ЭНЕРГИЯ. РАБОТА. МОЩНОСТЬ

Работа постоянной и переменной силы. Кинетическая энергия.

Понятие энергии является одним из основных понятий физики. С понятием энергии приходится встречаться при рассмотрении ряда технических задач, ибо одной из важнейших проблем техники является получение, передача и использование энергии. В настоящей лекции и последующей за ней будет изложено понятие энергии и показано, как им пользоваться при решении физических задач.

До сих пор мы изучали движение частицы в рамках трех законов динамики Ньютона. При этом для количественного описания движения мы использовали понятие силы. Описание с помощью понятий энергия и импульс является альтернативным описанию движения с помощью силы. Важной особенностью этих величин является то, что они сохраняются. Свойства этих величин сохраняться не только позволяют нам глубже заглянуть в устройство мира, но и дают другой способ решения практических задач.

Законы сохранения энергии и импульса особенно полезны, когда мы имеем дело с системами многих тел, в которых детальное рассмотрение действующих сил представляло бы труднейшую задачу.

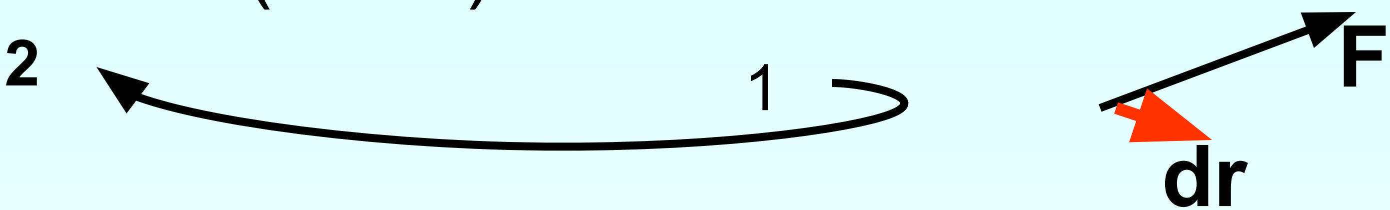
С понятием энергия тесно связано понятие работа. Поскольку эти величины являются скалярными и не имеют направления, во многих случаях с ними проще иметь дело, чем с векторными величинами. Важная роль энергии обусловлена двумя обстоятельствами. Во-первых, это сохраняющаяся величина, а во-вторых, это понятие, которое находит применение не только для изучений механического движения, но и во всех областях физики, и в других науках.

Энергия - универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.

С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную и др. В общих явлениях форма движения материи не изменяется (например, горячее тело нагревает холодное), в других – переходит в иную форму (например, в результате трения механическое движение

Элементарная и полная работа

Элементарной работой dA называют скалярное произведение вектора силы **F**, действующей на тело или частицу и элементарного перемещения **dr,** т.е. dA = **F dr =(F dr)** = F dr cos(F ^dr)



Полной работой А называют интеграл *от точки 1 по криволинейной траектории до точки 2 (под интегралом – векторы)*

$$A_{12} = \int_{1}^{2} F dr$$

Работа и энергия измеряются в СИ в единицах произведения силы на расстояние, т.е. в ньютонах на метр (Н·м);

Эта единица называется джоулем (Дж).

Сила может быть приложена к телу и не совершать при этом работы. Например, если вы держите в руках тяжелую сумку и не двигаетесь, то вы не совершаете работу. Вы устанете, но А=0. Если вы несете бочку с квасом, и идете по горизонтальному пути с постоянной скоростью, то не требуется горизонтальной силы. Вы действуете на бочку с силой, направленной вверх и равной весу бочки. Но эта сила перпендикулярна горизонтальному перемещению и потому работа равна 0. Почему вы устаете? Какая сила производит работу?

