2}{8\pi}\right) = -\mathbf{H}d\mathbf{J}$$

Элементарная работа деформации единицы объема твердого тела

$$\delta A = -\sum_{i,j}^3 \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$$



## Отношение теплообмена к термодинамике

### Первый закон термодинамики

теплота, сообщаемая системе, идет на приращение ее внутренней энергии и на совершение работы

$$\delta Q_{\tau} = dU + \delta A \quad (2)$$

$dU > 0$  если внутренняя энергия системы возрастает

$\delta A > 0$  если работа совершается самой системой.

Единица измерения всех величин в (2) – Дж.

Это равенство можно переписать для удельных величин (отнесенных к единице массы)

$$\delta q_{\tau} = du + \delta w$$

Здесь все величины измеряются в Дж/кг

Под **внутренней энергией** в термодинамике понимают энергию хаотического движения молекул и атомов, включающую энергию поступательного, вращательного и колебательного движений, как молекулярного, так и внутримолекулярного, а также потенциальную энергию взаимодействия между молекулами. Кинетическая энергия молекул является однозначной функцией температуры; значение потенциальной энергии зависит от среднего расстояния между молекулами, и, следовательно, от занимаемого объема. Поэтому внутренняя энергия есть некоторая однозначная функция состояния

**Джо́уль** (*Joule*; обозначение: **Дж**, **J**) — единица измерения работы и энергии в системе СИ. Джоуль равен работе, совершаемой при перемещении точки приложения силы, равной одному ньютону, на расстояние одного метра в направлении действия силы. В электричестве джоуль обозначает работу электрического тока величиной 1 ампер, совершаемую им при прохождении через сопротивление 1 Ом за 1 секунду

Джоуль был введён на Втором международном конгрессе электриков, проходившем в год смерти Джеймса Джоуля (1889), в абсолютные практические электрические единицы в качестве единицы работы и энергии электрического тока

### В других системах единиц:

1 Дж = кг1 Дж = кг·м1 Дж = кг·м<sup>2</sup>/с  
Дж = кг·м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup> = Н1 Дж = кг·м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup> = Н·м  
= Вт·с.

1 Дж ≈ 6,2415×10<sup>18</sup> эВ.

1 000 000 Дж ≈ 0,277(7) кВт·ч.

1 кВт·ч = 3 600 000 Дж ≈ 859 845  
калории.

1 кВт·с = 1 000 Дж.

1 Дж ≈ 0,238846 калории.

1 калория = 4,1868 Дж

1 термохимическая калория =

4,184 Дж Википедии

### Примеры:

Тепловая энергия, соответствующая  
температуре 1 К: 1,380·10<sup>-23</sup> Дж

Энергия фотона Энергия фотона красного  
видимого света: 2,61·10<sup>-19</sup> Дж

Энергия Ферми Энергия Ферми  
металлического золота: 8,8·10<sup>-19</sup> Дж

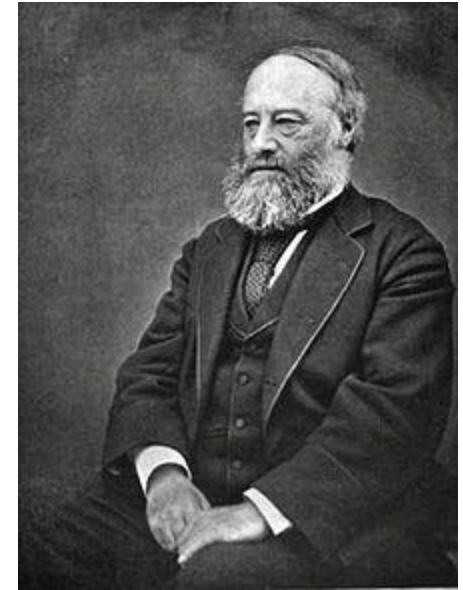
Атомная единица энергии (энергия Хартри)  
: 4.360 · 10<sup>-18</sup> Дж

Энергия, выделяемая при взрыве 1 тонны  
тринитротолуола Энергия, выделяемая при  
взрыве 1 тонны тринитротолуола  
(тротиловый эквивалент): 4,184·10<sup>9</sup> Дж

Энергия, выделенная при атомной  
бомбардировке Хиросимы: около 6·10<sup>13</sup> Дж