ВЫВОДЫ

1) работа обладает свойством аддитивности;

2) если $\pi/2>\alpha>0$, то $\cos\alpha>0$ – работа положительна;

3) если $\alpha=\pi/2$, то работа равна нулю;

4) если $\pi>\alpha>\pi/2$, то работа совершается против действия силы и она отрицательна;

5) «центростремительная» сила (например, сила Лоренца) не совершает работы.

Электрическая лампочка мощностью 100 Вт расходует 100 Дж/с. Произведение мощности на время дает энергию. Широко используется единица энергии киловатт $\cdot$ час (к Вт $\cdot$ ч):

$$1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 10^3 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с} = 3{,}6 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

В России ежедневно потребляется в среднем

$1{,}3 \cdot 10^{13}$ кВт $\cdot$ ч энергии.

Кинетическая энергия

Рассмотрим частицу массой m, на которую действует некоторая сила F. Считаем, что других сил нет. Вычислим работу данной силы при движении частицы (тела) по некоторой траектории от 1 до 2.

По определению **A_{12}=** $$\int_1^2 F dr$$

Заменим значение F = dp/dt и подставим dp(dr/dt) = mdv.v, т.к. dr/dt =v.

В классической механике m=const, т.е. ее можно вынести за знак интеграла.

Этот интеграл равен

$$mV_2^2/2 - mV_1^2/2 = \Delta E_k$$

Из формулы видно, что кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела, т.е. кинетическая энергия есть функция состояния ее движения. При выводе формулы предполагалось, что движение рассматривается в инерциальной системе отсчета, т. к. иначе нельзя было бы использовать законы Ньютона. В разных инерциальных системах отсчета, движущихся относительно друг друга, скорость тела, а, следовательно, и его кинетическая энергия будут неодинаковы. Таким образом, кинетическая энергия зависит от выбора системы отсчета!!! И еще. Работа любой силы ведет к изменению кинетической энергии частицы (тела).

Запишем некоторые *полезные* соотношения

Легко видеть, что dA = dE. Если сила F – результирующая сил F_1, F_2 …. и т.д., то

$$dA = dA_1 + dA_2 + \ldots\ldots + dA_N = dE.$$

Таким образом, видим, что работа любых сил ведет в конечном итоге к изменению кинетической энергии!!!!

Среди этих сил могут быть как консервативные (гравитационные, электростатические, упругие) так и силы трения, т.е. неконсервативные. Их называют диссипативными.

Кинетическая энергия в релятивистском случае

Если масса зависит от скорости, то ее величину нельзя вынести за знак интеграла. Вернемся к прежнему выражению работы

$$A_{12} = \int_1^2 F dr$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

Преобразуем данную формулу (т.е. возведем в квадрат и раскроем скобки)

(1) $m^2 (1-v^2/c^2) = m_0^2$

(2) $c^2m^2 - m^2v^2 = m_0^2c^2$

(3) $c^2m^2 - p^2 = m_0^2c^2$,т.к. $p = mv$

Продифференцируем формулу (3)

(4) $2c^2mdm - 2pdp = 0$. Сократим на 2.

$c^2mdm = pdp$, или $c^2dm = pdp/m$

Напомним, что

$Fdr = mv\,dv = p(dv\,m)/m = (p\,dp)/m$.

Следовательно,

$$A_{12} = \int_1^2 c^2\,dm$$

Получили элементарный интеграл,

который равен $C^2(m_2 – m_1)$. Если частица стартовала с массой m_0 , то индекс 1 заменяем на 0, а m_2 становится текущей, т.е получаем $C^2(m – m_0)$. Величина $C^2 m_0$ называется энергией покоя. Кинетическая энергия равна $\mathbf{E_k} = C^2m - C^2 m_0$.

$\mathbf{E_k} + m_0 C^2 = \mathbf{E}$ **– полная энергия!!!**

Полная энергия равна mC^2

Из формулы $c^2m^2-p^2 = m_0{}^2c^2$ видим, что релятивистский импульс равен

$$p^2 =(c^2m^2 - m_0{}^2c^2),$$

Полная энергия

$$E_п =(m_0{}^2c^4 +p^2c^2)^{1/2}$$

Заметим! Величина $c^2m^2-p^2$ –есть инвариант!!!, т.е. одинакова во всех ИСО!!!