# Джеймс Прескотт Джоуль

Первые работы Джеймса Джоуля, относящиеся к [1838](#)—[1840 года](#) Первые работы Джеймса Джоуля, относящиеся к 1838—1840 годам, касаются исследования законов электромагнетизма. Изыскивая лучшие способы измерения электрических токов, Джеймс Джоуль в 1841 году открыл названный его именем закон, дающий зависимость между [силой тока](#) Первые работы Джеймса Джоуля, относящиеся к 1838—1840 годам, касаются исследования законов электромагнетизма. Изыскивая лучшие способы измерения электрических токов, Джеймс Джоуль в 1841 году открыл названный его именем закон, дающий зависимость между силой тока и выделенным этим током в проводнике теплом ([Закон Джоуля — Ленца](#))



24.12.1818 - 11.10.1889

Джоуль изучал природу тепла, и обнаружил её связь с механической работой. [Мощность тепла](#) выделяемого в единице [объёма](#) среды при протекании электрического тока, пропорциональна произведению [плотности](#) [электрического тока](#) на [термодинамическую напряжённость электрического поля](#)

Он работал с лордом Кельвином над абсолютной шкалой температуры, делал наблюдения над магнитострикцией.

## ЭЛЕКТРОНВОЛЬТ

**Электрónво́льт** (сокращённо **эВ** или **eV**) — внесистемная **единица измерения энергии**, широко используемая в атомной и квантовой физике.

Один электронвольт равен энергии, которая необходима для переноса электрона в электростатическом поле между точками с разницей потенциалов 1 В (вольт).

Так как работа при переносе заряда  $q$  равна  $qU$  (где  $U$  — разность потенциалов), а заряд электрона составляет  $-e = \underline{1,602\ 176\ 487(40) \times 10^{-19}} \underline{\text{ Кл}}$ , то

$$1 \text{ эВ} = 1,602\ 176\ 487(40) \times 10^{-19} \underline{\text{ Дж}} = 1,602\ 176\ 487(40) \times 10^{-12} \underline{\text{ эрг}}$$

Как правило, через электронвольт выражается и **масса элементарных частиц** (исходя из эквивалентности массы и энергии,  $E = mc^2$ ).  $1 \text{ эВ}/c^2 = 1,782\ 661\ 758(44) \cdot 10^{-36}$  кг, и напротив,  $1 \text{ кг} = 5,609\ 589\ 12(14) \cdot 10^{35} \text{ эВ}/c^2$ .

**1 атомная единица массы** равна  $931,4 \text{ МэВ}/c^2$

**В температурных единицах** 1 эВ соответствует  $11\ 604,505(20)$  Кельвин

В химии часто используется **молярный эквивалент** электронвольта. Если один **моль** электронов перенесён между точками с разностью потенциалов 1 В, он приобретает (или теряет) энергию  $96\ 485,3383(83)$  Дж, равную произведению 1 эВ на **число Авогадро**. Эта величина численно равна **постоянной Фарадея**

$$\Phi = e \cdot N_A = 96485,3383(83) \text{ Кл/моль}$$

$$N_A = 6,022\ 141\ 79(30) \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

Отношение количества теплоты, полученного телом при бесконечно малом изменении его состояния, к связанному с этим изменению температуры называется полной **теплоемкостью** тела в данном процессе

$$C = \delta Q_{\tau} / dT \quad (4)$$

Обычно величину теплоемкости относят к единице количества вещества и в зависимости от принятой единицы измерения *различают*

1. **удельную массовую теплоемкость**, отнесенную к 1 кг и измеряемую в Дж/(кг.К);  $c$
2. **удельную объемную теплоемкость**, отнесенную к количеству вещества, содержащемуся в 1 м<sup>3</sup> объема при нормальных физических условиях и измеряемую в  $c'$  Дж/(м<sup>3</sup>.К);
3. **удельную мольную теплоемкость**, отнесенную к одному киломолю и  $\mu c$  измеряемую в Дж/(кмоль.К).

$$c = \mu c / \mu; c' = \mu c / 22,4; c' = c \rho \quad (5)$$

22,4 м<sup>3</sup> – объем одного киломоля

Изменение температуры тела при одном и том же количестве сообщаемой теплоты зависит от характера происходящего при этом процесса, поэтому **теплоемкость является функцией процесса**. Это означает, что одно и то же тело в зависимости от процесса (или в зависимости от условий) требует для своего нагревания на 1 градус различного количества теплоты.