Некоторые полезные соотношения для кинетической энергии Ek (классическая механика)

$$E = \frac{p^2}{2m},$$

$$p^2 = p^2{}_x + p_y{}^2 + p^2{}_z$$

$$\frac{\partial E}{\partial \vec{p}} = \vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

Потенциальная энергия

Взаимосвязь работы и энергии очень широко используется при рассмотрении различных физических процессов. Ранее отметили, что для многих видов сил, *называемых консервативными*, интеграл

$$\int_A^B (\mathbf{F}, d\mathbf{r})$$

не зависит от пути интегрирования между точками А и *B*, а определяется только начальным и конечным положением точек *A* и *B*.

Для сил, обладающих таким свойством, интеграл называют потенциальной энергией и обозначают буквой U:

$$U = -\int (\mathbf{F}, d\mathbf{r})$$

Потенциальную энергию можно представить себе как энергию, запасенную для дальнейшего использования. Во многих случаях при желании ее можно преобразовать в другие полезные формы энергии.

Консервативные силы

Понятие потенциальной энергии применимо лишь для сил определенного типа – консервативных сил. По определению если F – консервативная сила, то (рис.)

$$\int_A^B (\mathbf{F}, d\,\mathbf{r}) = \int_A^B (\mathbf{F}, d\,\mathbf{r}) = \int_A^B (\mathbf{F}, d\,\mathbf{r})$$

Путь 1 Путь 2 Путь 3

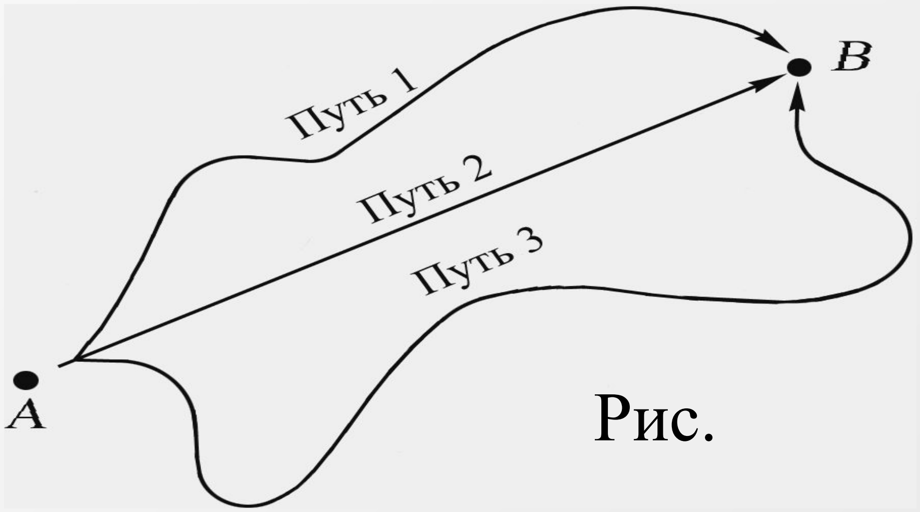


Рис.

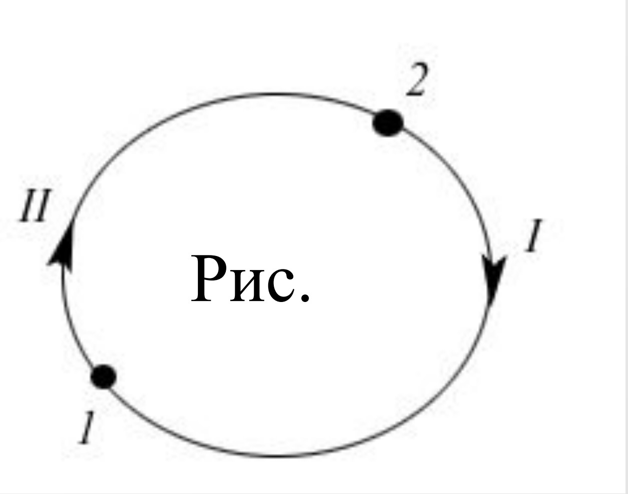


Рис.