**Теплоемкость и есть такое количество тепла, которое в данных условиях требуется для изменения температуры тела на один градус.**

В термодинамических расчетах большое значение имеют  
теплоемкость при постоянном давлении

$$C_p = (\delta Q_\tau / dT)_p \quad (6)$$

и теплоемкость при постоянном объеме

$$C_v = (\delta Q_\tau / dT)_v \quad (7)$$

для удельных величин

$$\delta q_\tau = du + p dv \quad u = u(T, v): \quad du = (\partial u / \partial T)_v dT + (\partial u / \partial v)_T dv \quad (8)$$

$$\longrightarrow \delta q_\tau = (\partial u / \partial T)_v dT + [(\partial u / \partial v)_T + p] dv \quad (9)$$

Для изохорного процесса  $v = const$   $(\delta q_\tau) = (\partial u / \partial T)_v dT$  (10)

$$c_v = (\delta q_\tau / dT)_v = (\partial u / \partial T)_v \quad (11)$$

В изобарном процессе  $p = const$

$$(\delta q_\tau / dT)_p = (\partial u / \partial T)_v + [(\partial u / \partial v)_T + p](dv / dT)_p \quad (12)$$

$$c_p = c_v + [(\partial u / \partial v)_T + p](dv / dT)_p \quad (13)$$

**энтальпия**  $H = U + pV$  или  $h = u + pv$  (измеряется в джоулях или джоулях на кг)

$$dh = du + p dv + v dp \quad \longrightarrow \quad \delta q_\tau = dh - v dp \quad \longrightarrow$$

$$c_p = (\delta q_\tau / dT)_p = (\partial h / \partial T)_p \quad (15)_{22}$$

## Примеры:

<b>вещество</b>	<b>теплоемкость, <math>c_p</math>, Дж/(кг·К)</b>	<b>плотность, <math>\rho</math>, кг/м<sup>3</sup></b>
алюминий	896	2702
вольфрам	134	19300
железо	452	7870
медь	383	8933
никель	446	8900
платина	133	21450
тантал	138	16600
хром	440	7160
цирконий	272	6570
дюралюминий	833	2787
алюминиевая бронза	410	8666
асбест	816	383
бетон	837	500
гранит		2750
дуб	2390	609-801
кирпич магнезитовый		2000
кирпич строительный	837	1700
плексиглас		1180
пробка	1880	150
стекло оконное	800	2800
уголь, антрацит	1260	1370

## МОЛЬ

Моль – количество вещества, которое содержит столько же элементарных структурных единиц, сколько содержится атомов углерода в 12 г. углерода-12.

12 грамм углерода-12 содержат такое же число атомов, что и 1 грамм водорода. Это же справедливо для других веществ при выражении массы в граммах.

Например, 4 грамма гелия и 200 грамм ртути содержат одинаковое число атомов. Это число, равное  $6,022 \cdot 10^{23}$ , называют постоянной Авогадро  $N_A$ . Число  $N_A$  любых структурных единиц (электронов, молекул водорода, атомов алюминия) называем молем.

Массы атомов:  $10^{-24}$  –  $10^{-22}$  грамм. Относительная атомная масса 1) =  
масса одного атома элемента/масса одного атома водорода;  
2) =масса одного атома элемента/(1/12) массы одного атома углерода-12

Различие невелико – для углерода в углеродной шкале имеем отн. а.м. - 12,0000, для водорода – 1,0078.

Аналогично определяется относительная молекулярная масса

$$\text{Количество вещества (число моль)} = \frac{\text{масса}}{\text{молекулярная масса}}$$



**Кельвин** (обозначение: **К**) — единица измерения температуры в СИ, предложена в 1848 году

Один кельвин равен  $1/273,16$  термодинамической температуры тройной точки воды. Начало шкалы (0 К) совпадает с абсолютным нулем. Пересчет в градусы Цельсия:  $^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273,15$  (температура тройной точки воды —  $0,01^{\circ}\text{C}$ ). В 2005 г. определение кельвина было уточнено.