Все четыре типа фундаментальных сил, действующих между элементарными частицами, (гравитационные, электромагнитные, ядерные, слабые) консервативные. Примером неконсервативной силы является трение. В этом случае $\mathbf{F}$ и $d\mathbf{r}$ всегда направлены в противоположные стороны и интеграл $\oint(\mathbf{F},d\mathbf{r})$ по замкнутому пути всегда отрицателен (тело непрерывно теряет энергию).

Закон сохранения полной механической энергии

Закон сохранения энергии – один из центральных моментов всей физики и техники. Этот закон налагает строгие ограничения на возможности извлечения энергии и ее преобразования из одной формы в другую.

Закон сохранения энергии запрещает существование вечных двигателей, в которых замкнутая система непрерывно "поставляет" механическую энергию наружу.

Согласно этому закону, сумма кинетической и потенциальной энергий всех тел в любой замкнутой консервативной системе остается постоянной, независимо от типа взаимодействий и столкновений, происходящих между телами в системе.

Консервативность означает, что все силы взаимодействия в системе консервативны и могут быть, следовательно, выражены через потенциальную энергию.

Пусть в системе действуют как консервативные, так и диссипативные силы. Их элементарная работа равна

dA = dAконс +dAдисс = dE.

Элементарная работа консервативных сил равна dAконс = - dU. Таким образом получаем **dAдисс = dE +**dU**.** Но если в системе нет диссипативных сил, то

dE +dU = 0 или (**E +**U) = const

ЭТО и есть закон сохранения механической энергии

Закон сохранения энергии для системы *n* материальных точек в поле консервативных сил

$$E = \sum_{j=1}^{n} \frac{m_j \mathrm{v}_j^2}{2} + U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 ..., \mathbf{r}_n) = \mathrm{const}$$

5.6. Применение законов сохранения

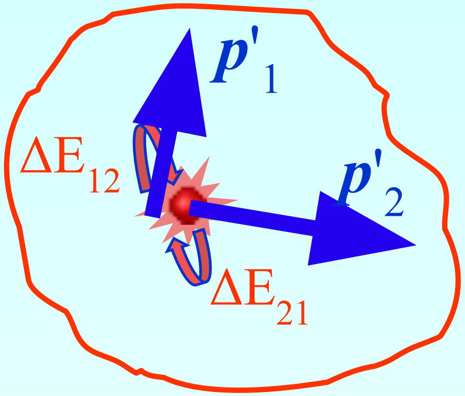
5.6.1. Абсолютно упругий центральный удар

При абсолютно неупругом ударе закон сохранения механической энергии не работает.

Применим закон сохранения механической энергии для расчета скорости тел при ***абсолютно упругом ударе*** *– это такой удар, при котором не происходит превращения механической энергии в другие виды энергии.*

Удар частиц

Ударом **точечных** **частиц** ***будем называть***
такое **механическое взаимодействие**
- при непосредственном контакте
- за бесконечно малое время
при котором **частицы обмениваются**
- энергией и
- импульсом
при условии, что
система частиц ***остается замкнутой***



Абсолютно упругий ***удар*** ***бывает*** ***двух типов***
- нецентральный **удар**
- центральный **удар**

Различают **два вида** **ударов**
абсолютно неупругий удар
такой **удар,** ***при котором*** **после удара** ***частицы***
движутся как **единое целое**

и абсолютно упругий удар
удар, ***при котором*** **после удара** ***частицы***
движутся с **различными** ***скоростями и*** **в**
течении удара **выполняются законы сохранения**
(энергии и импульса)