Консультативный комитет по термометрии установил требования к изотопному составу воды при реализации температуры тройной точки воды. Международный комитет мер и весов собирался в **2011** году изменить определение кельвина, чтобы избавиться от трудновоспроизводимых условий тройной точки воды. В новом определении кельвин выражен через секунду и значение постоянной Больцмана

$$k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$$

Единица названа в честь английского физика Уильяма Томсона, которому было пожаловано звание лорд Кельвин Паргский из Айршира. В свою очередь, это звание пошло от реки Кельвин ([River Kelvin](#)), протекающей через территорию университета в Глазго.

До 1968 года кельвин официально именовался *градусом Кельвина*

Один из величайших физиков. Предки Томсона были ирландские фермеры; отец его Джеймс Томсон (1776—1849), известный математик, был с 1814 г. учителем в Belfast Academical Institution, затем с 1832 г. профессор математики в Глазго; известен учебниками по математике, выдержавшими десятки изданий. Уильям Томсон вместе со старшим братом, Джеймсом учились в колледже в Глазго, а затем в St. Peter College в Кембридже, в котором Томсон закончил курс наук в 1845 г.

В 1846 г. **двадцатидвухлетний** Томсон занял кафедру теоретической физики в университете в Глазго. Необыкновенные заслуги Томсона в чистой и прикладной науке были вполне оценены его современниками.

В 1866 г. Томсон возведён в дворянское достоинство, в 1892 г. королева Виктория пожаловала ему пэрство с титулом «барон Кельвин».

Лишь некоторые предметы его работ: термодинамические исследования, приведшие к установлению абсолютной шкалы температур; работы по гидродинамике и теории волн (награждены в 1887 г. премией от эдинбургского королевского общества); работы по термоэлектричеству, приведшие к открытию так наз. «**эффекта**

**Томсона**». Лишь некоторые предметы его работ: термодинамические исследования, приведшие к установлению абсолютной шкалы температур; работы по гидродинамике и теории волн (награждены в 1887 г. премией от эдинбургского королевского общества); работы по термоэлектричеству, приведшие к открытию так наз. «**эффекта**

Не менее замечательна деятельность Томсона в практической деятельности; ему принадлежит **изобретение или улучшение многих инструментов**, вошедших во всеобщее употребление в теории упругости (1862). Лишь некоторые предметы его работ, науке и технике. Томсону Англия обязана блестящим состоянием в высших школах её термодинамические исследования, приведшие к установлению математической физики.

абсолютной шкалы температур; работы по гидродинамике и теории волн (награждены в 1887 г. премией от эдинбургского королевского

## Уильям Томсон (лорд Кельвин)



1824—1907

Материал из Википедии

Уравнения первого закона термодинамики мы можем представить в иной форме

$$\delta q_\tau = du + pdv \quad q = p \frac{dv}{dt} + \frac{du}{dt} \quad \delta q_\tau = dh - vdp \quad q = \frac{dh}{dt} - v \frac{dp}{dt} \quad \longrightarrow \quad (16)$$

$$c_v \frac{dT}{dt} = \left( \frac{du}{dt} \right)_v \quad c_p \frac{dT}{dt} = \left( \frac{dh}{dt} \right)_p \quad (17)$$

Разность  $(c_p - c_v)m\Delta T$  по определению равна работе внешнего давления по изменению объема  $p\Delta V$   
 $m$  - масса сжимаемого вещества в объеме  $\Delta V$

**Второй закон термодинамики** устанавливает существование такой термодинамической функции состояния как энтропия, так что для равновесных процессов

$$\delta Q_\tau = TdS \quad \delta q_\tau = Tds \quad (18)$$

$$T \frac{ds}{dt} = p \frac{dv}{dt} + \frac{du}{dt} \quad T \frac{ds}{dt} = \frac{dh}{dt} - v \frac{dp}{dt} \quad (19)$$

Для необратимых процессов имеем

$$T \frac{ds}{dt} > p \frac{dv}{dt} + \frac{du}{dt} \quad T \frac{ds}{dt} > \frac{dh}{dt} - v \frac{dp}{dt} \quad (20)$$

Второй закон термодинамики может быть сформулирован различными способами. Для необратимых процессов этот закон только устанавливает возможность и направление их протекания

**Третий закон термодинамики**

**Законы классической термодинамики** не могут установить, почему протекают необратимые процессы, почему все реальные процессы – необратимы. Для необратимых процессов энтропия не определяется только как функция состояния.