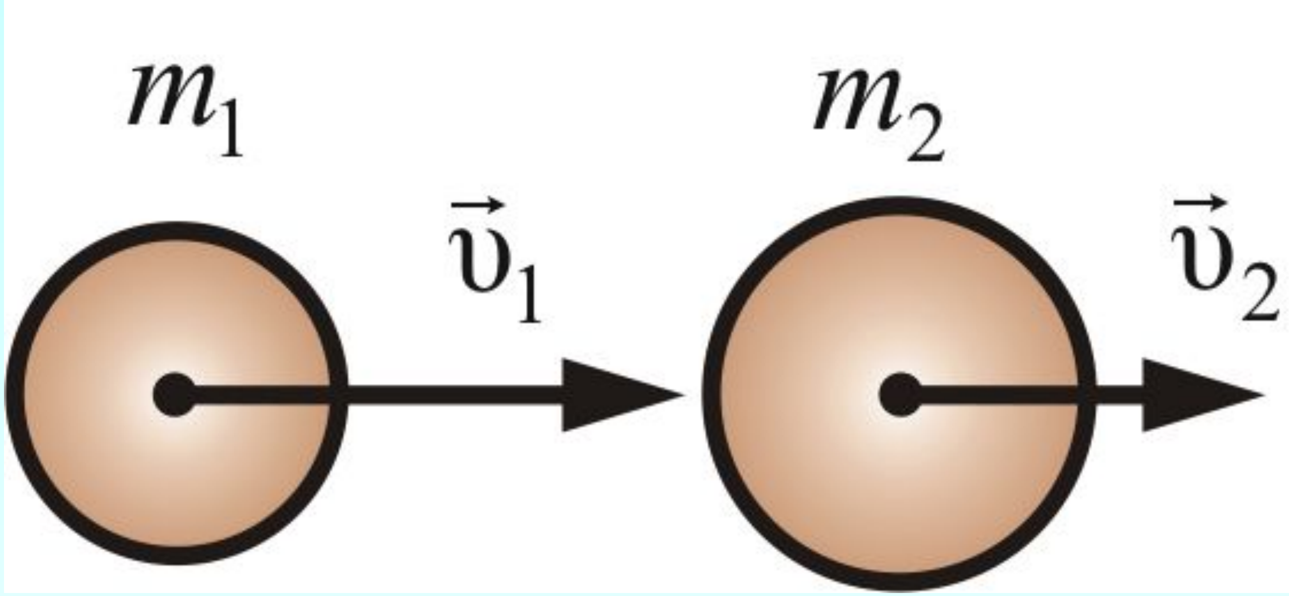


Рисунок 5.7

На рисунке 5.7 изображены два шара m_1 и m_2. Скорости шаров $\vec{\upsilon}_1 > \vec{\upsilon}_2$ (поэтому, хотя скорости и направлены в одну сторону все равно будет удар).

Системи можно считать замкнутой. Кроме того, при абсолютно упругом ударе она консервативна.

5.6.2. Абсолютно неупругий удар

Абсолютно неупругий удар *– это столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются и двигаются дальше, как единое целое.*

Продемонстрировать абсолютно неупругий удар можно с помощью шаров из пластилина (глины), движущихся навстречу друг другу.

5.6.2. Абсолютно неупругий удар

Абсолютно неупругий удар *– это столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются и двигаются дальше, как единое целое.*

Продемонстрировать абсолютно неупругий удар можно с помощью шаров из пластилина (глины), движущихся навстречу друг другу.

Когда $m_2 >> m_1$ (масса неподвижного тела очень большая), то $\upsilon << \upsilon_1$ и почти вся кинетическая энергия при ударе переходит в другие формы энергии. Поэтому, например, для получения значительной деформации наковальня должна быть массивнее молотка.

Когда $m_2 \approx m_1$,

тогда $\upsilon \approx \upsilon_1$ и практически вся энергия затрачивается на возможно большее перемещение, а не на остаточную деформацию (например, молоток – гвоздь).