Для того чтобы определить скорость теплопереноса, мы должны использовать новые физические принципы, а именно ввести законы переноса, которые не являются составной частью классической термодинамики. Это, например, законы теплообмена Фурье, Ньютона, Стефана-Больцмана и др. Но очень важно помнить, что ***описание теплопереноса требует, чтобы новые (дополнительные) физические принципы не противоречили фундаментальным термодинамическим законам***

Обыкновенные ДУ:

$$\frac{du}{dt} = f(u, t)$$

$$\frac{du}{dt} = u \cdot t \quad \frac{du}{dt} = au + bt \quad a \frac{d^2u}{dt^2} + b \frac{du}{dt} + cu = f(t)$$

Уравнения в частных производных:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \varphi(u)$$

$$a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \varphi(u)$$

примеры уравнений из разных разделов физики

## основные уравнения математической физики

волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

уравнение Пуассона

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -f(x, y, z) \quad (3)$$

уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

каждое из уравнение имеет бесчисленное множество решений

При решении конкретной задачи из всего множества решений нужно выбрать то, которое удовлетворяет некоторым дополнительным условиям, вытекающим из ее физического смысла

корректно  
поставленная  
задача

1. решение должно существовать
2. решение должно быть единственным
3. решение должно быть устойчивым

уравнение колебаний струны

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (5)$$

уравнение колебаний мембраны

$$\rho(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = T \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + P(x, y, t) \quad (6)$$

уравнение Лапласа в полярных координатах

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0 \quad (7)$$

телеграфное уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial u}{\partial t} + \beta u \quad (8)$$

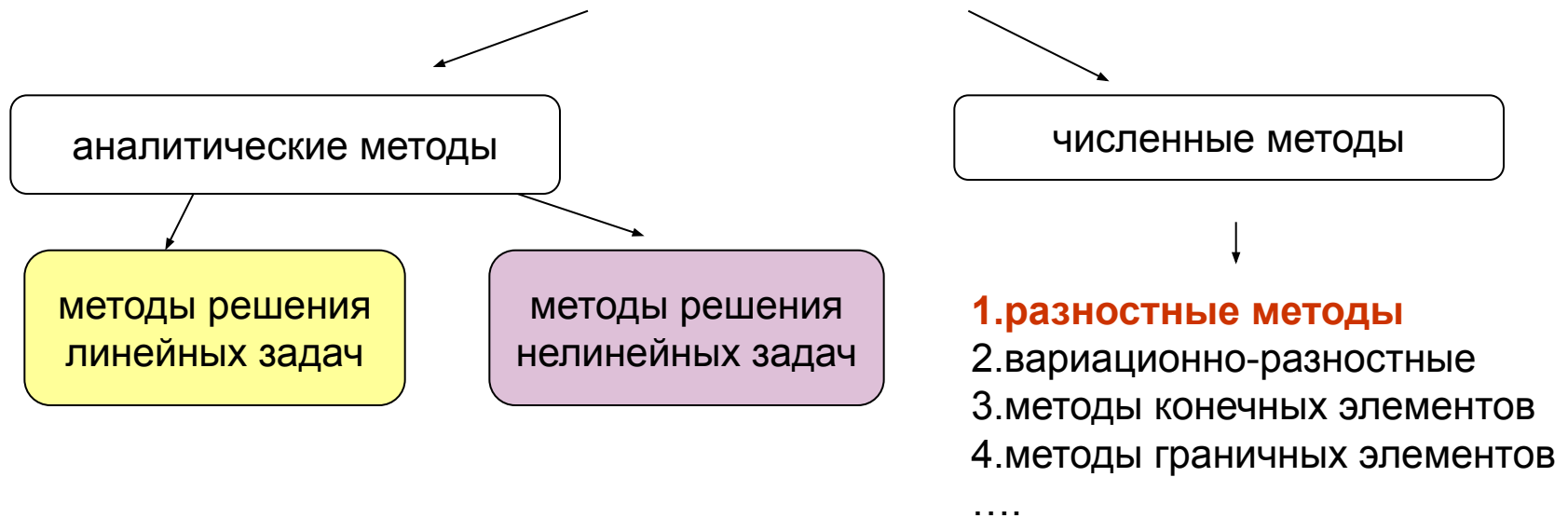
уравнения механики сплошной среды  
+ уравнения Максвелла+  
уравнения кинетики