Удар с частичной потерей энергии

Промежуток времени, в течение которого длится удар, обычно очень мал (на практике ~$10^{-4}..10^{-5}$ с), а развивающиеся на площадках контакта соударяющихся тел силы (т. н. ударные или мгновенные) очень велики. За время удара они изменяются в широких пределах и достигают значений, при которых средние величины давления (напряжений) на площадках контакта имеют порядок 10^4 и даже 10^5 атм. Ввиду малости времени удара, импульсами всех неударных сил, таких, например, как сила тяжести, а также перемещениями точек тела за время удара пренебрегают.

Удар с частичной потерей энергии

На анимации изображён следующий эксперимент. Шарик, движущийся со скоростью *u* = 5 м/с, налетает на массивную стенку, движущуюся ему навстречу со скоростью *v* = 2 м/с.

$k = W/W_0 = 0{,}64.$

Скорость, с которой он отскакивает от стенки равна

$V = v(1+k^{1/2}) + uk^{1/2} = 7{,}6$ м/с.

Тот же ответ можно получить используя коэффициент восстановления

$K = (V-v)/(u+v) = 0{,}8$

За счет потери кинетической энергии происходит увеличение внутренней энергии системы сталкивающихся шаров, сопровождающееся разрушением тел при столкновении и их нагревом.

На основе этой формулы в ЦЕРНЕ построен БАК – большой адронный коллайдер (Швейцария).

$$\Delta K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = \frac{(v_1 - v_2)^2 m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Величина $\mu=(m_1+m_2)/m_1m_2$ – носит название приведенной массы.

$(V_1 - V_2)$ – относительная скорость в векторном виде

Если продифференцировать обе части равенства по времени, то при условии, что *M* постоянна, получим:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = M\frac{d\vec{\upsilon}_{\text{ц.м.}}}{dt} = M\vec{a}_{\text{ц.м.}} = \vec{F}^{\text{внеш.}}, \quad (5.6.5)$$

где $\vec{F}^{\text{внешн.}}$ – внешняя результирующая сила, приложенная к системе. Необходимо очень тщательно определять систему и учитывать все изменения ее импульса.

Важным примером систем с переменной массой являются ракеты, которые движутся вперед за счет выбрасывания назад сгоревших газов;
при этом ракета ускоряется силой, действующей на нее со стороны газов. Масса *M* ракеты все время уменьшается, т. е. $\mathrm{d}M / \mathrm{d}t < 0$

Другим примером систем с переменной массой представляет собой погрузка сыпучих или иных материалов на транспортерную ленту конвейера; при этом масса *M* нагруженного конвейера возрастает, т.е. $\mathrm{d}M / \mathrm{d}t > 0$

Рассмотрим ***движение тел с переменной массой на примере ракеты.***

Реактивное движение основано на *принципе отдачи. В ракете при сгорании топлива газы, нагретые до высокой температуры, выбрасываются из сопла с большой скоростью* $\upsilon_{г}$.

Ракета и выбрасываемые газы взаимодействуют между собой по ***закону сохранения импульса:*** $m_{р}\upsilon_{р} = m_{г}\upsilon_{г}$. На основании этого закона конечная скорость ракеты:

$$\upsilon_{р} = -\upsilon_{г} \ln\left(\frac{M_0}{M}\right), \quad (5.6.6)$$

$$\upsilon_{р} = -\upsilon_{г} \ln\left(\frac{M_0}{M}\right),$$

где $\upsilon_{Г}$ – относительная скорость выбрасываемых газов, M_0 и M – начальная и конечная массы ракеты.

Это соотношение в физике называют **формулой Циолковского**. Из него следует, что для достижения скорости υ_{ρ} в 4 раза превышающей по модулю относительную скорость выбрасываемых газов, стартовая масса одноступенчатой ракеты должна, примерно в 50 раз, превышать ее конечную массу.