примеры уравнений смешанного типа

$$y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{уравнение Трикоми} \quad (y > 0 \text{ - эллиптическое}) \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (10)$$

# классификация методов решения задач математической физики



- 1.Метод Фурье
- 2.Метод функций Грина
- 3.Метод тепловых потенциалов
- 4.Методы интегральных преобразований
- 5.Методы разложения по собственным функциям
- 6.Метод интегральных уравнений
- 7.Метод преобразования координат
- 8.Метод преобразования зависимой переменной
- 9.Вариационные методы
- 10.Методы возмущений
- 11.Методы нелинейных интегральных преобразований



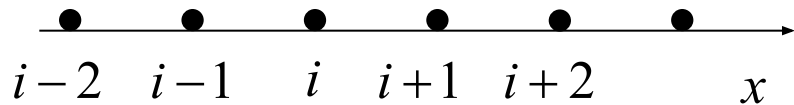
Простейшие уравнения, на примерах решения которых далее будем знакомиться с элементами численных методов:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

# Элементы численных методов решения задач теплопроводности



$$u_i = u(x_i)$$

$$u_{i+1} = u(x_{i+1})$$

.....

Функция  
определена в  
узлах сетки

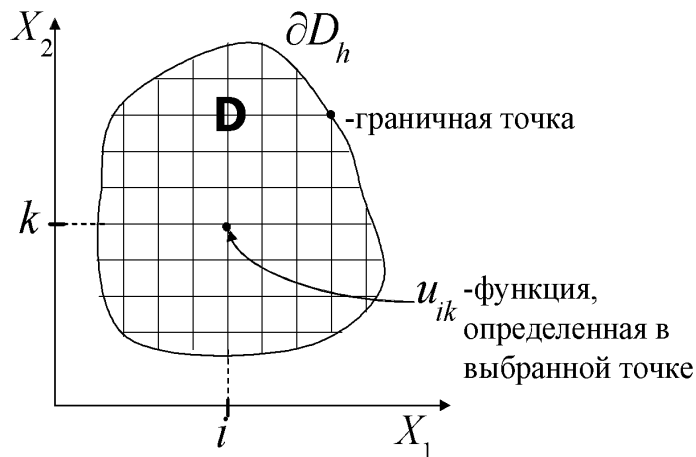
Функции, областью определения которых является сетка, называются **сеточными функциями**

Линейное уравнение относительно сеточной функции назовем **линейным разностным уравнением**

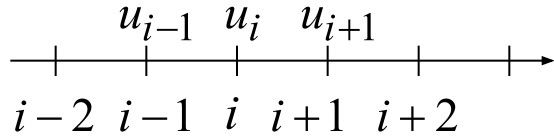
$$a_0(i)u_i + a_1(i)u_{i+1} = f(i) \quad (1)$$

$$a_0(i)u_i + a_1(i)u_{i+1} + a_2(i)u_{i+2} = f(i) \quad (2)$$

.....



# Примеры конечных разностей



(3)  $u_i - u_{i-1} = \nabla u_i$  ←

левая разность

(4)  $u_{i+1} - u_i = \Delta u_i$  ←

правая разность

(5)  $\delta u_i = \frac{1}{2}(\Delta u_i + \nabla u_i) = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2}$

Разности  
второго  
порядка

$\Delta^2 u_i = \Delta(\Delta u_i) = \Delta(u_{i+1} - u_i) = u_{i+2} - 2u_{i+1} + u_i$  (6)

$\Delta \nabla u_i = \Delta(u_i - u_{i-1}) = u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}$  (7)

$\Delta^2 u_i = \Delta \nabla u_{i+1}$

.....  
 $\Delta^m u_i = \Delta(\Delta^{m-1} u_i)$  (8)

Как сеточные функции рассматривают дискретные или разностные аналоги дифференциальных уравнений математической физики

(9)

$Au = f$  в  $\mathbf{D}$   
 $au = g$  на  $\partial\mathbf{D}$

некоторая задача  
математической  
физики

$A^h u^h = f^h$  в  $D_h$  (10)  
 $a^h u^h = g^h$  на  $\partial D_h$

$A, a, A^h, a^h$  - линейные операторы  
 $u^h \in U_h, f^h \in F_h, g^h \in G_h$

ее конечно-  
разностная  
аппроксимация